算数教科書における分数の導入過程

岡野　勉*・大橋直子**

On the Introduction to Fraction in the Textbook of Arithmetic

Tsutomu OKANO and Naoko OHASHI

目　次

0. はじめに

本稿の課題は、現行の算数教科書における分数の導入過程を明らかにし、現在の実践と研究の到達点からそれに対する評価を行なうことにある。そのために、まず、既存の教科書、指導プランの検討を通して分数の導入に関する諸問題を整理し（第1章）、学習指導要領・指導書および算数教科書を対象に分数の導入過程を分析した（第2章）。そして、おわりに、第1章での考察を踏まえて、第2章での分析結果に対する評価を行なった（第3章）。

なお、本稿では、1、2－(3)を大橋が、2－(1)(2)、3を岡野が、主として執筆した。

第1章において検討する教科書および指導プランは次の通りである（ただし、検討の順序はここで掲げた順序とは異なる）。

① 『尋常小学算術書』（第三期国定教科書改訂版、文部省、1927年、通称、黒表紙）。
② 『尋常小学算術』（第四期国定教科書、文部省、1935～1940年、通称、緑表紙）。
③ 「授業書〈量の分数〉第1部　量分数の大きさとその解説」（新居信正著、仮説実験授業研究会編『科学教育研究』No.5、国土社、1971年）。
④ 授業書「新しい数－分数」（大田邦郎著、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年）。
⑤ 『わかるさんすう 4（改訂版）』（遠山啓監修、むぎ書房、1980年）。
⑥ 『国土社の算数えほん《分数》 1. 分数ってなんだ！』（新居信正・荒井公毅著、国土社、1989年）。

現行の算数教科書については、すでに銀林浩が詳細な分析を行なっているが[1]、ここでは、銀林が次のように述べていることに注目したい。

「普通、小学校の算数は、数学教育協議会（AMI）の影響もあって、学習指導要領も少しずつは改善されてきたし、それにもとづく検定済教科書も……よくなってきたと思われて

---

*新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター
**新潟大学教育学部研究生

いる。しかし、そのよくなってきたところをよく見ると、いずれもきわめて中途半端であって、首尾一貫していないのである。そのために、折角の部分的改善が生かされず、場合によってはかえって生徒の頭の中に矛盾と混乱を惹き起こしかねない」[(2)]。

この記述によれば、現在の算数教科書の性格について、さしあたり次の2点を確認することができるだろう。(1)伝統的な算数教育の教育内容・方法を基盤としている。(2)そこには、数学教育協議会の研究成果が部分的に摂取されている。目的設定との関連では、(1)は「日常生活に必要な数量的知識を教える」という立場であり、(2)は「学問としての数学を教える」という立場である。第1章で検討する教科書・指導プランのうち、①②については(1)の観点から、③〜⑥については(2)の観点から、それぞれ選択されたものである。

なお、銀林による教科書分析のうち、本稿の内容に関連する部分については第2章において検討する。

1. 分数の導入に関する諸問題

1ー(0) 分数の意味付けに関する予備的考察

分数の導入に関する問題を見ていくにあたり、まず、分数の意味付け・説明に関わる言葉の意味内容をはっきりさせておく必要があるだろう。この点について、大田邦郎は次のように述べている。

「分数には二つの意味があり、したがって分数には二つの定義が考えられる。$\frac{2}{3}$を例にとってみると、『1を3等分した2つ分が$\frac{2}{3}$』であり、同時に『2の3等分が$\frac{2}{3}$』である。前者を『分割分数の論理』そして後者を『商分数の論理』とよぶことにしよう」[(3)]。

ここでは自然数の演算との関係で分数の意味を説明している。このような‘数としての分数’の意味について、遠山啓は次のような意味付け・説明をしている[(4)]。

「分数の説明の方法は、細かくわけると、多種多様になるが、大別すれば、三種類になる。

① —— 割合
② —— 操作
③ —— 量

①の割合というのはA、Bという2つの数(自然数)があたえられたとき、それを“比という立場からながめる”ことにすると、Aを1とみたら、Bは$\frac{B}{A}$となる。このことを基礎にして分数をとらえさせようというのである。これがいわゆる“割合分数”といわれるものである」。

「つぎに操作としての分数である。これは割合分数とよく似ていて、ある場合にははっきりと区別できないほどであるが、その力点のおき方はちがっている。それは$\frac{2}{3}$を$\times\frac{2}{3}$としてとらえる。ところで、この$\times\frac{2}{3}$は$\div 3\times 2$を1回の操作とみなしたものなのである」。

「これらの立場に比較すると、量の分数ははるかにしぜんで、子どもにとって理解しやすい。それは、まず連続的な外延量の抽象的な表現として分数(もしくは小数)を定義する。それは加法や乗法の演算から切り離して分数を一つの実体概念としてとらえさせる。つまり、$\frac{2}{3}$は$\frac{2}{3}$mや$\frac{2}{3}\ell$から抽象されたものとみなすのである」。

本稿においては、この遠山による意味付けを、「割合分数」、「操作分数」、「量の分数」に関して、採用することとする。

また、大田邦郎は、小学校における分数指導の問題点を分析するなかで、次のように、「分割分数」という意味付けを指摘している([ ]内は引用者)。

「58年指導要領の最大の欠陥のひとつとも言える『割合分数』が、『学力テスト』によって文部省みずからの手で破産を宣告され、68年指導要領では、比としての『割合分数』から、『端数部分などをあらわす』量分数に近づきつつある。

しかし、教科書は調べた限り『a等分したひとつ分が$\frac{1}{a}$、b個分が$\frac{b}{a}$』という『分割分数』によって分数を導入している。この『分割分数』は『割合分数』なのかそれとも『量

分数』なのか、論議となる問題だが、等分割による$\frac{1}{3}$でも、(1)図のように［図は省略］基準とする量があいまいなものと、(2)図のように［図は省略］１ℓや１ｍなどの普遍単位量の等分割によるものとは、明確に区別するべきである。前者は、『割合を表す分割分数』で、後者は『量を表す分割分数』である」(5)。

本稿においても、「分割分数」に関して、この大田の意味付けを採用する。

本稿においては、以上の引用に依拠して、「割合分数」、「操作分数」、「量の分数」、「分割分数」を、分数の意味付け・説明に関する言葉として用いていくこととする。

１－(1)　数としての分割分数による分数の導入

まず、『尋常小学算術書』（以下、黒表紙）における分数の導入過程を見ていく。

黒表紙で初めに分数が出てくるのは、第４学年の「II．小数」（32ページ）においてである。

「* (1)　次ノ数ノ２分ノ１ハ何カ。

6　8　10　14　20　36　50　100

(2)　次ノ数ノ３分ノ１ハ何カ。

6　9　15　24　30　51　72　150

**(3)　次ノ数ノ３分ノ２ハ何カ。

6　9　18　30　36　48　60　120

［以下略］」

この記述について、教師用書では、欄外の注において次のように述べている。

「此ノ處ニテハ小数ヲ授クル準備トシテ、先ヅ分数ノ唱ヘ方及ビ書キ方ヲ授ケ、或数ノ幾分ノ１、幾分ノ幾ツノ意義ヲ教フルモノトス。

* 或数ノ２分ノ１トハ其ノ数ヲ二ツニ等分シタルモノ、３分ノ１トハ三ツニ等分シタルモノ、一般ニ幾分ノ１トハ幾ツカニ等分シタルモノナルコトヲ授ケ、且半分ハ２分ノ１、三分一又ハ三ガ一ハ３分ノ１ノコトナルヲ注意スベシ。

**或数ノ３分ノ２トハ其ノ数ヲ三ツニ等分シタルモノ二ツノコト、一般ニ幾分ノ幾ツトハ其ノ数ヲ幾ツカニ等分シタルモノヲ幾ツカ集メタルモノナルコトヲ教ヘ、例ニ就キ図解ヲ用ヒテ之ヲ授クベシ」(6)。

ここでの分数の定義について、遠山は「分数を操作として見て」いると述べている(7)。つまり「操作分数」であると言っている。確認すると、先述の定義では「$\frac{2}{3}$を$\times\frac{2}{3}$としてとらえる」ことが「操作分数」であった。しかし、この黒表紙での定義は、教師用書の記述を見るかぎり、「幾ツカニ等分シタルモノナルコト」とあり、これは「操作の結果出てきた数が分数である」という意味だと思われる。従って、ここでは、「操作分数」というより、「操作の結果出てきた数が分数である」とするべきではなかろうか。

ここでは、分数を、操作でも量でもなく、あくまで数として捉えさせている。そこでは、「分割分数の論理」が採用されているが、先に確認したような分数の意味付けなどは考えてもいないことが伺われる。

黒表紙で正式に分数を取り扱うのは第５学年の「II．分数」（32ページ）においてである。

「(1)　次ノ数ハ何トイフ数カ。

１ヲ12ニ等分シタ数

１ヲ９デ割ツタ数

１ヲ35等分シテ之ヲ23集メタ数」

この記述について、教師用書には以下のような記述がある。

「既ニ授ケタル分数ノ唱ヘ方ニツキテ復習シ、一般ニ分数トハ１ヲ幾ツカニ等分シタルモノヲ幾ツカ集メタルモノナルコトヲ授ケ、実物ヲ用ヒ或ハ図形ニ依リテ其ノ意義ヲ説明スベシ」(8)。

つまり、ここでの分数の定義は「１をいくつかに等分したものをいくつかあつめたもの」である（例えば、$\frac{1}{12}=1\div12\times1$、$\frac{23}{35}=1\div35\times23$）。ここでも「分割分数の論理」が採用されているが、分割操作の対象が「ある数」から「１という数」に変化している。

以上をまとめると、黒表紙では分数は‘数’であるとして、そもそも分数に対する意味付けをしようと考えているわけではないと言える。また、その‘数としての分数’の定義には「分割分数の論理」を採用しているが、分割操作の対象

が第４学年と第５学年で変化している。

１－(2)　２つの量の割合の表現としての分数の導入

次に、『尋常小学算術』(以下、緑表紙) における分数の導入過程を見ていくことにする。緑表紙では、第１、２、３学年の広い範囲に渡って分数を導入している。まず、第１学年(下巻)14ページでは、以下のような問題が出されている。

「オカアサン　ガ、『フタリ　デ　タベ　ナサイ。』ト　イッテ、大キナ　マンジュウ　ヲ　クダサイマシタ。マンジュウ　ハ、一ツ　シカ　アリマセン。ドウ　シマス　カ」。

ここでは「半分にする」という答えが期待されている。ここでは、「ある量を２等分することにより生じた量のことをもとの量の半分という」こと、つまり量の等分可能性について教えられている(9)。

なぜ、ここでこのような指導が行なわれるのであろうか。それは、緑表紙においては「子どもの数量生活を指導する」という立場をとっており、日常生活でよく出てくるであろう「半分」という言葉を使って、分数観念の基礎を養おうという意図があるからだと思われる(10)。

第２学年 (上巻) 47ページでは、さし絵とともに、次のような問題が出されている。

「長イ　方　ノ　ハタザヲ　ノ　長サ　ハ、ミジカイ　方　ノ　ナンバイ　アル　デセウ」。

ここでは、２つの量について、一方が他方の３倍なら、他方は一方の$\frac{1}{3}$という関係 (割合) を教えている。

ただし、この指導は自然数の乗法の導入過程における「倍」概念の指導に対応しているのであり、分数を教えることを主たる目的としているわけではない(11)。

次に、第３学年 (上巻) ５ページでは次のように問題が出されている。

「４ノ半分ハイクツデスカ。
２ノ半分ハイクツデスカ。
１ノ半分ヲ『二分ノ一』トイツテ、コレヲ$\frac{1}{2}$ト書キマス」。

そして、この問題文の下に、図形 (円、正方形、二等辺三角形) とその面積を半分にした図が載っており、もとの図形には１、その半分の図形には$\frac{1}{2}$と記されている。

ここについては、岡野勉が分析しているので次にそれを引用する。

「教師用書ではこの記述について次のように説明している。

『分数というからには、どうしても、数１を更に分割したものという意味にならねばならぬ。…「２分の１」というのは、半分と同様な意味に用いる他に、１の半分という意味で、それ自身一つの数を意味することを明らかにせねばならぬ。そこで、児童用書では、まず数としての「２分の１」の意義を明らかにすることから出発した。まず、４の半分、２の半分を問うて、１の半分に及ぶ。１の半分というものを考えやすくするために、一つの図形と、その半分の図形とを相対して掲げ、これに、１と$\frac{1}{2}$とを対応させて考えさせることとしたのである。例えば「一つの円を１とすれば、その半分は$\frac{1}{2}$である。すなわち、$\frac{1}{2}$というのは、１の半分である」というようにして理解させるのである。』

これは循環論である。ここでは、分数指導の出発点として、『数としての「２分の１」』が『１の半分』として定義されている。しかしながら、先に見たように、この『半分』とは『２分の１』のことであったから、結局、『２分の１』とは『１の２分の１』ということになる。しかしながら、これでは、『２分の１』が１に対する操作ということになり、すでに退けられた『操作としての分数』になってしまう。ここに、遠山・長妻の指摘にあったように、『明確に量のことを意識していたわけではない』にもかかわらず、緑表紙の分数指導が『量に一歩近づく』必然性があるのである。

ここに掲げられている２つの図形について

は、その面積が指導の対象となっていることは明らかであろう。そこで、『1つの図形』と『その半分の図形』の面積をそれぞれA、Bとすると、ここでの指導において設定されている教育内容は次の命題によって表現することができる（これは$\frac{1}{2}$の定義である)。

《面積A、Bについて、A＝B×2のとき、A＝1とすると、Bを$\frac{1}{2}$と書き、‘2分の1’と読む》［D］」[12]。

以上のように述べ、以下の$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{3}$においても同様な命題が成り立つことを分析した上で次のように続けている。

「以上の分析から、この教科書において、分数が『分割分数』によって意味づけられていることは明らかであろう。問題は、それが『割合分数』なのか、『量分数』なのかという点にある。この点について、先に見た大田による区別に依拠するならば、これまでに見てきた教育内容において、基準となる量、すなわち面積Aがいずれも等しくなく、『あいまいなもの』になっていること、従って、それが『普遍単位量』でもないことを指摘しなければならない。いずれの命題においても『Aを1とする』という条件が付されているのはこのことを示している。この点については、教師用書においても、例えば、次のように述べられている。『児童用書で「1と$\frac{1}{4}$」というように、特に1を記したのは、$\frac{1}{4}$は一つの数であって、1を基準にしたものであるから、これを具体的な物に対応させるには、基準とする1を何と定めるかが明らかにせられねばならぬからである』。

これらの点から、この教科書において、分数は、『(2つの量の)割合を表わす分割分数』によって意味づけられていることがわかる」[13]。

つまり、緑表紙における分数の意味付けは、一見量を表すかに見えるが、実は割合に他ならないものだということを、岡野の分析から知ることができる。

1－(3)　端下量の表現としての分数の導入①

次に、『わかるさんすう』における分数の導入過程を見ていく。

『わかるさんすう』では分数を第4学年（93ページ)で導入している。まず初めに、「1）分数のおいたち」として、「連続量の大きさを単位の大きさで測ったとき、単位に満たない場合がおこります。そのときのはんぱの量を表すものとして、分数が生まれた」[14]ことを理解させる。そのために、ある未測量を互除法を用いて数値化することから始めている。児童用書では、まず、「底面が1辺10cmの正方形になっている直方体の水そうに、水がはいっています。水は何ℓあるでしょう」とし、水槽に水が何ℓ入っているか測ったところ、「2ℓとすこし」であった。その「すこし」というはんぱの量がいくらになるか、10cm×10cmの正方形の紙タイルを使って調べることとする。「2ℓとすこし」を紙タイルで表すと、「2枚とすこし」になり、この「すこし」＝はんぱの部分を折り返すことによってはんぱの大きさがわかるとし、実際に紙タイルで折り返してみると、ちょうど3つ分で1（紙タイル1枚）になる。折り目をつけてひろげてみると、はんぱの大きさは1を3等分した大きさとなる。ここで、「3つ分で1になる大きさ」と「1を3等分にした大きさ」が等しいことを確認し、次のようにこれを表現することを教えている。

「この大きさを『3分の1』といい、$\frac{1}{3}$と書きます。長方形の紙の大きさは2と$\frac{1}{3}$です。これを『2か3分の1』とか、『2と3分の1』といいます。$2\frac{1}{3}$と書きます」。

そして、次のように$\frac{1}{2}$の定義をしている（アンダーラインおよび番号は引用者)。

「<u>2つぶんで1になる大きさ①</u>、つまり、<u>1を2等分した1つぶん②</u>を『2分の1』といい、$\frac{1}{2}$と書きます」。

ここで、「2つぶんで1になる大きさ」とある。これは、「1を2等分した大きさ」と表現する量は同じだが、分数の意味付けとしては区別しておく必要があるだろう。このことに関しては、

「量の測定を通じて分数を導くとき、端下量の処理は、試行錯誤的に単位を等分割するのでない限り、端下量で単位量を測定する『互除法』が必然的な課題となる。このとき、たとえば端下量が３つ分で単位量と等しければ、端下量は$\frac{1}{3}$単位とされるのであるが、ここには『商分数の論理』が適用されている」と大田が述べている[15]。つまり、「ａ個分でちょうどｂになる大きさ」という定義には「商分数の論理」が適用されており、この定義は半端量で単位量を測る互除法によって導かれるものであることがわかる。そこで、この「ａ個ぶんでちょうどｂになる大きさ」という、商分数の論理が適用された（分数$\frac{b}{a}$の）定義を、本論文では、《商分数の論理に基づく量分数（による定義）》として用いていくことにしよう。

従って、『わかるさんすう４』における$\frac{1}{2}$の定義は、①は「ａ個分でちょうどｂになる大きさ」という《商分数の論理に基づく量分数》、②は「１をａ等分した大きさをｂ個集めた大きさ」という《量を表す分割分数》といえる。そして、ここでは、「ａ個分でちょうどｂになる大きさ」と「１をａ等分した大きさをｂ個集めた大きさ」について、いずれの定義によってもその分数の表現する量が等しいことを確認した上で、《商分数の論理に基づく量分数》を《量を表す分割分数》に言い換えている（教師用書の表現によれば「分数を見る視点の変更」が行なわれている[16]）といえる。

94ページでは、互除法を第２段階まで用いて（分子が１でない）真分数を教えている。今度は「１のタイルが３枚とちょっと」の長方形の紙タイルが提示され、次のように記述されている。

「左のような長方形㋐の大きさは、いくらでしょう。

１のタイルが３つとちょっとです。はんぱでおりかえしました。

はんぱのタイル㋑では、２個ぶんとれて、１にちょっとたりません。㋒があまります。

㋒でおりかえしました。ちょうど２個ぶんで㋑になりました。

㋒の大きさは、１を５等分した大きさです。

㋒は$\frac{1}{5}$です。

㋑は$\frac{1}{5}$が２つ分です。

$\frac{1}{5}$が２つぶんの大きさを『５分の２』といい、$\frac{2}{5}$と書きます。㋐の大きさは３と$\frac{2}{5}$です。これを『３か５分の２』または『３と５分の２』といい、$3\frac{2}{5}$と書きます」。

ここでは、$\frac{b}{a}$という（分子が１でない）真分数の定義が行なわれている。ここでは、先に教えられた《量を表す分割分数》の論理（１をａ等分したｂ個分は$\frac{b}{a}$）を用いて真分数の定義がなされていると見ることができる。

そして、次のように分数の定義を教えている。

「$\frac{2}{5}$の下の数を**分母**、上の数を**分子**といいます。分母は１を等分した大きさ、分子はそれがいくつあるかを表わします。$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{5}$、……のような $\frac{分子}{分母}$ になっている数を**分数**といいます」（傍点は引用者）。

従って、『わかるさんすう４』では、《商分数の論理に基づく量分数》も出てはきたが、最終的には《量を表す分割分数》を分数の定義として採用していると言える。

『わかるさんすう４』におけるこのような分数の導入過程においては、「端下量の測定を通して分数を導く」という分数の生い立ちが重要視されている。教師用書の解説を見よう。

「ある量の大きさを分数で表そうとすると、単位量を等分して作った分割分数では役に立ちません。互除法が必要になります。しかし、現在教科書で扱われている分数は、１ｍを３つに分けた１つ分が$\frac{1}{3}$ｍ、のような形になっています。分数は１を等分割しても得られたと見ることができるようになるのは必要ですが、それは分数の導入の段階でなく、一段進んだレベルでのことです。現行教科書の３年に見られる分数の扱いは、分数指導の中途から出発しているとも言えます。

未測量を数値化する互除法の部分は、紙を折る操作を通して十分に納得のいくように扱います」[17]。

以上より、『わかるさんすう4』での分数の導入過程においては、初めに分数の生い立ちを重視して、互除法を用いて《商分数の論理に基づく量分数》を教えた後、それが《量を表す分割分数》と同じ量を表現することを確認した後、前者を後者に言い換え、最終的には後者を採用しているということができる。

1－(4) 端下量の表現としての分数の導入②

次に、新居信正による授業書「量の分数」について見よう。

まず［質問0～1］で「(割合分数への) 汚染度の調査」を行なった後、『わかるさんすう4』のように液量をタイルで表現し、互除法を第1段階まで用いて未測量を数値化することから導入している。最終的にはんぱ3つで単位量1ℓが「ピチッと敷き詰まる」ことになる。ここまでは、『わかるさんすう4』による導入と大体同じである。次に、「［お話］量の分数」として次のような記述がある（アンダーラインは原文)。

「質問3ではんぱになったミルクの量は、単位量1ℓを、三つでしきつめることができる大きさです。それは、はんぱで、単位量1ℓをしきつめていくと三回でピチッ、としきつまったことでわかります。

このはんぱの大きさを$\frac{1}{3}$ℓといいます。

(中略)このように量の大きさを、単位で測っていってはんぱが出たときには、はんぱで単位をしきつめていって、いくつでしきつまったかで、はんぱの大きさを表わします。そして、そのはんぱの大きさを表わす数に、分数を使います。数学者は、量のはんぱの大きさを表わす分数のことを『量の分数』と呼んでいます」[18]。

ここでは、互除法を用いた端下量の表現により、3つぶんで1(ℓ)になる大きさとして$\frac{1}{3}$(ℓ)が定義されている。これは《商分数の論理に基づく量分数》による定義である。

次に、「互除法2段階操作の方法を発見させたい問題」［質問8］[19]を提示し、その「解答」として、次のような「［お話］はんぱのはんぱをどうする」がある（アンダーラインは引用者)[20]。

「前の質問のように、はんぱで単位量（1ℓ）をしきつめていっても、ピチッ、とはんぱで単位量1ℓがしきつまらない場合があります。つまり、またはんぱのはんぱBが出てきたわけです。

単位量1ℓは、はんぱAが二つと、はんぱBが一つでしきつまっていますが、Bばかりで1ℓをしきつめることができるかどうか、たしかめるのにうまい方法はないでしょうか」。

「はんぱBで単位量1ℓをしきつめることができるかどうかをたしかめるには、1ℓをBでしきつめてみるのもひとつの方法ですが、そんなことしてみなくても、はんぱAがBでしきつまるかどうかためしてみればわかります。もちろん、いきなり単位量1ℓをBでしきつめていく(ア)の方法もマチガイではありません。それでもよいのですが、AをBでしきつめてみて調べるほうが回数が少なくてすむのです。［中略］

ここまではAでしきつまるのですから、もしAがBでしきつまったら、結局は単位量1ℓもBでしきつまってしまうことになります。そこで上の図のように［図は省略］、BでAをしきつめていくと、AはBが二つでしきつまりました。だから単位量1ℓはBが五つでしきつまります。［中略］

1ℓはBが五つでしきつまるのですから、B一つは$\frac{1}{5}$ℓです。AにはB（$\frac{1}{5}$ℓ）が二つあるのですから、A＝$\frac{2}{5}$ℓです。［以下略］」。

ここでは、互除法を第2段階まで用いて(分子が1でない）真分数を教えている。そして、次の［質問10]、「［お話］量の分数と互除法」では互除法を第3段階まで用いることを教え[21]、最後に「［お話］『しきつめること』と『等分割』」で、「互除法で生まれてきた『量分数』［本論文でいう《商分数の論理に基づく量分数》］と『分割分数』［本論文でいう《量を表現する分割分数》］を統一する」[22]ことが教えられるのである（［ ］内は引用者)。

この授業書については、大田が、「新居信正氏は『割合分数』によって子供たちが『汚染』されているという状況のもとで、『割合分数』にまぎらわしい『分割分数』を排除するということで、『量の分割分数』をも排除している」と指摘しているように[23]、そこでは《商分数の論理に基づく量分数》のみが分数の定義として採用されているといえよう。

しかし、このような分数指導について、新居は後に次のように述べている[24]。

「しかし、分数を習うときから量分数で教えれば、子どもたちに混乱が生じないかといえば、そうともいえないのです。それは、学校で分数を習う前に、子どもたちは割合分数に出会っていて使い方を知っているからです。たとえば、日常生活で使う〈半分にして〉とか〈4人で分けなさい〉ということば自体が割合分数の考え方なのです。そこで、割合分数を否定して量分数を教えても、子どもたちは割合分数で分数を考えてきたのですから、そうかんたんに量分数に頭を切り換えることはできません」。

「確かに互除法は、数学的に考えるとおもしろいものです。しかし、子どもたちにとっては、頭の中がゴジョゴジョになって、〈サッパリワカラン〉ということになりがちです」。

ここでは、(先に見たような)互除法による量分数の導入と子どもたちが日常生活の中で身につけている(であろう)割合分数の考え方との関連が問題として指摘されている。この指摘は、おそらく新居が先の授業書を実践にかけた結果に基づくものであろう。このような立場から、新居は、「分割分数は生活の延長上で指導しやすい」、「分割分数で教えるのは子ども中心主義だ」として、互除法を用いず、最初から分割分数で導入するというプランを作成した。このプランについては後に検討するが、先に見た新居の授業書「量の分数」の問題点について、大田は次のように述べている([　] 内は引用者)[25]。

「分数の本質は、連続量の端下の処理において単位量を何等分するかをあらかじめ固定するのではなく、その端下と単位との相互関係から端下を表現するものであった」。

その際には互除法が必要となるわけだが、この「互除法は結局、最大公約量を発見するための操作にすぎない。従って、求める端下が最大公約量いくつ分かを知ったとき、いかなる分数で表わすべきかという論理が必要となる。そこで、(6)図の$2\frac{2}{5}$ mの場合 [図は省略]、最大公約量の端下Bは定義から$\frac{1}{5}$ mであるが、$\frac{1}{5}$ mふたつ分の長さはどう表わすのか。

『5つ分で1 mの長さが$\frac{1}{5}$ m』

という定義によれば、$\frac{2}{5}$ mは、

『5つ分で2 mの長さが$\frac{2}{5}$ m』

との解釈しかできない」。

「新居信正氏[の授業書『量の分数』]は…『量の分割分数』をも排除している」。

「しかし、古い話だが野沢茂氏によれば、

『互除法2段階のとき、$2\frac{2}{5}$mといったら納得しない子がいた』

というように、『汚染』されていない子供にとってはやはり論理的な飛躍が障害となったのだろう」。

この指摘によれば、互除法を第2段階まで用いた端下量の表現には分割分数の論理が必要になるのだが、新居の授業書においてはそれが指導されなかったために、子どもにとってはそれが「論理的な飛躍」となり、新居自身が述べているように〈サッパリワカラン〉という結果になったのではないか、という考え方が成立する。この点を具体的に互除法を用いて説明すると、例えば次のようになる。

1のタイルが3つとちょっとの長方形のタイルの面積aを求めるとする。1のタイルの面積をbとする。はんぱcでbを測ると、ちょうど2個分とれて1に少し足りずはんぱdが生じる。はんぱdがちょうど2個分でcになる。従って、dは5個分でbになるので$\frac{1}{5}$。cはそれが2つ分なので$\frac{2}{5}$。よって長方形の面積は$3\frac{2}{5}$になる。数式によってこれを表現すると、

$$a = 3b + c \quad \cdots ①$$
$$b = 2c + d \quad \cdots ②$$
$$c = 2d \quad \cdots ③$$

③を②に代入すると、

$$b = 2 \cdot 2d + d = 5d \quad \cdots ④$$

従って、$d = \frac{1}{5} b \quad \cdots ⑤$

最初に生じた半端cは、③より、

$$c = \underline{\tfrac{1}{5} b \times 2 = \tfrac{2}{5} b} \quad \cdots ⑥$$
$$a = 3b + \frac{2}{5} b$$
$$= 3\frac{2}{5} b$$

⑥の下線部において「$\frac{1}{5}$の2つ分が$\frac{2}{5}$」という分割分数の論理が適用されている。このように、互除法を第2段階まで用いた端下量の表現には、必ず分割分数の考え方が必要となってくるのである。

従って、先の大田の指摘から、授業書「量の分数」について、それが子どもたちの混乱を招く結果になったのは、互除法を用い、《商分数の論理に基づく量分数》で教えたからではなく、互除法第2段階の前に分割分数の論理を教えていなかったからではないかという考え方が成立する。そして、先に見た指摘に基づいて、大田は、「『分割分数』の考え方は互除法2段階のところで使われるのだから、論理的には、

単位分数→分割分数（量）→互除法2段階とするべきではないだろうか」[26]として、授業書「新しい数ー分数」を作成した。

以上述べてきたように、新居は、互除法により子どもが混乱したと考え、荒井とともに、最初から《量を表す分割分数》で一貫して教えるプランを作成した（『国土社の算数えほん《分数》1．分数ってなんだ！』。以下においては、これを新居・荒井による新プラン、授業書「量の分数」を新居の旧プランと呼ぶことにする）。一方、大田は、先の指摘に基づいて、《商分数の論理に基づく量分数》で分数を導入するプランを作成した。次にその両者のプランについて検討する。

1ー(5)　単位量の等分割による分数の導入

まず、新居・荒井の『分数ってなんだ！』について見ていく。この新しいプランは旧プランと大幅に異なる。まず初めに、2mと1mの長さのテープを提示し、それぞれの$\frac{1}{3}$のところまで斜線をつけ、どちらも$\frac{1}{3}$mだと、色々な長さがあって困ってしまうとする。そして、「$\frac{1}{3}$mといったら**いつ・どこで・だれが**いってもおなじ長さでなければいけません」とし、次のように〈割合分数〉と〈量分数〉について教えている。

「単位のつかない分数を〈割合分数〉といい、単位のつく分数を〈量分数〉といいます。［中略］量分数は、この〈単位量1〉を〈なん等分かしたいくつ分〉であらわす分数です。たとえば、$\frac{1}{3}$mとは、〈単位量1mを3等分した1つ分の長さ〉のことです」[27]。

ここで新居が言っている〈量分数〉は本論文における《量を表す分割分数》である。旧プランでは互除法によって導入していたのであるが、ここでは「単位量をa等分した1つぶん」という《量を表す分割分数》で定義している。

そして、「はんぱでしきつめる」において、

「［質問4］あるテープの長さを〈単位量1m〉ではかると、1mと？mのハンパができました。？mを量分数であらわすと、どうなるでしょうか」

と問題を提示し、次のように記述している。

「ハンパの？mで単位量1mをはかりなおせばいいのです。そうすれば、いくつに等分したかがわかります。

ハンパ4つでピチッとしきつまりました。そこで、？mは単位量1mを4つに等分した1つ分になるので、$\frac{1}{4}$mとなります。単位量1mを4等分すると$\frac{1}{4}$mができ、また$\frac{1}{4}$mを4つつかって単位量1mがピチッとしきつまります。このように〈しきつめること〉と〈等分すること〉はおなじことになります」[28]。

ここでは、互除法を用いて端下量で単位量を測ることを教え、「4つぶんで1mになる長さ」と「1mを4等分した長さ」が同じ量を表現することを教えている。

このように、新居・荒井による新プランにおいては、互除法も出てこないわけではないが、

（先に見た『わかるさんすう４』における導入のように）「端下量の測定を通して分数を導く」という分数の生い立ちを重視しているわけではなく、互除法によって導かれた端下量と単位量との関係を分割分数の論理によって表現しているに過ぎない。従って、以上述べてきたところから、このプランにおいては、《量を表す分割分数》で一貫した指導が行なわれているということができるだろう。

ただし、連続量を単位量によって測定した際に半端量が生じたとき、半端量で単位量を測ること（互除法）によって生まれたのが分数であり、単位の方を細かくして、新しい小さい単位を作ることによって生まれたのが小数である(29)。このような観点からは、単位量を等分する《量を表す分割分数》だけで分数を定義すると、分数の生い立ちや小数との違いが指導されないという問題点が生じるだろう。遠山啓の指摘しているように、「小数は、結局、とくべつな分数であるが、その起源は明らかにちがっていて、算数教育のなかで小数は分数の一種だといってかたづけるわけにはいかない」(30)。

なお、この点は、第２章において算数教科書における分数の導入過程を見る際に重要な観点となる。

１－(6)　端下量の表現としての分数の導入③

次に、授業書「新しい数－分数」について検討する。

まず「問題１」で、互除法を用いて単位分数を導入し、次のように《商分数の論理に基づく量分数》による定義を行なう。

「・３つ分で１mになる長さを３分の１mといい、$\frac{1}{3}$mと書きます。

・２ mと$\frac{1}{3}$mのことを、２と３分の１ m、または、２か３分の１ mといい、$2\frac{1}{3}$mと書きます。

・このような数を分数といいます」(31)。

次の「問題２」について、大田は次のように解説している。

「問題２は、『商分数の論理』と『分割分数の論理』とを結びつけるのがねらいである。問題１では『３つ分で１ mの長さが$\frac{1}{3}$m』と定義したのであるが、この定義からは分子が１でない分数については、たとえば$\frac{2}{3}$mであれば『３つ分で２ mの長さ』としか論理的には出て来ないはずである。この『商分数の論理』と『１を３等分した長さ（$\frac{1}{3}$m）が２つ分で$\frac{2}{3}$m』という『分割分数の論理』とを、どちらも等しい長さであることを確認することによって結びつけることが、互除法２段階による分子が１でない分数の数値化の前提となるのである」(32)。

「問題２」では、次のような問題が出されている。

「それでは、$\frac{2}{3}$mはどのような長さだと思いますか。

㋐　３つ分で２ mの長さ

㋑　$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さ　」

そして、互除法から導かれる《商分数の論理にもとづく量分数》㋐でも、《量を表現する分割分数》㋑でも、分数が表現する量（長さ）は等しいことを示し、

「３つ分で２ mになる長さは、$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さと同じです」

としている(33)。

そして、その後に「問題３」で「テープは何mあるか、分数で表わしてみよう」として、１mとはんぱのテープを図示する。初めに生じたはんぱを①とし、それで１ mをはかると２つ分取れてまたはんぱが生じる。この２番めのはんぱを②とする。このはんぱ②ではんぱ①をはかるとちょうど３つ分取れる。従って、次のように表わすことができる。

「はんぱ②が７つ分で１ mだから、②は$\frac{1}{7}$mです。

はんぱ①は$\frac{1}{7}$mが３つ分だから、①は$\frac{3}{7}$mです。

テープの長さは、$1\frac{3}{7}$mです」(34)。

このように、商分数の論理と分割分数の論理を統一した後、互除法（第２段階）により、（分子が１でない）真分数を、両者の論理を用いて

教えていくのである。

このように、授業書「新しい数－分数」では、分数の成立過程を重視して、《商分数の論理に基づく量分数》を定義としている。そして、互除法第2段階の前に分割分数の論理が必要であることから、あらかじめ《商分数の論理に基づく量分数》と《量を表わす分割分数》とを統一する。そして、この両者の論理を用いて、互除法第2段階から（分子が1でない）真分数を導いた後、「加減算などにおいては『分割分数の論理』が適用され」るという理由により(35)、加減算の指導においては後者を採用している。

1－(7) 分数の導入に関する諸問題

以上6つのプランを見てきたが、分数の導入過程において採用されている分数の意味付けはプランによって様々であった。ここでは、以上の考察に基づき、分数の導入に関する問題を次のように整理しておくことにする。

(1) そのプランにおける分数の意味付けは〈割合分数〉か〈量の分数〉かということ。

(2) 〈量の分数〉の立場をとるならば、分数の発生過程や小数との違いを重視するか否か、あるいはどの程度重視するかにより、次の2つの立場に分かれる。

① 『わかるさんすう4』、授業書「量の分数」、授業書「新しい数－分数」のように、互除法による端下量の測定を通して《商分数の論理に基づく量分数》で導入する。

② 『分数ってなんだ！』のように、単位量の等分割により、最初から《量を表す分割分数》で導入する。

(3) ①の立場を選択した場合、《商分数の論理に基づく量分数》だけでは一貫できず、互除法第2段階の前に《量を表す分割分数》が必要となる。そして、この《量を表す分割分数》による説明を行なった場合、分数に対して2つの定義が行なわれることになるが、その際、何らかの説明によって両者を統一する必要が生じる。

(4) ②の立場を選択した場合、分数のおいたちとしての互除法の指導がなされないことにより、分数の独自性、小数との違いが明確にならない。

(5) また、②においては〈単位を分割することによって分数を導く〉わけだから、①のような形で互除法を教える必要はなくなる。ただし、その場合においても、連続量の測定において端下量が生じる場面を設定し、互除法によって導かれた端下量と単位量との関係を、分割分数の論理を用いて表現することも考えられる。

2．算数教科書における分数の導入過程

2－(1) 学習指導要領・指導書における分数の導入について

ここでは、教科書分析に入る前に、学習指導要領・指導書における分数の導入、そこにおける分数の意味づけについて見ておくことにしたい。

学習指導要領（1989年）ではこの点について次のように述べている。

「簡単な場合について、小数及び分数について知り、それらを適切に用い、漸次それぞれのよさが分かるようにする。

ア　端数部分の大きさや等分してできる部分の大きさなどを表すのに小数や分数を用いること。また、小数や分数の表し方について知ること」(36)。

ここでは、分数または小数について、「端数部分の大きさ」または「等分してできる部分の大きさ」を表現する数という意味づけが与えられているが、両者の対応関係については明確に述べていない。この点について指導書の解説を見よう(37)。

「小数は、第3学年で、ある量を測定したときの端数部分の大きさを表すものなどとして導入される」。

「分数も第3学年から、最初は、ある量の大きさを何等分かした一つ分を表すとか、ある量の端数部分の大きさを表すとかの形で導入される」。

ここでも、分数については、先に見た2つの意味を並列するに止まっている。しかしながら、この2つの意味の関係については次の解説を見ると明確になる[38]（[ ] 内は引用者）。

「[子どもは] ある大きさの半分とか、そのまた半分といった大きさを表すことについても日常生活の中で経験してきている」。

「分数については、[このような]等分などの経験を基にして、$\frac{1}{2}$、$\frac{2}{3}$などのような分数の表し方を知らせ、これらの分数が$\frac{1}{3}$ m や$\frac{1}{3}$ ℓ などのように端数部分の大きさを表すのに用いられることに着目させる」。

ここでは、子どもの日常生活における等分割の経験に依拠して、まず「等分してできる部分」を表現する数として分数を意味づけ、次に「端数部分の大きさ」としての意味を付与するという導入過程が構想されている、ととらえることができる。ここで最初に行なわれる意味づけは、これまで用いてきた用語によれば、《分割分数》による意味づけということになる。従って、学習指導要領・指導書においては（従って算数教科書においても）、分数は、《分割分数》によって意味づけられ、導入されているのではないか、という予想が成り立つ。

第1章において確認したように、《分割分数》については、分割操作の対象が普遍単位量であるか、任意に与えられた量であるかによって、《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》とに区別される。そして、このような観点からは、学習指導要領・指導書においては、「ある量」と述べるに止まり、等分割操作の対象について明確に述べられていない点を指摘しなければならない。「端数部分の大きさ」を表現する分数については、先の引用において$\frac{1}{3}$ m や$\frac{1}{3}$ ℓ が例示されていることから、《量を表現する分割分数》が想定されていると言える。しかしながら、「等分してできる部分の大きさ」を表わす分数については何も述べていないのである。

以上の考察から、学習指導要領・指導書においては（従って算数教科書においても）、《分割分数》によって分数が意味づけられ、導入されているであろうこと、しかしながら、そこにおける等分割操作の対象が明示されていないことから、《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》との区別については不明確であるという問題点が予想される。

2－(2)　銀林浩による教科書分析について

分析に入る前に、銀林浩による教科書分析[39]について検討しておくことにしよう。そして、それを通して、本論文における分析の視点をあらかじめ明らかにしておきたい。

銀林は、検定教科書における分数の導入を次の3つに分類している。

(1)「分割分数の概念をまず導入し、それを単位に適用する分割分数派」。

(2)「最初から端下の数値化に取り組む量分数派」。

(3)「いきなり単位を等分するという分割分数に近い中間派」。

まず、(1)「（純粋の）分割分数派」について。この「派」に属するものとしてあげられているのは、教育出版と大日本図書発行の教科書（『新版算数』および『たのしい算数』）である。銀林によれば、「どちらも、『分けた大きさ』の項で分割分数の概念を導入し、次の『端下の大きさ』の項でこれを単位（1 m や 1 dℓ）に適用する」。しかしながら、「分割分数の概念といってもごく中途半端なもので、結局は量分数へいく中間過程のようなものにすぎない」。

ここで、われわれは「分割分数」「量分数」という言葉について次の点を指摘しておかなければならない。詳しくは後述の教科書分析に譲るが、いずれの教科書においても、分数の導入として、量に対する n 等分操作、およびそれによって生じた量ともとの量との関係を表現する言葉が教えられている。等分操作の対象となる量は、任意に与えられた量→普遍単位量の順になっている。従って、先に確認した言葉の意味によれば、銀林の言う「分割分数」とは《割合を表現する分割分数》、「量分数」とは《量を表現する

分割分数》と理解すべきである。従って、銀林の言う「(純粋の) 分割分数派」をわれわれの言葉によって表現すれば、それは、《割合を表現する分割分数》から《量を表現する分割分数》へと分数を導入する立場ということになる。

なお、銀林はこの方針について検討を加え、教育出版発行の教科書については、端下量の表現方法についての問いに対して、「いきなり、『端下の長さは、1mを3等分した長さです』と断定されている」ことを問題にし、「このことがどうやって見つけられるかにはひと言も触れられていない。図示されていれば、いわば結果はもうわかっているわけでその通りだが、『3等分』の『3』がどうやって求められるかは明らかでない」。また、大日本図書発行の教科書についても、互除法の採用により、「それはそれなりに『3つ分』の『3』を見つける1つの方法にはなっている」が、「それならわざわざ分割分数の概念を前提としないでもすむはずだろう」と述べている。いずれも分割分数による分数指導の論理に関わる指摘である。この点については後に検討することにしたい。

次に、(2)「最初から端下の数値化に取り組む量分数派」について。これについては、啓林館と学校図書発行の教科書(『算数』および『小学校算数』)がそれにあたる。啓林館では「最初から端下(両手を広げた長さ)の数値化から出発しているという点」、学校図書についても「1dℓマスで測った端下の数値化から分数を導入している」点が、それぞれ理由としてあげられている。

しかしながら、われわれは、次の理由により、これらの教科書を同じグループに入れることは出来ない。確かに、教科書において分数が導入されるページのテーマは「はしたの大きさの表し方」(啓林館)、「はんぱのあらわし方」(学校図書)となっており、「最初から端下の数値化に取り組」んでいる。しかしながら、その点だけを根拠に両者を「量分数派」とするのは不適切であると言わざるを得ない。あらかじめ分析結果を先取りする形で述べることになるが、同じく「最初から端下の数値化に取り組む」としても、導入過程において定義される分数の意味は異なっているからである。まず、銀林の言う「量分数」については、《量を表現する分割分数》なのか、《商分数の論理にもとづく量分数》なのか、意味が区別されていない。そして、後述するように、啓林館発行の教科書では前者のみが、学校図書発行の教科書については両者がともに、分数の定義として教えられているのである。従って、啓林館発行の教科書については《量を表現する分割分数》による導入、学校図書については《商分数の論理にもとづく量分数》から《量を表現する分割分数》へ、とするのが適当であろう。

ただし、啓林館発行の教科書については、銀林も、「中身をよく見ると、…これも内実は…、分割分数を前提としている」と述べ、このような分類が不適切であることを自ら述べている。また、学校図書発行の教科書については、「『等しく分けた大きさ』という項」について、そこで教えられる分数の意味を「前項の『いくつ分で単位』という概念に帰着させる必要があるが、それはない」と述べている。これは、学校図書の教科書による導入過程に現われる分数に関する2つの定義について、両者が統一されていない、という指摘であろう。この点については分析の中で検討することにしたい。

最後に、(3)「いきなり単位を等分するという分割分数に近い中間派」について。これについては東京書籍と大阪書籍発行の教科書(『新しい算数』および『小学算数』)がそれにあたる。これらの教科書について、銀林は、「どちらもただ分割分数を途中に差し挟んでいるだけ」であり、「《2兎を追う》ことと同じであって、分数概念をいっそうわかりにくくしているのではなかろうか?」と述べている。ここでは「中間派」および「2兎」という言葉の意味が明確でない。銀林は、先の指摘に続けて次のように述べている。

「わずかにO[大阪書籍を指す]の場合、
『いくつ合わせると1ℓになるでしょう』

と互除法もどきの問を置いているが、仕切りがはいっていて分割数がわかってしまうのでは、あとでそうした発問をしても意味はなかろう。T［東京書籍］の場合も単元の最後に『端下の表わし方』という囲み欄があってこれを扱っているが、これもあとでは意味がない」。

これらの引用から、ここで「中間派」または「二兎」として念頭に置かれているのは、おそらく、《量を表現する分割分数》と《商分数の論理にもとづく量分数》ではないかと思われる。この解釈が正しいとすれば、ここでも次の点を指摘しておかなければならない。われわれの分析によれば、分数の定義として採用されているのは、いずれの教科書においても、《分割分数》のみであって、（例えば学校図書のように）《商分数の論理にもとづく量分数》によっても分数が定義されているとは考えにくい。先に銀林が問題としていた教科書（東京書籍）の記述においては、単位量に対するｎ等分操作によって生じた量の表現として分数$\frac{1}{n}$を定義した後（《量を表現する分割分数》による定義）、互除法によって導かれた端下量と単位量との関係（ｎ倍）を分割分数の論理によって表現しているに過ぎず、そこにおいて《商分数の論理にもとづく量分数》による定義が行なわれているわけではない。それよりも、先に述べた観点からすれば、これらの教科書については、同じ《分割分数》についても、《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》の混在を指摘しなければならない。

このように、また前節において見たように、現在の算数教科書における分数の導入においては《分割分数》による意味づけが中心になっている、ととらえることができる。そして、教科書分析にあたっては、この《分割分数》について、《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》とを区別することが重要な視点となる。そして、このような視点からは、教科書における導入過程は次のように分類することができる。①前者のみを採用しているもの。②前者を基調としながらも、そこに後者が混在しているもの。③後者→前者の順になっているもの。④前者による導入の前に、互除法から《商分数の論理にもとづく量分数》による定義を導いているもの。

2－(3)　算数教科書における分数の導入過程

ここでは、先に述べた分類に従って教科書分析を行なうことにする。ここで行なう分析作業は、この分類の妥当性を検討することになるだろう。

ここで分析対象とする教科書は次の４つである（いずれも1991年文部省検定済、1992年度用）。

①「算数」（細川藤次・杉岡司馬ほか18名著、啓林館発行）。

②「小学算数」（平林一栄・石田忠男ほか21名著、大阪書籍発行）。

③「新版算数」（茂木勇・片岡重男監修、雨宮文彦・植松茂暢ほか16名著、教育出版発行）。

④「小学校算数」（川口廷・一松信ほか31名著、学校図書発行）。

なお、①～④の番号は、先に述べた分類に対応している。以下においては、この分類と順序に従って、分数の定義、意味付けを中心に、分数の導入過程を分析することにする。なお、分析にあたってはこれらの児童用書を主たる対象とするが、その際、各教科書会社から発行されている教師用指導書も参考にすることにする。ただし、その引用部分についての注記は省略することにしたい。

①《量を表現する分割分数》による導入

ここでは、『算数』（啓林館発行）における分数の導入過程を見ていく。

この教科書では、第３学年（下巻）24ページから分数を導入している。はじめに、黒板に黄、青、赤の３色のテープを貼った写真があり、テープの左には、「先生」「ひろし」「よう子」と書かれている。その下には１ｍに区切った緑色のテープが２本、横につなげて貼ってあり、上に貼られた３本のテープが、いずれも１ｍより長

く２ｍよりは短いことがわかるようになっている。この写真について「みんな１ｍより長いね」というコメントがあり、１ｍより長い部分については「はした」と記されている。そして、この記述について「りょう手をひろげた長さをしらべてみましょう」として、次のような文が書かれている。

りょう手をひろげた長さを、テープにうつしとってくらべましょう。

１ｍをこえるはしたの長さを切りとり、はしたの長さは１ｍのどれだけにあたるかをいいましょう。

さらに、この文の下に（50cmと１ｍの）テープが図示されており、この問題に答える形で、男の子が「はしたは50cmだよ」、女の子が「cmをつかわないで考えると…」「１ｍのちょうど半分の長さだわ」と言っている図も描かれている。

これらの記述より、この教科書では、端下量（長さ）の表現として分数が導入されているといえる。そして、「はしたの大きさの表し方を考えていきましょう」として、「①はしたの大きさの表し方」（25ページ）に入る。

教師用指導書によれば、ここでは、「１ｍを越えるはしたの部分を調べるのに、１ｍのテープを同じ長さにいくつかに折ってくらべさせる。そして、１ｍのテープを同じ長さに２つ（３つ）に分けた１つ分の長さを『（１ｍの）２分の１（３分の１）』と言うことを知らせる」。

まず、①として、㋐として黄色のテープ（$\frac{1}{2}$m）、㋑として水色のテープ（$\frac{1}{3}$m）、そして、その下に緑色のテープ（１ｍ）が縦に並べて図示されている（ただし、長さが表示されているのは緑色のテープのみである）。そして、この図について、以下のような問題が提示されている。

１ｍのテープの長さをもとにすると、㋐、㋑のテープの長さは、どのように表したらよいでしょう。

１ｍのテープを、同じ長さにいくつかにおってくらべましょう。

まず、㋐と１ｍのテープが並べて描かれている。ここでは、教師用指導書によると、「㋐は１ｍのテープの半分だから、１ｍのテープを２つに折った１つ分になっている」。このことを通して「『２分の１』を理解させる」のである。

児童用書では、㋐のテープの長さ（２分の１）を次のように定義している。

㋐のテープの長さは、１ｍのテープを同じ長さに２つに分けた１つ分の長さになっています。

㋐のテープの長さは、１ｍの**２分の１**であるといいます。

次に、破線で描かれた１ｍのテープが３つに等分してあり、そのひとつ分のところまで先の㋑のテープがおかれて（水色に塗られて）いる。そして、以下のように㋑のテープの長さを表現している。

㋑のテープの長さは、１ｍの**３分の１**になっています。

そして、次の26ページでは以下のような問題が出されている。

③　１ｍのテープを、同じ長さに３つに分けました。

㋐　１つ分の長さは、何ｍといえばよいでしょう。

そして、３つに等分してある１ｍのテープが図示されており、その１つに「□ｍ」と記されている。

教師用指導書によれば、ここでは、「前時の学習を踏まえて、１ｍのテープを同じ長さに３つに分けた１つ分の長さの表し方について考えさせ」、「１ｍの３分の１の長さを『$\frac{1}{3}$m（３分の１メートル）』と表すことを知らせる」。

児童用書では、次のように$\frac{1}{3}$mが定義されている。

１ｍの３分の１の長さ

……**$\frac{1}{3}$m（３分の１メートル）**

ここまでの記述からわかるように、この教科書では、端下量の表現として分数を導入してはいるが、端下量で単位量を測る（互除法を用いる）のではなく、単位量の方を等分割して端下量を表現するという方法をとっている。そして、単位量をｎ等分した１つぶんを（単位量の）ｎ

分の1と定義している。このことから、この教科書では《量を表す分割分数》で分数を導入していると言える。

次に、先の記述に続けて以下のような問題が提示されている。

㋑　2つ分の長さは、何mといえばよいでしょう。

ここでは、「[$\frac{1}{3}$mの] 2つ分の長さの表し方について考えさせる」。そして、「[1mのテープから$\frac{1}{3}$mをのぞいた]残りのテープについて、$\frac{1}{3}$mの2つ分の長さになっていること、また、1mを3つに分けた2つ分の長さであることに気づかせ」、「$\frac{2}{3}$m（3分の2メートル）について理解させる」。

児童用書では、㋐と同様、3つに等分してある1mのテープを図示し、次のように$\frac{2}{3}$mを定義している。

$\frac{1}{3}$mの2つ分…**$\frac{2}{3}$m（3分の2メートル）**

ここでは、先の《量を表す分割分数》の論理を適用し、単位分数の自然数倍として、（分子が1でない）真分数を定義している。

次に、「$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$のような数を**分数**といいます」として分数を定義し、「分子」「分母」の用語を教えている。以下においては、この定義を用いて解くことのできる問題が出されている。

以上の分析により、この教科書における分数の導入過程は以下のようにまとめられる。

まず、「はした大きさの表し方」として、端下量（長さ）の表現として分数を導入している。そして、互除法ではなく、単位量の等分割によって端下量を数値化している。従って、単位分数については《量を表す分割分数》によって導入していると言える。また、次の（分子が1ではない）真分数の指導においても、その自然数倍として、《量を表す分割分数》で定義されている。

このように、この教科書における分数の導入は《量を表す分割分数》で一貫していると言うことができる。

②《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》の混在

ここでは、『小学算数』（大阪書籍発行）における分数の導入過程を見ていく。

この教科書では、第3学年（下巻）4ページから分数を導入している。はじめに、女の子と男の子が、ビーカーに水をあけながら、各々「2つに分ける」、「3つに分ける」と言っているさし絵が描かれている。次に、「1同じように分けた大きさ」で、以下のような問題が提示されている。

(1)　1ℓますに水を入れました。水のかさをしらべましょう。

そして、㋐水が1ℓますにちょうど入っている図、㋑水が1ℓますに半分まで入っていて、ますに付された10等分の目盛りによってそのことがわかるようになっている図、㋒1ℓますに10等分の目盛りだけでは読み切れない量の水が入っており、さらにそれが1ℓの$\frac{1}{3}$であることがわかるように1ℓますを破線で3等分してある図が描かれている。そして、以下のように問題が提示されている。

㋐のかさは1ℓです。㋑、㋒のかさは、㋐のかさをそれぞれいくつに分けた1つぶんでしょうか。

教師用指導書によると、ここでは、「小数で表すと、㋑は0.5ℓといえるが、㋒は小数では表せないことから考えていく。㋒の液量は㋐の液量の『3分の1』といえばよいことを知る」。

ここでも、端下量の表現として分数が導入されているが、その過程において小数との関連が問題になっている。単位量の10等分によって新しい単位を作る方法（これは小数の導入においてすでに学習済みである）では与えられた量を表現することができないことから、それ以外の自然数によって単位量を等分することから分数を導入しているのである。

児童用書では、次のように3分の1を定義している。

同じ大きさに3つに分けた1つぶんの大きさを、もとの大きさの**3分の1**といいます。

このように、この教科書では初めから単位量

の等分割を行なっている。しかしながら、ここで言っている「もとの大きさ」とはあいまいな言葉である。ここでは、それが普遍単位量なのか、任意の量なのかを問題にしなければならない。この点については、次の(2)、(3)、(4)の問題（5ページ）でも、1 ℓや1 mの$\frac{1}{a}$を問う問題となっていることから、普遍単位量を意味するものと考えることができる。ただし、次に「(1)〜(4)の練習」として次のような問題が出されていることに注意しなければならない。

いろいろなしかたで色紙をおって、もとの大きさの4分の1をつくりなさい。

そして、同じ大きさの正方形が3つあり、そのうちの1つは各辺の中点を結ぶ方法によって面積が4等分され、その1つが水色に塗られている。他の2つの正方形には何も記入されていないが、教師用指導書では、縦に4等分する方法、対角線による方法が例示されている。

この「もとの大きさ」とは、普遍単位量であるのか、不定量であるのか。教師用指導書では、「色紙の正方形を利用し、折る操作を通して4つに等分し、4分の1をつくる」とあるのみで、この点については何も述べていない。ここでは、最初からn等分された量を提示するのではなく、基準となる量に対するn等分操作を通して、もとの量のn分の1を子どもに作らせることが主たる内容になっているのであろう。しかしながら、ここでの操作の対象が(面積の)普遍単位量になっていると言うことはできないし、教師用指導書においても、そのことはどこにも述べられていない。これらの点から、ここで教えられている「4分の1」については、それが《割合を表現する分割分数》になっていること、従って、この教科書においては、《量を表現する分割分数》の中に《割合を表現する分割分数》が混在していることを指摘しなければならない。

次に、「2分数」(6ページ)では、「(1) 1 ℓますに水が入っています」として、その下に、ぁ$\frac{1}{3}$ℓ水が入っているます、ぃ$\frac{2}{3}$ℓ入っているます、ぅ$\frac{3}{4}$ℓ入っているますが図示してある（ただし、液量については表示されているわけではない)。そして、この図について、「①ぁのかさは何ℓでしょうか」と問うている。教師用指導書によれば、ここでは、「1 ℓを基準量にしたとき、ぁは1 ℓの3分の1で、$\frac{1}{3}$ℓと表すことを知る」。そして、次のように、「$\frac{1}{3}$ℓの書き方、読み方を知る」。

1 ℓの3分の1を$\frac{1}{3}$ℓとかき、「3分の1リットル」とよみます。

ここでは、すべて普遍単位量を基準としていることから、《量を表す分割分数》が教えられていると言えるだろう。

次に、先の図について、児童用書には以下のような記述がされている。

② ぃはぁのいくつぶんでしょうか。

教師用指導書によると、ここでは、「分数が、単位分数のいくつ分で表されることを知る」。すなわち、「ぃの水のかさを調べる」と、「ぁの2つ分」または「1 ℓを3つに分けた2つ分」であり、このことによって「$\frac{2}{3}$ℓの意味を知る」のである。

児童用書では次のように$\frac{2}{3}$ℓを定義している。

$\frac{1}{3}$ℓの2つぶんを$\frac{2}{3}$ℓとかき、「3分の2リットル」とよみます。

このように、ここでは、先の《量を表す分割分数》の論理を適用し、単位分数の自然数倍として、(分子が1でない)真分数を定義している。

そして、「$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$、$\frac{3}{4}$のような数を**分数**といいます」と分数を定義し、以下においては《量を表す分割分数》の論理を用いて解ける練習問題が続いている。

以上の分析により、この教科書における分数の導入過程については次のようにまとめることができる。

この教科書では、初めから単位量（液量）の等分割により、《量を表す分割分数》で分数を定義している。しかしながら、そこには、基準量が普遍単位量になっているとは考えにくい記述もあり、《割合を表す分割分数》が混在している。また、分数の導入過程において小数との関連が問題になっている。

③《割合を表現する分割分数》から《量を表現する分割分数》へ

ここでは、『新版算数』(教育出版発行) における分数の導入過程を見ていく。

この教科書では、第３学年 (上巻) 76ページから分数を導入している。まず、〈分けた大きさ〉として、次のような問題が提示されている。

☆　ひろ子さんとあきらさんは、おり紙を下の図のようにおって切りました。切りとったところの大きさは、もとの大きさのどれだけでしょうか。

その下に、ひろ子さんが正方形のおり紙を２等分にした図と、あきらさんが (同じ正方形のおり紙を) ４等分にした図が描かれている。そして、77ページで以下のように記述されている。

①　ひろ子さんが切りとったところの大きさは、もとの大きさを、同じ大きさにいくつに分けた大きさでしょうか。

同じ大きさに２つに分けることを２等分するといいます。

２等分した１つぶんの大きさを、もとの大きさの**二分の一**といいます。

教師用指導書によれば、ここでは、「同じ大きさに２つに分けることを**『２等分する』**ということを知らせる。また、２等分した１つ分をもとの大きさの二分の一ということを理解させる」。

また、「②あきらさんが切りとった大きさ」についても、これと同様に「もとの大きさの四分の一」としている。

このように、ここでは、量に対するｎ等分操作が教えられ、それによって生じた量をもとの量との関係において表現する言葉 (もとの量の「ｎ分の１」) として、分数が導入されている。このような分数の導入過程について、ここでは、等分操作の対象となる量が普遍単位量にはなっていないことを指摘しなければならない。このページでは、以下において、問題①②があるが、①ではこれと同じおり紙の４等分および５等分、②では赤いテープの３等分が行なわれており、いずれも普遍単位量の等分割になっているとは考えにくい。従って、この教科書においては、「不定量をａ等分した１つ分がａ分の１」という《割合を表す分割分数》によって分数を導入していると言うことができる。

78ページでは、〈はしたの大きさ〉として、「１ｍと少し」の青テープを図示し、次のように問題を提示している。

☆　たかしさんは、かざりを作るためにテープの長さをはかっています。

下の青いテープは、何ｍといったらよいでしょうか。

そして、その長さが「１ｍと□ｍ」と記された「青いテープ」が図示され、次の文が続いている。

青いテープは、１ｍとあと少しはしたがありました。

はしたの長さは何ｍでしょうか。

さらに、１ｍのテープの$\frac{1}{3}$のところまで (この$\frac{1}{3}$は、はんぱの大きさ分である) 色が塗られている図が描かれている。教師用指導書によれば、「ここでは、[先の□ｍについて] １ｍより短い長さを表すことをおさえる。半端の長さをもとにして１ｍの長さを測りとって調べさせて、ちょうど３つ分あることをとらえさせ、[半端の長さが] １ｍを３等分した長さであることをおさえる」。そして、「これを、三分の一メートルといい、$\frac{1}{3}$ｍと書くことを知らせる」のである ([　] 内は引用者)。

児童用書では、以下のように$\frac{1}{3}$ｍの定義をしている。

はしたの長さは、１ｍを３等分した長さです。

１ｍを３等分した１つぶんの長さは、**三分の一メートル**です。

三分の一メートルは$\frac{1}{3}$ｍと書きます。

青いテープの長さは１ｍと$\frac{1}{3}$ｍです。

この解説は、先に見た、「『３等分』の『３』がどうやって求められるかは明らかでない」という銀林の指摘に関連している。ここでは、半端量で単位量 (１ｍ) を測ること (互除法) により、《半端量×３＝単位量》という関係を発見

させ、そこから、《単位量÷３＝半端量》を導いている。そして、《単位量をｎ等分した１つぶんは（単位量の）ｎ分の１》という《量を表す分割分数》の論理を教え、この関係にそれを適用して、半端量は単位量（１ｍ）の$\frac{1}{3}$、すなわち$\frac{1}{3}$ｍであることを導いているのである（このページでは、以下、《量を表す分割分数》の論理を用いて解ける問題が出されている）。

79ページでは、「☆黄色いテープの長さは何ｍでしょうか」という問題があり、その下にテープを提示している。このテープのはした分のところは、１ｍの$\frac{2}{3}$とわかるように点線で示してある。そして、「はしたの長さは何ｍといえばよいでしょうか」と問題を提示している。

教師用書によれば、ここでは、「点線の部分の長さ（半端量）で１つ折り、２つ折りしていって半端２つ分でちょうどはしたの長さにぴったり重なることを確認させる」。そして、児童用書の次の記述に続く。

はしたの長さは１ｍを３等分した２つぶんの長さで、**三分の二メートル**といいます。
三分の二メートルは$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ｍと書きます。
黄色いテープの長さは１ｍと$\frac{2}{3}$ｍです。

ここでは、先に教えられた《量を表す分割分数》の論理を適用し、単位分数の自然数倍として（分子が１でない）真分数を教えている。

そして、「$\frac{1}{4}$、$\frac{2}{3}$などの数を**分数**といいます」と分数を定義している（以下においては《量を表す分割分数》の論理を用いて解く問題が出されている）。

以上の分析により、この教科書における分数の導入過程は次のようにまとめることができる。

初めに、〈分けた大きさ〉において、不定量の等分割を通して《割合を表す分割分数》を教える。次に、〈はしたの大きさ〉において、端下量（長さ）の数値化を通して分数を教えている。数値化の方法としては、普遍単位量を等分する方法が採られており、それを通して《量を表す分割分数》が教えられている。なお、この過程において、単位量を何等分するかを発見する手段として互除法が用いられている。

このように、この教科書における分数の導入は、《割合を表す分割分数》から《量を表す分割分数》へ、という過程を辿っていると言うことができる。

④《商分数の論理にもとづく量分数》から《量を表現する分割分数》へ

ここでは、『小学校算数』（学校図書発行）における分数の導入過程を見ていく。

この教科書では、第３学年（下巻）48ページから分数を導入している。はじめに次のような文が書かれている。

入れものにはいる水のかさを、１dℓ ますに入れてしらべましょう。

そして、その下に、水が１dℓ と半端入っているコップとちゃわんの図が描かれている。

教師用指導書によれば、ここでは、「具体物の測定では端数が生じることを経験させ、そのいい表し方を考えさせる」。コップに入っている水の量については「１dℓ とちょっと」、ちゃわんに入っている水の量については「１dℓ と半分より少ない」といった表現が例示されている。

次に、「①はんぱのあらわし方」では「端数部分を、数で表すことを考えさせる」。

まず、以下のような問題が提示されている。

(1)　コップにはいる水のかさを、１dℓ ますではかったら、１ぱいと、はんぱがあと少しありました。

①　はんぱは、どうあらわしたらいいでしょうか。

そして、その横に、１dℓ ますに先の半端分の水が入った図と、女の子が「小数でいえるかな」と言っている図が描かれている。教師用指導書によれば、ここでは、「コップに入る水のかさのはんぱの表し方について話し合う」。そして、「『ちょっと』や『少し』の言葉を使って表現させる」。「既習の小数では、きちんと表わせないことを確認する」。

この記述より、おそらく教科書の意図としては、10等分の目盛りしかつけてない１dℓ ますだ

と、$\frac{1}{4}$＝0.25で読み切れない。まだこの段階では小数第二位は教えられていないので、子どもは小数で表現することはできない。そこで、「はんぱで単位を測ればよい」として、これを分数の考え方につなげようとするものであろう。ここでも、分数の導入過程において小数との関連が問題になっている。測定の際に生じた端下量を表現するのに、単位量の10等分によって新しい単位を作るという（小数の導入においてすでに学習済みの）方法では表現することができないことから、端下量で単位量を測定する方法（互除法）を導いているのである。次の問題はそのための教材である。

② はんぱのかさは、いくつ分で1dℓになるでしょうか。

この文の下に、はんぱ一つ分の水が1dℓますに入っており、それが2つ分、3つ分と増えていき、はんぱ4つ分でちょうど1dℓになっていく過程が図示されている。教師用指導書によると、ここでは、「はんぱのかさが、いくつ分で1dℓになるか考える」。「黒板に画用紙と同じ大きさの1dℓますの絵をかいておき、縦に4等分した画用紙を、下から順に重ねていき、4つ分でちょうど1dℓになることを説明する」。

そして、この関係をもとに、49ページにおいて、次のように$\frac{1}{4}$が定義されている。

4つ分で**1**dℓになるかさを、「**四分の一デシリットル**」といい、$\mathbf{\frac{1}{4}}$**dℓ**と書きます。

以上の分析により、①－(1)では、互除法による端下量（液量）の表現を通して、「a個分で1になる大きさは$\frac{1}{a}$」という《商分数の論理に基づく量分数》が教えられていると言える。そして、(2)では分数の記法を教え、(3)では液量やテープの長さの半端部分を、互除法を用い、《商分数の論理に基づく量分数》によって表現する問題が出されている。

次に、50ページでは［等しく分けた大きさ］として、以下のように問題が提示されている。

(4) 1mのテープを、長さが等しくなるように分けています。

① 4人で等しく分けると、一人分の長さは、何mになるでしょうか。

そして、その下に、4等分の目盛りをつけた1mのテープの図が描かれており、そのひとつ分に「□m」と記されている。

教師用指導書によると、ここでは、「1mのテープを、長さが等しくなるように4つに分けた1つ分の長さは何mか話し合う」。そして、「テープを4つ折りにして広げると、4等分できることをおさえる」。「どこも$\frac{1}{4}$mとなることを確認させる」。

児童用書では、以下のように$\frac{1}{4}$を定義している。

1mを**4**つに等しく**分**けた**1**つ分の長さを、$\mathbf{\frac{1}{4}}$**m**といいます。

以上の分析により、(4)－①では、「単位量をa等分した1つぶんが$\frac{1}{a}$」という、《量を表す分割分数》を教えているといえる。

なお、教師用指導書において、この分数は「分けた分数」と表現されている。「等分した長さや液量の大きさを表す分数を『等分割による分数』といい、いくつに分けるかが、あらかじめわかっているから、決められた分数の長さや液量を作り出すときに使われる」。これに対して、先に見た《商分数の論理に基づく量分数》は「測った分数」とされている。「端数部分の長さや液量をもととして、そのいくつ分で単位量になるかという分数を『測定による分数』といい、未測の量を表現するときに、使われる」。

このように、教師用指導書において、これらの分数は「2つの分数」として区別されているわけであるが、先に見た銀林の指摘との関連では、この「2つの分数」の統一について問題にしなければならない。

この点について、教師用書においては、$\frac{1}{4}$の定義についての先の引用に続けて、「前時で扱った、はんぱの分数の$\frac{1}{4}$mと比べさせ、等しくなっていることを確認させたい」とある。この指導においては、$\frac{1}{4}$という分数に関して、2つの論理を統一することが教育内容として設定されていると言える。

しかしながら、児童用書50ページにおいては《量を表す分割分数》に関する練習問題が続いているが、ここには、先に見た《商分数の論理に基づく量分数》による分数の定義と《量を表す分割分数》による定義とを関連づける記述を見ることができない。従って、少なくとも児童用書においては、定義が異なっても分数の表現する量は同じであるということは教育内容として設定されていないと言わざるをえない。

次に、「2分数のしくみ」（51ページ）では、（分子が1でない）真分数が教えられる。まず、以下のような問題が提示されている。

(1)　かびんにはいる水のかさは、1dℓとあと何dℓでしょうか。

そして、4等分の目盛りがついた1dℓますが図示されており、女の子が、「はんぱのかさは$\frac{1}{4}$dℓの3つ分になっているわ」と言っている絵も描かれている。教師用指導書によれば、ここでは、「等分した1つ分の大きさをもとにして、分数の構成と表し方を理解させる」ことがねらいである。そのために、子どもには「吹き出しの言葉をもとに考えさせ」、「$\frac{3}{4}$ℓは、$\frac{1}{4}$ℓの3つ分であることを理解」させる。

児童用書では次のように$\frac{3}{4}$を定義している。

◆　$\frac{1}{4}$dℓの3つ分を$\mathbf{\frac{3}{4}}$**dℓ**と書き、「**四分の三デシリットル**」と読みます。$\frac{3}{4}$dℓは、1dℓを4つに等しく分けた3つ分の大きさです。

このように、2－(1)では、《量を表す分割分数》を適用して、「$\frac{1}{a}$のb個分が$\frac{b}{a}$」というように、単位分数の自然数倍として（分子が1でない）真分数が教えられている。従って、ここでは、先に見た互除法も、《商分数の論理にもとづく量分数》による定義も行なわれていない（以下においては《量を表す分割分数》の定義を用いて解ける練習問題が続いている）。

52ページでは、分数の定義について以下のような記述がされている。

$\frac{1}{3}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{5}{8}$のような数を、**分数**といいます。

線の下の数を**分母**といい、線の上の数を**分子**といいます。

◆　分母は、もとの大きさをいくつに分けたかをあらわします。

分子は、分けたものをいくつあつめたかをあらわしています。

この記述より、この教科書では、最終的には《量を表す分割分数》が採用されているといえる。

以上の分析により、この教科書における分数の導入過程について以下のようにまとめることができる。

端下量（液量）の表現として分数を導入し、互除法を用い、《商分数の論理に基づく量分数》によって単位分数を定義する。次に、同じ単位分数について、単位量の等分割を通して、《量を表現する分割分数》によって定義を行なっている。ただし、少なくとも児童用書においては、この2つの定義の結び付けは行なわれていない。（分子が1でない）真分数の指導においては、互除法は用いず、《量を表す分割分数》によって分数を定義している。そして、最終的には《量を表す分割分数》が採用されている。

このように、この教科書における分数の導入は、《商分数の論理にもとづく量分数》から《量を表す分割分数》へ、という過程を辿っているといえる。

3．おわりに

2－(3)で行なった分析から、算数教科書の全般的な傾向として次の2点を指摘することができるだろう。(1)連続量の測定において端下量が生じる場面が設定され、その端下量の表現として分数が導入されている。(2)その方法としては、（互除法ではなく）単位量の分割という方法が採られている。分数は《量を表現する分割分数》として導入されているのである。

このような導入過程については、2－(1)で見た、学習指導要領・指導書の規定によるところが大きいと考えられる。しかしながら、それと同時に、1で見た研究の成果が生かされていることも確かである。ここでは、1で行なった考

察との関連から、算数教科書における分数の導入過程について、次の2点を指摘することができる。

第1に、〈量の分数〉か〈割合分数〉か、という問題については、ほとんどの教科書が〈量の分数〉(ここでは《量を表現する分割分数》)を選択している。ただし、2－(3)－②において見たように、この《分割分数》について、《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》の区別が確立されているわけではない。〈量の分数〉か〈割合分数〉かという問題は、《量を表現する分割分数》か《割合を表現する分割分数》かという問題として、現在においても残されている。

第2に、《量を表現する分割分数》を採用し、単位量のn等分として分数$\frac{1}{n}$を導入した場合、小数との違いをどのように説明するかという問題が生じる。この点について、教科書では、'何等分するか'という数(n等分の'n')の違いとして説明されている。換言すれば、分数の特別な場合(分母が10のべきになっている分数)として小数が説明されているのである。そこには、1－(3)(4)(6)において見たような、小数と分数の違いを、その発生過程にまで遡って説明しようという志向を見ることはできない。

ただし、このことは、教科書において互除法がまったく教えられないことを意味するものではない。単位量の等分割によって分数を導いた場合、指導過程の問題として、'何等分するか'という数をどのようにして発見させるかという問題が生じる。この点について、2－(3)－①②では単位量に記した目盛りによって最初から(いわば天下りに)与えているが、③では、この点についての説明が行なわれており、そこに互除法が用いられている。換言すれば、互除法は、(単位量に対する)n等分の'n'を発見する手段として、《量を表現する分割分数》による分数の導入過程の中に取り込まれているのである。

これに対して、④においては、同じく端下量の表現として分数を導入しながらも、その表現の方法として互除法を採用し、そこから、《商分数の論理にもとづく量分数》として分数の定義を導いている。ここには、分数を、その概念の発生過程から説明しようという志向を見ることができる。従って、小数との違いについても、先に見たような説明とは異なった説明が行なわれていると見ることができる。ただし、先に指摘した全般的な特徴と比較したとき、このような指導過程はむしろ例外に属すると言うべきであろう。

算数教科書における分数の導入過程は、《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》との区別の未確立、発生過程における分数と小数の違いに関する説明の欠如または不十分さという点で、現在の研究成果を踏まえたものにはなっていないと言わなければならない。

《註》

(1)　銀林浩「入門期の算数教育－その問題点の徹底検討」、1991年、太郎次郎社。同「ここが問題、いまの算数教育(小学校中学年編)」、1992年、国土社。「ここが問題だ、今の数学教育①～⑬」、『数学教室』No.497～509、1993年4月～1994年4月、国土社(現在連載中)。

(2)　銀林浩、前掲(1)「ここが問題、いまの算数教育(小学校中学年編)」、5ページ。

(3)　大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み(第1分冊・解説編)」、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年、2ページ。

(4)　「遠山啓著作集　数学教育論シリーズ5　量とはなにか－I内包量・外延量」、太郎次郎社、1978年、46～48ページ。

(5)　大田邦郎「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」、『数学教室』No.277、1976年3月、国土社、94～95ページ。

(6)　「尋常小学算術書」第4学年教師用、1927(昭和2)年、文部省、32ページ。

(7)　遠山啓・長妻克亘「量の理論」、明治図書、1962年、79ページ。

(8)　「尋常小学算術書」第5学年教師用、1927(昭和2)年、文部省、32ページ。

(9) 岡野勉「『小学算術』における分数の教育内容・教材構成の論理－導入から加法・減法の指導まで－」、『新潟大学教育学部紀要（自然科学編）』第35巻第2号、1994年、101ページ。
(10) 同上書、126～127ページ。
(11) 同上書、101ページ。
(12) 同上書、102ページ。
(13) 同上書、103ページ。
(14) 遠山啓・銀林浩編「わかるさんすうの教え方4」、むぎ書房、1983年、282ページ。
(15) 大田邦郎、前掲(3)論文、2ページ。
(16) 遠山啓・銀林浩編、前掲(14)書、287ページ。
(17) 同上書、315ページ。
(18) 新居信正「授業書〈量の分数〉第1部　量分数の大きさとその解説」、仮説実験授業研究会編『科学教育研究』No.5、国土社、1971年、212ページ。
(19) 同上書、221～222ページ。
(20) 同上書、222～224ページ。
(21) 同上書、224～226ページ。
(22) 同上書、228～229ページ。
(23) 大田邦郎、前掲(5)論文、96ページ。
(24) 「なぜ分数はむずかしいのか」、新居信正・荒井公毅『国土社の算数えほん《分数》1．分数ってなんだ！』、国土社、1989年、38～39ページ。
(25) 大田邦郎、前掲(5)論文、95～96ページ。
(26) 同上書、96ページ。
(27) 新居信正・荒井公毅、前掲(24)書、2～9ページ。
(28) 同上書、17ページ。
(29) 遠山啓、前掲(4)書、148～149ページ。
(30) 同上書、149ページ。
(31) 大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み（第2分冊・授業書編）」、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年、1ページ。
(32) 大田邦郎、前掲(3)論文、3ページ。
(33) 大田邦郎、前掲(31)論文、5ページ。
(34) 同上書、6ページ。
(35) 大田邦郎、前掲(3)論文、2ページ。
(36) 『小学校学習指導要領』、1989（平成元）年改訂版、文部省、第2章「各教科」、第3節「算数」、各学年の目標及び内容［第3学年］2．内容、A．数と計算(5)。
(37) 「小学校指導書算数編」、1989年6月、文部省、30～31ページ。
(38) 同上書、96ページ。
(39) 銀林浩、前掲(1)「ここが問題、いまの算数教育（小学校中学年編）」、126～132ページ。