

算数教科書における 分数の性質・大小関係の指導 (1)

岡野 勉*・大橋直子**

On the Teaching of Property and Order of Fraction in the Textbook of Arithmetic (Part 1)

Tsutomu OKANO and Naoko OHASHI

目 次

| | |
|---------------------------|------------|
| 0. はじめに | 39 |
| 1. 分数の性質・大小関係の指導に関する諸問題 | 40 (以上、本号) |
| 2. 算数教科書における分数の性質・大小関係の指導 | (以下、次号) |
| 3. おわりに | |

0. はじめに

本稿の課題は、1989年学習指導要領にもとづく算数教科書における分数の性質・大小関係の指導を分析し、現在の実践と研究の到達点からそれに対する評価を試みることにある。そのために、まず、既存の教科書、指導プランの検討を通して、分数の性質・大小関係の指導に関する諸問題およびそれに関する現在の到達点の整理を行ない(第1章)、学習指導要領・指導書および算数教科書を対象に、そこにおける分数の性質・大小関係の指導に関する分析を試みた(第2章)。終わりに、第1章で行なった考察にもとづいて、第2章の分析結果に対する評価を試みた(第3章)。

なお、本稿は、分数の導入過程に関して分析を試みた前稿⁽¹⁾の続編として執筆された。執筆にあたっては、岡野が1-(0)×6、2-(1)×2、3を、大橋が1-(1)~(5)、2-(3)をそれぞれ分担し、全体に渡って岡野が加筆・訂正を加えた。

現行の算数教科書の基本的性格については、前稿と同様のとらえ方を引き継いでいる。それは、(1)「日常生活に必要な数量的知識を教える」ことを目的とする伝統的な算数教育の内容・方法を基盤としながら、そこに、(2)「学問としての数学を教える」という立場に立つ数学教育協議会等の研究成果が部分的に摂取されている、というものである。銀林の指摘によれば、その摂取が「いずれもきわめて中途半端であって、首尾一貫して」おらず、そのことが逆に問題を深刻にしている⁽²⁾。教科書の基本的性格についてはこのようにとらえた上で、そのことよって発生している問題の具体的な様相を、分数の性質・大小関係に関する教育内容・方法につい

*新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター

**新潟大学教育学部卒業生

て明らかにすることが、本稿の課題である。

算数教科書の分析にあたって、上述のような基本的性格のとらえ方と課題の設定にもとづくとき、以下にあげる教科書・指導プランについては、あらかじめ視野に入れておく必要があると思われる。

- ① 『尋常小学算術書』(第3期国定教科書改訂版、文部省、1927(昭和2)年、通称、黒表紙教科書)。
- ② 『尋常小学算術』(第4期国定教科書、文部省、1935(昭和10)～1940(昭和15)年、通称、緑表紙教科書)。
- ③ 『わかるさんすう(改訂版)』4、5(遠山啓監修、むぎ書房、1980年、1988年)。
- ④ 『国土社の算数えほん《分数》2. 分数たす・ひく』(新居信正・荒井公毅著、国土社、1989年)。
- ⑤ 授業書「新しい数—分数」(大田邦郎著、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年)。

これらの教科書・指導プランに関する立ち入った解説は省略する。ここでは、①②については上述の観点(1)から、③④⑤については観点(2)から、それぞれ選択されたものであることを付け加えるに止める。ただし、④については説明が必要だろう。

この絵本は、「1. 分数ってなんだ!」「2. 分数たす・ひく」「3. 分数かける・わる」の3巻から構成されており、ここで分析の対象とする第2巻は、その題名からも分かるように、分数の加法・減法の指導を目的としている。そのようなプランをここで分析の対象とすることに対しては異論があるかも知れない。しかしながら、後に見るように、分数の性質・大小関係が、演算指導に必要な限りで(あるいはそれに従属して)指導されてきたというのがこれまでの傾向であるとすれば、このプランの分析によって、そのような傾向のもっとも著しい形態を知ることができる。そして、そのことは、続いて行なう算数教科書の分析・評価にとって有効な示唆を与えるものと予想されるの

である。ここでこの絵本を分析対象に含めたのは、このような理由による。

算数教科書の分析にあたっては、これらの教科書・指導プランについて、そこにおける教育内容の編成、教材、指導過程の構成、その特徴および問題点等がすでに明らかにされていることが望ましい。しかしながら、現在の研究においては、それらの点が解明され、一定の共通認識が形成されているとは考えにくい。従って、まず、これらの教科書および指導プランにおける分数の性質・大小関係の指導について分析することが必要になる。そこで、次章においては、分析の視点を設定し、それにもとづいてこれらの教科書・指導プランの分析を行なう⁽³⁾。そして、その考察を通して、分数の性質・大小関係の指導に関する諸問題および現在の到達点を整理しておくことにしよう。

1. 分数の性質・大小関係の指導に関する諸問題

1-(0) 視点の設定

ここでは、まず、分数の性質・大小関係に関する教育内容とは何かについて述べ、それに関する指導を分析するにあたっての視点を設定しておくことにしよう。最初の点については、分数の数学的理論から分数指導に関する内容を導き出すという方法⁽⁴⁾も可能であろうが、ここではそのような方法はとらない。分数の性質・大小関係に関する教育内容については、次の命題を承認するところから議論を始めることにしたい。

一つの数が無数の形で表現しうるということが、有理数としての分数に特徴的な性質のひとつである。同一のもの[分数]を、ひとつの形から他の形にかえることを「変身」と呼ぶことにすれば、「分数の変身」こそが、分数の性質・大小関係に関する教育内容に他ならない。そこには、帯分数 \leftrightarrow 仮分数の変形、倍分・約分による変形、倍分の異分母分数の大小比較への適用としての通分が含まれる⁽⁵⁾。この命題において、異分母分数の大小関係については言及されているが、同分母分数あるい

は同分子分数の場合については触れられていない。これらの場合については分数の定義から明らかであり、独自の指導の対象とする必要はないと思われるが、後に見るプラン・教科書においてこれらの内容が指導されている場合には、それについても分析の対象とすることにする。ただし、「分数の分母と分子に同じ数を加えると、分数の大きさは変わる」という命題については、ここでの分析対象から外している。

算数教育における分数の性質・大小関係の教育内容として以上の内容を設定することについては、さしあたり異論はないものとして議論を始めたい⁽⁶⁾。このような内容に関する指導について分析するにあたって、さしあたり、次の点を視点として設定する必要があるだろう。

- (1) 分数の性質・大小関係の指導について分析する際、そのプランにおいて、これらの内容が独自の教育内容として設定されているか、という点を、まず問題にしなければならない。「どのようなときに、2つの“数”が等しいか」という問題、「これは、分数の“計算”以前に、分数が確定した数を表現しうるか否か、という問題であり、この点を欠いた分数指導プランは、分数指導たりえない⁽⁷⁾。しかしながら、後に見るように、分数指導に関するプランにおいて、「この点を欠いた」とまでは言わないまでも、分数の性質・大小関係に関する内容が独自の教育内容として設定されているものはむしろ少数である。ほとんどの場合において、それは、分数の四則演算に関する教育内容との関連において編成されていると言わなければならない⁽⁸⁾。従って、分数の性質・大小関係の指導について分析するには、まず、そのプランにおける他の教育内容、とりわけ四則演算との関連について、問題にしなければならない。
- (2) 特に算数教科書に関しては、教育内容の学年別編成、とでも表現すべき問題がある。これは、本来ひとまとまりの内容を持つ教育内容（ここでは数学的概念）が、必要以

上に細分化・分断され、それが複数学年に渡って教えられるように編成されている、という問題である⁽⁹⁾。このような内容編成のあり方は、(1)の点とも関連して、分数の性質・大小関係に関する内容編成を見えにくいものになっている。

- (3) 次に問題にしなければならないのは、分数の性質・大小関係に関する教育内容として、どのような内容が設定されているか、という点である。特に、内容の編成において四則演算との関連が重視されている場合、先に述べた内容のうち、演算指導に直接関連のないものは、そのプラン・教科書において、指導されないか、あるいは指導されたとしてもそのための教材構成が不十分なものに終わっている可能性があるからである。
- (4) 分数の性質・大小関係に関する内容は、複数の規則・命題の形で表現される。例えば、「仮分数を帯分数に変形するには、分子を分母で割り、商を整数部分、余りを分子とする。あまりが0のときは整数になる」（仮分数→帯分数の変形規則）、「分母と分子に同じ数をかけても、分数の大きさは変わらない」（倍分の原理）など。これらの内容は、指導の過程において、教材となる複数の具体例によって示されるだけでは不十分であり、そこから何らかの形で導かれ、規則・命題として明確に記述される必要がある（このことは、逆に言うなら、そのような一般化を可能とするように教材が構成されていなければならない、ということでもある）。そして、そのような記述を行なっているか否かを見ることによって、そのプラン・教科書における性質・大小関係の指導に対する位置づけを知ることができる。
- (5) 分数に限らず、子どもに数概念の形成を図る際、その数に対してどのような表現が与えられるか、という問題は重要であろう。これは、「数概念の獲得における空間的なイメージ等への依存」という仮説、そのイ

メージにおける「統一性、一貫性、普遍性という要請」の問題である⁽¹⁰⁾。そこで、ここでは、分数の性質・大小関係の指導において、分数の表現として、どのような量あるいは空間的対象が用いられているか、そこに何らかの統一性、一貫性、普遍性を見ることができるか、という点についても、分析の視点として設定することにしよう。

なお、この視点は、むしろ、分数の導入過程に関する分析において設定されるべき視点であろう。しかしながら、その分析を試みた前稿では分数の意味づけ・説明を中心的な分析対象としていたので、この点については分析されていない。従って、この点については、ここで初めて分析の視点として設定することになる。

- (6) ここで分析対象とする内容のうち、約分、通分は、最大公約数、最小公倍数など、初等整数論に関する内容と関連している。分数指導の以前においてこれらの内容が指導されているならば、約分、通分は、最大公約数、最小公倍数を用いて、いわば‘スマートに’行なうことができる。従って、すでに指導されていればそれに越したことはないわけであるが、約分、通分の指導に、最大公約数や最小公倍数に関する知識が必要不可欠であるわけではない。公約数で順に割っていく方法によっても十分に既約分数まで約分することはできるし、2つの分母の積を作ればそれを共通分母として通分することができるからである。従って、約分、通分のためには、公約数、公倍数の知識さえあれば十分なのである⁽¹¹⁾。

分数と初等整数論との関係をどのように考えるか。これは、算数・数学教育の教科課程（教科カリキュラム）編成に関する問題である⁽¹²⁾。ここでは、分析の視点として、約分、通分の方法がどのように指導されているか、そこにおいて最大公約数および最小公倍数がどのように扱われているか、という点を設定しておくことにしよう。それ

によって、そのプラン・教科書の教科課程編成において、分数と初等整数論がどのように関連づけられているかを知ることができる。

次に、以上の視点にもとづいて、先にあげた教科書、指導プランにおける分数の性質・大小関係の指導について分析を行なうことにしよう。

なお、分析については次の手順で進めることにしたい。まず、先にあげた教科書・指導プランにおける教育内容編成の概要を示し、ここで行なう分析の対象を明確にする。次に、教科書・指導プランの記述およびそれに関する解説等を参照しながら、個々の教育内容に関する教材、指導過程の構成について見て行く。

1-(1)「量の追放」にもとづく、分数の性質・大小関係の内容編成

まず、黒表紙教科書における分数の性質・大小関係の指導を見ていくことにしよう⁽¹³⁾。

黒表紙教科書において、分数は、第5学年「2. 分数」で一括して教えられている。この章の項目は次のようになっている。① [意義]、② [暗算2]、③ [種類]、④ [倍数約数]、⑤ [約分]、⑥ [形ヲ変ヘルコト]、⑦ [加法2]、⑧ [減法2]、⑨ [通分]、⑩ [加法3]、⑪ [減法3]。

そこにおける教育内容の編成は次の通りである。

① [意義] において分数の定義、1との相等および大小関係、同分母および同分子分数（いずれも真分数）の大小関係、割算の商としての分数の意味が教えられた後、② [暗算2] において、その定義を用いて解くことのできる簡単な計算練習（加減乗除）が行なわれる。③ [種類] においては、真分数、仮分数、帯分数の用語・定義および記法、帯分数同士の加減、帯分数と整数との乗除が教えられる。④ [倍数約数] において、約分・倍分、通分指導の準備として、倍数・約数（公倍数・公約数）、偶数・奇数の意味と用語が教えられた後、⑤ [約分] で、その内容を用いて、約分・倍分の原理が教えられ

る。⑥〔形ヲ変ヘルコト〕においては、整数→仮分数、仮分数↔帯分数の変形の方法が教えられ、⑦〔加法2〕においては、同分母分数の加法（真分数、仮分数、帯分数を含む）が、⑧〔減法2〕においては⑦と同種の減法が教えられる。⑨〔通分〕において通分およびそれを用いた異分母分数の大小比較が教えられ、⑩〔加法3〕、⑪〔減法3〕においては、異分母分数の加法、減法が教えられる。

ここでは、まず、分数の性質・大小関係に関する内容の編成が、分数の加法・減法の内容の編成と関連していることを指摘することができる。すなわち、加法・減法は、同分母であるか異分母であるかによってその内容が2つに分けられており、その間に、性質・大小関係の指導の一環である通分の指導が位置づけられている。

さて、分数の性質・大小関係に関する内容が含まれているのは、このうち、①⑤⑥⑨である。そこから、その内容を、教えられる順序に従って取り出すと次のようになる。

1. 分数と1との相等および大小関係
2. 同分母分数および同分子分数の大小関係
3. 約分・倍分
4. 整数→仮分数の変形
5. 仮分数↔帯分数の変形
6. 通分およびそれを用いた異分母分数の大小関係

このうち、3. 4. 5. が性質、1. 2. 6. が大小関係に関する内容である。前者についてはひとまとまりになっているが、後者については、通分を境として、同分母の場合と異分母の場合とに内容が分けられている。ここでは、この順序に従って、黒表紙教科書における教育内容の編成を見ていくことにしよう。なお、以下において、教育内容となっている命題については、《 》を付して記述している。

1-(1)-1 分数と1との相等・大小関係の指導について

前稿において見たように、①〔意義〕では、分数（単位分数・真分数）の定義と記法、分子・

分母の用語を教えた後、分数と1との相等および大小関係に関する問題が出されている。

〔4〕次ノ分数ハ1ヨリ大キイカ、小サイカ又ハ1ニ等シイカ。

$$\frac{3}{5} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{8}{8} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{15}{13} \quad \frac{29}{30} \quad]$$

この問題について教師用書では次のように解説している。

「分子ガ分母ヨリ小ナル分数ハ1ヲ幾ツカニ等シタルモノヲ其ノ等シタル数ヨリモ少ク取リタルモノナレバ1ヨリ小、分子ガ分母ヨリ大ナル分数ハ1ヲ等シタル数ヨリモ多ク取リタルモノナレバ1ヨリ大、分子ト分母ト相等シキ分数ハ1ヲ等シタル数ダケ取リタルモノナレバ1ニ等シキコトヲ授クベシ」。

ここでは、与えられた分数の分母と分子との相等および大小関係にもとづいて、その分数と1との相等および大小に関する規則を説明している。これらの規則は、前稿で見たような、‘1に対する等分割操作および倍操作の結果として生じた数’という分数の定義から比較的 naturally 導かれるものであり、それが、この内容が定義に続いて教えられることの根拠でもあろう（(5)では、この規則を用いて解くことのできる問題が出されている）。

1-(1)-2 分数の大小関係（同分母、同分子の場合）の指導について

次に、同じく①〔意義〕において、(9)～(11)として、同分母分数および同分子分数の大小関係に関する問題が出されている。

〔9〕 $\frac{4}{7}$ ト $\frac{5}{7}$ ハドチラガ大キイカ。 $\frac{6}{5}$ ト $\frac{3}{5}$ ハドチラガ小サイカ。

(10) $\frac{2}{3}$ ト $\frac{2}{7}$ ハドチラガ大キイカ。 $\frac{8}{8}$ ト $\frac{8}{9}$ ハドチラガ小サイカ。

(11) $\frac{5}{6}$ ト $\frac{4}{6}$ ト $\frac{7}{6}$ ヲ大キイ方カラ順ニイヘ。

$\frac{1}{9}$ ト $\frac{1}{8}$ ト $\frac{1}{11}$ ト $\frac{1}{7}$ ヲ小サイ方カラ順ニイヘ。」

この問題について教師用書では次のように解説している。

「以下ノ問題ニ於テ分数ハ1ヲ分母ガ表ス数ニ等分シタルモノヲ分子ガ表ス数ダケ取りタルモノナレバ、分母相等シクシテ分子相異ナル分数ニテハ分子ガ大ナル程其ノ値大ニシテ、分子相等シクシテ分母相異ナル分数ニテハ分母ガ大ナル程其ノ値小ナルコトヲ説明スベシ」。

つまり、問題(9)のように、《同分母分数であれば、分子が大きい方が大きく、分子の小さい方が小さい》、また、問題(10)のように、《同分子分数であれば、分母が大きい方が小さく、分母の小さい方が大きい》ということである。ここでも、先に見た1との相等・大小関係の指導と同じく、分数の定義からその規則が導かれている(11)は、3つの分数について、これらの大小関係に関する規則に加え、それに関する推移率を用いて解く問題である)。しかしながら、このような方法では、異分母分数の大小関係は説明することができない。そこで、大小関係の指導については、定義から規則を導く方法によって説明することができる以上の範囲に止めなければならないのである。異分母分数の大小比較のためには通分の概念が、そのためには倍分・約分の原理が、さらに、そのためには倍数・約数等の知識が必要になってくる。以下における、④〔倍数約数〕、⑤〔約分〕、⑨〔通分〕において、これらの内容が、この順序に従って教えられることになる。

1-(1)-3 約分・倍分の指導について

④〔倍数約数〕で「約分、通分ヲ授クルコトノ準備トシテ倍数約数ニツキテ授」けた後、⑤〔約分〕で、約分・倍分が教えられる。児童用書の記述を見よう。

「(1) $\frac{2}{3}$ ノ分子ト分母ニ2ヲ掛ケヨ。又3ヲ掛ケヨ。

(2) $\frac{12}{16}$ ノ分子ト分母ヲ2デ割レ。又4デ割レ。

(3) $\frac{30}{36}$ ノ分子ト分母ヲ其ノ公約数6デ割レ。

(4) $\frac{48}{60}$ ノ分子ト分母ヲ3デ割り、ソレヲ又4デ割レ。」

これらの問題について、教師用書では次のように解説している。

「以下ノ問題ニ於テ分数ノ分子ト分母トニ同ジ数ヲ掛クトモ又ハ之ヲ同ジ数ニテ割ルトモ分数ノ値ハ変ラヌモノナルコトヲ次ニ示スガ如キ図解ニ依リテ了解セシムベシ」。そして、1の長さを表現する線分、その下に、それを3等分した2つ分、6等分した4つ分、9等分した6つ分の長さの線分を示し、それぞれの長さを、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{4}{6}$ 、 $\frac{6}{9}$ と表現している。なお、これらの線分はすべて長さが等しいことが分かるように、線分の左端が揃えられている。

ここでは、長さの性質を用いて、約分および倍分の原理、すなわち、《分数の分母と分子に同じ数をかけても、同じ数でわっても、分数の大きさは変わらない》ことが教えられている。

ここでは次の2点を確認することができる。まず、〔約分〕というテーマのもとで、約分の原理だけでなく、倍分の原理も合わせて教えられている、ということである。倍分は、約分と並ぶ分数の性質であるにもかかわらず、黒表紙教科書においては、約分と同等の位置が与えられていないようである。

また、すでに遠山・長妻が指摘しているように、黒表紙教科書においては「数え主義で整数を徹底させて、量を追放した」。しかしながら、分数指導においてはこの方針を徹底させることができず、「たとえば $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ などの関係は、頭の中だけではつかみにくいであろう」という理由により、「結局、量を拒否していながら図解によって量〔ここでは長さ〕を密輸入しているのである」。このことは「量を追放した黒表紙の苦衷を物語っている⁽¹⁴⁾」。

次に、以上の原理を適用して、与えられた分

数を約分することが教えられる。

〔5〕 $\frac{18}{24}$ ヲ約分セヨ。

$$\begin{array}{r} 3 \\ -9 \\ \hline 18 \\ 24 \\ \hline 12 \\ 4 \end{array} = \frac{3}{4}$$

この記述について教師用書では次のように述べている。

「分数ヲ約ス又ハ約分ストハ其ノ分数ノ分子ト分母トヲ公約数ニテ割リテ簡単ナル分数トナスコトナリ。約分スルニハ通例出来ルダケ約シ結果ノ分数ヲ最モ简单ナル形トナスナリ。総ベテ計算ノ結果ニ分数ヲ得タルトキハ之ヲ最モ简单ナル形トナスベキコトヲ授クベシ」。

ここでは、具体的な約分の方法と合わせて、《約分するときは既約分数になるまで約分すること》、《演算の結果が分数になるときには、既約分数になるまで約分すること》を規則として教えている（(6)では与えられた分数を約分する問題が出されている）。

先に、この教科書における倍分の扱いについて、本来それが約分と並ぶ分数の性質であるにもかかわらず、この教科書では約分と同等の位置が与えられていないことを指摘した。この点については、理由として、ここで教えられている、演算結果の表現方法に関する規則との関連が考えられる。演算結果を約分する必要がある場合はあっても、それを倍分する必要はまずないからである。

なお、すでに、④〔倍数約数〕において、「約分、通分ヲ授クルコトノ準備トシテ倍数約数ニツキテ授」けられていた。ただし、そこでは、「公約数ノ求メ方ハ高等小学校ニ於テ授クルモノトシ、此ノ処ニ於テハ単ニ推測ニヨリテ公約数ヲ求メシムベシ」とされている。そのため、先に見た約分の指導においても、公約数で順に割っていく方法だけが指導されており、最初から最大公約数で約分する方法は指導の対象となっていない。また、通分の指導における最

小公倍数の扱いについても、この点は同じである。

1-(1)-4 帯分数⇔仮分数の変形規則の指導について

次に、⑥〔形ヲ変ヘルコト〕において、整数→仮分数および帯分数⇔仮分数の変形が教えられる（なお、仮分数、帯分数については、真分数とともに、その定義と用語・記法がすでに③〔種類〕で教えられている）。児童用書の記述を見よう。

〔1〕 3ヲ5ヲ分母トスル仮分数ニ直セ。

$$3 \times 5 = 15 \quad 3 = \frac{15}{5} \quad \text{」}$$

(1)について教師用書では次のように解説している。

「整数ハ其ノ数ヲ分子トシ、1ヲ分母トスル分数ト見得ルヲ以テスカル分数ノ分子分母ニ任意ノ数ヲ掛ケ、任意ノ分母ヲ有スル仮分数トナン得ルコトヲ授クベシ。

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \times 5}{1 \times 5} = \frac{15}{5} \quad \text{」}$$

このようにして、《整数を仮分数に変形するには、整数を分母が1の分数に変形し、分母と分子に同じ数をかければよい》ことを教えている（(2)ではこの規則を用いて解くことのできる問題が出されている）。

次に、帯分数→仮分数の変形に関する問題が出されている。

〔3〕 $2\frac{3}{5}$ ヲ仮分数ニ直セ。

$$\begin{array}{l} 2 \times 5 = 10 \\ 10 + 3 = 13 \end{array} \quad 2\frac{3}{5} = \frac{13}{5} \quad \text{」}$$

(3)について、教師用書では次のように解説している。

「帯分数ハ整数ト分数トノ和ナルヲ以テ其ノ整数部ヲ分数部ノ分母ト同ジ分母ノ仮分数トナシ、之ニ分数部ヲ加ヘテ仮分数トナン得ルコトヲ授クベシ。

$$2\frac{3}{5} = \frac{2 \times 5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{10 + 3}{5} = \frac{13}{5} \quad \text{」}$$

ここでは、先に教えられた《整数→仮分数への変形規則》を用い、《帯分数を仮分数に変形するには、整数部分を、分数部分の分母と等しい数を分母とする分数に変形し、それに分数部分を足せばよい》という規則を教えている（(4)はこの規則を用いて解くことのできる問題である）。

次に、仮分数→帯分数の変形が教えられる。

「(4) $\frac{19}{3}$ ヲ帯分数ニ直セ。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 19} \\ \underline{6} \\ 1 \end{array} \quad \frac{19}{3} = 6 \frac{1}{3}$$

(4)について、教師用指導書では次のように解説している。

「仮分数ハ其ノ分子ヲ分母ノ倍数ト分母ヨリ小ナル数トノ和ト見做シ、之ヲ二ツノ分数ニ分チテ帯分数トナシ得ルコト、若シ分子ガ分母ノ倍数ナラバ整数トナシ得ルコトヲ授クベシ。

$$\frac{19}{3} = \frac{6 \times 3 + 1}{3} = \frac{6 \times 3}{3} + \frac{1}{3} = 6 \frac{1}{3}$$

ここでいう「分母の倍数」とは $18 = 6 \times 3$ を、「分母より小なる数」とは1を指す。19を3で割ると6あまり1になることを示すわり算の図がこのことを示している。そして、この例を通して、ここでは、《帯分数を仮分数に変形するには、仮分数の分子を分母で割った商を帯分数の整数部分とし、あまりを分子とすればよい》という規則が教えられている（(5)ではこの規則を用いて解くことのできる問題が出されている）。

以上で、⑤倍分・約分による変形、⑥整数→仮分数、帯分数⇔仮分数の変形など、分数の性質に関する内容の指導を終え、⑨「通分」で通分とそれを用いた異分母分数の大小比較の指導に入る。

1-(1)-5 通分とそれを用いた異分母分数の大小関係の指導について

「(1) $\frac{2}{5}$ ノ分子ト分母ヘ同ジ数ヲ掛ケテ分母ガ30トナルヤウニナセ。

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 30} \\ \underline{6} \\ 6 \end{array} \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{12}{30}$$

(1)について教師用書では次のように解説している。

「分数ハ其ノ分子ト分母トニ同ジ数ヲ掛クルモ値ノ変ラヌモノナルコトヲ復習シ、分数ヲ其ノ分母ノ倍数ヲ分母トスル分数ニ直ス仕方ヲ授クベシ」。

ここでは、先に教えられた《倍分の原理》を用いて(ただし「倍分」という言葉はここでも用いられていない)、《与えられた分数を、与えられた数を分母とする分数に変形(倍分)する方法》を教えている（(2)も同様の問題である）。

「(3) $\frac{2}{3}$ ト $\frac{3}{4}$ ト $\frac{1}{6}$ ヲ公分母ヲ持ツヤウニナセ」。

ここでは、「公分母」について、「二ツ以上ノ分数ノ公分母トハ是等ノ分数ニ共通ナル分母ヲイフコトヲ授クベシ」とされている。「公分母ヲ持ツヨウニナセ」ということは「通分すること」を求めているのであるが、ここではまだこの言葉を用いていない。この言葉を教えるのは、次の(4)においてである。

「(4) 次ノ各ノ括弧ノ内ニアル分数ヲ通分セヨ。

$$\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{7}\right) \left(\frac{1}{4}, \frac{5}{12}\right) \left(\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}\right)$$

(4)について教師用書では次のように説明している。

「分母ノ異ナル二ツ以上ノ分数ヲ通分ストハ是等ヲ同分母ノ分数ニ直スコトナルヲ授ケ、通分ヲ行フニハ分母ノ公倍数ヲ公分母トスベキコト及ビ公分母ハ成ルベク小サキ数ヲ用フベキコトヲ教フベシ」。

ここでは、通分とは、《2つ以上の分数の分母を等しくすること》であり、その《公分母にはなるべく小さい数を用いるべきこと》を教えている。例えば、

$$\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{7}\right)$$

については、5と7の最小公倍数は35である（この点については④「倍数・約数」においてすでに指導されている）から、前述の規則によ

り、「倍分」の原理を用いて、次のように通分することになる。

$$\begin{array}{l} 5) \frac{3}{7} \\ 7) \frac{3}{5} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35} \\ \frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35} \end{array}$$

次に、通分によって異分母分数の大小比較を行なう問題が出されている。

「(5) 次ノ各ノ括弧ノ内ニアル数ノ大小ヲイヘ。」

$$\left(\frac{7}{16}, \frac{5}{12} \right) \left(\frac{15}{17}, \frac{12}{13} \right) \left(\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8} \right) 」$$

(5)について教師用指導書では次のように説明している。

「分子モ分母モ相異なるニツ以上ノ分数ノ大小ハ是等ヲ通分シテ後分子ノ大小ニヨリテ知り得ルコトヲ授クベシ」。

ここでは、《異分母分数の大小関係を知る方法》として、2つの分数を「通分」し、そこに、先に教えた《同分母分数の大小関係の規則》を適用すればよいことを教えている。

以上が黒表紙教科書における分数の性質・大小関係に関する教育内容の編成である。このような内容編成について、ここでは次の点を確認しておくことにしよう。

《教育内容の編成に関して》

(1) 分数の性質・大小関係の指導が加法・減法の指導と相互に関連している。

(1)-1. 加法・減法の指導が、同分母であるか異分母であるかによってその内容が分けられており、その間に、性質・大小関係の指導の一環である通分の指導が位置づけられている。

《分数の性質・大小関係の指導に関して》

(2) 性質・大小関係の指導においても、同分母分数の大小関係→分数の性質→異分母分数の大小関係というように、分数の性質を境として、大小関係に関する内容が分けられている。

(3) 黒表紙教科書では、「量の追放」が行なわれ、分数を数としてのみ捉えさせる方針がとられているが、約分・倍分の説明において線分(長さ)を用いるなど、部分的に量を密輸

入している。

(4) 倍分が、分数の性質として、約分と同等の扱いを受けていない。

《初等整数論との関連について》

(5) 倍分・約分、通分指導の準備として倍数・約数(公倍数・公約数)が教えられており、初等整数論に関する内容を含めた形で、分数の教育内容が編成されている。

(5)-1. そこで教えられる内容のうち、約分、通分の指導において用いられるのは、公約数、公倍数であり、最大公約数、最小公倍数についてはそれほど重視されていない。

1-(2) 量への着目と演算指導との関連の重視

次に、緑表紙教科書における分数の性質・大小関係の指導について見よう⁽¹⁵⁾。

緑表紙教科書では、分数の性質・大小関係に関する内容は第4学年で教えられる。そこにおける教育内容の編成は次の通りである。

まず、上巻の第6章「分数と小数」において、(1)同分母分数の大小関係、同分子分数の大小関係、(2)同分母分数の加法・減法が教えられる。次に、下巻の第5章「分数」で、(3)同分母分数の加法・減法の指導とあわせて、(4)仮分数→帯分数の変形が、(5)分数と整数のわり算の指導とあわせて、(6)帯分数→仮分数の変形が教えられる。次に、(7)約分・倍分、(8)通分およびそれを用いた異分母分数の大小比較を教え、それを用いて、(9)異分母分数の加法・減法が教えられる。

以上から、この教科書においても、分数の性質・大小関係に関する教育内容の編成が、分数の加法・減法の内容編成に関連づけられていることが指摘できる。ここでも、加法・減法の指導は、同分母であるか異分母であるかによってその内容が2つに分けられており、その間に、性質・大小関係指導の一環である通分の指導が位置づけられているのである。

さて、以上の内容編成において、分数の性質・大小関係に関する内容は(1)(4)(6)(7)(8)において指導されている。次に、これらの内容に関する教

材、指導過程の構成について見ていくことにしよう。

1-(2)-1 分数の大小関係(同分母・同分子の場合)の指導について

第4学年(上巻)第6章「分数と小数」では、同分母分数および同分子分数の大小関係が教えられる。

ここで提出されているのは、「 $\frac{4}{7}$ と $\frac{5}{7}$ とはどちらが大きいでしょう」という問題だけである。「[同分母分数の大小の]比較の方法について教師用書には特に述べられていない。それは、先の定義[$\langle \frac{1}{a} \Leftrightarrow 1 \div a \rangle$ 、 $\langle \frac{b}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} \times b \rangle$]に立ち戻って考えれば自明だからであろう」。そして、これに類似した問題によって同分母分数の大小比較が教えられる。ただし、ここでは、まだ分母・分子の用語が教えられていない(これらの用語が教えられるのは、第4学年(下巻)においてである)こと等から、同分母分数の大小関係に関する規則については、いくつかの個別的事実によってそれを示唆するに止めており、その規則に関する一般的な記述は見られない。

同分子分数の大小関係については、面積に関する量的事実(例、 $\langle \text{面積}A \text{について、} A \times \frac{2}{5} > A \times \frac{2}{7} \rangle$)から、同分子分数の大小関係に関する個別的な命題(例、 $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$)が導かれている。そして、これと同様の命題が教えられた後、同分子分数の大小関係に関する規則が導かれていると考えられるが、児童用書にはそれに対応する一般的な記述は見られない。

1-(2)-2 帯分数⇔仮分数の変形規則の指導について

次に、第4学年(下巻)の第5章「分数」において、仮分数⇔帯分数の変形が教えられる。

まず、仮分数→帯分数の変形については、同分母分数の加法の結果が仮分数になり、それを

帯分数に変形する、という指導の中に位置づけられている。帯分数→仮分数の変形についても、帯分数÷整数の計算のアルゴリズムの構成要素として、すなわち、割り算を行なう前に帯分数→仮分数の変形を行なう、という指導過程の中に位置づいている。いずれについても、分数の演算指導に関連づけて、あるいは演算指導に必要な限りにおいてのみ、指導されているのである。

教材の構成に関して、仮分数→帯分数の変形規則については、分母と分子の関係から、割り算を用いる必要がないタイプのみが教材とされている。帯分数→仮分数の変形についても、「整数部が2以上の場合を取り扱わない」とされており、このような教材構成では変形の規則を教えるには不十分であると考えられる。

いずれの規則についても、それが演算指導に従属した形で指導されており、また、そのための教材もきわめて制限されたタイプのものによって構成されている。以上の点から、緑表紙教科書は、仮分数⇔帯分数の変形規則の指導に対して、きわめて消極的であることがわかる。

1-(2)-3 約分・倍分の指導について

次に、第4学年(下巻)の第5章「分数」で、約分・倍分の指導が行なわれている。

「ここでは、『分子と分母を同じ数で割っても同じ数を掛けても分数の大きさは変わらない』という約分・倍分の原理が教えられているわけであるが、そのために、①体積、長さなど、量の性質を用いた説明、②乗除算[分数×整数、分数÷整数]の計算規則を用いた代数的な説明という2通りの説明が用意されている。そして、指導過程においては、①②の順で指導した後、最後に再び①の指導が繰り返されているのである。約分、倍分の原理は、『一つの分数が無数の形で表現しうる』という分数の性質の一つであり、その意味で演算とは無関係に成立する。それにもかかわらず、ここでは、その説明に乗除算の計算規則までが用いられているのである。」

われわれは、先に、この教科書における分数

の性質・大小関係の内容編成が分数の加法・減法の内容と関連づけられていることを指摘した。以上の引用から、また、先に見た帯分数→仮分数の変形指導からも、分数の性質・大小関係に関する内容の編成が、加法・減法のみならず、ここでは、乗法・除法に関する内容編成とも関連づけられていることを指摘することができる。

また、ここでも、そして先に見た同分子分数の大小関係の指導においても、量の性質を用いた説明が行なわれている。これは、この教科書において、分数が、「(2つの量の)割合の表現」として意味づけられていることに関連しており、このような意味づけとあわせて、先に見た黒表紙教科書とは異なる特徴である。ただし、そこで扱われている量の種類については、あるときには体積であったり、別の場合には面積であったり、あるいは長さであったり、というように、必ずしも一貫しているわけではない。

また、約分については、「分数の分子と分母とを同じ数で割って簡単にすることを約分するといいます」と定義されているが、倍分についてはこのような記述を見ることができない。この教科書においても、倍分には、分数の性質として、約分と同等の位置が与えられていないようである。

約分においては、公約数、最大公約数など、初等整数論に関する内容との関連が問題になる。この教科書では、同じ学年の前の章、すなわち、第4学年(下巻)の第4章「整数」において、「奇数・偶数・約数・倍数等を取り扱って、整数の性質の一端を知らせ、あわせて、分数計算指導の準備とする」⁽¹⁶⁾ことになっている。ただし、そこで指導される内容のうち、約分の指導に関連するのは公約数のみであり、最大公約数の発見方法の指導はそれほど重視されていない。教師用書では、「最大公約数を求めることは、そう必要なことではない。分数の約分のときでも、最大公約数を考えている間に、任意の約数で約分を繰り返せば、大した不利益はないであろう」とされている⁽¹⁷⁾。そして、実際、約分の指導においても、「分子・分母の最大公約数で、

約分すればよいのであるが、そうしなくてはならぬことはない」として、公約数で順に割っていく方法が指導されているのである⁽¹⁸⁾。この点については、教師用書において、「勿論、最大公約数を求める一般的な方法を、この学年程度の児童に指導するわけにはいかない」と述べられているように⁽¹⁹⁾、そこで教えられる方法が、黒表紙教科書と同じく「推測ニヨリテ」求める方法と変わらないことによるものであろう。

なお、通分の指導における最小公倍数の扱いについても、この点は同じであり、「必ずしも、公分母は、分母の最小公倍数でなくてはならぬことはないから、そう力を入れて指導しなくてもよい」とされている⁽²⁰⁾。

1-(2)-4 通分とそれを用いた異分母分数の大小関係の指導について

通分については、同分母分数、同分子分数、異分母分数の大小比較に関する問題が提出されている。最初の2つの場合については、すでに教えられている規則を用いて解くことができる。異分母分数の場合については、倍分によって、同分母の場合または同分子の場合にして比較することが考えられるが、ここでは「どちらが大きいか」という問題だけでなく、「どれだけ大きいか」という問題が設定されていることから、前者の方法が採用されている。このように、異分母分数の比較から通分の方法を導いているわけであるが、「大小比較だけではなく、差を求めるといった目的を設定することによって、『分母をそろえる』方法が指導されている」のである。「ここでも、『通分』という、分数の性質に関する内容が、分数の演算（ここでは引き算）との関連に依拠して指導されていることが指摘できる」。

なお、ここでは、すでに教えられた規則にのみ依拠しており、量的な説明は行なわれていない。

また、先に指摘したように、同分母分数、同分子分数の大小関係に関する規則については一般的な表現は見られなかったが、通分について

は、「分母のちがった分数を同じ分母の分数に直すことを通分するといいます」という定義が行なわれている。

以上が、緑表紙教科書における分数の性質・大小関係の指導である。以上見てきたところにより、ここでは次の点を確認することができる。《教育内容の編成に関して》

(1) 分数の性質・大小関係に関する内容の編成が、分数の加法・減法の内容と関連づけられている。この点については黒表紙教科書の特徴を保存している。

(1)-1. 加法・減法の指導は、同分母であるか異分母であるかによって内容が2つに分けられており、その間に、性質・大小関係指導の一環である通分の指導が位置づけられている。

(1)-2. 性質・大小関係の指導においても、同分母分数の大小関係→通分→異分母分数の大小関係というように、分数の性質を境として、大小関係に関する内容が分けられている。

《分数の性質・大小関係の指導に関して》

(2) 分数の性質・大小関係に関する内容の編成が、加法・減法のみならず、乗法・除法に関する内容編成とも関連づけられている。これは黒表紙教科書には見られない特徴である。

(2)-1. 分数の除法指導との関連で、帯分数→仮分数の変形指導が行なわれている。

(2)-2. 分数の加法指導との関連で、仮分数→帯分数の変形指導が行なわれている。

(2)-3. 約分・倍分の指導において、分数の乗法・除法の計算規則が用いられている。

(2)-4. 通分の指導においても、減法との関連に依拠した指導が行なわれている。

(3) 倍分が、分数の性質として約分と同等の扱いを受けていない。

(4) 仮分数⇔帯分数の変形については、その規則が一般的な形で記述されていないことや、そのための教材もきわめて制限されたタイプのものによって構成されていることなど、指導に対する消極的な姿勢が見られる。

(5) 量的な説明を基本的には排除する方針をとっていた黒表紙教科書に対して、緑表紙教科書では、同分子分数の大小関係や約分・倍分の原理の説明などにおいて、量の性質を用いた説明が行なわれている。

(5)-1. ただし、そこで用いられている量の種類については必ずしも一貫しているわけではない。

《初等整数論との関連について》

(6) 初等整数論に関する内容は、約分、通分が教えられる前の章において指導されており、分数に関する教育内容には含まれていない。

(6)-1. ただし、事前に指導されている内容のうち、約分、通分の指導において用いられるのは、公約数、公倍数だけであり、最大公約数、最小公倍数についてはそれほど重視されていない。

1-(3) 複数学年に渡る教育内容の編成と「タイル」による分数の表現

次に「わかるさんすう」における分数の性質・大小関係の指導について見よう⁽²⁾。

「わかるさんすう」において、分数の性質・大小関係は、第4学年と第5学年とに分けて教えられている。第4学年（「8. 分数」）の項目は次の通りである。(1)分数のおいたち、(2)帯分数と仮分数、(3)分数と数直線、(4)分数のたし算、(5)分数のひき算、(6)わり算と分数、(7)分数と小数。

そこにおける教育内容の編成をまとめると次のようになる。

(1) [分数のおいたち] において分数が導入された後、(2) [帯分数と仮分数] で真分数・帯分数・仮分数の用語および帯分数⇔仮分数の変形が教えられる。(3) [分数と数直線] では、数直線を用いて、同分母分数、同分子分数（整数も含む）の大小関係が教えられる。(4) [分数のたし算]、(5) [分数のひき算] では、分数の加法・減法が、同分母分数の場合に限って教えられる。(6) [わり算と分数] ではわり算の商としての分数の意味、(7) [分数と小数] では分数⇔小数の

変形、大小比較が教えられる。

第5学年(「2. 分数のたし算・ひき算」)の項目は、(8)分数の形を変える、(9)分数のたし算とひき算、であり(番号は第4学年からの通し番号にしてある)、(8)「分数の形を変える」において倍分、約分、通分が教えられ、これらの内容を用いて、(9)「分数のたし算とひき算」で異分母分数の加法・減法が教えられる、という編成になっている。なお、倍数、約数など初等整数論に関する内容は、これらの内容が教えられる前に、すでに「1. 整数の性質」において教えられている。

以上の概観から、「わかるさんすう」においても、分数の性質・大小関係に関する内容編成が、分数の加法・減法の内容編成と関連づけられていることがわかる。すでに見た黒表紙教科書や緑表紙教科書と同じく、加法・減法の内容が、(4)(5)同分母であるか、(9)異分母であるかによって2つに分けられており、その間に、性質・大小関係の指導の一環である、(8)倍分・約分、通分が位置づけられているのである。

大小関係の指導においても、(3)同分母の場合、同分子の場合がまず教えられ、次に、(8)通分が教えられた後に、(9)それを用いて異分母の場合が教えられる、という構成になっている。通分を境にして、加法・減法の指導、大小関係の指導が2つに分けられているのである。このような教育内容の編成については、すでに見た黒表紙教科書、緑表紙教科書においても同じであるが、「わかるさんすう」では、これらの教科書とは異なり、それが複数学年に渡って行なわれている点特徴的である。

教育内容編成については以上の点を確認した上で、次に、具体的な教材、指導過程の構成について見ていくことにしよう。

1-(3)-1 帯分数⇔仮分数の変形規則の指導について

「わかるさんすう4」では、93ページから分数の指導が行なわれる。(1)「分数のおいたち」において、タイルを用い、連続量を単位量によっ

て測定した際に生じる端下量の表現として分数が導入された後、(2)「帯分数と仮分数」(96ページ)では、まず、 $2\frac{3}{4}l$ 、 $1\frac{3}{4}l$ 、 $\frac{3}{4}l$ の液量を、整数を表現するタイルと分数を表現するタイルの和として表現し、次のように真分数、帯分数を定義している。

「 $\frac{3}{4}$ のように、分子が分母より小さい(分子

<分母)分数を**真分数**といい、 $2\frac{3}{4}$ 、 $1\frac{3}{4}$ の

ような、整数と真分数の和を**帯分数**といいます」。

続いて、タイルとその表現、読み方、書き方に関する練習問題が出された後、97ページでは仮分数が導入される。そこでは、1を表現するタイル1枚と5等分されたタイル3本、その下に、5等分されたタイル8本を示した上で、

「 $\frac{1}{5}$ が8つあるから $\frac{8}{5}$ 」と説明している。また、その下には、タイル1枚にそれを5等分する目盛りを付した図があり、その横に「 $\frac{5}{5}$ 」と書かれている。このように、1と等しいかまたはそれより大きいタイルの表現として仮分数を導入し、次のように定義している。

「 $\frac{5}{5}$ のように、分子と分母が等しいか、 $\frac{8}{5}$ の

ように、分子が分母より大きい分数を**仮分数**といいます」。

このように、タイルの表現として帯分数および仮分数を導入した後、98ページにおいて、帯分数→仮分数の変形が教えられる。

まず、98ページの左側には、1を表現するタイル2枚と同じタイルを5等分したタイルが4本示してあり、その横に「 $2\frac{4}{5}$ 」と記してある。

次に、ここから下に矢印が引かれ、その先には5等分されたタイルが14本描いてあり、横に

「 $\frac{14}{5}$ 」、下に「 $5 \times 2 + 4$ 」と書かれている。この式は、この図について、5等分されたタイル5本が2つ分に加えて、 $\frac{1}{5}$ のタイルが4本あるという説明を行なっている。これは、帯分数→仮分数の変形のうち、(ア)「整数部分をまったくなくしてしまふ」⁽²²⁾方法であり、乗除計算の際に必要となる。また、同じページの右側には「 $3\frac{2}{7}$ 」と「 $2\frac{9}{7}$ 」について同様の記述がある。これは、(イ)「整数部分を1だけ小さくして、帯分数の形にする」方法であり、「減法の際に必要な」⁽²³⁾。教師用書の解説によれば、「ここでは主として(ア)の型を扱」うとされ⁽²⁴⁾、(イ)の方法は軽視された形になっている。

以上の記述に続いて、児童用書では、次のように変形の規則を一般化している。

「帯分数を仮分数になおすには、分母と整数の部分とをかけ、それに分子をくわえた数を分子とします。整数は、表わそうとする分数の分母と整数をかけ、それを分子にすれば、どんな分母の仮分数にもなおせます」。

このように、ここでは、面積が等しい2つのタイルを提示し、それぞれを異なった方法で（一方は帯分数で、他方は仮分数で）表現することを通して、帯分数→仮分数の変形の規則が教えられている。

次に、仮分数→帯分数の変形が教えられている。ここでも、指導過程の構成は、帯分数→仮分数の場合とほぼ同じであり、最後に変形の規則が次のように一般化されている。

「仮分数を帯分数になおすには、分子を分母でわって、その商を整数の部分にし、あまりを分子にします。

わりきれれば、整数になります」。

このように、帯分数⇔仮分数の変形については、先に見た緑表紙教科書とは異なり、計算指導とは独立に指導されている。また、変形の規則についても一般的な表現が与えられている。

1-(3)-2 分数の大小関係の指導について

次に、(3)「分数と数直線」では、分数の大小関係について教えている。101ページでは、

「 $\frac{1}{3}$ を単位にした目もりのある数直線を作」ることが主たる目的となっている⁽²⁵⁾。教科書では、下段にその数直線が描かれており、上段には、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、1、 $1\frac{1}{3}$ 、 $1\frac{2}{3}$ 、2…の順序で分数が縦に並べられている。分数の左にはそれらの分数を表現するタイルが描かれている。これらのタイルは、左端が揃えられており、タイルの右端から数直線に対して破線が下ろされている。これによって、分数およびそれを表現するタイルの大小関係が、長さの大小関係を媒介として、数直線上での位置関係に対応づけられているのである。授業では、タイルから数直線を構成する以上の作業を子どもたちに行なわせる⁽²⁶⁾。

次に、子どもたちに、分母が1、2、3、4、5、6、10になっている分数の数直線を作らせる。そして、それらの比較を通して、「同じ大きさでも、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{6}$ のようにいろいろな表し方があること、分子が同じなら、分母が大きいものほど小さくなること、分母が同じなら分子が大きいものほど大きくなることなど、大小・相等関係に関することに注意を向けさせ」るのである（傍点は引用者）⁽²⁷⁾。

次に、「102ページの方眼紙の上にかいてある数直線は、みんながかいた数直線と同じ仕組みになっています。この問題をやってみましょう」、「次の分数の大、小を不等号を使って表しなさい」として、いくつかの分数の組をあげている。これらの組については、「大小の判断をどういう手段とするかの見当をつけさせ」なければならない⁽²⁸⁾。例えば、同分子分数の場合、同分母分数の場合については前述の規則を用いることによって、また、分母、分子ともに異なる場合については数直線を用いることによって、すなわち、分数の大きさを長さで表現し、その長さの大小関係およびそれを媒介とした数直線

上での位置関係に依拠することによって、大小比較を行なうことが可能となる。

ここでは、分数の性質・大小関係に関する内容が教えられているわけであるが、同分母分数、同分子分数の大小関係に関する規則や約分・倍分の原理、それを用いた、通分による異分母分数の大小比較の方法などが教えられているわけではない。そのような一般的な原理・規則を教え、それを用いるというよりは、むしろ、長さの大小関係からそれらの内容に関する個別的な事実を導き、それらの原理・規則に対して「注意を向けさせ」るに止まっているのである。これらの内容については後に第5学年において指導されることを考えれば、ここでこのような指導を行なうことの意味または必要性が問題になるだろう。

次に、「わかるさんすう5」における教材、指導過程の構成について見ることにしよう。

「わかるさんすう5」では、「2. 分数のたし算・ひき算」の(1)「分数の形を変える」において、倍分・約分の原理、通分およびそれを用いた大小関係の指導が行なわれている。その内容について解説では次のように述べている。

「分数は変身します、 $\frac{1}{2}$ が $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{6}$ ……のよ

うに。このようなことは、これまで学習してきた整数・小数にはみられないことです。

“同じ大きさのものがいろいろな数字で表せる”。このことは、子どもにとってやさしいことではありません。したがって、視覚的に脳裏に残るような指導法をとる必要があります」⁽²⁹⁾。

ここでは、「2. 分数のたし算・ひき算」というテーマのサブ・テーマとしてではあるが、「分数の変身」を、分数に特有の性質として指導するという考え方が示されている。しかしながら、ここで考えられているのは倍分・約分による「変身」だけであり、先に見た帯分数⇔仮分数の変形は「変身」とは考えられていないようである。「分数の変身」に対するこのようなとらえ方が、結果として、帯分数⇔仮分数の変

形（第4学年）、倍分・約分による変形（第5学年）という内容編成となっているのではないだろうか。

1-(3)-3 約分・倍分の指導について

ここでの最初の項目は〈倍分〉である。これまで見てきた教科書においては、それに対応する内容が教えられていながら「倍分」という言葉が用いられておらず、倍分に対して、分数の性質として約分と同等の位置が与えられていないことを指摘してきたわけであるが、ここで初めて、この言葉が教科書の項目として取り上げられていることを確認することができる。次にその指導について見ることにしよう。

児童用書27ページの上段には、「1のタイルに $\frac{2}{3}$ だけ色をぬりました」、「ひとしいかんかくで横に線のはいったセロハンがあります」、「タイルの上にセロハンをかぶせました」という文とそれを表現する図が描かれている。そして、2等分、3等分、4等分されたセロハンをタイルの上に重ねると、 $\frac{2}{3}$ が、 $\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ 、

$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$ 、 $\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ になることが書かれ

ている。授業では、この他にも「 $\frac{4}{5}$ とか $\frac{3}{4}$ とか

$\frac{5}{8}$ とかのタイルを作らせ」、「セロハンを重ねることによる分数変身の作業をさせ」、「結果は次々に板書してい」く⁽³⁰⁾。また、同じページの下段では、「もう1つの方法として、セロハンを使用せず、そのままタイルを折るという方法」を用い⁽³¹⁾、 $\frac{2}{3}$ まで色をつけた正方形のタイルを縦に2つ折り、3つ折りにしていくと、

$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ 、 $\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$ になることが示さ

れている。授業では、これらの過程を作業によって行わせ、「作業を通して、分数の変身がわかったところで、変身を計算と結びつける学習に進

み)、もとの分数と変身した後の分数との関係を見せさせる⁽³²⁾。そして、次のように倍分の原理を教える。

「分数の分母と分子に同じ数をかけても、分数の大きさは変わりません。

分数の分母と分子に同じ数をかけて、分数の形を変えることを**倍分**といいます」。

続いて、この定義を用いて解くことのできる問題が出されている。

このように、ここでは、分数を表現するタイルに等間隔の線を入れる（またはタイルを折る）ことによって、同じタイルに対して別の分数による表現を与え、もとの分数も別の分数も同じタイルの表現であることから、両者が等しいことを導いている。そして、それを一般化することによって、倍分の原理が導かれているのである。

〈約分〉では、「倍分とまったく逆の手順」⁽³³⁾、すなわち、 $\frac{4}{6}$ 、 $\frac{6}{9}$ 、 $\frac{8}{12}$ を表現するタイルからセ

ロハンをとることにより、それが $\frac{2}{3}$ を表現するタイルに等しいことを教える。そして、次のように約分の原理を教えている。

「分数の分子と分母を同じ数でわっても、分数の大きさは変わりません。

分数の分子と分母を同じ数でわって、分数の形を変えることを**約分**といいます」。

以上の指導においては、面積の倍および等分に関する性質が用いられている。量の性質を用いたこのような説明は先に見た緑表紙教科書においても行なわれていたが、ここでは、その位置づけが明らかに異なっていることに注目しておきたい。この教科書において、分数は、2つの量の割合の表現ではなく、確定した量の表現と考えられ、ほぼ一貫してタイル（その面積）によって表現されている。そこでは、2つの量が等しいこととそれを表現する分数が等しいことは同値であるとされている。従って、そこには、緑表紙教科書で行なわれていたような、乗除算の計算規則までを用いた指導は必要ない

のである。

また、ここでは、指導過程においても、倍分が、分数の性質として約分と同等の扱いを受けていることを確認することができる。

次に、「約分の仕方を考えましょう」として、(1)公約数で割っていく方法、(2)最初から最大公約数で割る方法、の2つを提示し、約分するときには既約分数（分子と分母が互いに素である分数）になるまで約分することを教えている。(1)(2)の方法について、教師用書では、(1)の方法を用いると「少し数が大きくなると、既約分数までいかないのに約分を途中でやめてしまう子がけっこうでてきます」として、(2)の方法を重視している⁽³⁴⁾。このような指導が可能となるのは、すでに「1. 整数の性質」において初等整数論に関する内容が指導されていることによるものであろう。

1-(3)-4 通分とそれを用いた異分母分数の大小関係の指導について

〈通分〉では、まず、「 $\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{3}$ では、どちらがどれだけ大きいでしょうか。紙で正方形のタイルを作り、その大きさをくらべなさい」と問題を提示し、それぞれの分数を表現するタイルを縦に揃えて描いている。そして、その差に相当するタイル（ $\frac{1}{6}$ を表現する）が、1を表現するタイルおよび与えられた2つの分数を表現する2つのタイルの公約量となることを示し、 $\frac{1}{2}$ を表現するタイルはそのタイル3枚、 $\frac{1}{3}$ を表現するタイルはそのタイル2枚に等しいことから、与えられた2つの分数を、それぞれ $\frac{3}{6}$ 、 $\frac{2}{6}$ に倍分すれば比較可能となり、そこから、「 $\frac{1}{2}$ の方が $\frac{1}{6}$ だけ大きい」ことを導いている。

ここでは、与えられた2つの分数をタイルに

よって表現し、その差に相当するタイルが、2つのタイルおよび1を表現するタイル（その面積）の公約量となるように教材が構成されている。この公約量にあたるタイルと1を表現するタイルとの関係から、共通分母を見い出そうとしているのである。しかしながら、ここで、このような方法が通用するのは、2つの分数の差がたまたま単位分数になっていることによるところが大きい。そうでない場合には、公約量を発見するために複数回の手続き（互除法）を繰り返すことが必要になるからである。そのため、教科書の記述も、「分母が違う分数は、その分母を同じにすれば、その大きさをくらべることができます」と述べるに止まり、共通分母の発見方法については触れられていない。

ところで、先の指導過程における「どちらがどれだけ大きいでしょうか」という問題は、緑表紙教科書における通分の指導を想起させる。ここでは、異分母分数の大小比較から通分を導く際に、大小比較だけではなく、差を求めるといった目的を設定することによって、「分母をそろえる」方法が指導されていた。この指摘はここにもあてはまるのだろうか。

緑表紙教科書の場合、通分指導に関する問題が、同分母の場合、同分子の場合、分母も分子もともに異なる場合、の順で提出されており、前2者についてはすでに教えられた規則を用いて解き、それとの関連で、3つめの場合については、「分子をそろえる」のではなく、「分母をそろえる」ことを指導することが重要なポイントになっていた。ここでは、分数に対して、タイルのような一貫した表現が与えられておらず、大小関係を判断するためにはその規則に依らざるをえなかった。そこから、3つめの場合についてはどちらの規則に依ればよいのかが問題となり、「分子をそろえる」方法を退ける必要から、「どれだけ大きいか」という問題を設定する必要が生じた。異分母分数の加減が教えられていない段階では、分子をそろえても引き算はできないが、分母をそろえれば、「どれだけ大きいか」もわかるからである。

「わかるさんすう」においても、異分母分数の大小比較から通分を導こうとしている点では、緑表紙教科書と同じである。ここでは、分数は一貫してタイルによって表現されているわけであるから、タイルの面積を比較すれば「どちらが大きいか」はわかる。しかしながら、ここで終わってしまえば、ここでの目標である通分に到達することができない。そのため、ここでも、「どれだけ大きいか」という問題が必要になるのである。

この問題から通分の方法を導く論理については先に見た通りである。いずれの教科書においても、「差を求める」という目的の設定によって、すなわち分数の演算指導との関連に依拠して、通分の方法を導いている点では同じである。しかしながら、この点に加えて、ここでは、その論理の内容が異なっていること、そして、そのような違いが生じるのは、それぞれの教科書における分数の説明・意味づけの違いによるものであることを指摘することができる。なお、すでに見たように、黒表紙教科書では、「公分母をもつようにせよ」「通分せよ」と問題を提出してその方法を教えるという構成になっていた。そこには、何らかの論理によって通分の方法を導くという、ここで問題にしたような考え方はそもそも存在していなかったのである。

次の30ページでは、「 $\frac{7}{12}$ mのテープと $\frac{5}{8}$ mのテープがあります。どちらがどれだけ長いでしょうか」という問題を提示し、「分母を同じにすればくらべられます。こんどは計算で求めましょう」として、2つの分数を、2、3、4…で倍分した式、

$$\frac{7}{12} = \frac{14}{24} = \frac{21}{36} = \frac{28}{48} \dots\dots$$

$$\frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \frac{15}{24} = \frac{20}{32} \dots\dots$$

を示し（24の部分はゴシック体になっている）、「分母が24のとき、同じ分母の分数になりました。24は12と8の公倍数です。 $\frac{5}{8}$ mのテープの

方が、 $\frac{1}{24}m$ 長いことがわかります」として、通分とその方法を次のように一般化している。

「2つ以上の分数を、大きさを変えないで、どれも同じ分母の分数に倍分することを**通分**といいます。

通分すると、新しい分母ははじめの分数の分母の公倍数になります。

通分で分母をできるだけ小さくするには、はじめの分母の最小公倍数を分母にします」。

ここで初めて、異分母分数の大小比較の方法として、(2つの分数の分母の)最小公倍数が共通分母となるように、与えられた分数を倍分すればよいことが教えらるるのである。そして、素因数分解によって「最小公倍数を求めてから、通分する方法」が教えられ、それを用いて、与えられた2つの分数を通分する問題が出されている。(2) [分数のたし算とひき算] では、この通分を用いて、異分母分数の加法・減法が教えらるのである。

以上が、「わかるさんすう」における分数の性質・大小関係の指導である。ここでは、次のような点を指摘することができる。

《教育内容の編成について》

(1) 「わかるさんすう」においても、分数の性質・大小関係に関する内容編成が、分数の加法・減法の内容編成と関連づけられている。

(1)-1. 加法・減法の内容は、同分母であるか、異分母であるかによって2つに分けられており、その間に、性質・大小関係の指導の一環である倍分・約分、通分が位置づけられている。

(1)-2. 大小関係の指導においても、同分母の場合、同分子の場合がまず教えられ、次に、通分が教えられた後に、それを用いて異分母の場合が教えらる、という編成になっている。

(1)-3. このような、通分を境にした、加法・減法および大小関係に関する教育内容の編成が、複数学年に渡って行なわれている。

《分数の性質・大小関係の指導について》

(2) 分数の性質・大小関係の指導も、また、複数学年に渡って行なわれている。

(2)-1. 「分数の変身」が分数に特有の性質として指導の対象とされているが、そこに含まれているのは倍分・約分による「変身」のみであり、帯分数⇔仮分数の変形は含まれていない。このようなとらえ方により、「分数の変身」に関する内容もまた、複数学年に渡って指導されるという結果になっている。

(2)-2. 第5学年では分数の大小関係が教えられているが、第4学年においてはそれに関する個別的な事実のみを教えるという中途半端な扱いに止まっている。

(3) 帯分数⇔仮分数の変形規則、約分・倍分の原理の指導等において、分数は、ほぼ一貫してタイル(その面積)によって表現されており、またそれらの原理・規則に対しても一般的な表現が明確に与えられている。

(4) 倍分には、分数の性質として約分と同等の位置が与えられている。

(5) 通分の指導においては、異分母分数の大小比較から通分を導くという方法が採られている。そこでは、大小比較だけでなく、2つの分数の差を求めるという課題が設定されている点で、分数の演算指導との関連に依拠した指導になっている。

《初等整数論との関連について》

(6)-1. 最小公倍数、最大公約数等の内容については、倍分・約分の原理、通分等の内容が指導される前の章において教えられており、初等整数論に関する内容は、分数に関する教育内容としては編成されていない。

(6)-2. この点と関連するが、約分、通分の指導においては、最大公約数、最小公倍数を発見し、最初からそれを用いることが強調されている。

1-(4)「タイル」による分数の表現と演算指導への従属

次に、新居信正・荒井公毅による絵本「分数たす・ひく」⁽³⁵⁾における分数の性質・大小関係の指導について見よう。

この絵本は、「分数の変身」「たし算・ひき算」「分数の便利さ」という3つの柱によって構成されているが、ここで分析の対象とするのは最初の2つである。その項目について見ると、「分数の変身」は、(1)「どちらが多い?」、(2)「帯分数を仮分数に」、(3)「かけて・たす」、(4)「わって・あまりあり」、(5)「帯仮分数」。次に、「たし算・ひき算」は、(6)「分母がちがうたし算」、(7)「分母がおなじたし算」、(8)「分母をおなじにする」、(9)「帯分数の倍分」、(10)「帯分数のままでも倍分できる」、(11)「通分の話」、(12)「通分のしかたいろいろ」、(13)「大きさを変えずに変身」、(14)「ワインの残りは何ℓ?」となっている（なお、これらの項目は必ずしも対等な関係にあるわけではなく、例えば複数の項目がひとまとまりになって上位の項目を構成するという関係になっているものもあるが、ここではさしあたりそれらの関係は無視して、この絵本にかかげられている項目をそのまま列挙している）。

そこにおける教育内容の編成は次の通りである。

まず、「分数の変身」において、(1)仮分数、帯分数の定義・用語、記法について教え、次に、(2)(3)帯分数、整数→仮分数への変形、(4)仮分数→帯分数への変形、を教えている。次に、「たし算・ひき算」では、最初に、(6)分母が異なる加法の問題を提出する。そして、このままでは計算できず、分母が同じであればたし算できるとして、まず、(7)分母の等しい場合の加法を指導する。続いて、(8)倍分およびそれによって分母を等しくする方法、(9)(10)帯分数の倍分、について知らせる。次に、再び(11)異分母分数の加法の問題を提出し、(8)で教えた通分の方法によってそれを解決する（ここで、(12)通分について3通りの方法を提示している）。(13)異分母分数の

加法の問題についてその結果が既約分数にならない場合を提示し、そこで約分を教えている。最後に、(14)異分母分数の減法を教えている。

以上の概観から、この絵本においても、これまでに見てきた教科書と同様、分数の性質・大小関係の指導が、加法・減法の指導と密接に関連づけられていることがわかる。例えば、ここでも、加法・減法の指導が、(7)同分母であるか、(11)異分母であるかによってその内容が分けられており、その間に、性質・大小関係指導の一環である(8)倍分、およびそれをういた通分の指導が位置づけられている。

この点についてはこれまでに見てきた教科書においても同じであったが、この絵本については、それに加えて、次に述べる点を特徴として指摘することができる。

まず、性質・大小関係に関する内容のうち、独立した指導の対象となっているのは、「分数の変身」という柱のもとで教えられている、仮分数⇄帯分数への変形だけであり、倍分・約分、通分などはそのような位置を与えられていない。これらの内容については、「たし算・ひき算」という柱のもとで、すべて、加法・減法の指導に関連づけて、すなわちその指導における必要性との関連において、教えられているのである。例えば、倍分と通分が教えられるのは、「異分母分数の加減の計算には、通分が必要になって」くるし、「通分を教えるには、どうしても〈倍分〉の理解が必要になる」という理由によるのである⁽³⁶⁾。

次に、倍分・約分の指導は、これまでの教科書において見たような、倍分・約分→通分という順序ではなく、「[上記(8)において]通分[および倍分]を勉強してから[上記(13)で]約分に入る」という順序、すなわち、倍分、通分→約分になっている⁽³⁷⁾。この点について、解説では、「倍分がしっかり理解・習熟していないうちに約分に入ると、ゴチャゴチャになってしまう子どもたちがでてきてしま」うため、「倍分と約分を教える時期をずらしたほうがよい」と述べている⁽³⁸⁾。しかしながら、時期をずらし

て約分を教えることと倍分についての理解・習熟が図られることは別の問題であり、このような内容編成の根拠とはなり得ない。この点についても、先に見た教育内容の編成から、演算結果を既約分数にする必要性との関連で約分の指導を位置づけている、ととらえるのが適当であると思われる。

このように、この絵本においては、分数の加法・減法を教えることが主要な目的となっており、その指導における必要性との関連において、分数の性質・大小関係の指導が位置づけられている。この点については、この絵本のテーマが「分数たす・ひく」となっていることから推察されるところである。従って、これまで性質・大小関係の指導と述べてきたが、実は、この絵本においては、大小関係の指導はほとんど行なわれていない。例えば、この絵本において通分が教えられるのは、先に指摘したように、それが異分母分数の加法に必要なからであり、異分母分数の大小比較に適用されることはない。そのような内容は、そもそも教育内容として設定されていないのである。

教育内容の編成については以上の点を確認した上で、次に具体的な教材、指導過程の構成について見ることにしよう。

1-(4)-1 帯分数⇔仮分数の変形規則の指導について

まず、(1)「どちらが多い？」では、次のような問題をさし絵とともに提示している。

「牛乳が下の左の容器には $\frac{14}{3}l$ 、右の容器に

は $4\frac{2}{3}l$ 入っています。さて、どちらの容器

に入った牛乳が多いでしょうか。パッと数字を見たかんじでは、どちらが多いと思いますか。

そして、「分数どうしをくらべるときには、タイルを書いてみるとはつきりします」として、それぞれの分数をタイルによって表現すると、

$\frac{14}{3}$ は、1を表現するタイルを3等分した1つ分、

すなわち $\frac{1}{3}$ を表現するタイルが14本、 $4\frac{2}{3}$ は1

を表現するタイル4枚と $\frac{1}{3}$ を表現するタイルが

2本となり、この二つのタイル（その面積）を比べてみると「どちらも同じ量」であることから、最初に与えられた2つ分数は等しいという結論を導いている。そして、「これからは、分数のことを考えるときには、タイルを書いて考えましょう」と述べ、次のように仮分数と帯分数を教えている。

「 $\frac{14}{3}$ のように分母より分子の数字の大きい分

数のことを〈仮分数〉といいます。また、

$4\frac{2}{3}$ のように分数の前に整数がついた分数を

〈帯分数〉といい、『4荷 $\frac{2}{3}$ 』と読みます。」

このように、ここでは、タイルの表現として帯分数、仮分数を導入しており、この点で、先に見た「わかるさんすう」における指導と同じである（ただし、ここでは、帯分数を「分数の前に整数がついた分数」と定義している。これは記法に注目した定義であり、整数と分数の和であるという内容が述べられていない。この点についてはタイルから自明であるとされているのであろう）。

次に、(2)「帯分数を仮分数に」、(3)「かけて・たす」において、帯分数→仮分数の変形が教えられる。ここでも、与えられた帯分数をタイルによって表現し、次にそのタイルの整数部分に、与えられた帯分数の分数部分の分母の数だけ縦に等間隔の線を記入したタイルを提示している。そして、「帯分数を仮分数に変身させるには、〈かけて・たす〉とできます」と述べ、「式で書くと、 $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ $3 \times 4 + 2 = 14$ となります」という例をあげて、その変形規則を教えている。

このように、ここでも、「わかるさんすう」と同じく、面積の等しい2つのタイルを提示し、それぞれを異なった方法で、すなわち一方は帯分数で、他方は仮分数で表現することを通して、帯分数→仮分数の変形規則が教えられている。そして、次に、「ちからだめし」として、この規則を用いて解くことのできる問題および整数を仮分数に変形する問題が出されている。

(4)「わって・あまりあり」においても、同様の方法によって、仮分数→帯分数の変形規則を教えている（なお、(5)「帯仮分数」では、整数+仮分数の形で表現される分数を「帯仮分数」と定義し、それを帯分数に変形する方法を、例をあげ、タイルを用いて、教えている）。

以上が、この絵本の最初の柱である「分数の変身」の内容である。はじめに指摘したように、そこで教えられているのは、帯分数⇄仮分数の変形規則だけであり、倍分・約分による変形については教えられていない。また、そこでは、「わかるさんすう」と同じく、分数はタイルによって表現するという方針で貫かれている。

1-(4)-2 倍分の指導について

これに続く柱は「たし算・ひき算」である。その最初の項目である、(6)「分母のちがうたし算」において提示される問題は次の通りである。

「砂場に $\frac{3}{4}$ t の砂を入れました。これでは少

ないので $\frac{5}{6}$ t の砂を入れました。砂は、全部

で何 t 入れたのでしょうか。」

この問題については、与えられた分数をタイルによって表現すれば和に相当するタイルを作ることにはできるが、それを分数で表現することができない。しかし、「分数の分母がおなじならば、たし算はかんたんにできます」として、タイルを用いて同分母分数の加法に関する計算規則を教え、「ちからだめし」において、それを用いる計算を練習させている（(7)「分母がおなじたし算」）。

次に、(8)「分母を同じにする」で、「分母の

ちがう分数も、分母をおなじにすることができたら、たし算ができそうです。「数学者は、分数の大きさを変えずに、分数の形をかえるうまい方法を知っています」として、先の問題で与えられた2つの分数の分母を等しくする過程をタイルを用いて表現している。

ここでも、分数を表現するタイルに等間隔の線を入れることによって、同じタイルに対して別の表現を与え、もとの分数も別の分数も同じタイルの表現であることから、両者が等しいことが導かれている。この点で、先に「わかるさんすう」について見た倍分の指導と本質的に変わるものではない。

そして、そこから、次のように倍分の原理を一般化している。

「分数の〈分母〉と〈分子〉におなじ数をかけると、大きさをかえずに形だけを変えることができます」。

「このように、分数の〈分母〉と〈分子〉におなじ数をかけて、分数の大きさをかえずに分数の形だけを変身させるやり方を、数学者は〈倍分〉と呼んでいます」。

この項の「ちからだめし」では、与えられた分数を4で倍分する問題が出されている。

このように、「わかるさんすう」とほとんど同様の教材、指導過程によって倍分が教えられているわけであるが、はじめに指摘したように、この絵本における倍分指導の目的は、分数の性質として倍分を教えることではなく、それを異分母分数の計算に用いるという点にある。先に引用した倍分の定義に続く次の記述は、このような考え方を明確に表現している。

「〈倍分〉をつかうと、いままでできなかった分母のちがう分数のたし算ができるようになります。そこで、みなさんも倍分を覚えてドンドンつかえるようになりましょう。」

ところで、 $\frac{3}{4}$ t と $\frac{5}{6}$ t は、倍分したら $\frac{18}{24}$ t

と $\frac{20}{24}$ t になりました。分母がおなじになった

ので、これでたし算ができます」。

(なお、ここで倍分した分数の分母は、与えられた分数の分母の最小公倍数にはなっていない。この点については、(12)「通分のしかたいろいろ」における内容との関連で、後に触れる)。

1-(4)-3 通分の指導について

(9)「帯分数の倍分」、(10)「帯分数のままでも倍分できる」において帯分数の倍分の方法について教えた後、(11)「通分の話」に入る。その最初の問題は次の通りである。

「砂場に $\frac{5}{6}t$ の砂を入れました。これでは少

ないので $\frac{3}{4}t$ の砂を入れました。砂は全部で何t入れたのでしょうか」。

これは、異分母分数の加法を必要とする点で、最初に提示された問題とまったく同じ問題である。そして、倍分の原理を用い、分母を等しくしてたし算を行なうという指導についても、特に変わるところは見られない。ここで異なるのは、その過程において、次のように、「通分」という言葉が教えられている点だけである。

「分母のちがう分数のたし算をするとき、それぞれの分数を倍分して、分母をおなじにしてから計算します。このように2つ以上の分数をそれぞれ倍分して分母をそろえることを〈通分〉といいます。これは、『共通な分母の分数にする』という意味なのです」。

そして、(12)「通分のしかたいろいろ」において通分の方法を教えている。

「通分には、いくつかの方法があります。

- ①となりの分母で、おたがいに倍分しあう方法。
 - ②倍数表をつかって、かける数を見つける方法。
 - ③素因数分解で最小公倍数を見つける方法。
 - ④互除法で最小公倍数を見つける方法。
- と、ざっと4つの方法があります。①の方法は〈となりがけの術〉といって、4つの方法のなかでいちばん便利です。②、③、④の方法でやる人もいますが、どれか1つを覚える

としたら①の方法を覚えましょう。

いろいろなことをたくさん覚えられる人は、おとなの人に教えてもらうのもいいでしょう。ここでは、①の方法のやり方だけを説明します。

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{20}{24} + \frac{18}{24} = \frac{38}{24}$$

↑となりの4で倍分

通分するとき、となりにある分数の分母の数で倍分するので、〈となりがけの術〉というのです」。

ここでは、素因数分解や公倍数、最小公倍数など、初等整数論に関する内容は前提とせず、一番簡単な方法だけを提示している。この点については、この絵本が、例えば「わかるさんすう」のように、あらかじめ初等整数論に関する内容を一通り教えておく、といった教科課程(カリキュラム)の中に位置づけられていないという点についても考慮しなければならないだろう。しかしながら、そのような点を考慮に入れたとしても、例えば黒表紙教科書について見たように、《分数指導に関する内容の中に初等整数論に関する内容も含める》という教育内容の編成も、選択肢としては考えられるわけで、ここではこのような選択が行なわれていない点に注目したい。このような観点からは、通分の方法に関する以上の記述は、《初等整数論に関する内容は前提としない》という考え方を具体化したものとしてとらえることができるだろう。

1-(4)-4 約分の指導について

次に、(13)「大きさを変えずに変身」において、次のような問題が提示されている。

「 $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ を計算すると、

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} + \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{12}{18} + \frac{15}{18} = \frac{27}{18}$$

$\frac{27}{18}$ という答えになりました。ここで、分数の大きさを変えずに分母・分子の数を小さくす

ることができるでしょうか」。

そして、演算結果の分数をタイルで表現し、そこから等間隔の線分を取り去ることによって同じタイルに対して別の分数による表現を与え、いずれも等しいタイルの異なる表現であることから、2つの分数が等しいことを導いている。これも、面積の等分、倍に関する性質を利用した、「わかるさんすう」における約分指導と同じものである。そして、次のように約分の原理を一般化している。

「分母・分子をおなじ数でわってやれば、大きさを変えずに分母の小さな分数にすることができます。このように、分数の分母と分子をおなじ数でわって分数の形だけを変えることを、数学者は〈約分〉と呼んでいます」。

約分の方法については、「まず、 $\div 2$ で約分してみます。 $\div 2$ でわれなくなったら、 $\div 3$ 、 $\div 5$ 、 $\div 7$ 、 $\div 11$ と順番にわる数を大きくしていきます。こうすると、計算まちがいをしなくてすむからです」と述べている。ここでも、最初から最大公約数によって約分することを要求しておらず、《初等整数論に関する内容は指導の前提としない》という先に見た方針が具体化されている。

このように、ここでは、異分母分数の演算結果が既約分数にならない場合を提示し、それを既約分数に変形する必要性との関連で、約分が教えられている。

実は、〈となりがけの術〉によって通分を行った場合、共通分母は大きくなるのが自然であるから、演算の結果が既約分数にならないのも、また自然なのである。この絵本において、約分指導の必要性は、通分を用いた異分母分数の加法指導において《最小公倍数にはこだわらない》という方針から導かれているのである。この点にも、この絵本における、性質・大小関係指導の内容と加法指導の内容との関連を見ることができる。

以上が、新居・荒井の絵本「分数たす・ひく」における、分数の性質・大小関係に関する教育内容および教材、指導過程の構成である。これ

らの内容について、ここでは次の点を確認することができる。

《教育内容の編成について》

(1) 分数の性質・大小関係の指導に関する指導が、加法・減法の指導と密接に関連づけられている。

(1)-1. 加法・減法の指導が、同分母であるか、異分母であるかによってその内容が2つに分けられており、その間に、性質・大小関係指導の一環である倍分、通分の指導が位置づけられている。この点については、これまでに見てきた教科書と同様である。

(1)-2. 性質・大小関係の指導に関する内容のうち、独立した指導の対象となっているのは、仮分数 \leftrightarrow 帯分数の変形のみであり、倍分・約分、通分などの内容は、すべて加法・減法の指導における必要性との関連において、教えられている。

(1)-3. 倍分・約分、通分の指導は、倍分・約分 \rightarrow 通分という順序ではなく、倍分、通分 \rightarrow 約分という順序になっている。倍分、通分が教えられるのは異分母分数の加法指導の必要からであり、約分が教えられるのは演算結果を既約分数にする必要からである。そして、通分を用いた異分母分数の大小比較等はそもそも教育内容として設定されていない。

(1)-4. このように、この絵本においては、分数の加法・減法を教えることが主要な目的になっており、その指導における必要性との関連において、分数の性質・大小関係の指導が位置づけられている。従って、大小関係に関する内容は指導の対象になっていない。この点が、この絵本における教育内容編成の大きな特徴である。

《分数の性質の指導について》

(2) 全体として、「わかるさんすう」における教材、指導過程の構成と共通する点が多い。

(2)-1. 帯分数 \leftrightarrow 仮分数の変形規則、約分・倍分の原理、通分の指導において、分数

は一貫してタイル（その面積）によって表現されている。

- (2)-2. これらの原理・規則については、一般化された表現が明確に与えられている。
- (2)-3. 倍分には、分数の性質として約分と同等な位置が与えられている。

《初等整数論との関連について》

- (3)「初等整数論に関する内容は分数指導の前提としない」という方針で貫かれている（この点は「わかるさんすう」と対照的である）。
- (3)-1. 通分の方法については、たがいに他方の分数の分母で倍分するという〈となりかげの術〉のみが指導されており、最小公倍数を発見して最初からそれで通分する方法は強調されていない。そして、このような方針が、約分指導の必要性を導いている。
- (3)-2. 約分においても、公約数で順に割っていく方法のみが指導されており、最大公約数を発見し、最初からそれで約分する方法は教えられていない。

1-(5) 分数の本質的な性質としての「分数の変身」の指導

次に、授業書「新しい数—分数」⁽³⁹⁾における分数の性質・大小関係の指導について見よう。

この授業書では、「有理数のひとつの表現としての分数に特徴的な性質それ自体を、他の内容から相対的に独自な内容として指導する」ことが基本方針の一つになっている。具体的には、「分数の加減算の完成の前提である、分数の変形（仮分数⇔帯分数、倍分・約分および倍分の延長としての通分）をすべて加減算以前に指導する」。なお、「加減算は同分母と異分母とで分断することなく、ひとまとまりの計算体系を、『水道方式』の適用により構成する」⁽⁴⁰⁾。

この授業書における教育内容の編成は次の通りである。(1)「新しい数—分数」、(2)「分数のヘンシン（その1）」、(3)「分数のヘンシン（その2）」、(4)「通分」、(5)「分数のたし算」、(6)「分数のひき算」。

(1)において、互除法を用い、連続量を単位量によって測定した際に生じる端下量の表現として、分数を導入する。(2)では帯分数⇔仮分数の「変身」、(3)では倍分・約分による「変身」、(4)では通分による（異分母分数の）大小比較が教えられる（同分母分数の大小比較については教えられていない）。(5)(6)では、分数の加法・減法が、異分母分数の場合について教えられる（同分母分数の加法・減法については、(1)で教えられている）。

これまでに見てきた教科書、絵本において、分数の性質・大小関係に関する内容の編成は、分数の加法・減法に関する内容の編成と密接に関連づけられていた。例えば、いずれの教科書・絵本においても、加法・減法の内容は、同分母であるか、異分母であるかによって2つに（「わかるさんすう」の場合には2つの学年に）分断されており、その間に、性質・大小関係指導の一環である倍分・約分および通分の指導が位置づけられていた。大小関係の指導についてもこの点は同様であった。また、「わかるさんすう」では、「分数の変形」の中に仮分数⇔帯分数の変形が含められておらず、また、倍分・約分の指導も複数学年に渡って行なわれていた。その結果、全体として見ると、「分数の変形」の指導が複数学年に分散して行なわれるという編成になっていたのである。これに対して、この授業書では、加法・減法の内容は「同分母と異分母とで分断することなく」、しかも一つの学年において教えるよう、いわば「ひとまとめに」編成されている。そして、その前提として、仮分数⇔帯分数による変形、倍分・約分、および通分を内容とする「分数の変形」が、これも「ひとまとめに」指導されることになっているのである。内容編成に関するこのような違いは何に由来するのであろうか。

この点については最初の引用においても述べられているが、大田邦郎はさらに次のように述べている。

「分数と小数との最も大きな違いは、小数での表わし方はほとんど一意的であるのに対し、

分数は同じものを様々の形で表わすことができるということにある。

よく、仮分数を帯分数に『なおす』というが実際はまちがったものを正しく『なおす』

わけではない。 $\frac{7}{3}$ も $2\frac{1}{3}$ も姿は異なっていて

も同一のものである。同一のものが様々に姿を変えるというわけで、岡田進氏の『変身』という表現は分数の本質をうまく言い表わしている。岡田氏は、この『変身』という表現を

仮分数 \longleftrightarrow 帯分数

などの『分数の変形』だけではなく、『倍分・約分』のところでももちろん使っている。タイルを使って上図のように「図は省略」、同一のものが無数に違ったかたちで表現できることを、やはり分数の本質的な性質として導入のあと、加減の前にきちんと指導すべきではないかと思う⁽⁴¹⁾。

「分数を互除法による量の分数で導入し、そのあとすぐに分数の性質（ひとつの数が様々の形で表わされること）を指導し、ここで仮分数 \longleftrightarrow 帯分数などの変形と、倍分・約分、そして倍分の発展としての通分をきちんと指導すれば、分数の加減算は同分母と異分母で別個の体系にする必要はない⁽⁴²⁾。

先に見た内容編成に関するちがいは、「分数の変身」の内容の位置づけの違いによるものである。「同じものを様々の形で表わすことができる」というこの性質を「分数の本質的な性質」ととらえ、それを加法・減法の指導と関連づけることなく、独立した指導の対象としている点が、この授業書の最も大きな特徴である。その結果、加法・減法についても、通分によって内容を分断することも、それを複数学年に渡って指導することもなく、やはり‘ひとまとめに’指導することが可能となっている。

以上の点を確認した上で、この授業書における教材、指導過程の構成について見ることにしよう。

1-(5)-1 帯分数 \leftrightarrow 仮分数の変形規則の指導について

(2)「分数のヘンシン(その1)」では、帯分数 \leftrightarrow 仮分数の変形について教えられる。

「問題7 $\frac{25}{7}$ mのはばの川があります。つよ

しくんは $3\frac{3}{7}$ mとべるので、安心してとびま

した。だいじょうぶでしたか?(タイルを書いて考えよう)」

この問題によって、「同分母の仮分数と帯分数の大小比較を通じて仮分数の帯分数への変形、また、その逆の変形ができるということを知らせる」。「タイル図(ボール紙などで全体用を

準備しておく)から、 $\frac{25}{7}$ は $3\frac{4}{7}$ 、 $3\frac{3}{7}$ は $\frac{24}{7}$ と表

わすことができるということに気付けばよいのであって、計算規則はこの時点では問わない。

授業では各自にタイル図を書かせて比べさせ、2通りの方法(仮 \rightarrow 帯、帯 \rightarrow 仮)を引き出せばよい。つよし君は結局、川に落ちる」。続く、

「れんしゅう4」では、「タイル図を書きながら仮分数で表わされた大きさを帯分数で表わす練習」を行ない、「このあと仮分数を帯分数・整数に変形する規則を導く」。すなわち、「れんしゅう4」の終了後、その最初の問題である、

$\frac{7}{3} = 1\frac{4}{3} = 2\frac{1}{3}$ を例にとつて、

「タイルにより、 $\frac{7}{3}$ は $\frac{1}{3}$ が7個分、 $\frac{1}{3}$ が3個

分で1だから、

$$7 \div 3 = 2 \cdots 1$$

で、 $\frac{7}{3}$ は1が2つと $\frac{1}{3}$ が1つ— $2\frac{1}{3}$ と導くこ

とができる。これから

仮分数の分子 \div 分母=帯分数の整数部分

…帯分数の分子

と、一般化すればよい。余りが0であれば整数で表わされる⁽⁴³⁾。

ここでは、分数の表現としてタイル(その面積)を用いている点、同じタイルに対して複数

の分数による表現を与え、タイルの面積は変わらないことから、それを表現する分数も等しいことを導いている点、そして、そこから変形規則を一般化している点など、「わかるさんすう」において見た指導とほぼ同じである。

帯分数→仮分数の変形規則についても同様の指導過程が構成されており、「タイル算の後に計算規則を導き、一般化する」⁽⁴⁴⁾。

1-(5)-2 約分・倍分の指導について

次に、(3)「分数のヘンシン(その2)」において、倍分・約分の原理が指導される。

「問題8 雪がふりました。大田くんの家の前には $\frac{2}{3}$ m、佐藤さんの家のうらには $\frac{6}{9}$ mつもりました。どちらが多くつもったでしょう」。ここでは、「大小比較を通じて、この2つの真分数が、実は同一の大きさを表わす同一の数であることに気付かせ、同じシルエットの分数の中にも、同値なものがあることを知らせるのがねらいである。ここでは、用語や計算規則には触れない。「指導過程では、まずタイルを書かせて考えさせる。直接大小比較する方法も出されるだろうが、倍分の萌芽的な考え方が出てくることも十分に予想される。最後に、タイルに透明セロファンに線を入れたものをかぶせて見せる」⁽⁴⁵⁾。次に、「れんしゅう9」では、

$\frac{3}{4}$ のタイル、その下には、横にそれぞれ2等分、3等分、4等分の線が入ったセロファンを上からかぶせたタイルが描かれている。ここでは、これらのタイルを用い、まず、 $\frac{3}{4}$ が、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{9}{12}$ 、

$\frac{12}{16}$ になることを指導し、次に、「『分母を20にすると分子はいくつになるか』と、分母を指定し、考えさせる過程で規則性の存在に気付かせ、倍分の定式化をはかる。タイルを横に5等分すれば分母は20になるが、このとき、分子も分母と共に5倍になることがわかれば、『分母と分子に同じ数をかけても分数の大きさは変わらない

い』と、一般化されるのである」⁽⁴⁶⁾。そして、「このようにして分数をヘンシンさせることを倍分といいます」と倍分を定義し、問題9では、与えられた分数を、与えられた数を分母とする分数に倍分する練習を行なっている。

以上が倍分の指導過程である。ここでも、「わかるさんすう」と同じく、分数を表現するタイルに等間隔の線を入れることによって、同じタイルに対して別の分数による表現を与え、もとの分数も別の分数も同じタイルの表現であることから、両者が等しいことを導いている。また、それを一般化することによって倍分の原理を導いている。

続いて、「[タイルから]セロファンをはがして横の区切りを取る」という、「分母と分子を同数で割ることに対応する」操作を通して⁽⁴⁷⁾、約分の原理が指導される。教材、指導過程の構成は、倍分の場合と同じであり、ここでも、次のように約分の原理が一般化されている。

「分母と分子を同じ数でわっても、分数の大きさは変わりません。

このようにして分数をヘンシンさせることを、約分といいます」。

ここで見ておかなければならないのは約分の方法である。これは初等整数論に関する内容との関連の問題である。先に見たように、「わかるさんすう」ではすでに最大公約数が教えられていたことから、素因数分解によって最大公約数を求め、最初からその数で約分する方法が重視されていた。この授業書では、「れいだい」

で「 $\frac{84}{126}$ を約分しなさい」という問題を提出し、

まず2で割り、次に3、7で割って $\frac{2}{3}$ に変形す

る方法を示し、「 $\frac{84}{126}$ は、約分すると、 $\frac{42}{63}$ や $\frac{14}{21}$

や $\frac{2}{3}$ になります。 $\frac{42}{63}$ や $\frac{14}{21}$ はまだ約分できますが、

$\frac{2}{3}$ はもうこれ以上約分できません。約分するときは、ふつう、それ以上約分できなくなるまで

約分します」と述べている。最終的には既約分数になるまで約分することを規則として教えていることに変わりはないが、その過程においては、先に見た新居・荒井による分数絵本と同じく、公約数で順に割っていく方法が教えられており、最大公約数を発見し最初からそれで約分することは重視されていない。この点について、解説では次のように述べている。

「約分の指導では、『分数の分母と分子を同じ数で割っても、分数の大きさは変わらない』ということが理解されれば良いのであり、

『同じ数』の見つけ方も、公約数の指導がパーフェクトになされていることを前提としないかぎり、『2で割ってみて、次に3で割ってみて、……』という手続きによる方法でもかまわないし、また、この方法で約分の意味と計算練習は、十分に指導しうると考える」⁽⁴⁸⁾。

これは、「初等整数論に深入りして指導の流れを分断するのではなく、あくまで『分数の指導』として一貫性をもたせるという考えである」⁽⁴⁹⁾。われわれは、先に、黒表紙教科書について、倍分・約分の準備として倍数・約数（公倍数・公約数）が教えられており、初等整数論に関する内容が分数指導の中に含まれていることを見た。この授業書においてとられている考え方は、黒表紙教科書のような内容編成に対する批判にもとづくものと理解することができる。

次に、「ヘンシンする数……分数」が指導される。ここでは、 $2\frac{3}{4}$ を、「ヘンシン(1)」により、 $2\frac{3}{4} = 1\frac{7}{4} = \frac{11}{4}$ と変身させ、次に、これらを「ヘンシン(2)」により、 $2\frac{6}{8} = 1\frac{14}{8} = \frac{22}{8}$ （2による倍分）、 $2\frac{9}{12} = 1\frac{21}{12} = \frac{33}{12}$ （3による倍分）、…… $2\frac{196611}{262148} = 1\frac{458759}{262148} = \frac{720907}{262148}$ （65537による倍分）、……と変身させている。そして、「小数は、たとえば2.35ならば、ほかのあらわし方はありません。ところが分数は、たとえば

$2\frac{3}{4}$ は、左のように何とわりもあらわし方があって、どれも同じ数です。分数はヘンシンする数なのです。 $2\frac{196611}{262148}$ は、ほんとうに $2\frac{3}{4}$ なのか。

約分してたしかめてみよう！」と述べている。

ここでは、これまでに見てきた『『分数のヘンシン』の総まとめ』として、『『ひとつの数が無数の形で表現される』ことを、あらためて確認』している⁽⁵⁰⁾。

1-(5)-3 通分とそれを用いた異分母分数の大小関係の指導について

(4)「通分」では、通分、およびそれを用いた異分母分数の大小比較がえられる。

その最初の問題は次の通りである。

「問題12 2人のあかちゃんがあります。めぐみちゃんは $1\frac{4}{9}$ dl、いづみちゃんは $1\frac{5}{12}$ dl、

ミルクを飲みました。どちらがたくさん飲みましたか？」

解説によれば、「ここでは異分母分数の大小比較の問題を考えていく中で、倍分して分母をそろえれば分子の数で大小を比べることができることに気付かせるのがねらいである」⁽⁵¹⁾。

ここでも、「わかるさんすう」や緑表紙教科書と同じく、異分母分数の大小比較から通分の方法を導くという方法がとられている。そこでは、「(倍分によって)分母をそろえればよい」という結論を導くために、「どちらが大きいか」に加え、「どれだけ大きいか」という問題が設定されていた。この授業書では、「わかるさんすう」と同じく、分数をタイルで表現するという方針をとっているにもかかわらず、そのような問題は設定されていないことに注目したい。すでに見たように、「わかるさんすう」では、与えられた2つの分数の差に相当するタイルが、2つの分数を表現するタイルおよび1を表現するタイル（いずれもその面積）との公約量となるように、教材が構成されていた。このような教材構成によって、「分母をそろえればよい」

という結論が導かれていたのである。このような指導過程が構成されているのは、分数がタイルで表現されている以上、タイルを直接比較すれば「どちらが大きいか」は明らかであり、そこで終わってしまうのは通分の方法を導くことができない、という問題に対応するためであった。

この点に関して、この授業書では、「どれだけ大きいか」という問題の設定は行わず、「授業では問題にはいる前に倍分・約分のかんたんなまとめを行なう⁽⁵²⁾」ことと合わせ、教材、指導過程の構成において、次のような工夫が行なわれている。

「まず、直接比較がやりづらいようにタイルを横に並べ、整数部分が等しいときは真分数部分を比べれば良いということを確認する。

$\frac{4}{9}$ と $\frac{5}{12}$ の大小は差が $\frac{1}{36}$ しかないので直観的にはほとんど判断ができないため、何らかの方法を考えざるを得ない。[そこから]倍分して分母をそろえるという方法を引き出し、 $\frac{16}{36}$

と $\frac{15}{36}$ で $\frac{16}{36} > \frac{15}{36}$ と計算レベルで判断してから実際に直接比較を行なって確かめる⁽⁵³⁾。

タイルで表現しても直観的な判断がむずかしい分数を与え、しかもその直接比較がむずかしいように、最初はタイルを横に並べるのである。ここでも、「わかるさんすう」と同じく、最初に与えられる2つの分数が一般的であるとはいえない。しかしながら、ここでは、分数の性質・大小関係を指導するにあたっては、演算指導との関連にはできるだけ依拠しないという考え方を見ることができるだろう。このような考え方は、例えば、倍分・通分の原理に乗除算の計算規則まで用いるというように、演算指導との関連で、性質・大小関係指導に関する内容が編成されていた緑表紙教科書とは対照的である。

次に、〈共通分母のみつけ方〉に関する指導について見よう。ここでも、初等整数論に関する内容との関連が問題になる。授業書では、先

の指導に続いて通分についてまとめを行ない、「通分」および「共通分母」という言葉を定義した後、この内容の指導に入っている。まず、「通分するとき、共通分母はどうやってみつけたらよいでしょう。 $\frac{7}{10}$ と $\frac{5}{8}$ で考えよう」と問題を設定し、「10に整数をかけてできる数を10の倍数とといいます。8に整数をかけてできる数を8の倍数とといいます」と、倍数について教える。そして、公分母の求め方について、「下の表のあいているところにあてはまる数を書きなさい」として、10と8の倍数表を示している。この表は、10と8を、0倍、1倍、2倍…するとどのような数になるかをその空欄に記入するものである。「空欄を埋め、共通なものに印をつけて、それが共通分母となる数であること、そして、その上を見れば何倍すれば良いかがわかることを確認⁽⁵⁴⁾」する。そして、次のようにまとめている。

「・2つの数に共通な倍数を公倍数とといいます。

・通分するとき、共通分母は公倍数になります。

公倍数はたくさんありますが、小さい公倍数のほうが、計算はかんたんです。

・公倍数は、倍数表(上のような表)をつくとみつけられます。

* 公倍数をみつける別の方法を知っている人は、好きな方法でみつけてかまいません。

「分数指導においては、それに必要なぎりぎり整数論を扱えばよい⁽⁵⁵⁾」という方針にもとづき、ここでも、倍数表を用いて、できるだけ小さい公倍数を発見し、それを共通分母とする方法だけが指導されており、最小公倍数およびその発見方法については特に触れてない。なお、「同分母の場合の大小関係は、トリヴィアルであり、「一般に分数の大小比較は異分母の場合になされなければならない」という理由により⁽⁵⁶⁾、同分母の場合の大小関係については指導されていない。

以上が、授業書「新しい数—分数」における分数の性質・大小関係の指導である。ここでは、次の点を確認することができる。

《教育内容の編成に関して》

(1)-1. 「同じものを様々な形で表わすことができる」という性質（「分数の変身」）を分数の本質的な性質ととらえ、それを加法・減法の指導と関連づけることなく、それ以前における独立した指導の対象としている。この点が、この授業書における教育内容編成の大きな特徴である。

(1)-2. その結果、加法・減法についても、通分によって内容を分断することも、それを複数学年に渡って指導することもなく、同一学年において‘ひとまとめに’指導することが可能となっている。

《分数の性質・大小関係の指導について》

(2)-1. 仮分数⇔帯分数の変形、倍分・約分による変形（以上が「分数の変身」と呼ばれている）、倍分の大小関係への適用としての通分が、その内容として指導されている。

(2)-2. 同分母の場合の大小関係はトリヴィアルであり、一般に分数の大小比較は異分母の場合になされなければならないという理由により、同分母の場合の大小関係については指導されていない。

(2)-3. 教材、指導過程の構成において、分数が一貫してタイル（その面積）によって表現されている点、仮分数⇔帯分数の変形規則、約分・倍分の原理については一般化された表現が明確に与えられている点、倍分に対して分数の性質として約分と同等の位置が与えられている点については、「わかるさんすう」と同様である。

《初等整数論との関連について》

(3) 分数指導に必要な限りにおいて、初等整数論に関する内容が教えられている。

(3)-1. 約分においては、公約数で順に割っていく方法のみが指導されており、最大

公約数を発見し、最初からそれで約分する方法は重視されていない。

(3)-2. 通分の方法については、倍数表を用いて、できるだけ小さい公倍数を発見し、それを共通分母とする方法だけが指導されており、最小公倍数およびその発見方法については特に触れてない。

1-(6) 分数の性質・大小関係の指導に関する現在の到達点

ここでは、この章のはじめに設定した視点にもとづいて、これまでの分析結果を整理しておくことにしよう。

(1) この章のはじめに設定した教育内容が、演算指導の内容に関連づけられたり、それに従属させられたりすることなく、「独自の教育内容として設定されている」のは、授業書「新しい数—分数」のみである。それ以外の教科書・指導プランにおいて、分数の性質・大小関係に関する教育内容の編成は、すべて、四則演算指導の内容と相互に関連付けられている。この傾向を最も端的に表現しているのは、《同分母分数の加法・減法→通分→異分母分数の加法・減法》という順序による教育内容の編成であり、これは、伝統的な算数教育の内容・方法の具体例としてとりあげた黒表紙教科書、緑表紙教科書だけでなく、「学問としての数学を教える」立場に立つものと位置づけた「わかるさんすう」や「分数たす・ひく」においても見られる。ただし、「わかるさんすう」においては、それが複数学年に分散しているという問題点を持ちながらも、「分数の変身」を、分数に特有の性質として指導しようという考え方を見ることができる。

(2) 教育内容編成における細分化・分断という問題点もまた、授業書「新しい数—分数」をのぞくすべての教科書・指導プランについて指摘することができる。(1)において指摘した内容編成は、分数の加法・減法の指

導において教育内容が細分化・分断されていることを示すものであるが、性質・大小関係の指導においても、《同分母分数の大小関係→通分→異分母分数の大小関係》という順序による内容編成が行なわれており、ここでも、通分を境とした教育内容の細分化・分断という問題点が指摘できる。

なお、このような順序による内容編成は、黒表紙教科書、緑表紙教科書だけでなく、「わかるさんすう」においても行なわれている。このうち、黒表紙教科書、緑表紙教科書においては、これらの内容が同一学年において教えられるように編成されているのに対して、「わかるさんすう」においては、それが、複数学年に渡って教えられるようになっている。「わかるさんすう」における、このような内容の編成は、「分数の変身」の指導についても同様であり、細分化・分断された教育内容の複数学年に渡る編成という特徴は「わかるさんすう」において特に著しい。

- (3) 四則演算との関連を重視した教育内容編成により、性質・大小関係に関する内容のうち、演算指導に直接関連のないものが十分に指導されなくなるという傾向は、「分数たす・ひく」において最も著しい。しかしながら、これは、このプランの目的が分数の加法・減法の指導に設定されていることからすれば自然な結果であろう。次に、指導されたとしても不十分な指導に終わっているという問題点は、緑表紙教科書に見られる。例えば、この教科書において、帯分数 \leftrightarrow 仮分数の変形規則は、四則演算指導との関連で教えられているだけでなく、そのための教材構成が不十分なものに終わっていた。これに対して、(1)で指摘したように、演算指導との関連付けという点では「わかるさんすう」も同様であるが、ここでは、性質・大小関係に関してはじめに設定した教育内容はすべて指導の対象となっている。

(4) 教育内容に関する一般的な記述・表現とそれを可能にする教材構成のあり方という点で、最もこの条件を満たしていないのは、緑表紙教科書である。特に、倍分の指導、帯分数 \leftrightarrow 仮分数の変形指導において、その原理・規則に関する一般的な記述が行なわれていない。また、倍分についても、分数の性質として、約分と同等の位置が与えられていないという問題点が見られる。この点については黒表紙教科書も同じである。これに対して、「わかるさんすう」、「分数たす・ひく」、授業書「新しい数一分数」においては、その他の内容も含め、そこで教えられている原理・規則に対しては一般的な記述・表現が明確に与えられている。

(5) 数概念の形成における量、あるいは空間的なイメージ等への依存という仮説およびそこにおける統一性、一貫性、普遍性という要請を満たしているのは、「わかるさんすう」、「分数たす・ひく」、授業書「新しい数一分数」である。これらの教科書・指導プランにおいて、分数は一貫してタイル（その面積）によって表現されており、教育内容となっている原理・規則等は、すべて、タイルに対する操作とその結果から導かれ、一般化されていた。緑表紙教科書については、「タイルのような普遍性をもつ実体的イメージ（『シェーマ』と呼ばれることもある）の役割には気付いていない」。「さまざまな数と計算法則の説明において、なんらかの量、あるいは空間的対象を用いるべきことは意識されていただろうが、統一性、一貫性、普遍性という要請には気づいていなかった」という須田勝彦の指摘⁽⁵⁷⁾が当てはまる。黒表紙教科書においては、そもそも、このような仮説、要請は意識されず、方便として量が用いられているのみである。

(6) 初等整数論に関する内容が分数と同じ章で指導されているのは黒表紙教科書のみであり、他の教科書・指導プランにおいては

相対的に独自に指導されている。緑表紙教科書、「わかるさんすう」において、初等整数論の指導は、章としては独立しているが、教科課程（カリキュラム）の編成を見ると、いずれにおいても、《同分母分数の大小関係→整数の性質→約分、通分とそれを用いた異分母分数の大小比較》という順序になっており、初等整数論によって分数の教育内容編成が二分された形になっている。とりわけ、「わかるさんすう」については、それが複数学年に渡っている点とあわせて、約分、通分の指導において最大公約数、最小公倍数による方法が強調されている点が、他の教科書・指導プランには見られない特徴である。これに対して、「分数たす・ひく」、授業書「新しい数—分数」については、それが教科課程の中に位置付けられていない点でこれらの教科書とは性格が異なるが、初等整数論に関する内容はできるだけ前提とせず、分数指導に必要な限りにおいて指導するという考え方で、教育内容が編成されている。

〈註〉

- (1) 岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の導入過程」『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第13号、1994年。
- (2) 銀林浩「ここが問題。いまの算数教育（小学校中学年編）」、1992年、国土社、5～6ページ。
- (3) ここにあげた教科書・プランのうち、①の黒表紙教科書については記述スタイルの違いに注意しておく必要がある。例えば、現在の教科書は、(1)教科課程（教科カリキュラム）編成、(2)教育内容構成、(3)教材、指導過程構成のすべての側面に関連している。しかしながら、黒表紙教科書が関連しているのは、このうち(1)(2)の側面のみであり、(3)については関連していない。この点については授業を行なう教師の創意工夫に委ねられていたのである。黒表紙教科書のこのような性格を物語るものとしてよく引用され

るのが、「凡例」の中の次の文である。

「本書ニ於テハ、記載ノ事項ヲ一目瞭然タラシメンガタメニ種々ノ点ニ注意シタリ。例ヘバ、一事項ノ記述ヲ紙ノ表裏ニ跨ラシメズシテ、成ルベク一紙面ニ収メタルガ如ク、教授ノ材料ヲ類ニ從ヒテ排列シタルガ如ク、又文章ニ依ラズ式ヲ用ヒテ記述ヲ簡潔ニシタルガ如シ。此ノ如キ記述ヲ為シタルハ、却リテ本書ヲシテ一見無味乾燥ナラシムルノ觀アレドモ、是レ唯教師ニ教材ヲ示スニ止リ、直ニ生徒ニ示スベキモノニアラザルヲ以テナリ。故ニ、實際ノ授業ニ方リテハ宜シク之ヲ適當ナル言語ニ翻訳スベキモノナルコトヲ忘ルベカラズ」（『尋常小学算術書』第1学年（教師用）、文部省、1904（明治37）年。海後宗臣編集『日本教科書体系 近代編 第13巻 算数(4)』、1962年、講談社、所収）。

この文は、「教師用を本体とする立場から尋常小学校の児童用は編集されなかった」第1期版には、すべての学年の教科書（教師用書）に記載されている。「第3・4学年に新たに児童用書が編集された」第2期版、第3期版および同改訂版においても、教師用書しか編集されなかった第1・2学年の教科書には、やや短い文になってはいるが、記載されている（前掲、『日本教科書体系』および同書の「所収教科書解題」による）。しかしながら、例えば、本稿で分析対象とした第3期改訂版の第5学年用について見ると、教師用、児童用ともに編集されており、教師用書の「凡例」には、「児童用教科書トノ連繫ヲ簡シ、彼此対照ノ煩ナカラシメンガ為、児童用教科書ノ各頁ヲ縮写シタルモノヲ掲載セリ」、そして、それに対応して「其ノ頁ノ教授ニ関スル注意事項ヲ記」す、と書かれている。つまり、児童用書が発行されている学年においては、それに「教授ニ関スル注意事項」を付したものが教師用書という関係になっており、「児童用も、教師用とほとんど変わらない」（大田邦郎「国定教科書—黒表紙・緑表紙・水色表紙」、数学教育協議会・銀林浩編『どう変わるか、新算数教科書』、国土社、1991年、159ページ）という結果になっているのである。従って、

ここでは、「是レ唯教師ニ教材ヲ示スニ止リ、直ニ生徒ニ示スベキモノニアラザル」という方針はそもそも採られていないし、従って、「實際ノ授業ニ方リテハ宜シク之ヲ適当ナル言語ニ翻訳スベキモノナルコト」という方針も、かなり後退していると言わざるを得ない。

このように見てくると、実際の授業においては、「多くの教師によって、教師用書の配列に従った注的指導がなされていたであろう」（須田勝彦「算数の教科書のあり方—算術から数学へ」、柴田義松編『教科書』、有斐閣、1983年、141ページ）、『問題集みたい』な教科書は、やはり『問題集みたい』に使われたのであろう」（大田邦郎・前掲論文、161ページ）という予測が説得力をもってくる。ただし、この予測については、教科書の編集方針に反した結果であるという側面とともに、先に見たように、教科書の編集方針自体が変化したという側面も見逃すことはできない。黒表紙教科書はおよそ30年もの間用いられてきたのである。その間における、先に見たような編集方針の変化から、少なくとも第3期改訂版の時期においては、黒表紙教科書が、先にあげた(3)の側面、すなわち教材、指導過程構成という側面も持つようになっていたと考えることは可能であろう。従って、ここでは、黒表紙教科書の基本的性格については先のようにとらえた上で、教材、指導過程構成という側面からの分析も必要に応じて行なうことにする。

- (4) このような方法による分数指導の分析については次の研究を参照のこと。山口格「分数の教授学的研究」『室蘭工業大学研究報告（理工編）』第38号、1988年11月。
- (5) 大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み」、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年3月、参照。
- (6) 山口格は、前掲(4)論文において、「『わかるさんすう』の分数の記述は、数学的にみるといろいろ不足するところがある」として、「『分数全体の集合』が確立していない」、「同値の概念が

ない」、これらの必然的な結果として「有理数の概念が無視されている」の3点を指摘し、「有理数にとっては、集合と同値は本質的な概念になる」ことから、「分数の新しい教授プラン」を提唱し、その「考え方の骨組みの特徴」として次の3点をあげている。「第一に『わかるさんすう』などで使われている量分数の考え方を継承する。第二に分数の同値（とりわけ定義2

の形 $\left[\frac{x_1}{x_2} \sim \frac{y_1}{y_2} \right]$ （ \sim は同値であると読む）とは、

$x_1 y_2 = y_1 x_2$ のときである。]] についてしっかり教える。第三に同値類と順序、同値類と演算について教える。第四に有理数の概念を導入する」([] 内は引用者。以下同じ)。

この提案の主旨は、分数に形式的な定義を与え、同値および同値類の概念を導入することによって有理数の概念を導入し、分数と有理数との区別を明確にしようとする点にあると考えられる。このような概念や区別がないのは確かに「数学的に見ると不足」であるが、小学校においてこの問題を解決しようとする点については賛成できない。むしろ、小学校から大学における数学教育の教科課程編成において考察すべき問題であろう。この点で、ここでは、「初等教育段階では有理数と分数を区別する必要はない」という菅岡強司の見解を支持している（菅岡強司「折り紙分数はどこがちがうか」、武隈隆彦・布施まつみ・山野下とよ子著『授業づくりハンドブック④ 折り紙分数』、国土社、1988年、118ページ)。

- (7) 須田勝彦担当、1988年度北海道大学教育学部講義「教科教育論Ⅰ」第9回 小数と分数 講義レジュメ。
- (8) 「これまでの分数指導において分数の大小・相等関係は、演算に必要な限りで[[演算に従属して]]コマ切れに扱われてきた(約分→同分母加減算→通分→異分母加減算などのように)」(鈴木秀一・大田邦郎『科学と教育との結合』原理の再検討(2)『現代教育科学』No.310、1982年9月、明治図書、123ページ)。
- (9) このような内容編成の方法については、学習

指導要領に関する議論において常に批判の対象となってきた。例えば、須田勝彦は、1989年改訂の学習指導要領について次のように述べている。「今回に限らず、学習指導要領の『スパイラル』は、経験の、分節のない様な反復強化または材料の小出し、小間切れにすぎない。」「[このような]『スパイラル』は、授業における概念形成の筋道を不透明にし、また授業時数においても多大な無駄を生ずるものであり、諸悪の根源のひとつといっても過言ではなかろう」（須田勝彦「新学習指導要領と数学教育の課題」、北海道合同教研研究推進委員会編『北海道の教育〔89年版〕』、1989年、228ページ）。

また、1977年学習指導要領にもとづく検定教科書を分析した相模原「さんすう教科書をしらべる父母のグループ」は、分数指導に関して、「分数の学習はどこかの学年にまとめられないものか？」として、次のように述べている。「分数の学習もまた、各学年こま切れのバラバラ学習です。もちろん各学年で程度の差や内容の違いがあり、年令に応じて配分されている意図もわからないわけではありませんが、子どもたちが年がら年中『こま切れもの』にさらされているという印象はどうしてもぬぐえないのです」（同グループ編「こんな算数っているのかな」、合同出版、1978年、51～52ページ）。

なお、このような問題点は算数教科書にのみ存在するものではない。例えば、音楽の教科書についても次のような指摘が行なわれている。

「これまで機会あるごとに問題を指摘してきたが、それは教育内容の『細切れの設定』の問題である。たとえば、調についてみれば、小学校4年生でハ長調、5年生でヘ長調、6年生でト長調といった形でその内容が設定されている。また、鑑賞に関しても、音楽の分野や様式とは関連なく、有名作品がいわばバラバラに設定されているのが現状である。まさに教育内容の細切れ的な設定が行われているのが音楽科の現状なのである。

じつはこのことが、教育内容の獲得をよりむずかしくしていると私は考えている。

調に関していえば、バラバラに教えられることによって、子どもたちにはそれぞれの調が個別的なものとして理解される場合が多くなる。教育内容としての、調そのものの本質的な理解が阻害されることになるのである」（八木正一「音楽科授業づくりの探究」、1995年、国土社、54～55ページ）。

- (10) 須田勝彦「量概念をめぐって」、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学の探究』第11号、1993年、38ページ。
- (11) 大田邦郎「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」『数学教室』No277、1976年3月、国土社。
- (12) 「教育内容の編成について、われわれはつぎの二つの側面からの研究を統一的におこなうことを提起している。ひとつは、教科の全体構造の構想のレベルにおいて、『科学の構造の分析をふまえたカリキュラムの論理構造』を検討する、教科課程（教科カリキュラム）編成論とでもよぶべき側面であり、もうひとつは、ひとまとまりの授業プランの作成のレベルにおいて、『対象一科学的概念の構造に即しての教育内容の論理的分析』を行なう、教育内容構成論とでもよぶべきものである。この2つの側面は、もちろん相互に規定しあうものではあるが、それぞれ独自に研究を要するものでもある」（大田邦郎「数学教育の内容史研究に関する試論—改造運動における微積分の問題を中心に」『北海道大学教育学部紀要』第44号、1984年、18ページ）。
- (13) ここでは次の教科書を用いた。『尋常小学算術書』第5学年（教師用）、文部省、東京書籍、1927（昭和2）年。以下の引用は、特に断わらない限りこの教科書からのものである。なおページ数の注記は省略する。
- (14) 遠山啓・長妻克亘「量の理論」、明治図書、1962年、78～80ページ、[]内は引用者、以下同じ。
- (15) ここでの分析については、特に断わらない限り次の論文からの引用である。なおページ数の注記は省略する。岡野勉『『小学算術』における分数の教育内容・教材構成の論理—導入から加

- 法・減法の指導まで』『新潟大学教育学部紀要(自然科学編)』第35巻第2号、1994年。
- (16) 『尋常小学算術』第4学年教師用(下巻)、1938年(昭和13)年、文部省、143ページ。
- (17) 同上書、153ページ。
- (18) 同上書、183ページ。
- (19) 同上書、152ページ。
- (20) 同上書、156ページ。
- (21) ここで分析対象としたのは、遠山啓監修「わかるさんすう(改訂版)」4、5、むぎ書房、1980年、1988年、である。以下の記述において、この教科書(児童用書)からの引用については注記を省略する。また、ページ数の注記は省略する。
- (22) 遠山啓・銀林浩編「わかるさんすうの教え方」4、むぎ書房、1983年、294ページ。
- (23) 同上書、294ページ。
- (24) 同上書、294ページ。
- (25) 同上書、297ページ。
- (26) 同上書、297～298ページ。
- (27) 同上書、299ページ。
- (28) 同上書、299～300ページ。
- (29) 遠山啓・銀林浩編「わかるさんすうの教え方」5、むぎ書房、1989年、83ページ。
- (30) 同上書、84ページ。
- (31) 同上書、84ページ。
- (32) 同上書、84～85ページ。
- (33) 同上書、86ページ。
- (34) 同上書、87ページ。
- (35) 新居信正・荒井公毅「国土社の算数のえほん《分数》2. 分数たす・ひく」、国土社、1989年。以下の記述において特に断わらない場合は、この絵本からの引用である。また、ページ数の注記については省略する。
- (36) 「倍分・通分・約分」、同上書、40ページ。
- (37) 「倍分・通分・約分」、同上書、40ページ。
- (38) 「倍分・通分・約分」、同上書、40ページ。
- (39) 大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み(第2分冊・授業書編)」、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年3月。以下の記述においては、特に断わりのない限りこの授業書からの引用である。なお、ページ数の注記については省略する。
- (40) 大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み(第1分冊・解説編)」、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年3月、1ページ。
- (41) 大田邦郎「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」『数学教室』No277、1976年3月、国土社、96～97ページ。
- (42) 大田邦郎、同上書、97～98ページ。
- (43) 大田邦郎、前掲(40)、「小学校の分数指導における新しい試み(第1分冊・解説編)」、5～6ページ。
- (44) 同上書、6ページ。
- (45) 同上書、7ページ。
- (46) 同上書、7ページ。
- (47) 同上書、7ページ。
- (48) 同上書、6ページ。
- (49) 大田邦郎、前掲(41)、「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」、99ページ。
- (50) 大田邦郎、前掲(40)、「小学校の分数指導における新しい試み(第1分冊・解説編)」、8ページ。
- (51) 同上書、9ページ。
- (52) 同上書、9ページ。
- (53) 同上書、9ページ。
- (54) 同上書、9ページ。
- (55) 同上書、8ページ。
- (56) 同上書、8ページ。
- (57) 須田勝彦、前掲(10)、「量概念をめぐって」、38ページ。