現代社会文化研究 No.22　2001 年 11 月

認知構造の質と問題解決能力との関連
――算数・数学の文章題を取り上げて――

伊　藤　敦　美

Abstract

This study investigated the relationship between cognitive structure and ability to solve arithmetic and mathematics word problems. The aim of this paper is to explain the differences between "children who can" and "children who can't." Fifth and sixth grade elementary school students and university students were the subjects of this study. A questionnaire was given that measured ability to solve word problems, and interviews were given by the author to assess cognitive structure quality. The results of the study showed correlation between questionnaire scores and interview scores, demonstrating that the ability to solve word problems is related to cognitive structure. In addition, it was found that some of those who at first appeared to be "children who can" were confused by confusing word problems. The difference between "children who can" and those who only seem to be "children who can" was found to lie in schema quality. It was shown that the difference between "children who can" and "children who can't" was in the existence or absence of schema.

キーワード……認知構造　スキーマ　問題解決能力　文章題　算数・数学

1.　研究目標

学校教育の学業において、「できる」児童・生徒と「できない」児童・生徒との間に違いがあることは自明である。特に、算数・数学は一度つまずくことが後の学習にまで影響を及ぼすため、学力差がつきやすい教科である。とりわけ、文章題に悩まされている児童・生徒は多い1)。計算はよくできるのに、文章題になるとできないという児童・生徒はかなりの数にのぼる（吉田,1991 によれば児童のおよそ 3 割）という報告もある。

文章問題が困難である要因の一つは、解決過程の複雑さにある。Mayer (Mayer, 1992; Mayer et al. 1991) は、文章題解決を①変換（translation）過程、②統合 (integration) 過程、③プランづくり (planning) 過程、④実行 (execution) 過程の 4 つの認知過程に分類した（坂本, 1997）。

坂本(1997)は、この認知過程の分類をもとに、割合文章題の解決過程を次のように定義した。「①変換過程とは、文章題を読み、割当文・関係文・質問文のそれぞれを理解する過程である。

②統合過程は、理解した3文の内容の統合が行われる過程で、例えば、割当文と関係文の内容を統合し、比較量と基準量のどちらが既知量であるか、既知量ともう一つの量との関係はどうであるかを把握する。③プランづくり過程では、未知量を求めるための演算を選択し、その演算を実行するのが、④実行過程である」(pp.88-89)。そして、坂本はこの過程のどの部分でどのようなつまずきが生じているかをコンピュータ提示による課題で検討した。検討の結果、課題で誤答した被験児でも、変換過程では質問文を正しく理解していること、しかし、関係文の理解や統合過程での割当文と関係文の統合において誤りが生じていることが示され、割合文章題の解決におけるつまずきは、変換過程での関係文の理解や統合過程で生じることが実証されている。

麻柄(1998）は、混合算を用いて文章題理解と立式の正誤の関連を調査した。そこで次のように述べている。「文章題の解決過程は、問題文を読んでその内容を理解する理解過程と、理解した内容に基づいて適切な演算を選択し実行する解決過程に大きく分けられる。前者の理解過程はさらに、変換過程と統合過程に分けられる（たとえば多鹿,1995)。変換過程とは一文ごとの意味を理解する過程であり、統合過程とは個々に理解された文間の関係を算数の知識を利用してまとめ上げる過程であるとされている。/このような分類に照らして本研究の結果を見てみる。・・演算の選択や実行には問題がないと考えられる。すなわち実行過程には問題はないと考えられる。・・/では統合過程はどのようにすれば促進されるのだろうか。逆にいうと、問題文一文ごとの理解が成立しているのにそれらの統合を妨げるとすればそれは何なのだろうか（ / は改行を示す）」(pp.21-22)。

これらの研究結果は、いずれも文章題解決におけるつまずきは統合過程にあることを示している[2)]。だが、この統合過程でつまずく原因や、つまずきを克服する方略については解明されていない。

坂本（1997）は、今後の研究課題として「統合過程の遂行を測定するための課題の検討」をあげている。統合過程におけるつまずきの原因を探るためには、坂本（1997）が述べているように、統合過程のプロセスをさらに細かく分析し、遂行できるか否かを調査するための課題を検討する必要がある。

しかし、Mayer(1982)が、関係文のエラーについて「被験者が関係文を自らのスキーマ[3)]に関連させて再生したことによる」と解釈したことや、麻柄（1998）において、統合過程とは「個々に理解された文間の関係を算数の知識を利用してまとめあげる過程である」と定義されていることからわかるように、統合過程において被験者は、頭の中に既に持っている知識を用いて問題に対応するというトップ・ダウン的（概念駆動的）な処理[4)]を行っている。そのために、問題文の理解過程をさらに細かいステップに分けて、統合過程で行われている過程を解明し、統合過程でのつまずきの原因を探っていくことは困難である。

そこで、本研究ではスキーマに焦点を当て、従来の文章題の解決過程を順を追って分析する

研究とは異なる方向から文章題解決について検討する。

Mayer(1982)や麻柄(1997)がいっているように、スキーマが文章題の解決過程に関わっているのであれば、使われているスキーマを分析し、その不十分な点を明らかにすることによって、統合過程を促進させる方法を見出すことができるのではないだろうか。

また、文章題が「できる」ことに関するスキーマの有効な点、「できない」ことに関わる不十分な点が示されれば、「できる子とできない子」の違いも明らかになり、有効な支援策を見出すことができるであろう。

なお、本論文は、研究目標、研究Ⅰ、研究Ⅱ、全体の討論、研究課題の 5 章から構成されている。

2.　研究Ⅰ

2ー1　問題

本研究では被験者の認知構造[5)]に焦点をあて、従来の文章題の解決過程を順を追って分析するという研究とは異なる方向から文章題解決についての検討を行う。

Gagne (1985)は「領域固有の知識の体制化（認知構造とも呼ばれる）は、その領域での問題解決を左右する。知識の体制化は、検索を助け、解答へと導くからである。地図が実世界での道探しに役立つように、知識の体制化は認知世界での道探しに役立つ」(pp.125-126)と述べている。

この理論に従えば、認知構造は問題解決能力と密接な関連があることが推測できる。また、知識の体制化が検索を助け、解答へと導くならば、認知構造の質（善し悪し）と問題解決能力とは比例するのではないかという予測がたてられる。

したがって、認知構造の善し悪しが明らかにされ、なおかつ、それが文章題の解決能力と関連していることが示されれば､文章題におけるつまずきの原因の一端が明らかになるであろう。そして、つまずきを克服するための方略の検討にも役立つであろう。また、それは同時に「できる子」と「できない子」の違いも明らかにすることになり、その思考の内側を推察する可能性を示すことになるであろう。

2ー2　目的

まず、文章題の解決能力を調査し、どの程度の文章題解決能力であるかを見ること、次に認知構造の調査を行い、認知構造の質と文章題の解決能力とに関連があるか否かを明らかにすることを目的とする。また、本調査で用いる課題が認知構造を推察するための指標となりうるか否かについても合わせて検討する。

2ー3　方法

1　対象者

宮城県内の小学校　6 年生 16 名　5 年生 15 名

2　調査期日

1998 年　11 月

3　調査の概要

調査は、第 1 セッション、第 2 セッションより成っている。第 1 セッションは 5・6 年生に集団で実施し、第 2 セッションは 6 年生に個別に行った。

第 1 セッションは、割り算・掛け算などを含む 15 問の文章題から成っており、被験者はこの問題に答えることが求められた。時間の制限は設けられなかったが、①式と答えを書くこと，②問題の中には解けないものもあること、③解けない問題には「×」をつけること、④間違った場合は消しゴムを使わずに 2 本線で消すこと、⑤どの問題から始めてもよいことを指示した。

課題は（1）基本的な割り算、（2）情報過剰・情報過少の割り算（問題を解くために必要な情報が過剰あるいは過少な問題　＊戸惑い問題[6)]と呼ぶ)、（3）操作のない割り算（問題文中に「分ける」という操作を表す語が入っていない問題　＊無操作問題と呼ぶ)、（4）掛け算・引き算の 4 項目からなっている（Table 1　参照)。

第 2 セッションは、（1）割り算・掛け算の意味の確認、（2）作問（式を提示し、その式に合う問題文を作成してもらう)、（3）問題分類（異なる構造を持つ問題を複数提示し、構造ごとに分類してもらう)、（4）式の間違い探し（文章題と誤りのある式を提示し、式の誤りを直してもらう）の計 4 項目[7)]から成っており、被験者は調査者の指示に従ってこれらの問に答えることが求められた。

Table 1　研究Ⅰ　質問紙課題の例

（1）基本的な割り算
問 1　まんじゅうが 78 個あります。13 人に分けると、1 人分は何個ですか。
（2）戸惑い問題
問 3　かきが 75 個あります。りんごが 60 個、みかんが 45 個あります。りんごを 15 個ずつ箱に入れると、何箱に分ることができますか。（情報過剰問題）
問 7　かきがたくさんあります。5 人に分けると、1 人分は何個ずつですか。（情報過少問題）
（3）操作のない割り算
問 2　面積が 105 ㎠の長方形があります。縦の長さが 21 ㎝のとき、横の長さは何㎝ですか。（面積）
問 4　りんごが何個かあります。かきはりんごの 7 倍で 63 個あります。りんごは何個ですか。（倍）
（4）引き算
問 10　まんじゅうが 64 個あります。そのうちみんなで 8 個食べました。残りはいくつですか。
（5）掛け算
問 12　1 個 60 円のまんじゅうを 15 個買うといくらですか。

出所：クルチェッキー（1968)、西林（1997）を参考に著者作成

2ー4　結果と考察

調査の結果、次のことが示された。

（１）　基本問題（基本的な割り算・掛け算・引き算）では高い正答率（97%）を示したものの、戸惑い問題（80%）・無操作問題（80%）では正答率は低下した。操作のない割り算ができる者（基本問題および無操作問題の正答率 100%）の中には戸惑い問題で誤答する者がいた(Table 2)。

（２）　割り算・掛け算の意味を問う問題では、平均得点 1.0 点で、1 人 1 つずつの意味しか答えることはできなかった。それに伴って、作問においても平均得点 1.1 点で、1 人につき約 1 種類の問題しか作成することはできなかった(Table 3)。

（３）　問題分類課題においては、約 6 割の被験者が等分除と包含除という問題の構造を見出し、問題を分類できた(Table 3)。

（４）　式の間違い探し課題においては、約 7 割の被験者が立式の誤りを見出し、正しく訂正することができた(Table 3)。

（５）　面接調査の得点と質問紙調査の得点には関連（R=0.676）が見られた(Figure 1)。

（６）　面接調査の得点と戸惑い問題の結果には関連（R=0.712）が見られた(Figure 2)。

（７）　戸惑い問題の得点と割り算・掛け算の意味を問う問題の得点、作問課題の得点には強い関連は見られなかった（R=0.360、R=0.394）。

（８）　戸惑い問題の得点と問題分類課題の得点、間違い探し課題の得点には強い関連が見られた（R=0.732、R=0.610）。

以上の結果に関し、考察を加える。

まず、(1）について検討する。基本問題の正答率が 97%であるということは、被験者のほとんどが基本的な事項については「できる」ことを示している。

しかし、戸惑い問題、無操作問題では正答率が低下する。無操作問題は「分ける」という操作を表す語が入っていないために「割り算」であると被験者自身が判断する必要がある。したがって、基本問題よりも難易度が高くなり、正答率が低下したのであろう。

戸惑い問題も、他の項目と同様に既習の知識で解決できるはずであるが、情報が過剰・過少であるために、問題文から必要な情報を選択し、場合によっては解けないと判断することが求められる。その分、割り算についてのしっかりとした知識、言い換えればしっかりとしたスキーマが必要となるので、正答率は低下し、基本問題および無操作問題で高い正答率であっても、スキーマが不安定であれば、戸惑い問題で惑わされてしまうのであろう。

したがって、基本問題・無操作問題で正答率が 100%の者の中に、戸惑い問題で誤答する者がいたという結果は、通常の問題を解くことにおいては同じように「できる」とみなされている者の中に、異なる「でき方」をしている、つまり、異なる状態のスキーマを用いて問題解決にあたっている者がいることを示唆している。

Table 4 から明かなように 6 年生の被験者全員が基本問題は正答しており、文章問題が「できない子」はみられない。無操作問題についても、全員ができなかった濃度の問題を除けば、被験者のうち 3 分の 2 が全問正答している。したがって、3 分の 2 は「できる子」と判断されるであろう。

しかし、戸惑い問題では被験者の 3 分の 1 しか全問正答はできなかった。基本問題、無操作問題においては全問正答することができても、戸惑い問題で惑わされる者がいる。文章題が「できる子」とみなされる者でも、「でき方」に違いがあることが明らかになった。

6 年生の結果とは異なり、5 年生では、基本問題、戸惑い問題は全問正解だが、無操作問題で誤答する者がいた。彼らは、無操作問題の得点がそれほど高くないために、一般的には「できる子」とは見なされないであろうが、「できる子」と見なされる者でも誤答する場合がある戸

Table 2　全体の平均正答率・各学年の正答率

	基本的な割り算	戸惑い問題	無操作問題	引き算・掛け算	全体
全体	97%	80%	80%	95%	84%
6 年生	100%	79%	74%	100%	83%
5 年生	93%	82%	85%	90%	85%

出所：著者作成

Table 3　平均得点および平均正答率

①割り算・掛け算の意味	②問題作成	③問題分類	④間違い探し
1.0 点	1.1 点	1.3 点	69%

＊　項目①～③は課題の性質から加点法で得点を計算したため、平均得点を示した。④は 6 問の平均正答率を示した。

出所：Table 2 に同じ

Table 4　6 年生全体の結果（得点順）

	基本問題	無操作問題	戸惑い問題	合計
A	8	8	12	28
B	8	8	12	28
C	8	8	12	28
D	8	8	12	28
E	8	8	12	28
F	8	8	10	26
G	8	8	10	26
H	8	8	10	26
I	8	8	10	26
J	8	8	10	26
K	8	6	10	24
L	8	7	8	23
M	8	8	6	22
N	8	6	6	20
O	8	6	6	20
P	8	6	6	20

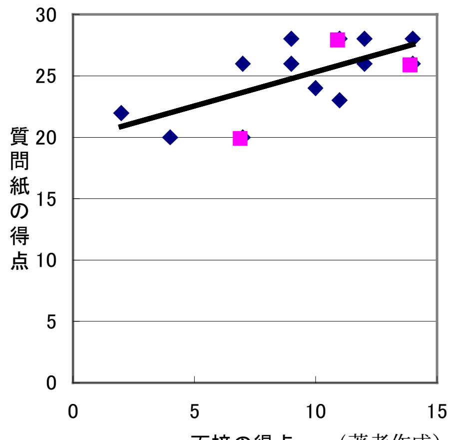
出所：Table 2 に同じ

惑い問題で全問正答できる。このことは、「できる」とは見なされない子の「でき方（できなさ）」が一様ではないことを示している。

これらの結果はまた、戸惑い問題は認知構造の状態を見るための 1 つの指標となりうることも示唆している。

次に（2）・（3）について検討する。割り算・掛け算の意味を言うこと、式を見ていくつかのパターンの問題を作成することは困難であった。だからといって、児童は割り算・掛け算にひとつのパターンしか存在しないと思っていると即断することはできない。それは、問題分類課題で等分除と包含除に分類できたこと、「分ける」と書かれていない無操作問題で正答できたことで説明できる。被験者は、割り算・掛け算には使われ方にいくつかのパターンがあることを知ってはいるが、それを自発的に言葉で表現できるほどのしっかりとした、整理のついた認知構造ではなかったと推測される。持っている認知構造を自発的に言語化させることは難しい課題であったといえる。

Figure 1　面接と質問紙の関係



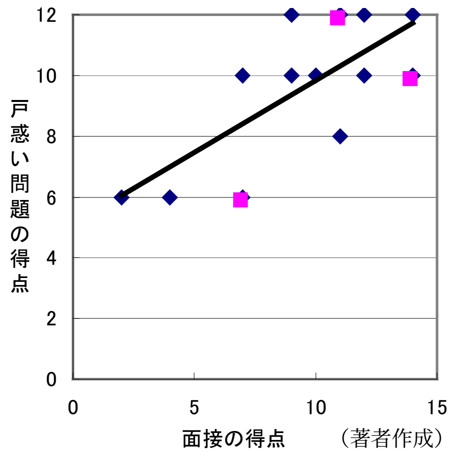
（著者作成）

（3）・（4）については、問題分類課題・式の間違い探し課題は他の課題に比べて比較的容易に被験者のスキーマを引き出すことができた。特に、間違い探し課題では被験者がどのように問題解決にあたっているかを伺うことができた。「間違いを探す」課題は、相手の思考や、発言を引き出し易い。

（5）について、面接調査と質問紙調査の得点に関連が見られたことは、認知構造の状態と質問紙における文章題解決能力とが関連していることを示している。この結果は、大まかな傾向として、認知構造の状態がしっかりしているほど、問題を解く能力が高く、不安定であるほど問題を解く能力が低くなることを示している。

（6）について、質問紙の 3 つの項目中、成績に明確な差の現れた戸惑い問題の得点と、

Figure 2　面接と戸惑い問題の関係



（著者作成）

面接調査の得点に関連が見られたことは、認知構造の状態と戸惑い問題の解決とが関連していることを示している。したがって、基本問題・無操作問題で正答率が 100%であっても、戸惑い問題で誤答する者は誤答しない者に比べて認知構造が不安定で、そのスキーマも十分ではないといえる。

（7）については、ここで関連が見られなかったことは、言語で直接認知構造を表現することが難しい課題であることに起因していると思われる。課題が難しく、得点にほとんど差がみられなかったので、戸惑い問題との関連も現れなかった。認知構造を言語で表現させる際の、質問の方法や、形態の工夫が今後必要である。

（8）で、強い関連が見られたことは、問題分類課題、間違い探し課題が被験者の認知構造を見るための指標となりうることを示している。

問題分類課題で高い得点を得るためには、「割り算には等分除と包含除の 2 つのパターンがある」というスキーマを持っていることが必要である。したがって、この問題分類課題と戸惑い問題の得点間に相関が見られたことは、戸惑い問題に惑わされない被験者は「割り算には等分除と包含除がある」という明確なスキーマを持っていることを示している。

間違い探し課題では、誤りのある式を正しい式に訂正し、その訂正理由を述べてもらうことによって、どのようなことを手がかりにして問題文を読み取り、演算を決定しているのかを見ることができる。

したがって、間違い探し課題と戸惑い問題の得点間にも相関が見られたことは、戸惑い問題に惑わされずに必要な情報を取り出すことのできる被験者は、正しい手がかりを用いて問題文を読み取って演算を決定することができ、戸惑い問題で惑わされてしまう被験者は、誤った手がかりを用いて問題文を読み取って演算を決定していることを示している。

以上の結果から、戸惑い問題で惑わされないためには、「割り算には等分除と包含除がある」という割り算の基本構造に関する明確なスキーマを持っていること、それを用いて問題の構造を読み取って区別できること、そして正しい手がかりをもとに問題文を読み取って演算を決定することが必要である。

3. **研究 II**

3ー1 **問題**

小学生を被験者にして行った研究Ｉにおいて、文章題の解決能力と認知構造の状態とが関連していることが示唆され、問題解決能力と認知構造とが関連していることが示された。しかし、認知構造調査（面接）の概念確認課題（割り算・掛け算の意味を直接答えてもらう課題）と作問課題では、文章題解決能力との関連は示されなかった。

この結果は、研究Ｉの被験者（小学生）には、自分の持っている概念を明確に言葉で表すこ

とは困難であったことが関連していると予測される。研究Ⅰでは、割り算・掛け算についての正しい概念を持っていると思われるが、考えを明確に言語化することは困難であるらしく、得点に反映されるような回答をすることができなかった被験者が数名いた。

そこで、小学生に比べて、言語表現能力が発達していると思われる大学生を被験者にすることにする。自分の持つ概念を明確に言葉で表現することができれば、認知構造を正確に表現することができるであろう。

また、課題を変えることによって、研究Ⅰによって確認された問題解決能力と認知構造の状態との関連をより強く裏付けることができるであろう。

3ー2　目的

まず、文章題の解決能力を調査し、どの程度の問題解決能力であるかを確認すること、次に認知構造の調査を行い、認知構造の質と文章題の解決能力との関連について検討することを目的とする。また、調査で用いる課題が、認知構造を調査するための指標となりうるか否かについても検討する。

3ー3　方法

1　対象者

宮城県内の大学生・大学院生　計 18 名（文系学生：12 名　理系学生：6 名）

2　調査期日

1998 年 12 月

3　調査の概要

調査は第 1 セッション、第 2 セッションより成り、すべて個別に行った。第 1 セッションの

Table 5　研究Ⅱ　質問紙の課題の例

(1) 順列
問 1　異なる 5 冊の本を 5 人の子どもに 1 冊ずつあげたい。本のあげ方は全部で何通りあるか。
問5　ここに 5 枚の色の異なる旗がある。このうち 3 枚を左右一列に並べて信号を作るとき何通りの信号ができるか。

(2) 組合せ
問 6　Ｊリーグの 16 チームがリーグ戦を行うとき、試合数は全部で何試合か。
問 11　男子 15 人、女子 10 人から、男子 3 人女子 3 人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。

(3) 応用
問 10　a，ｅ，ｉから 2 個、ｂ，ｃ，ｄ，ｆ，ｇから 3 個、合わせて 5 個の文字を取りだして 1 列に並べるとき、全部で何通りの並べ方があるか。
問 12　6 人の家族がテーブルに座る方法は何通りあるか。ただし、回転して重なるものは同じとみなすことにする。

出所：Table 1 に同じ

実施後、数学に関するアンケートをはさみ、第 2 セッションを行った。

第 1 セッションは「順列」および「組合せ」の文章題 12 問から成っており、被験者はこの問いに答えることが求められた。時間の制限は設けなかった（Table 5　参照)。

第 2 セッションは（1）順列・組合せの概念の確認、（2）順列・組合せの公式の確認、（3）作問（答えを導く式を提示し、その式にあう文章題を作成してもらう)、（4）問題選択（Target Problem[8])を提示し、後に示した問題から同様の構造をした問題を選択してもらう　TP と表記する)、（5）順列・組合せの計算の計 5 項目[9])から成っており、被験者は調査者の指示に従ってこれらの問題に答えることが求められた。

3ー4　結果と考察

調査の結果、次のことが示された。

（１）　質問紙の 3 項目（順列・組合せ・応用問題）の正答率には大きな差は見られなかった (Table 6)。

（２）　概念の確認課題は約 3 割、公式の確認課題、作問課題はそれぞれ約 5 割の正答率であった(Table 7)。

（３）　問題選択課題は約 5 割の正答率であったが、問いごとに正答率のばらつきが見られた (Table 7)。

（４）　計算問題の正答率は約 8 割であった(Table 7)。

（５）　面接調査の得点と質問紙調査の得点間には関連(R=0.704)が見られた(Figure 3)。

（６）　認知構造を調査する課題の得点と質問紙調査の得点間には強い関連(R=0.809)が示された(Figure 4)。

（７）　面接調査の各項目（演算と演算に関わる問いを除く）のそれぞれの得点と質問紙調査の得点間には関連が示された(R=0.729,R=0.733,R=0.610)。

以上の結果に関し、考察を加える。

Table 6　質問紙平均正答率

順　列	組み合わせ	応　用	全　体
65%	46%	50%	53%

出所：Table 2 に同じ

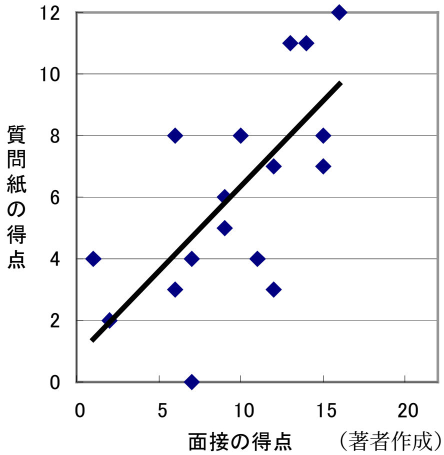
Table 7　面接の平均正答率

概念の確認	公式の確認	問題作成	問題選択	計算	全体
28%	47%	48%	32%	78%	45%

出所：Table 2 に同じ

まず、(1) については、順列の問題が約 6 割、組合せが 5 割、応用問題が 5 割で、各項目間の正答率に大きな差は見られなかった。研究Ｉの場合の「戸惑い問題」のように特に認知構造の違いが反映されるような問題はこの 3 項目（順列・組合せ・応用問題）の中にはなかった。順列の問題で若干正答率が高いのは、樹形図のような考え方が適用でき易いことによると思われる。

Figure 3　面接と質問紙の関係

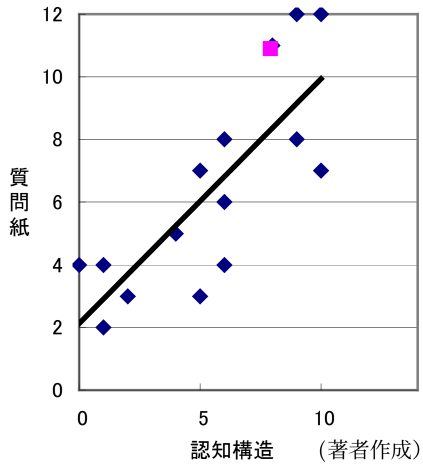


（著者作成）

(2) について、順列・組合せの意味を正しく認識できていたのは 3 割にとどまった。興味深いのは、順列・組合せの意味が分からない、公式の意味が分からない場合でも、公式を書くことができる被験者がいたことである。そのため、概念の確認課題では 3 割の正答率であったのが、公式の確認課題では 5 割の正答率に増加した。

(3) は、課題中の選択肢の難易度にばらつきがあったことによると思われる。そのため TP の構造は読み取ることができても、選択肢の構造を読み取ることができず、表面の類似性にとらわれて正答率が低くなったり、簡単に読み取ることができたために 8 割を越す正答率であったりと、結果にもばらつきが生じてしまったようだ。

Figure 4　認知構造と質問紙の関係



（著者作成）

(4) について、質問紙の課題（文章題）では得点の低い場合でも、計算問題では高い正答率を示す。文章から演算を選択することは困難な場合でも、提示された式を機械的に計算することはできる者が多いといえる。(2) で、概念の意味を知らない場合でも、公式を書くことができる者がいたのは、計算から公式を導くことができたからであると思われる。

(5)・(6) について、面接調査と質問紙調査の得点に関連が見られたことは、研究Ｉの場合と同様に、認知構造と質問紙における問題解決とが関連していることを示す。また、面接調査から演算に関する項目を除いた場合の得点と、質問紙調査の得点間にも高い関連がみられたことは、認知構造が問題解決に反映されることをより強く示したといえる。

(7)、面接の各項目の得点と質問紙の得点に関連がみられたことは、被験者の持つスキーマのさまざまな要素が問題解決に影響を及ぼしていることを示している。研究Ⅰにおいて関連を見出すことができなかった概念確認課題や作問課題においても関連が見られたことは、大学生が自分の考えをより正確に言語化することができたこと、また、今回調査に用いた課題の多くが、基本的な概念を持っていれば解くことができる課題であったことによると思われる。概念の意味を知っていること、提示された式から問題の構造を推測して問題を作ること、問題の構造を読み取って同様の構造の問題を選択できること、これらすべてが問題解決能力に関わっているといえる。

最後に、被験者の認知構造の状態について述べる。今回の面接調査では被験者の認知構造の状態を見ることができた。例えば、順列と組合せの関係のきちんとした認識に基づいて公式を理解している、関係は理解していないが公式を覚えており問題にも適用できる、公式は覚えているが問題に適用できない、ほとんど覚えていないなど、被験者の認知構造における知識の体制化の状態はかなり異なっている。

しかし、今回の調査ではこのような認知構造の質の違いを明確に反映できるような問題がなかった。そのため、認知構造に「順列・組合せ」に関する知識を持っているか否かと問題解決との関連を示すことはできたが、認知構造の質と問題解決能力との関連は示すことができなかった。認知構造の質の違いが反映されるような問題を作成することを今後の課題としたい。

4.　全体の討論

研究Ⅰ、研究Ⅱにおいて、認知構造と問題解決の成績とが関連していることが示された。ここでは、研究Ⅰ・Ⅱの被験者の状態を合わせて分析することによって、認知構造と問題解決能力とがどのように関連しているかを検討する。

まず、研究Ⅰについて見ると、質問紙の結果から 3 つのタイプの被験者がいることが分かった。①基本問題・無操作問題・戸惑い問題すべてに正答できるタイプ、②基本問題・無操作問題はすべて正答だが、戸惑い問題で誤答が生じるタイプ、③基本問題はすべて正答だが、無操作問題・戸惑い問題で誤答するタイプの 3 つにおおまかに分類できる。

通常、学力調査で問題にされるのは、基本問題・無操作問題の解決能力である。したがって、①・②のタイプの被験者は同様に「できる子」とみなされるであろう。しかし、両者は同様ではなく、一方は戸惑い問題で惑わされる。この違いはどのような点にあるのだろうか。

無操作問題の難しい点は「分ける」という操作を表す語（key word）が入っていないことである。与えられた情報から問題の構造を読み取って、除法であることを判断し、演算を決定しなくてはならない点で基本問題より難易度が高いといえる。しかし、問題のタイプとしてはノーマルで、6 年生であれば、これまでの学習過程で何度も取り組む機会があったはずの問題で

ある。したがって、解法を会得する機会もあったと思われる。

では、戸惑い問題はどうだろうか。戸惑い問題には、「分ける」という操作を表す語は入っており、演算を決定するための特別な技能や知識は必要ではない。しかし、児童にとっては、おそらく初めて出会う、見たこともない問題である。解法を会得する機会もない。したがって、過去の経験や、過去の経験による技能の習熟の影響は弱められ、持っているスキーマの質が強調される課題であると言えよう。

情報過剰問題では､与えられた情報の集まりの中から､課題の本質を構成する要素を見出し、課題解決に必要かつ十分な情報を析出することが必要である。情報過少問題では、与えられた情報に課題の形式的構造をあてはめ、不足している情報を見出すことが必要である。これらの課題では、与えられた情報をバラバラのデータの集まりと見るのではなく、相互に関連している情報の複合とみなして、問いの基本構造をつかむことが求められる。

したがって、この戸惑い問題と面接調査の項目（3）問題分類課題の得点間に強い相関が現れたことは、割り算には「あるものを（何人かで）同じ数ずつに分けるという等分除」と「あるものから同じ数ずつ取っていく（何人に分けられるか）という包含除」の 2 つのパターンがあるというはっきりとした知識を持っていること、すなわち、割り算の基本構造に関する明確なスキーマを持っていることが、戸惑い問題に惑わされずに、与えられた情報の複合の関係を正しく読み取ることにつながることを示唆している。

また、戸惑い問題と面接調査の項目（4）式の間違い探し課題の得点間にも相関が見られたことは、「大きい数を小さい数で割って答えが小さくなる」のが割り算であるとか、「分ける」と書いてあれば割り算であるというような、割り算の基本構造に基づいていない（その意味で割り算の基本構造に関するスキーマは不安定である)、固定的で、適用範囲の狭いスキーマを用いて問題を読み取っている者は、戸惑い問題の中の情報を正しく読み取ることができないことを示している。

これらのことから、戸惑い問題に惑わされるか、されないかの違いは、戸惑い問題のような未知の課題に対応できる安定したスキーマを持っているか否か、また、それを一見バラバラの情報の集まりのように見える戸惑い問題に適用して、問題の基本構造をつかみ取る事ができるか否かということになろう。

被験者のタイプに基づけば、通常「できる子」とみなされる②のタイプの被験者が持っているスキーマは、既知の問題には対応できるが、未知の問題（戸惑い問題）に対応できるほど安定してはいなかったと推測できる。戸惑い問題に対応できる①のタイプの被験者は、安定したスキーマを用いて、それを柔軟に課題に適用して問題解決にあたっているのであろう。

次に、研究Ⅱについて見る。大学生についても質問紙の結果からタイプ別に分類すると、①順列・組み合わせ・応用すべての問題で高い得点、②すべての問題で平均的な得点、③すべての問題で低い得点の 3 つに分類できる。

研究Ⅰの戸惑い問題にあたる問題はなかったので、面接調査の結果をもとに検討すると、①タイプの被験者はさらに 2 つに分類できることがわかった。1. 概念の意味、概念間の意味理解に基づいて公式を理解しているタイプ、**2.** 個別の概念の意味は理解しているが、概念間の意味理解はなく、公式を丸暗記しているタイプである。**2** のタイプは、数学専攻の被験者であった。文系の被験者に比べて、数学に接する機会が多かったために概念間の意味理解がなくても公式が残っており、なおかつ質問紙の問題にも適用できたと思われる。このタイプの被験者のスキーマは、1 のタイプに比べて柔軟性に欠けるのではないかと推測されるが、本調査では明らかにはされなかった。

②のタイプに多かったのは、概念の意味、概念間の意味理解はないが公式を暗記している者である。したがって、公式を適用するだけの問題には対応できた。

③のタイプは、概念の意味、概念間の意味理解もなく、公式も覚えていない者であった。

ここで、研究Ⅰ、研究Ⅱについてまとめる。研究Ⅰではすべての被験者が基本問題では正解していたことから、通常問題に対応できるスキーマは被験者の全員が持っているということができる。しかし、戸惑い問題では誤答が見られた。これは、持っているスキーマの質の違いによることが、面接調査の結果明らかになった。したがって、研究Ⅰによって示されたのは、スキーマの質の違いと問題解決との関係である。

研究Ⅱでは、公式に代表されるような、順列・組合せに関する知識を持っているか否かが問題解決の正誤を左右した。順列・組合せに関する知識が認知構造内に入っているか否かが問題解決を左右したのである。そこでは、公式を丸暗記している、あるいは、意味理解に基づいて覚えているというようなスキーマの質の違いは現れなかった。したがって、研究Ⅱによって示されたのは、スキーマの有無と問題解決との関係である。

これらの結果は、認知構造の違い、言い換えれば、スキーマを持っているか否か、持っているとすれば、どのようなスキーマを、どのような状態で持っているかが明瞭に問題解決能力に現れることを示しているといえよう。したがって、本研究において、問題解決能力と面接との関連が確かめられたことは、面接調査に被験者の認知構造が反映されたことを示しているといえる。

最後に、これらの結果から「できる子とできない子」の相違点についてまとめる。研究Ⅰから、通常のテストで「できる」とみなされる者の中には、異なるでき方をしている者（限られたテスト、バリエーションの少ないテストだけならできる者：「見かけ上できる子」と呼ぶ）がいることが示され、課題の性質から、この「見かけ上できる子」はスキーマの安定性が欠けているのではないかと推測された。

面接の得点と、戸惑い問題の結果に相関が見られたことから、この「見かけ上できる子」は、やはり、「できる子」よりもスキーマが安定してないことが明らかになった。そして、面接調査の項目の中でも、特に問題分類課題と式の間違い探し課題との相関が高かったことから、「割り算に等分除と包含除という 2 つのパターンがあるという明確なスキーマを持っており、それを

用いて問題の構造を読みとって区別できること、そして、正しい手がかりをもとに問題文を読み取り、演算を決定できる」か否かが、「できる子」と「見かけ上できる子」との相違点であることが明らかになった。

また、研究Ⅰの③のタイプの被験者、研究Ⅱの被験者の結果から、「できない子」はスキーマが不安定で適用範囲が狭いこと、さらに、認知構造中の知識自体が少ないことが示された。

5.　研究の成果と今後の課題

本研究の目的は、被験者の認知構造に焦点をあてるという新たな方向から、算数・数学における文章題解決能力について検討し、「できる子とできない子」の相違点を明らかにすること、そして認知構造を調査するための方法を開発することであった。

研究Ⅰの結果、通常「できる」とみなされる子の「でき方」が同様ではなく、一方は戸惑い問題に惑わされ（「見かけ上できる子」と呼ぶ）、他方は、戸惑い問題にも対応できる（「できる子」と呼ぶ）ことが示された。

この両者の相違点は、①戸惑い問題と問題分類課題、②戸惑い問題と式の間違い探し課題の得点間に関連が見られたことによって明らかになった。

①より、「等分除・包含除」という割り算の基本構造に関する明確なスキーマを持ち、それを用いて問題の構造を読みとって両者を区別できるか否か、②より、正しい手がかりをもとにして問題の構造を読み取り、演算を決定することができるか否かが、戸惑い問題の回答に明瞭に現れることが示された。

つまり、戸惑い問題に対応できない子は、「等分除・包含除」という割り算の基本構造に関するスキーマが明確ではなく、問題文を読みとって演算を決定する際の手がかりも固定的で適用範囲は広くはないという不安定なスキーマを用いているのである。

また、研究Ⅱより「できる子とできない子」の相違点はスキーマの有無にあることが示された。

文章題の解決を困難にする原因は、研究Ⅰ、Ⅱで明らかにされたようなスキーマの不十分さ（スキーマが不安定であること、スキーマを持っていないこと）にあるのだから、スキーマを安定させることができれば、文章題の解決は促進されるはずである。

そこで、今後の課題として、割り算の文章題解決を促進させるための、次のような教授プログラムを考えている。

まず、第 1 に割り算の基本構造である「等分除・包含除」という 2 つのスキーマを学習させること、第 2 にそのスキーマを安定させること、第 3 に獲得したスキーマに柔軟性を持たせ、適用範囲を広げることが必要であると考えている。

具体的な方法としては、例えば（1）「15÷3」のような式を提示し、「等分除・包含除」の問題を作れるようにすること。（2）「15÷3＝5」のような式を提示し、①「3」を隠したときの問

題、②「15」を隠したときの問題を作ることができるように訓練することなどが挙げられる。

最後に、本研究で提案した調査方法が、認知構造を調査するための課題として有効であったかどうかについて考察する。

一連の調査の結果から、認知構造と問題解決との関連が示され、割り算の文章題に関する「できる子とできない子」との相違点も明らかになったことから、今回用いた調査方法は有効であったといえる。

しかし、小学生の被験者には、概念を直接言語化させる課題が困難であったなどの問題点もある。したがって、概念を表現させるための課題の工夫が必要である。また、問題解決能力調査課題（質問紙）の難易度を変更して、さらに調査を深めることも必要である。

＜註＞

1) 三浦（1996）は、「好き」を１、「嫌い」を－1、「どちらでもない」を 0 として算数の各領域の好感度を調査した。その結果、算数を大好き・好きと答えた児童の応用問題の好感度の平均は 0.11、嫌い・大嫌いと答えた児童の平均は－0.46 であった。応用問題の好感度は算数が好きな児童でもそれほど高くはなく、嫌いな児童では顕著に低い値を示す。

2) Hudson(1983),塚野(1985)においても、文章題解決におけるつまずきが、プラン作り過程や実行過程（行為スキーマ）にあるのではないことが示されている。

3) 「スキーマ」とは、Bartlett（1932）によれば「過去の反応、または過去経験の能動的体制をさし、それはよく順応した有機的反応にいつも働きかけていると仮定されているものである」とされている。小高（1992）はこの定義を「スキーマは過去の経験から得られるいろいろな出来事・話題・行動がもとになってできた知識によって作られる概念構造である。ものごとを理解したり記憶したり、物語を聞き取ったり、想起したりするときには、人はそれ以前の知識を使って、それに適合する、解釈する、またはうまく修正する」と説明し、スキーマを「判断・行動の際に、いつでも組織的に用いることができる状態にある、一般的基準的なひとまとまりの心的構造」であると定義している。Gagne（1985）は、「スキーマという術語を使用するときには、必ず体制化された知識構造を参照するという認知機能が含まれている点が共通している。スキーマには静的な部分（認知構造など）と動的な部分（ある情報の存在を我々に予期させるもの）が存在している。また、スキーマは、意識的に使われる場合（例えば、記憶の検索を行うとき）と、自動的に操作される場合（例えば、ある概念の新たな例を認知するときや、はっきりとした結論を導くとき）の両方が存在する。スキーマには静的な部分と動的な部分が共存しており、しかも時には考えながら使われ、時には自動化されて使われるという性質がある」と述べている。このように、「スキーマ」という語は研究者によっていろいろな言葉で定義されている。これらの理論を念頭に置いたうえで、本研究ではスキーマを「なんらかの事態、あるいは問題に直面したときに働くひとまとまりの知識」と規定し、「知識の働き」の側面を意識する場合に用いることとする。「知識の状態」を意識する場合には「認知構造」という語を用いることとする。

4) 概念駆動型処理（conceptually driven processing）とは、可能な解釈についての知識、すなわち何かについての概念化がその事物の知覚を助けるとき起こっている処理のことをいう（Lindsay 1977）。

5) 「認知構造」について、Neisser（1967）は「一般には、認知構造は先行経験の非特殊的ではあるが、体制化された表象として定義されうるであろう」と述べている。Lewin(1938)は「生活空間の知識に対応する構造を認知構造と呼び、学習を認知構造の変化」として位置付けた。本研究では「認知構造」について「知識の様子、知識間のつながりや、知識の体制化のありよう」と定義する。この定義を用いれば、文章題解決に働くひとまとまりの知識を「スキーマ」、スキーマを構成している知識、その知識どうしのつながり（体制化の様子）を「認知構造」と呼ぶことができる。したがって、「スキーマを検討すること」は「認知構造を調査し、その働きを検討すること」と言い換えることができる。

6) クルチェッキー（1968）、西林（1997）を参考に著者作成。

7) Greeslin & Shavelson（1975）、West & Pains(1985)を参考に著者作成。

8) Silver(1981)を参考に筆者が作成。

9)　Greeslin & Shavelson（1975）、West & Pains(1985)を参考に著者作成。

＜引用文献＞

Bartlett, F.C.; 1932, *Remembering: An Experimental and Social Study,* Cambridge University Press. 宇津木保・辻正三訳; 1982 ,『想起の心理学』，誠信書房。

Gagne, E.D.; 1985, *The Cognitive Psychology of School Learning.* Scott, Foresman Company, Glenview, Illinois. 赤堀司・岸学 監訳；1985, 『学習指導と認知心理学』，パーソナルディア社。

Greeslin, W.E.,and Shavelson, R.J.; 1975, An exploratory analysis of the representation of a mathematical structure in students' cognitive structures. American, *Educational Research Journal* 12, 21-39.

Hudson, T.; 1983, Correspondences and numerical differences between disjoint sets, *Child Development,* 54, 80-90.

駒林邦夫訳; 1969,『数学的能力の構造』，明治図書。

Lindsay, P.H. & Norman, D.A.; 1977, Human Information Processing and Psychology, Academic Press, Inc. （中溝幸夫・箱田裕司・近藤倫明訳；1983 『情報処理心理学入門』サイエンス社。）

麻柄啓一; 1998,「算数文章題解決の困難さ」，千葉大学教育実践研究, 5, 11-12.

Mayer, R.E.; 1982, Memory for algebra story problems, *Journal of Educational Psychology*, 74, 199-216.

Mayer, R.E., Tajika, H., & Stanly, C.; 1991, Mathematical problem solving in Japan and the United States: A controlled comparison, *Journal of Educational Psychology*, 83, 69-72.

Mayer, R.E.; 1992, *Thinking, Problem Solving, Cognition, Second edition,* NY: W.H.Freeman.

三浦香苗; 1996, 『勉強ができない子』，岩波書店。

Neisser, U.;1967, *COGNITIVE PSYCHOLOGY,* Prentice-Hall. 大羽蓁訳; 1981,『認知心理学』，誠信書房。

西林克彦; 1997, 「未学習課題による獲得学力の推定１」，日本教育心理学第 39 回発表論文集。

小高俊夫; 1992, 『算数・数学に認知心理学は役立つか』，東洋館出版。

坂本美紀; 1997, 「コンピュータ提示による文章題のつまずきの解明」，教育心理学研究,45,87‐95.

Silver, E.A.；1981, Recall of mathematical problem information: solving related problems, *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 54-64.

多鹿秀継・石田淳一; 1989, 「子どもにおける算数文章題の理解・記憶」，教育心理学研究, 37, 126-134.

多鹿秀継; 1995, 「高学年の文章題」，吉田甫・多鹿秀継（編著）;『認知心理学からみた数の理解』，北大路書房。

塚野弘明;1985, 「加減算の文章題の理解と事態認識」,昭和 59 年度文部省科学研究費補助金一般報告書（課題番号 59510048　研究代表者　佐伯胖)。

West,H.T & Pains, .L.; 1985, *Cognitive Structure and Conceptual Change,* Academic Press. （進藤公夫監訳; 1994, 『認知構造と概念転換』，東洋館出版。）

吉田　甫；1991,『子どもは数をどのように理解しているか』，新曜社。