算数教科書における
分数の性質・大小関係の指導（2）

岡　野　　　勉*・大　橋　直　子**

On the Teaching of Property and Order of Fraction in the Textbook of Arithmetic (Part 2)

Tsutomu OKANO and Naoko OHASHI

目　　次

*新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター
E-Mail; okano@ed.niigata-u.ac.jp
**新潟大学教育学部卒業生

2．算数教科書における分数の性質・大小関係の指導

2-(1)　学習指導要領・指導書、教科書における教育内容の編成について

2-(1)-1　学習指導要領・指導書における教育内容の編成について

ここでの課題は、先に設定した視点にもとづいて、算数教科書における分数の性質・大小関係の指導を分析することである。

ただし、現行の教科書制度のもとでは、算数教科書における教育内容の編成を検討する際、それに対する学習指導要領の制約を無視することができない。なお、その制約は大まかなものであるが、より具体的な制約が、文部省発行の指導書によって行われている。また、教材、指導過程の構成に対しても、指導書による細かい制約が存在する。

そこで、ここでは、算数教科書の分析に入る前に、学習指導要領・指導書を対象として、そこにおける分数の性質・大小関係の指導がどのように構想されているかを、教育内容の編成を中心としながら、教科課程（カリキュラム)、教材、指導過程構成などの側面からも、可能な限り、明らかにしておくことにしたい。ただし、その際、必要に応じて、演算指導との関連についても考察の対象とすること、小数との関係に関する指導については考察の対象としないことを、あらかじめお断りしておかなければならない。

学習指導要領において、分数の性質・大小関係に関する教育内容は、第3学年から第5学年に渡って編成されている。第3学年については次のような記述が見られる(1)。

(5)　簡単な場合について、小数及び分数について知り、それらを適切に用い、漸次それぞれのよさが分かるようにする。

ア　端数部分の大きさや等分してできる部分の大きさなどを表すのに小数や分数を用いること。また、小数や分数の表し方について知ること。

イ　小数及び分数についても加法及び減法ができることを知ること。

指導書によると、「この学年で、初めて分数を導入する」(2)のであり、それがアに対応している。これについてはすでに前稿において分析したのでここでは触れない。ここで問題になるのは、イの「加法及び減法」の内容である。指導書では、「仮分数や帯分数の表示を取り扱うのは、第4学年の内容である」(3)とされていることから、この学年で教えられるのは「真分数」のみである。従って、イで行われる計算についても、その範囲は真分数に制限されていることが予想される。

なお、イの記述については、次のような解説も行われている(4)。

(ア)　小数や分数を数直線の上で考察するとともに、簡単な加法、減法などの計算をその上で対応させてみること。

(ウ)　$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$などの計算も、$\frac{1}{5}$を単位として整数と同じ考えでできること。

これが第3学年における分数指導に関する最も具体的な記述であるが、ここでもまだ次の点は明確ではない。「分数を数直線の上で考察する」とあるが、分数の何について考察するのか、また、数直線と対応して行われる「簡単な加法、減法などの計算」とはどの範囲を指すのか、などの点である。後者については先に予想した。前者についても、同じ理由から、真分数の範囲内において、大小・相等関係の指導が想定されているのではないかと考えられる。

第4学年の内容については次のような記述がある(5)。

(6)　分数の意味についての理解を深め、簡単な場合について、分数の計算ができるようにする。

ア　分数の表し方やその意味についての理解を深めること。また、簡単な場合について、大きさの等しい分数があることに着目すること。

イ　同分母の分数の加法及び減法ができる

こと。

イの内容については明確である。指導書によれば、ここには、帯分数の加法・減法が含まれている[6]。アについて、指導書では次のように述べている。「この学年では、…仮分数、帯分数の用語も取り扱うことになる」。「さらに、この学年では、表し方は違っても大きさが等しい分数のあることに着目させる。なお、このような取扱いは形式的な操作によるのではなく、数直線や線分図に表すなどの方法で具体的にとらえることができるよう配慮することが大切である」[7]。

以上の記述から、第４学年においては、(1)帯分数・仮分数の導入、(2)同値分数の存在、(3)同分母分数（帯分数も含む）の加法・減法、が教育内容として設定されていることがわかる。

なお、(2)に対しては「簡単な場合について」という制限が付されているが、その内容については明示されていない。また、教材として「数直線や線分図」を用いるべきことも記されており、ここからは、分数が、長さの表現としてとらえられていることが予想できる。また、(4)帯分数⇔仮分数の変形規則についてはそれに対応する記述を見ることができないが、他の学年においても記述が見られないことから、この学年において指導されるものと思われる。

第５学年における「分数」の指導内容のうち、ここで関連する項目は次の通りである[8]。

(4)　分数の意味についての理解を深め、分数について計算する能力を伸ばす。

ア　整数及び小数を分数の形に直したり、分数を小数で表したりすること。

イ　一つの分数の分子及び分母に同じ数を乗除してできる分数は、元の分数と同じ大きさを表すことを理解すること。

ウ　分数の相等及び大小の調べ方をまとめること。

エ　異分母の分数の加法及び減法ができること。

指導書によれば、アについては、「整数を分数に表す」こと、「小数を分数の形に直す」こと、「逆に、分数を整数や小数に表したりすること」、そして、「整数、小数、分数の間の相等、大小関係についてまとめて取り扱うこと」があげられており、このうち、４つめの内容については、ここでも「数直線」が教材として提示されている[9]。分数と小数の関係についてはここでは考察の対象から外している。従って、ここでは、アについて、(1)整数⇔分数の変形、および分数と整数との大小・相等関係の指導が想定されていることを確認しておくことにしよう。イは(2)約分・倍分の原理である。倍分を(3)異分母分数の大小比較、(4)加法・減法に用いるのが通分である。(3)(4)は、それぞれ、上述のウおよびエに対応している。

このように、学習指導要領・指導書においても、分数の性質・大小関係に関する内容、および加法・減法に関する内容が、ともに細分化・分断されており、それらが複数学年に渡って指導されるように、編成されている。また、そこにおいては、両者が相互に関連づけられている。ここでは、(4)において見る、教科課程（カリキュラム）編成に関する問題も含め、次の点を確認しておくことにしたい。

(1)　分数の加法・減法の指導については、「簡単な加法、減法などの計算」（第３学年)、「同分母の分数の加法及び減法」（第４学年)、「異分母の分数の加法及び減法」（第５学年）と細分化・分断され、前２者と後者とのあいだに通分の指導が位置づけられている。すなわち、《同分母分数の加法・減法→通分→異分母分数の加法・減法》（それぞれ、第３、４学年、第５学年、第５学年）という順序になっているのである。これは、同分母分数の場合と異分母分数の場合とを別々のものとして区別する立場であり、伝統的な算術教育から今日に至るまで引き継がれている。

(2)　先に、「簡単な加法、減法などの計算」（第３学年）については、その範囲が真分数に制限されていること、また、それと「同分母の分数の加法及び減法」（第４学年）とのあいだに、帯分数・仮分数の導入、両者の変形規則等

が指導されるであろうと述べた。この2点からは、先に指摘した内容編成のうち、《同分母分数の加法・減法》（第3、4学年）が、さらに次のように編成されていることが予想される。すなわち、《同分母分数の加法・減法（ただし、真分数の範囲に限る）→帯分数・仮分数および両者の変形規則→同分母分数の加法・減法（ここでは、帯分数・仮分数も含む）》（それぞれ、第3学年、第4学年、第4学年）という順序である。これもまた、内容編成における細分化・分断、その複数学年への分散、両者の関連づけの一例ととらえることができる。なお、このような内容編成については、少なくとも先に分析した教科書・指導プランにおいては見られなかったものであり、学習指導要領・指導書の特徴ととらえることができるかも知れない。

(3)　第5学年の内容ウの記述が、「分数の相等及び大小の調べ方をまとめること」（アンダーラインは引用者）となっていたことに注意しよう。この記述から次の点が予想できる。それは、分数の大小・相等関係に関する内容が、第3、4学年においても指導されてきており、それらの内容を第5学年において「まとめる」という編成になっているのではないか、というものである。これはあくまで予想に過ぎないが、これが正しいとすれば、分数の大小関係に関する教育内容も、細分化・分断され、複数学年に分散されていることになる。

(4)　約分、通分は、最大公約数、最小公倍数など、初等整数論の内容と関連している。まず、約分、通分の方法について見よう。指導書では、約分について、「分数は、ある一つの大きさの数の表し方が幾通りもあることになる。その中で、分母の最も小さい分数で表しておくのがふつうである」と述べてはいるが、その方法については述べていない[10]。通分についても、「通分する際、分母は、二つの分母の最小公倍数を用いることが多い」と述べるに止まり、その方法については触れていない[11]。ただし、「このような機会を通して、最小公倍数という用語を活用できるようにしていくことも大切である」と述べていることから[12]、最小公倍数を用いた方法も指導されるのではないかと思われる。

このように見てくると、約分、通分、いずれの指導においても、最大公約数、最小公倍数を用いる方法が特に強調されているわけではないようである。

次に、教科課程（カリキュラム）の編成について見よう。学習指導要領には、第5学年に、「(1)　整数についての理解を深める。イ　約数、倍数などについて知ること」という「内容」があり、「内容の取り扱い」として、「最大公約数及び最小公倍数を形式的に求めることに偏ることなく、具体的な場面に即して取り扱う程度とするよう配慮する必要がある」と述べている[13]。従って、先に見た黒表紙教科書とは異なり、これらの内容が、分数指導の内容に含められていないことは確かであろう。ただし、先に『わかるさんすう』において見たような、初等整数論による分数の教育内容編成の分断とその複数学年への分散という教科課程（カリキュラム）の編成は十分に予想可能である。

2-(1)-2　教科書における教育内容の編成について

先の考察において予想に止まった点を検証するために、ここでは、算数教科書における教育内容の編成について見ておくことにしよう。まず、教えられる順序に従って、教育内容を列挙すると次のようになる。ここでは、『新しい算数』（東京書籍）について見る。

（第3学年）
1．分数の導入
2．分数と1との相等
3．分数の大小関係（同分母分数の場合、真分数の範囲に限る）
4．分数の加法・減法（同分母分数の場合、真分数の範囲に限る）
（第4学年）
5．帯分数・仮分数の導入
6．帯分数⇔仮分数の変形規則
7．同値分数の存在

8．分数の大小関係（同分子分数の場合）
9．分数の加法・減法（同分母分数の場合、帯分数・仮分数を含む）
（第5学年）
10. 約分・倍分の原理
11. 約分の意味と方法
12. 通分の意味と方法
13. 分数の大小関係（異分母分数の場合）
14. 分数の加法・減法（異分母分数の場合）

ただし、このうち、「8．分数の大小関係（同分子分数の場合）」の位置については、教科書によって多少の違いが見られる。ここで見たように、第4学年において、「7．同値分数の存在」とあわせて教えている場合がほとんどであるが、第3学年の「3．分数の大小関係」で教えているもの、第5学年の「13. 分数の大小関係」で教えているものがある[14]。この点をのぞけば、算数教科書においては、概ね、上にあげたような順序によって教育内容が編成されていると考えてよいであろう。

これによれば、先に学習指導要領・指導書について行った予想(2)(3)は、いずれも正しいことがわかる。同分母分数の加法・減法についても、分数の大小関係についても、教育内容が細分化・分断され、それが複数学年に渡って教えられるように編成されているのである。また、(4)に関連して、初等整数論に関する内容については、「整数の見方」、「倍数と約数」などのテーマのもとで、第5学年における分数指導の前に教えられている。すなわち、《同分母分数の大小関係→整数の性質→約分、および通分を用いた異分母分数の大小関係》（それぞれ、第3学年、第5学年、第5学年）という順序になっている。このように、教科課程（カリキュラム）の編成においては、初等整数論によって分数の教育内容編成が二分された形になっており、ここでも、それが複数学年に分散されている。

2-(2)　教科書分析のための視点の設定

2-(2)-1　銀林浩による教科書分析について

銀林浩は、雑誌『数学教室』の連載、「ここが問題だ、今の数学教育」[15]において、1989年学習指導要領にもとづく算数教科書の分析を行っている。ただし、そこでは、教科書における内容編成の順序・方法に従った形で分析の視点が設定されており、内容編成のあり方や教科課程（カリキュラム）については分析の対象とはされていない。そのうち、分数の性質・大小関係の指導に関連する項目は次の通りである。

A.「帯分数と仮分数」[16]

B.「倍分・約分の意味」、「通分の意味」[17]

Aにおいて、銀林は、分数の導入過程と帯分数・仮分数の指導順序との関連に視点を設定している。すなわち、(1)「もし連続量を測ったときの端下の処理からはいる［銀林によれば『量分数派』に該当する］のであれば、（中略）まずは帯分数が出てくるのが自然である」（［　］内は引用者。以下同じ）[18]。(2)「分割分数でいく［すなわち『分割分数派』］のなら、まず単位を適当に分割してしまい、そのいくつ分で連続量を表わすわけだから、先に仮分数が登場するのが手続き上からも自然であると考えられる」[19]。このような前提にもとづいて、銀林は、「量分数派」に分類される教科書（学校図書および啓林館発行の教科書）については、仮分数→帯分数の順序になっており、先の前提を満たしていないこと、「分割分数派」に分類される教科書（東京書籍、大阪書籍、教育出版、大日本図書発行の各教科書）については、東京書籍をのぞく3社発行の教科書では仮分数→帯分数の順序になっている（従って先の前提を満たしている）が[20]、東京書籍発行の教科書だけは帯分数→仮分数となっていると指摘し、「これでは首尾一貫性が疑われよう」と述べている[21]。

ここで、「量分数派」、「分割分数派」とは、銀林が分数の導入過程に関して行っている分類であるが、このような分類についてわれわれは先に検討を加え、現在の算数教科書における分数の導入においては《分割分数》による意味づけが中心になっていることを指摘した[22]。先の引用によれば、東京書籍発行の教科書以外の教科書は、すべて、仮分数→帯分数の順序になっ

ているが、この順序は、このようなわれわれの指摘と銀林の前提(2)からは、「自然である」ということになろう。このことも、また、銀林による分類の問題点を示している。

しかしながら、先に銀林が設定していた前提についても、検討の必要があるように思われる。

前提(1)について。確かに、与えられた連続量を単位量によって測定した際に端下量が生じた場面を設定し（このような場面の設定が、銀林によって「量分数派」に分類される根拠となっている)、その端下量の表現として分数を導入した場合、「端下だけ分数で表わして整数部分を無視してしまうのでは、話の締めくくりがつかない」[23]。その意味では、端下量だけでなく、与えられた連続量に対して表現を与えようとするのは自然な流れであり、そのような要請からは、帯分数がまず導入されるのもまた自然であると考えられる。しかしながら、これは、「量の測定から分数を導く」という導入の基本方針から導かれる要請なのであって、分数の定義・意味づけとは別の問題である。先の基本方針にもとづく導入において「分割分数」による定義を行うことも可能なのであって、そのような教科書も現に存在している。

前提(2)について。分割分数の論理によれば、単位量の等分割によって分数（真分数）を定義し、その自然数倍によって分数を構成する。しかしながら、この論理から、必然的に、仮分数→帯分数の順序が導かれるわけではない。この論理を採用した場合においても、帯分数→仮分数という順序は考えられるし、指導過程としてそれがそれほど不自然であるとも考えにくい。逆に、分割分数の論理による仮分数の構成については、子どもの理解を得ることができず、強い拒絶反応に会ったという実践報告も行われている[24]。

このように見てくると、教科書分析に際して、帯分数・仮分数の指導順序、あるいはそれと導入過程における分数の定義・意味づけとの関連に視点を設定することに、それほど意味があるとは考えにくい。「仮分数、帯分数の区別は、表現形態の相違にすぎない。それぞれ別個の『分数』ではないのである」[25]。このような観点から、ここでは、両者が、同じ分数の異なる表現形態として教えられているか、という点に視点を設定することにしたい。

Bにおいて、銀林は、「これらの内容［すなわち、倍分・約分、および通分］は、分数というものの本当の意味を教える絶好の機会となりうるもの」であると述べ、算数教科書がそのような指導を行っているか、という点を分析の視点としている[26]。ただし、ここで言うところの「分数の本当の意味」とは、先に述べたような「同一のものが無数の形で表現される」という内容を意味しているわけではない。このようなとらえ方からすれば、帯分数⇔仮分数の変形と倍分・約分による変形とが複数学年（それぞれ第４学年、第５学年）に分散して教えられている点、また「等しい分数」の意味が後者に限定されている点などを問題にしなければならないはずである。しかしながら、銀林の分析において、そのような記述は見ることができない。「分数の本当の意味」という言葉によって銀林が意味しているのは、例えば「倍分」については、単位量と与えられた量との公約量を互除法によって発見し、その公約量を等分した量を新しい単位として、はじめに与えられた量を表現することである。同様の観点から、「通分」とは、与えられた２つの量と単位量との間でそれぞれ公約量を発見し、次にそれらの公約量の間でさらに公約量を発見し、それを新しい単位として、最初に与えられた２つの量を表現することである[27]。

このように、「分数の本当の意味」として、“互除法による公約量の発見”を重視する立場から、銀林は、算数教科書における倍分・約分の指導が「いずれも分割分数の考え方に依っている」[28]ことを問題にしている。しかしながら、このような視点の設定のしかたについても、ここでわれわれが課題としている教科書内容の分析にとって有効であるとは考えにくい。確かに、このような立場も分数指導の方法としては成立

するであろう。しかしながら、そのことが、教科書において採用されている立場を否定することにはならない。われわれは、教科書分析の課題を、教科書における教育内容・教材構成の論理を明らかにすることに設定している。このような課題の設定からすれば、すでに前稿において指摘したように[29]、そこで意味づけとして採用されている「分割分数」について、「量を表現する分割分数」と「割合を表現する分割分数」を区別することが重要な視点となる。このことは、導入過程だけでなく、分数の性質・大小関係の指導を分析する際にも重要な視点であるとわれわれは考えている。導入過程において両者の混同が見られることについてはすでに指摘したが、性質・大小関係の指導においても同様の問題点が見られるからである。

このような観点から、ここでの分析の視点としては、「同一のものが無数の形で表現される」という点が分数の本質的な性質として指導されているかという点、および分割分数の論理による指導において「量を表現する分割分数」と「割合を表現する分割分数」とが区別されているかという点を設定することにしたい。

なお、この他、算数教科書の内容分析に関するものとしては、数学教育協議会・銀林浩編『どう変わるか新算数教科書』[30]や雑誌『教育科学・算数教育』の特集号などがある。これらについては、２-(3)、(4)において行う教科書分析の中で、必要に応じて触れることにしたい。

２-(2)-２　教科書分析のための視点の設定

すでに述べたように、銀林による分析においては、教科書における内容編成に従った形で視点が設定されており、内容編成のあり方や教科課程(カリキュラム)については分析の対象とはされていない。しかしながら、これまでに見てきたように、教科書において、分数の性質・大小関係に関する教育内容は、必要以上に細分化・分断され、それらが複数学年に渡って教えられるように編成されている。これは、「教育内容の『細切れ的な設定』」にほかならないが、このような編成の方法に対しては、概念形成の筋道を不透明にし、教育内容に関する本質的な理解を阻害するという問題点が指摘されている[31]。そこで、ここでは、先に設定した視点に加え、このような指摘を、分数の性質・大小関係の指導について具体的に解明・検証することができるよう、教科書分析の視点を設定しておくことにしたい。そのためには、各学年の教育内容・教材に対して加えられている制限条件、学年進行による内容の“積み上げ”の論理とその具体的な様相、その結果、形成される認識とその問題点について明らかにすることが必要であると考えられる。

このような観点からは、教科書において、真分数と帯分数・仮分数との区別、同分母分数と異分母分数との区別が、教える学年を別にするほどの、重要な区別と考えられている点に注目しなければならない。前者は分数の範囲（１との大小関係）による区別であり、第３学年においては真分数、第４、５学年においては帯分数・仮分数と範囲が設定されている。また、後者の区別は、大小比較の際の通分の要・不要に着目したものであり、第３、４学年については不要な場合、第５学年については必要な場合が、それぞれ扱われている。

これが分数の性質・大小関係（および加法・減法）に関する「教育内容の『細切れ的な設定』」の概要であるが、算数教科書がこのような方法を選択するのであれば、それを対象として分析を行う際には、このような内容編成によって、分数の大小・相等関係に関する一般的な認識の形成が保障されるか否かを問題としなければならないだろう。ここで「一般的な認識」とは、任意に与えられた分数の組に対して、その大小・相等が判定できることを意味する。そして、そのためには、教科書に対して次の２点を要請することはそれほど不自然ではないと思われる。

(1)　分数に関するすべての範囲・場合を網羅するように、教育内容を設定すること。

(2)　設定したすべての範囲・場合について、そこで成立している大小・相等関係に関す

る規則・命題を具体的に示すこと。

教科書において、分数の性質・大小関係の教育内容は、下記の①〜④によって編成されている。これを見ると、先の要請の(1)は、さしあたり満たされていると考えてよいだろう。ここでは、(2)について、具体的に見ておくことにしよう。

①（真分数、同分母分数）

②（帯分数・仮分数、同分母分数）

③（真分数、異分母分数）

④（帯分数・仮分数、異分母分数）

第３学年においては、真分数の範囲、同分母分数の場合について、大小比較の方法が教えられている（これが①に対応する）。次に、第４学年において帯分数・仮分数が新たに導入されるわけであるが（これが②に対応する）、ここでは、それによって対象となる数の範囲が拡張されるわけであるから、新たに導入されたこれらの分数についても、大小比較の方法が何らかの形で指導されなければならない。①と同じ方法・規則がここでも成立するならば、教材の構成においてそのことを示す必要があるだろう。次に、第５学年においては、異分母分数の場合について、大小・相等関係の指導が行われている（これが③および④に対応する）。ここではじめてこのような場合を取り扱うわけであるから、真分数、仮分数・帯分数のそれぞれについて、大小比較の方法を指導することが必要になるだろう。

教科書における教育内容・教材の構成においてこれらの要請が満たされていないならば、教科書が、分数の大小関係に関する一般的な認識の形成を保障しているとは言えないだろう。

分数の相等についても、それぞれの場合について、「等しい」とはいかなる意味であるかの理解を保障するように、教材が構成されていなければならない。このような観点から、ここでは、教科書における教育内容・教材の構成が、「同一のものが無数の形で表現される」という分数の本質的な性質に関する理解を保障するものになっているか、いないか、またいないとすればその問題点は何か、を明らかにすることを分析の課題とする。

以上の視点は、前稿において設定した視点の(2)を、特に教科書分析の視点として具体化したものである。次節においては、個別の教育内容について、この視点と、先に設定した視点も合わせて、主として教材・指導過程構成の側面から、教科書分析を試みることにしたい。なお、以下においては、『新しい算数』（東京書籍）を中心にとりあげる。また、教師用指導書の解説も参照するが、そこからの引用については、出典、ページ数の注記を省略している。

2-(3)　分数の性質の指導について

2-(3)-1　帯分数⇔仮分数の変形規則の指導について

『新しい算数』第４学年・下巻（東京書籍）においては、帯分数・仮分数が導入された後、両者の変形について指導される。最初に教えられるのは、帯分数→仮分数の変形についてである。教科書の記述を見よう。

最初に与えられているのは次の文である。

「$2\frac{1}{3}$を仮分数になおすしかたを考えましょう」。

そして、この文に対応するタイルと数直線が描かれている。タイル、数直線ともに$\frac{1}{3}$の目盛りが付されており、タイルの大きさがそれに対応する数直線上の数によってわかるようになっている。これに関連して、次の問題がある。

「★１．$2\frac{1}{3}$は$\frac{1}{3}$をいくつ集めた数ですか」。

教師用指導書によれば、「図［先のタイルおよび数直線を指す］を見て、★１を手がかりにして、仮分数になおすしかたを考える」。教科書には次の式がある。

$$3\times2+1=7 \qquad 2\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$$

教師用指導書では、以上の記述をもとに、

「仮分数の分子の求め方をまとめる」と解説されている。ここでの「まとめ」にあたる内容とは、帯分数→仮分数の変形に関する規則、すなわち、“帯分数を仮分数に変形するには、分母と整数部分を掛けてそれに分子を加えたものを仮分数の分子とする”という内容であろう。教科書では、先の式に続いて、「帯分数を仮分数になおす練習をする」問題があるが、ここでは明らかにこの規則を用いることが必要になる。しかしながら、この規則、すなわち先の「まとめ」にあたる内容は、教科書においても、教師用指導書においても、見ることができない。ここでは、具体例が、タイル、数直線によって示されるに止まり、教育内容となる規則に関する一般的な記述が行われていないのである。

仮分数→帯分数の変形規則についても、教材、指導過程の構成はほぼ同じであり、同様の問題点を指摘することができる（ただし、ここではタイルは用いられておらず、数直線のみの指導である）[32]。

次に、“一つの数が無数の形で表現される”という分数の性質との関連から、「仮分数を帯分数になおす練習」について見ておくことにしよう。

ここでは、「仮分数を帯分数か整数になおしましょう」として、いくつかの仮分数があげられている。例えば$\frac{33}{8}$について見ると、教師用指導書においては、$4\frac{1}{8}$のみが正解とされている。この他、$\frac{9}{2}$、$\frac{13}{3}$などについても、$4\frac{1}{2}$、$4\frac{1}{3}$のみが正解とされており、これは欄外の「補充問題」においても同様である。帯分数の定義は“整数と真分数の和”であるから、これらの回答はその意味では正しい。しかしながら、ここで指摘しなければならないのは、このような教材構成によっては分数の本質が認識されないで終わる危険性がある、という点である。例えば、$\frac{33}{8}$については、まず、次の表現が可能である。

$$\frac{33}{8}=1\frac{25}{8}=2\frac{17}{8}=3\frac{9}{8}=4\frac{1}{8}$$

さらに、これらを２、３、４、…によって倍分することにより、次の表現が得られる。

$$\begin{array}{ccccccccc}
\frac{66}{16} & = & 1\frac{50}{16} & = & 2\frac{34}{16} & = & 3\frac{18}{16} & = & 4\frac{2}{16} \\
\parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel \\
\frac{99}{24} & = & 1\frac{75}{24} & = & 2\frac{51}{24} & = & 3\frac{27}{24} & = & 4\frac{3}{24} \\
\parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel \\
\frac{132}{32} & = & 1\frac{100}{32} & = & 2\frac{68}{32} & = & 3\frac{36}{32} & = & 4\frac{4}{32} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots
\end{array}$$

このように、$\frac{33}{8}$についても、表現の方法は無数に存在するのであり、しかもこれらはすべて等しい分数なのである。教科書においては、このうち、一つの表現形態だけが唯一のものであるかのように指導されており、$1\frac{25}{8}$や$2\frac{17}{8}$などについてはまったく触れられていない。これらの分数を仮に“帯仮分数”と呼ぶことにすれば[33]、これは、教育内容構成における“帯仮分数”の欠如とでも表現することができるだろう。また、“帯分数・仮分数の倍分”も、教育内容として設定されていない。これらは、分数の本質に関わる重要な問題点であると同時に、教科書が、分数の性質を教えるという立場に立っていないことを示している。

これに関連する問題であるが、教師用指導書には次の解説が見られる。

「帯分数と仮分数の相互変換は、分数の加減や乗除の計算の基礎として不可欠なものである。次単元で学習する分数の加減の計算で最も多い誤りが、この相互変換の誤りなのである。この誤りを防ぐには、相互変換のしかたについての理解を十分に与えることが必要である」。

この記述は、教科書において行われている帯分数⇔仮分数の変形の指導について、それが、分数の性質の指導として独立したものではなく、演算の指導に従属したものであることを明確に示している。先に見たような内容が指導されな

いのは、このような観点を選択した結果であると、まずは理解することができる。しかしながら、ここで指摘しなければならないのは、仮にこのような観点に立ったとしても、ここでの指導は次の点において不十分である、という点である。変形規則に関する一般的な記述が与えられていないことについてはすでに指摘した。それだけではない。“帯仮分数”、“帯分数の倍分”など、ここで教えられていない内容は、加法・減法の指導において、後に必要になるのである。例えば、帯分数→“帯仮分数”の変形は、減法における（くりさげ）として必要になる。また、減法に限らず、演算の結果が“帯仮分数”になった場合、それを帯分数に変形する（くりあげ）の際には、逆の変形が必要になる。“帯分数の倍分”は、帯分数を含む、異分母分数の加法・減法において必要になる。逆に、ここで教えられている内容が必要になるのは、加法・減法よりは、乗法・除法においてなのである(34)。従って、ここで教えられていない内容については、後に行なわれる加法・減法の指導において、必要に応じて、教えられるのであろう。

なお、ここでの教育内容は、教科書においては、「いろいろな分数の表し方」という項目に含められているが、「大きさの等しい分数」の中には含められていない。「大きさの等しい分数」においては、次に見るように、倍分・約分による変形しか扱われていないのである(35)。このことは、教科書において、「等しい分数」とは、倍分・約分による変形によって得られた分数しか意味しておらず、仮分数⇔帯分数による変形は含んでいないことを示している(36)。

2-(3)-2　同値分数の指導について

次に、同値分数の指導について見よう。

『新しい算数』第4学年・下巻（東京書籍）には、「大きさの等しい分数」として、次のような記述がある。

「1　色をぬったところを分数で表しましょう」。

そして、4枚のタイルが示されている。それぞれ、縦に2等分、4等分、6等分、10等分の目盛りが記されており、それぞれ、その1つ分、2つ分、3つ分、5つ分に色が塗られている。そして、「$\frac{1}{2}$、$\frac{2}{4}$、$\frac{3}{6}$、$\frac{5}{10}$は等しい分数です」として、次の式によってそれが表現されている。

「$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{5}{10}$」

あわせて、吹き出しによって、「$\frac{1}{2}$の大きさもいろいろな分数で表せるね」とされている。教師用指導書の解説によれば、ここでは、「真分数どうしの相等関係を理解する」ことが「ねらい」とされている。この「相等関係」は、教師用指導書の表現によれば、「色ぬりした部分は、みな同じ大きさになっている」こと、すなわち、それが表現するタイルの面積が等しいことによって保障されている。

このように、ここでは、タイルを用い、ある分数に等しい分数がいろいろな形で表現できること、すなわち同値分数の存在について教えようとしている。そして、例として、$\frac{1}{2}$に等しい分数が3つあげられている。ただし、ここで指摘しなければならないことは、本来、$\frac{1}{2}$と同値な分数は“無数に”存在するにも関わらず、先の記述においては、それが有限個しか示されていない、という点である。もちろん、無数に存在する分数をすべて教科書に記述することはできないが、その事実を示すことは十分に可能であろう。しかしながら、ここでは、そのような記述は行われていない。また、この学年においてはすでに帯分数・仮分数が導入されているにもかかわらず、「真分数」という、限られた分数しか取りあげられていない。これは、「簡単な場合について、大きさの等しい分数があることに着目する」という学習指導要領の記述によるものであろう。その結果、帯分数・仮分数の同値分数については教育内容として設定されていないのである。

教科書では、これに続いて、次の記述がある。

「[2] いろいろな分母の分数を、下の数直線の上に書きましょう」。

そして、0から1までの範囲で、数直線が6本描かれている。1番上の数直線には2等分の目盛りが付されており、そこに$\frac{1}{2}$と表示されている。2番目の数直線には3等分、3、4、5、6番目の数直線には、それぞれ4等分、5等分、6等分、10等分の目盛りが付されており、順に、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$、$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{10}$と表示されている。これについては、まず、それ以外の「目もりにあたる分数を書く」。ここでも、分数の相等および大小関係が、数直線上の位置関係によって示されている。そして、「前のページの［この］数直線を見て、分数の大きさをくらべましょう」として、問題が与えられている。なお、そこには、「分子が等しい分数の大小比較ができる」ための問題も含まれているが、「大きさの等しい分数」の指導に関連するのは、「$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$と等しい分数をさがしましょう」という問題である。

以上の教材構成によって得られる「等しい分数」の組は、次の通りである。

$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{5}{10}$、$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$、$\frac{1}{5}=\frac{2}{10}$、$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$

$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$、$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$、$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$

ここでは、同値分数の存在が、数直線を用いて教えられている。これらの分数が等しいことは、それが表現する長さが等しいこと、あるいは数直線上の位置が同じであることによって保障されている。しかしながら、ここでも、有限個の自然数を分母とする分数という、いわば制限された範囲において、同値分数の存在が教えられているに過ぎない。教師用指導書の解説にあるように、「$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$にも、それぞれ等しい分数があることを理解する」ことはできるであろうが、それが“無数に”存在するという点は、教育内容として設定されていないのである。また、取りあげている分数が真分数に制限されている点は[1]と同じである。教材の構成においては、これらの制約を具体的な形で示すことが必要になるのであり、そのために、ここでは「数直線」が用いられている。

また、ここでは、同値分数の存在について教えるに止まり、それらの間の関係、すなわち、同値分数が、もとの分数の分母・分子に同じ数をかけたり、割ったりして得られたものであること(「約分・倍分の原理」)までは教えられていない。そのため、この点については後に見るが、第5学年において、改めて同じ内容を指導しなければならないことになっているのである。これは、同値分数の存在（第4学年)、約分・倍分の原理（第5学年）という、教育内容の細分化と分断、その複数学年への分散という内容編成の問題点を示すものである。

2-(3)-3 約分・倍分の原理の指導について

『新しい算数』第5学年・下巻（東京書籍）の「10. 分数のたし算とひき算」では、教師用指導書の解説によれば、「約分、通分のしかたを理解し、異分母分数の加減計算が自在にできる」ことが目的である。そして、「その際、主役をはたすのは同じ大きさを表す分数の性質である」ことから、まず、「同じ大きさを表す分数がいくつもあることに気づく必要がある」とされている。

この解説は、教科書において、同値分数の存在や約分・倍分の原理などを教えるのは、これらの内容が、分数の性質として重要であるからではなく、異分母分数の加法・減法に必要であるという理由によるものであることを明確に示している。また、この章のテーマにもこの点は現れている。

先に見たように、同値分数の存在については第4学年においても指導されている。この学年では、「約分、通分のしかた」を教えることになっているため、同値分数の存在について繰り返して指導し、そこから、あらためて、約分・

倍分の原理を導くことになっているのである。

教科書の記述を見よう。この章は２つの「小単元」に分かれているが、「第１小単元」である「約分と通分」が、ここで分析対象である。ここでは、まず、時計を用いた問題が出されている。

「[1]正さんは、自分の家からとなりの町に住んでいるおばさんの家まで歩いていきました。

正さんの歩いた時間は何時間ですか。分数を使って表しましょう。

★１．歩いた時間は、１時間を４等分したいくつぶんですか」。

そして、「上の図を見て、考えてみよう」として、目盛りが１から12まで付された時計盤（円形）を図示している。この図では、「12」から「９」までの部分、すなわち中心角135度の扇形の部分が「歩いた時間」として色が付けられている。また、この図の目盛りは、５分刻みだけでなく、１分刻みでも読むことができるようになっている。

教師用指導書によれば、以上の教材により、「45分を時間の単位になおして分数で表す」。「★１を扱い、15分刻みに着目すると、$\frac{3}{4}$時間と表せることに気づく」。そして、次の記述に続く。

「(1)　正さんの歩いた時間は、$\frac{3}{4}$時間と表せます。$\frac{3}{4}$時間のほかに、どんな表し方があるか考えましょう。

１時間を12等分した９こぶん　→　□時間

１時間を60等分した45こぶん　→　□時間」

教師用指導書によれば、このようにして、「５分刻み、１分刻みに着目した表し方があることに気づき、それぞれを分数で表す」。「45分間は、時間を単位にとると、いろいろな分数で表せることをおさえる」。その結果、ここでは次の関係が導かれる。

$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}=\frac{45}{60}$

教師用指導書によれば、ここまでが、「同じ大きさを表す分数がいくつもあることに気づく」「第１段階」である。ここで、これらの分数が等しいことは、それらの表現する“面積が等しい”ことによって保障されている。

ここでは、「ごく身近な場面」を用いた、“生活的”とも言える場面設定が行われている。そのような設定の中で、１つの量を提示し、それに対して複数の表現を与えることを求めている。また、そのために、“時計の文字盤”という、複数の単位を設定することが可能な教材を用いている。銀林浩が述べるように、このような「時間表示による導入」については、「うまいような感じもしないではない」。また、「少なくとも、量ぬきの２社［啓林館および教育出版発行の教科書］よりはずっとましだ」という評価も可能であろう(37)。しかしながら、以上の記述において、複数の表現を与えることの必然性に関する十分な説明が行われているとは考えにくい。むしろ、同値分数の存在を、身近な素材を用いて教え込んでいる点を指摘するべきであろう。また、同値分数は、本来、無数に存在するが、教材はそのことを示すように構成されていないし、教師用指導書の解説にもそのような意図は見ることができない(38)。

「第２段階では、これらの分数を数直線上に表して抽象化を図り、数直線上で単位の分数が変わると、分数の表し方も変わることを一般化してとらえている」。教科書では次の記述に続く。

「(2)　$\frac{3}{4}$、$\frac{9}{12}$、$\frac{45}{60}$を数直線に表して、３つの分数の大きさをくらべましょう」。

そして、長さが「１」と表示された線分が３本、縦に並べて書かれており、上から順に、４等分、12等分、60等分の目盛りが付されている。１本めの線分には「$\frac{1}{4}$」と「$\frac{3}{4}$」、２本めの線分には「$\frac{1}{12}$」と「$\frac{9}{12}$」、３本めの線分には「$\frac{1}{60}$」と「$\frac{45}{60}$」が、それぞれ対応する位置に記されて

いる。このようにして、先にあげた3つの分数が等しいことを、それが表現する長さが等しいこと、あるいはそれに対応する数直線上の位置が同じであることによって示している。なお、ここで、「$\frac{1}{4}$」、「$\frac{1}{12}$」、「$\frac{1}{60}$」が記されているのは、教師用指導書の先の表現を用いるならば、「単位の分数が変わると、分数の表し方も変わること」を示すためであろう。これは、時計盤を用いた先の問題では、目盛りを1分刻み、5分刻み、15分刻みによって読むことに対応している。

そして、以上の内容が次の文にまとめられている。

「$\frac{3}{4}$、$\frac{9}{12}$、$\frac{45}{60}$のように、同じ大きさの分数でもいろいろな表し方があります。

同じ大きさを表す分数を等しい分数といいます」。

これは「『等しい分数』の定義」である。ただし、ここでも、“分数が等しい”ことに対して形式的な定義が行われているわけではない。これまでの指導において行われていたように、分数が表現する“量が等しい”こと、あるいは“数直線上の位置が同じである”ことと同値とされている。そして、ここまでの記述は、基本的には、第3学年で行われていた「大きさの等しい分数」の指導の繰り返しにほかならない。

なお、教科書では、先の文に続いて次の文がある。

「分数は、等しい分数のうちで分母がいちばん小さい分数で表すと、大きさがとらえやすくなります」。

これは、ある分数の同値類から一つを代表元として選ぶ場合、既約分数をその代表元とする、という規約である。教科書において、この文は枠で囲まれているが、これは、この命題がここでの新しい教育内容であることを示すためであろう。教師用指導書の解説によれば、「枠囲みを取り上げ、3つの分数のうちで、大きさが最もとらえやすいのは$\frac{3}{4}$であることをおさえる」。

「［先の規約については］約分の意味をとらえるときの基礎となる学習であることに留意して取り扱う」とされている。この規約と「約分の意味」とはどのような関係になっているのか。ここで言うところの「基礎」とはいかなる意味であるのか。この点については、約分の指導について後に見ることにしたい。

次に、教科書では、「分数を面積図に表して同じ大きさを表す分数のつくり方を考え、分母と分子に同数をかけたり、同数でわったりすることの意味を理解する」、「第3段階」が設定されている。教科書の記述を見よう。

「2　$\frac{3}{4}$と$\frac{9}{12}$、$\frac{45}{60}$は、等しい分数です。

下の図を見て、等しい分数のつくり方を考えましょう」。

そして、タイルが2枚描かれている。1枚めのタイルには4等分の目盛りが横に記されており、その3つぶんに色が塗られている。この面積が$\frac{3}{4}$と表現されている。さらに、このタイルには縦に3等分の目盛りも記されており、これにより、同じ面積が$\frac{9}{12}$と表現されている。そして、これらの分数の関係が次の式によって表現されている。

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times\mathbf{3}}{4\times\mathbf{3}}=\frac{9}{12}$$

$$\frac{9}{12}=\frac{9\div\mathbf{3}}{12\div\mathbf{3}}=\frac{3}{4}$$

さらに、$\frac{3}{4}$と$\frac{45}{60}$についても、同様のタイルと式があり、これらの記述が次の文にまとめられている。教師用指導書の解説によれば、ここで、「同じ大きさを表す分数の性質をまとめる」のである（この文も枠で囲まれている）。

「分数の分母と分子に同じ数をかけても、分母と分子を同じ数でわっても、分数の大きさは変わりません」。

このように、ここでは、分数が表現するタイルに等間隔の目盛りを入れたり、外したりすることによって、同じタイルに対して別の分数による表現を与え、もとの分数も別の分数も同じタイルの表現であることから、両者が等しいことを導いている。そして、そこから、先に見たような、約分・倍分の原理を導いているのである。このような教材の構成は、先に見た『わかるさんすう』や授業書『新しい数ー分数』において行われていたものと変わるところはない。ただし、ここで問題にしたいのは、そこで用いられている教材についてである。これは、先に分析の視点として設定した、数概念の形成における量、あるいは空間的なイメージ等への依存という仮説およびそこにおける統一性、一貫性、普遍性という要請に関連している。

先に検討した教科書・指導プランにおいて、この仮説を採用し、なおかつこの要請を満たしているのは、『わかるさんすう』、『分数たす・ひく』、授業書『新しい数ー分数』などであった。これらのプランにおいて、分数は一貫してタイル（その面積）によって表現されており、教育内容となっている原理・規則等は、すべて、タイルに対する操作とその結果から導かれ、一般化されていた[39]。教科書において、この「タイル」に相当するものは「数直線」である。これまでに見てきたところからも明らかなように、分数の性質の指導において「数直線」は特別な位置を占めている（後に見る、分数の大小関係の指導においてもこの点は同じである）。そこでは、導入の場面においては、テープや液量、タイル、時計盤など、さまざまな教材（長さや面積など、その量的な側面）が用いられていたが、それによって導入された教育内容に対しては、ほとんどの場合、数直線による表現が与えられている。このほか、これらの教材と数直線を併用して教育内容を導く、数直線から直接教育内容を導くなどの構成も見られる。教師用指導書においても、「分数は数直線上に表せること［をまとめとする］」をはじめとして、「［帯分数の指導において］数直線に表されている分数を読み取ったり、数直線上に表したりして、分数を数としてとらえる」、「数直線を見て、…帯分数になおすしかたを考える」、「分数を数直線上に表して抽象化を図」る、などの解説は至るところで行われている。分数は、導入後、数直線上の位置を与えられることによって、はじめて数として考えることができるとされており、その大小・相等関係についても、数直線上の位置関係から導くことが、教材構成上の基本方針となっているのである[40]。この点では、先に見た仮説およびそこにおける要請を満たしていると言えるかも知れない。

しかしながら、先に見た約分・倍分の原理の指導においては、先の基本方針で一貫されていない。また、加法・減法の指導においても、数直線ではなく、タイルが用いられている[41]。これは、教材としての「数直線」の限界を示すものである。この点について、遠山啓は、「1次元連続体としての数直線は抽象的にすぎ」、実数のシェーマとしては最適だとは言えない、と指摘している[42]。倍分・約分の原理の指導において、「分母と分子に同数をかけたり、同数でわったりすることの意味を理解する」ためには、2次元のひろがりをもつ点で、タイル（面積）の方が適当なのである[43]。

教師用指導書では、このような観点から、等間隔の線が入ったTP（Tracing Paper）が教材として例示され、それを、分数が表現するタイルに「重ねたり取り去ったりする」「操作を行って指導すると効果的であろう」と解説されている。ここでは、TPを「重ねる」操作が倍分に、それを「取り去る」操作が約分に、それぞれ対応している。これらの言葉についてはここでは教えられていないが、いずれも、分数の性質として指導されるべき内容である。教科書において、これらの内容はどのように指導されているのか。この点について、次に見ることにしたい。

2-(3)-4　倍分の意味と方法の指導について

まず、指摘しなければならないのは、教科書の項目として「約分」は存在するが、「倍分」

という項目は見られない、という点である。倍分の原理、すなわち「分数の分母と分子に同じ数をかけても、分数の大きさは変わらない」ということは先に教えられていたにも関わらず、それを表現する言葉が教えられていないのである。「倍分」は、後に見るように、「通分」の指導において、与えられた分数の同値類を構成する際に用いられているに過ぎない。これは、「約分」に対する「倍分」の軽視を示すものであり、教科書が、これらの内容を分数の性質として指導しようとしていないことを示している[44]。

先に、帯分数⇔仮分数の変形規則の指導について、“帯分数の倍分”という内容が欠如していることを指摘した。この時点においては倍分が教えられていなかったことからすれば、この点についてはやむを得ないという見方も可能である。しかしながら、教科書においては、約分・倍分の原理が教えられた後にも、この内容は指導されていない。「帯分数の約分を考える」問題は出されており、そこでは、いくつかの例によって、教師用指導書の解説によれば、「整数部分は、約分の過程で無関係であること」が教えられるようになっているが、「帯分数の倍分」はどこでも教えられていない。これは、ここで見たような倍分の扱いからすれば、当然の結果であろう。

なお、この点に関連して、教師用指導書では、「異分母分数の加法の誤答の実態」に関する調査結果をあげ、通分に関連するもの、約分に関連するものがあわせて60％近くであることを示し、「この現実を十分に認識して、異分母分数の加法の指導にあたりたい」と解説している。これは、これまでに見てきた分数の性質の指導に関する問題点を、分数加法の指導において補うことを教師に求めるものと見ることができる。しかしながら、認識しなければならないのは、このような「現実」が、教科書における教育内容・教材構成上の問題点によってもたらされたものである、という点であろう。

2 -(3)- 5　約分の意味と方法の指導について

約分の指導について次に見よう。

約分の原理、すなわち「分数の分母と分子を同じ数で割っても、分数の大きさは変わらない」ということはすでに指導されている。ここでは、この原理により、「『約分』の意味とその方法を理解する」ことが目的である。教科書の記述を見よう。

「3　$\frac{18}{24}$をかんたんな分数になおしましょう。

(1)　$\dfrac{\overset{\overset{3}{\cancel{9}}}{\cancel{18}}}{\underset{\underset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}=\dfrac{3}{4}$　　(2)　$\dfrac{\overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{4}{\cancel{24}}}=\dfrac{3}{4}$

」

なお、これについては、「分母と分子をどんな数でわっているのかな」という吹き出しがある。

ここでは、与えられた分数を「かんたんな分数」（この言葉の意味内容については後に問題にする）に変形することが求められており、そのための方法が２つ提示されている。(1)は分母と分子をその公約数で割り続ける方法であり、(2)は最大公約数で割る方法である。(2)によれば１回の手続きで既約分数への変形が完了するのに対して、(1)では、通常、複数回の手続きが必要になる。これについて、教師用指導書では、「(1)、(2)のどちらの方法でもよいが、(2)の方がより簡便であることをおさえる」と解説している。そして、以上の内容が、次の文によって示されている（教科書では枠で囲まれている）。

「分数の分母と分子をそれらの公約数でわって、かんたんな分数にすることを**約分**するといいます。

約分するときは、ふつう、分母と分子をできるだけ小さくします」。

以上の記述と解説によれば、ここで教えられる「『約分』の意味」とは、与えられた分数の分母と分子をその「公約数でわって」「できるだけ小さく」変形することである。ただし、その結果得られる分数、教科書の表現によれば

「かんたんな分数」という言葉は意味内容が明確ではない。この点について、教師用指導書では次のように解説している（アンダーラインは引用者)。

「約分することは、同じ大きさを表している分数の中から、いちばん簡単な分数を選び出すことである。このことを十分に理解させる」。

「分数の分母と分子をそれらの最大公約数でわって簡単な分数にすることを約分するという」。

ここで、「簡単な分数」という言葉の意味内容が明らかになる。以上の解説から明らかなように、たとえ分母と分子をその公約数でわっても、その結果が既約分数にならなければ「約分」したとは言えない。「約分する」ためには、最大公約数で割らなければならないのである。従って、このような定義によれば、既約分数にまで変形しない場合$\left(ex.\frac{84}{126}=\frac{42}{63}=\frac{14}{21}\right)$は「約分」に含まれないことになる。

このように、ここで指導の対象となっている「『約分』の方法」とは、約分の原理を用い、与えられた分数を“既約分数にまで”変形する手続き・方法を意味している。そして、この変形それ自身が、この教科書で言うところの「『約分』の意味」なのである。なお、ここでは、数直線、タイルなど、量を用いた説明はまったく行われていない。

そして、このような“制限された”とも言うべき「約分」の定義は、これまでの教育内容編成においてあらかじめ準備されていたと考えることができる。まず、「等しい分数」の指導において、“ある分数の同値類から一つを代表元として選ぶ場合、既約分数を代表元とする”という規則が与えられている。これは、「約分の意味をとらえるときの基礎」とされていた。これが、ここで見た「約分」の定義と関連づけられている。次に、そこでは、事実上、約分の原理にあたる内容を指導していながら、「約分」という言葉は教えられていない。ここで、この言葉を教えることは、「約分」を、いわば“広く”定義することになり、それは、先に見たような“狭い”定義を与える際に不都合であると考えられたのであろう。

このように見てくると、「倍分」にせよ、「約分」にせよ、それらが分数の性質として指導されているというよりは、演算指導との関連において、あるいはそれに従属させられた形で指導されていると考えざるを得ない。先に見た「約分」の意味の狭さは、“演算結果を既約分数で表現する”という規則との関連を重視した結果であると考えられる。「倍分」の軽視という点についても、それが“異分母分数の加法・減法において必要になる”という点を重視した結果であろう。このような立場からすれば、「倍分」の延長としての「通分」さえあればよく、「倍分」という概念は必要ないのである。なお、ここで分析対象とした教科書の章のテーマが、「分数のたし算とひき算」となっていたことは、以上の指摘を、間接的にではあるが、裏付けているように思われる。

2-(4)　分数の大小関係の指導について

2-(4)-1　同分母分数の大小関係の指導について

『新しい算数』第3学年・上巻（東京書籍）では、「分けた大きさのあらわし方」において分数が導入された後に、「分数の大きさ」という項目がある。ここでは、分割分数の論理を用い、分数と1との相等および同分母分数の大小関係が指導されている。教科書の記述を見よう。

「1　$\frac{1}{5}$mの2つぶん、3つぶん、4つぶんの長さは、それぞれ何mですか」

という文があり、続いて、「上の分数を下の数直線にあらわしましょう」として、1mのテープと数直線が描かれている。テープと数直線には、いずれも$\frac{1}{5}$mの目盛りが付されており、2、3、4番めの目盛りには□が記されている。これについて、次の問題がある。

「★1　□にあてはまる分数を書きましょう。

★2　$\frac{1}{5}$mの5つぶんの長さは、この数直線のどこにあらわされていますか。

★3　$\frac{4}{5}$mと$\frac{2}{5}$mでは、どちらが長いでしょうか」。

教師用指導書によれば、これは、「長さを表す分数」の「数直線表示、構成、大小比較を理解する」ための問題である。これに続いて、「液量を表す分数」に関する同様の問題、これらをもとに、「単位の付かない、数としての分数を数直線上で考える」問題が与えられている。

ここでは、テープ、液量、数直線などの教材を用い、量（長さ）の大小関係から、数直線上の位置関係を媒介として、分数と1との相等および同分母分数の大小関係が導かれている。ここで、これらの内容が教えられるのは、それが、同分母分数の場合、真分数の範囲という限られた条件の中で、分割分数の論理から容易に導くことができるからであろう。ただし、ここで注意したいのは、これらの内容に関する一般的な記述は、教科書においても、教師用指導書においても見ることができない、という点である。限られた条件の中で、分数の大小比較、1との相等に関する指導が行われているが、その方法・規則に関する一般的な記述は行われていないのである。

ただし、この点は、この教科書において設定されている教育内容の抽象性の水準に関連しており、算数教科書の一般的な傾向と考えるのは適当ではないと思われる。この点について次に見よう。

まず、教育内容の抽象性に関する水準として、次の3つの区別を仮説的に設定しておくことにしよう。

Ⓐ　量

Ⓑ　分数による表現が与えられた量

Ⓒ　分数

Ⓐは、長さや液量などの量およびその大小関係が、分数による表現が与えられないまま、教科書に記述されている場合を指す。これに対して、Ⓑでは、量に対して分数による表現が与えられている場合を指し、量と数の中間的な位置にある。Ⓒは数の水準である。なお、Ⓒについては、さらに、個別的な内容と一般的な内容とを区別しておくことが必要だろう。一般的な内容とは、ここでは、同分母分数の大小関係に関する規則$\left(\frac{b}{a}、\frac{c}{a}、b<c \to \frac{b}{a}<\frac{c}{a}（a、b、c \in N、a \neq 0）\right)$を指し、個別的な内容とは、この規則を個別の分数によって表したもの$\left(ex. \frac{2}{5}<\frac{4}{5}\right)$を指す。なお、「分数と1との相等」についても同様の区別を設けることが可能である。

次に、この教科書における教育内容を書き出すと次のようになる。

《$\frac{5}{5}$m＝1m》

《$\frac{2}{5}$m＜$\frac{4}{5}$m》

《長さA、Bについて、(1)A＞B、(2)A＝1、B＝$\frac{7}{10}$→1＞$\frac{7}{10}$》

先に設定した区別から、これらの命題の抽象性の水準について次の点を指摘することができる。

まず、最初の2つの命題について。これらは、いずれも、Ⓑに関する内容を表現している。次に、3つめの命題では、Ⓐから出発し、Ⓑを媒介として、Ⓒに関する命題が導かれており、この点で、最初の2つの命題に比べて抽象性の水準が高くなっていると考えることができる。しかしながら、この命題も、分数の大小関係に関する個別的な内容を表現するに止まり、それに関する一般的な内容を表現しているとは考えにくい。

このように見てくると、この教科書において設定されている教育内容の抽象性の水準の低さが明らかになる。例えば、最初の命題については、そこから、

《$\frac{5}{5}=1$》あるいは《$\frac{a}{a}=1$ $(a \in N、a \neq 0)$》

のような、分数と1との相等に関する個別的あるいは一般的な命題を導くことは可能であると考えられるが、教科書において、そのような指導は行われていない。なお、このような教育内容の性格と関連するが、教科書においては等号や不等号などの記号や式による表現はまったく行われていない。授業においても、これらの内容は、等式や不等式によってではなく、言葉によって表現されるのであろう。先に、われわれは、教育内容に関する一般的な記述の欠如という点を指摘したが、この点については、このような内容の性格によるものではないかと考えられる。

ただし、この点は、他の教科書においては事情が異なる。まず、同分母分数の大小関係に関する内容について次に見よう。

例えば、『新版算数』第3学年・上巻（教育出版）では、「$\frac{4}{7}$mのテープと、$\frac{5}{7}$mのテープがあります。どちらのテープが長いでしょうか」という問題に対して、それぞれの長さを示した後、「不等号をつかってあらわしましょう」として、その関係を「$\frac{4}{7}<\frac{5}{7}$」と表現している。この他、ほとんどの教科書において、このような、分数の大小関係に関する個別的な内容、すなわち先に設定した水準Ⓒに対応する内容が教えられており、不等式によってそれが表現されている。

分数と1との相等についても同じ点を指摘することができる。例えば、『新版算数』第3学年・上巻（教育出版）では、「$\frac{1}{5}$mの5つぶんの長さは、$\frac{5}{5}$mとあらわすことができます」という文に加えて、「$\frac{5}{5}=1$」という式が見られる。ここでは、Ⓑの水準に対応する命題から、Ⓒに対応する個別的な命題が導かれている。さらに、『小学校算数』第3学年・下巻（学校図書）では、このような式に加えて、「分母と分子が同じ数のときは、1になります」という文がある。これは、記号こそ用いていないものの、《$\frac{a}{a}=1$ $(a \in N、a \neq 0)$》という一般的な内容を表現する記述に他ならない。Ⓑの水準に止まっている教科書としては、先に見た『新しい算数』第3学年・上巻（東京書籍）のほか、『たのしい算数』第3学年・下巻（大日本図書）があるが、この教科書においても、「$\frac{4}{4}$m＝1m」という表現が与えられている。

このように見てくると、教科書において設定されている教育内容の抽象性の水準と、教育内容に関する一般的な記述の有無とは、相互に関連しているのではないかと考えられる。そして、はじめに見た『新しい算数』第3学年・上巻（東京書籍）は、抽象性の低さと一般的な記述の欠如という点で、他の教科書にはない特徴をもっていると言える。

次に、この教科書について注目したおきたいのは次の記述である。

「分数の大きさ」という項目の中に、1cm目盛りの方眼の上にテープ（10cm）が描かれており、その「$\frac{1}{10}$」に色を塗ることを求める問題がある。この「$\frac{1}{10}$」は、確定した量を表現する分数ではなく、与えられた量（ここではテープの長さ）とそれが等分された1部分にあたる量との関係（割合）を表現する分数である。この記述について、教師用指導書では、「問3の練習をする」と解説するに止まり、この点については何も述べていない。しかしながら、この記述は、この教科書における分数の導入過程にも見られた、《量を表現する分割分数》と《割合を表現する分割分数》との混在という問題点を示している。なお、この問題点は、『小学校算数』第3学年・下巻（大阪書籍）においても見られる。

大小関係の指導にもどろう。第4学年においては、帯分数・仮分数が導入される。すでに見

たように、第3学年での大小比較は、同分母分数の場合、真分数の範囲に制限されていたわけであるから、ここで導入される帯分数・仮分数については、その大小関係が改めて指導されなければならない。このような視点から教科書の記述を見よう。

『新しい算数』第4学年・下巻（東京書籍）においては、帯分数の導入・定義に続いて、次の記述がある。

「⑤　下の数直線で、ア、イ、ウ、エのめもりが表す分数をいいましょう。

また、$\frac{3}{5}$、$2\frac{4}{5}$、$3\frac{1}{5}$を書き入れましょう」。

そして、数直線が示され、矢印によって、ア、イ、ウ、エが示されている。教師用指導書によれば、「分母が5の分数について数直線に表されている分数を読み取ったり、数直線に表したりして、分数を数としてとらえる」と解説されており、大小関係の指導は目的とされていないようであるが、ここでは、与えられた分数の大小関係が、数直線上の位置関係によって示されていると見ることができるだろう。ただし、ここでは、大小関係に関する一般的な規則、大小比較の方法については示されていない。また、与えられる分数は「分母が5の分数」とされているように、同分母分数の場合に制限されている点に注意する必要がある。

これに続いて、「⑥　次の数は、どちらが大きいでしょうか。□の中に不等号を書き入れましょう」として、

「$1\square 1\frac{1}{8}$、$\frac{3}{4}\square 2\frac{1}{4}$、$2\frac{2}{5}\square 1\frac{4}{5}$」

の3つの組が与えられている。教師用指導書において、「分数も整数と同じように大小比較できることを理解する」と解説されていることからも、この記述が帯分数の大小関係の指導を意図したものであることは明らかである。しかしながら、この3つの組のうち、2つめの組については、“整数と真分数の和”という帯分数の定義から自明であり、帯分数の大小比較の問題と言えるのは3つめの組だけである。そして、その大小関係については、⑤の数直線を用い、そこでの位置関係によって判断するものと思われる。このように、ここでも、数直線上の位置関係によって大小関係を示すに止まり、それに関する一般的な規則、大小比較の方法は示されていないのである。また、ここでも、与えられる分数の組については、すべて同分母分数の場合に制限されている。

ただし、『たのしい算数』第4学年・下巻（大日本図書）のように、「帯分数では、整数部分が大きいほうが大きい分数といえます」として、大小関係に関する規則を明記している教科書も見られる。ただし、この教科書においても、比較の対象となる分数の組が同分母分数の場合に制限されている点は同じである。

次に、仮分数の大小関係の指導について見よう。『新しい算数』第4学年・下巻（東京書籍）では、「$\frac{1}{3}$mの3つぶんの長さ」、「$\frac{1}{3}$mの4つぶんの長さ」として、「$\frac{3}{3}$m」、「$\frac{4}{3}$m」を説明し、「分子が分母と等しいか、分子が分母より大きい分数」として仮分数を定義した後、次の文がある。

「$\frac{1}{4}$を2つ、3つ、4つ、……集めた大きさを真分数や仮分数で書きましょう。また、これらの分数を数直線の上に表しましょう」。

そして、$\frac{1}{4}$を1目盛りとする数直線が、0から$\frac{13}{4}$まで示されている（$\frac{1}{5}$についても同様の文と記述がある）。教師用指導書の解説によれば、ここでは、「$\frac{1}{4}$を2つ、3つ、4つ…集めた大きさの真分数や仮分数を発表する。また、その分数の数直線上の位置を確かめる」とされており、この記述においても、直接、大小関係の指導が意図されているわけではない。しかしながら、ここでも、数直線上の位置関係によって仮分数の大小関係が示されている、あるいは分割

分数の論理から仮分数の大小関係が導かれていると見ることができるだろう。ただし、ここでも、仮分数の大小関係を一般的な規則の形で表現することは行われていないし、与えられる分数も同分母分数の場合に制限されている。

ただし、『たのしい算数』第４学年・下巻（大日本図書）のように、「分母が同じ真分数や仮分数では、分子が大きいほうが大きい分数といえます」という記述が行われている教科書も存在する。この記述は、大小関係に関する規則を、真分数の範囲だけでなく、仮分数の範囲も含めて説明している点で注目される。ただし、この規則の適用範囲も同分母分数の場合に制限されている。

このように、教科書の記述において、帯分数・仮分数の大小関係に関する一般的な規則、大小比較の方法は示されていないのが一般的である。そこでは、分数の組をいくつか与え、その大小関係を数直線上の位置関係によって示すに止まっている。教科書において、“(同分母分数の）大小比較は数直線を用いて行う”ことが教材構成の原理とされているようである。

2-(4)-2　異分母分数の大小関係の指導について

次に、第５学年における分数の大小関係の指導について見よう。教科書における教育内容編成によれば、この学年では、真分数、帯分数・仮分数のすべてについて、同分母分数の場合、異分母分数の場合を問わず、その大小比較の方法を指導することが必要になる。

『新しい算数』第５学年・下巻（東京書籍）から、「通分」の指導に関する記述を見よう。

まず、「$\frac{3}{5}$と$\frac{2}{3}$では、どちらが大きいでしょうか」という問題が与えられ、倍分を用いてそれぞれの分数について同値類を構成し、それぞれの類から分母の等しい分数を選ぶことによって大小比較が可能となることが示されている。教科書の記述は次の通りである。

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{9}{15}=\frac{12}{20}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}$$

$\frac{9}{15}<\frac{10}{15}$ですから、$\frac{3}{5}<\frac{2}{3}$となります。

そして、「分母がちがう分数を、共通な分母の分数になおすこと」として「通分」を定義した後、「(　)の中の分数の大きさをくらべましょう」として、次の６つの組が与えられている。

$$\left(\frac{1}{2}、\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{4}、\frac{5}{6}\right)\left(\frac{2}{3}、\frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{5}、\frac{3}{7}\right)$$

$$\left(1\frac{1}{3}、1\frac{2}{5}\right)\left(2\frac{5}{8}、2\frac{3}{4}\right)$$

これを見ると、ほとんどが真分数の組になっており、帯分数の組はわずか２問である。仮分数についてはまったく取りあげられていない。続いて、共通分母を分母の最小公倍数にすることを教えた後、「(　)の中の分数を通分しましょう」という問題が与えられている。また、教師用指導書には、同様の問題が「補充問題」として示されている。しかしながら、これらの問題についても、ほとんどが真分数の組であり、帯分数の含まれている組がわずか１問あるに過ぎない。このように、教科書における通分の指導は真分数が中心であり、“帯分数の通分”はほとんど取りあげられていない(45)。これは、先に指摘した、“帯分数の倍分”の欠如という点からすれば、当然の結果であろう。

帯分数の通分にあたっては、整数部分はそのままにして、分数部分のみを倍分すればよい。従って、真分数の通分を教えればそれで十分である。教科書における教材構成は、あるいはこのような論理によっているのかも知れない。しかしながら、この点は最初から自明のことではなく、意図的な教材構成によって指導すべき内容である(46)。

3．おわりに

ここでは、先に設定した視点にもとづき、分数の性質・大小関係の指導に関する歴史的経緯と現在の到達点（第１章）から、算数教科書を

対象に行った内容分析の結果（第2章）に関して、総括的な評価を試みる。なお、以下の（　）内は対応する本文の章節番号を示すものである。

(1)　算数教科書において、分数の性質・大小関係に関する内容は、演算指導に従属させられた形で指導されており、独自の教育内容として設定されているとは言えない。すでに見たように、帯分数⇔仮分数の変形規則の指導は演算指導の「基礎」と位置づけられていた（2-(3)-1）し、倍分・約分の原理についても、それを指導することの根拠は、異分母分数の加法・減法に必要になることに求められていた（2-(3)-3）。また、約分に対する倍分の軽視（2-(3)-4）や狭い意味による約分の定義（2-(3)-5）などについても、これらの内容が演算指導に従属させられた結果としてとらえることができる。

この点において、算数教科書には、先に、伝統的な算術教育の具体例としてとりあげた黒表紙教科書や緑表紙教科書、および「学問としての数学を教える」立場に立つものと位置づけたもののうち、『分数たす・ひく』において採られていた立場が継承されている。

(2)　算数教科書においても、通分による、大小関係および加法・減法に関する内容の分断と分散（2-(1)-1）、同値分数の存在と約分・倍分の原理という分断と分散（2-(3)-2、2-(3)-3）などが行われており、教育内容の細分化・分断、複数学年に渡るそれらの分散という編成方法が採用されていることがわかる。

この点においても、算数教科書は、黒表紙教科書や緑表紙教科書、特に複数学年への分散という点では、『わかるさんすう』の立場を継承している。特に、帯分数の導入によって、同分母分数の加法・減法に関する内容が分断・分散されており（2-(1)-1）、先の編成方法が同分母分数の加法・減法にまで適用されている点は特徴的である。

(3)　設定されている教育内容については、まず、“帯仮分数”の欠如、“帯分数・仮分数の倍分”の欠如（2-(3)-1、2-(3)-4）という問題点が指摘できる。その結果、教科書における帯分数⇔仮分数の変形指導には、乗法・除法指導において必要になる内容は含まれているが、加法・減法指導において必要になる内容が含まれていない（2-(3)-1）。また、仮分数→帯分数の変形においては、一つの表現形態に過ぎないものを唯一のものであるかのように教える結果になっている（2-(3)-1）。

同値分数の存在、約分・倍分の原理の指導においては、同値分数が有限個しか示されておらず、それが無数に存在することを示す記述が行われていない（2-(3)-2、2-(3)-3）。また、教科書において、「大きさの等しい分数」とは、倍分・約分による変形によって得られた分数しか意味しておらず、帯分数⇔仮分数の変形が含まれていない（2-(3)-1）。

これらの問題点は、分数の本質に関する重要な問題点であり、算数教科書が、「分数の性質を教える」という立場に立っていないこと示している。この点においても、算数教科書には、黒表紙教科書、緑表紙教科書の立場が継承されており、『わかるさんすう』や『新しい数ー分数』などにおいて採られている、「分数の変身」を、分数に特有の性質として指導しようという考え方は採用されていない。

(4)　次に、教育内容に関する一般的な記述・表現とそれを可能にする教材構成のあり方に関する問題について。算数教科書において、約分・倍分の原理、約分、通分などの内容については、一般的な記述・表現が与えられている（2-(3)-3、2-(3)-5および2-(4)-2）。これに対して、帯分数⇔仮分数の変形規則や同分母分数の場合の大小関係などについては、多くの場合、そのような記述・表現が行われていない。そこでは、それらの内容の具体例を、テープや液量、タイル、数直線などの教材を用いて提示するに止まっている（2-(3)-1、2-(4)-1）。この点については、特に大小関係の内容構成に関して、同分母分数の場合を特に取りあげることの必要性を問題にしなければならないだろう。

倍分については、倍分の原理が教えられているにも関わらず、「倍分」という項目は設定さ

れていないし、そのような言葉も教えられていない（2-(3)-4）。

これらの点から、部分的な改善は認められるものの、算数教科書には、基本的には、緑表紙教科書の特徴が継承されていると言えるだろう。

教材の構成においては、真分数が重視されており、帯分数・仮分数は軽視されている。この点は、分数の性質・大小関係の指導について、一般的に指摘することができる。

(5)　算数教科書において、数概念の形成における量、あるいは空間的なイメージ等への依存という仮説は、部分的にではあるが、採用されている。そこでは、「数直線」が、主たる教材として用いられている。ただし、統一性、一貫性、普遍性という要請は、部分的にしか満たされていない。約分・倍分の原理の指導において、それまで用いられてきた「数直線」の限界が明らかになり、「タイル」に教材が変更されていることは、このことを明確に示している（2-(3)-3）。そして、約分や通分の指導においては、先の仮説が採用されていない（2-(3)-5、2-(4)-2）。

これらの点から、部分的な改善は認められるものの、ここでも、基本的には、緑表紙教科書の立場が継承されている。これに対して、先の要請を満たしていた、『わかるさんすう』、『分数たす・ひく』、『新しい数―分数』などの立場は採用されていない。

(6)　初等整数論に関する内容は分数指導の内容には含められておらず、相対的に独自に指導されている（2-(1)-1）。この点で、黒表紙教科書のような内容構成の方法は採用されていない。ただし、教科課程（カリキュラム）編成においては、初等整数論によって分数の内容編成が二分された形になっており、それが複数学年に分散されている（2-(1)-2）。この点で、算数教科書は、緑表紙教科書よりは、『わかるさんすう』に近い編成方法を採用しているようである。ただし、約分、通分の指導において、最小公倍数、最大公約数を求める方法を用いることについては、『わかるさんすう』ほど重視しているわけではない（2-(3)-5、2-(4)-2）。

このように、算数教科書においては、基本的には、伝統的な算術教育、特に緑表紙教科書の内容・方法が継承されている。それに対して改善が加えられている側面も確かに存在するが、いずれも部分的なものに止まっており、本質的な改善には至っていない。

一方、算術教育の実践史においては、「学問としての数学を教える」という見地、「分数の性質を教える」という立場が、一つの系譜を形成している。そこにおける実践の展開を具体的に跡づけることは今後の課題として、ここでは、次の2つの実践に触れることでまとめにかえたい。

及川平治（明石女子師範学校附属小学校）は、当時としてはきわめてユニークな分数指導の実践を試みている[47]。まず、分数の発生過程を子どもに辿らせるために、ある量を子どもに与え、それを単位量によって測定した際に端下量が生じる場面を設定している。そして、「端数を単位とすれば前の単位は端数の幾倍であるか」と問い、量の測定から分数を導いている。続いて、「2分の1に等しい価値をもてる分数をつくれ」、「分母分子を異にするも其の価の等しい分数をつくれ」と指示し、子どもの作った分数から、倍分の原理を導いている。これについては、「分数の観念」の指導として、演算指導の前に、それとは独立に指導されている点に注目したい。

「$\frac{a}{b}=\frac{n\,a}{n\,b}$は分数の根本原理である」。「若し、此の概念が明かでなかつたならば、分数の観念を与へたといふことは出来ない」。

すでに見たように、算数教科書においては、このような観点を見ることはできない。「然るに現行教育はこの根本観念を児童の作業中に自から発見する様に導いて居らない」（傍点はすべて原文）。このような及川の批判は、現在においても生きている。

今泉博『どの子も発言したくなる授業』には、「文化としての教育」という観点にもとづく、楽しい算数の授業が紹介されている[48]。そこでは、倍分・約分が、分数の性質として対等に扱

われているだけでなく、「倍分＝ペタペタ、約分＝ビリビリ」、「『もう脱げない分数』のことを《既約分数》といいます」など、ユニークな表現が与えられている。「文化としての教育」という観点については、「学問としての数学を教える」という立場をより広い立場から表現したものとして注目したい。

《註》

(1)　『小学校学習指導要領』1989（平成元）年改訂版、文部省、第2章「各教科」、第3節「算数」、第2「各学年の目標及び内容」、［第3学年］、2．内容、A．数と計算(5)。

(2)　『小学校指導書　算数編』、1989年、文部省、東洋館出版社、97ページ。

(3)　同上書、97ページ。

(4)　同上書、98ページ。

(5)　『小学校学習指導要領』1989（平成元）年改訂版、文部省、第2章「各教科」、第3節「算数」、第2「各学年の目標及び内容」、［第4学年］、2．内容、A．数と計算(6)。

(6)　『小学校指導書　算数編』、1989年、文部省、117ページ。

(7)　同上書、116～117ページ。

(8)　『小学校学習指導要領』1989（平成元）年改訂版、文部省、第2章「各教科」、第3節「算数」、第2「各学年の目標及び内容」、［第5学年］、2．内容、A．数と計算(4)。

(9)　『小学校指導書　算数編』、1989年、文部省、138ページ。

(10)　同上書、138～139ページ。

(11)　同上書、139ページ。

(12)　同上書、139ページ。

(13)　『小学校学習指導要領』1989（平成元）年改訂版、文部省、第2章「各教科」、第3節「算数」、第2「各学年の目標及び内容」、［第5学年］、2．内容、A．数と計算(1)および3．内容の取り扱い(1)。

(14)　啓林館発行の教科書が前者に、大日本図書発行の教科書が後者に、それぞれ該当する。

(15)　『数学教室』No.473～No.484、1991年4月～1992年3月（この部分は、後に次にまとめられている。銀林浩著『ここが問題、いまの算数教育（小学校中学年編）』国土社、1992年）およびNo.497～517、1993年4月～1994年12月、国土社。なお、以上は、現在の小学校中学年から高学年における教育内容に関する分析である。この連載は、その後、（中学編）として『数学教室』No.521、1995年4月より、No.544、1997年3月まで継続された。

(16)　銀林浩、前掲(15)、『ここが問題、いまの算数教育（小学校中学年編）』、136～141ページ。

(17)　銀林浩「倍分・約分・通分の意味はわかるようになっているか？（ここが問題だ、今の数学教育⑤）」、『数学教室』No.501、1993年8月、国土社、67～72ページ。

(18)　銀林浩、前掲(15)、『ここが問題、いまの算数教育（小学校中学年編）』、137ページ。

(19)　同上書、138ページ。

(20)　ただし、このうち、大日本図書発行の教科書（『たのしい算数』第4学年・下巻）を、仮分数→帯分数の順序に分類するのは適当ではないと思われる。ここでは、1 dℓより大きい液量を示し、「1 dℓと$\frac{1}{3}$dℓを合わせたかさを、1$\frac{1}{3}$dℓとかいて、『一と三分の一dℓ』と読みます。また、$\frac{1}{3}$dℓが4つ分なので、$\frac{4}{3}$dℓともかきます」と導入している。これに続いて行なわれる言葉の定義においては、確かに、仮分数→帯分数の順序になっているが、導入については、同時に行われていると見るのが適当であろう。

(21)　銀林浩、前掲(15)、『ここが問題、いまの算数教育（小学校中学年編）』、137～139ページ。

(22)　岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の導入過程」『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第13号、1994年、54～56ページ。

(23)　銀林浩、前掲(15)、『ここが問題、いまの算数教育（小学校中学年編）』、137ページ。

(24)　藤原広子「3年生の分数の導入」『数学教室』No.98、1962年7月、国土社、27～28ページ、岡田昭弘「れんさい・私のやった楽しい授業⑬まとめ

てメンドーみようー分数の指導」、『数学教室』№266、1975年5月、国土社、81～82ページなど。

(25) 大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み（第1分冊・解説編）」、北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年3月、4ページ。

(26) 銀林浩、前掲(17)、「倍分・約分・通分の意味はわかるようになっているか？」、67ページ。

(27) 同上書、68～70ページ。

(28) 同上書、68ページ。

(29) 岡野勉・大橋直子、前掲(22)、「算数教科書における分数の導入過程」、56ページ。

(30) 数学教育協議会・銀林浩編『どう変わるか新算数教科書ー改訂教科書とその活用法』（『数学教室』別冊1）、国土社、1991年。

(31) 岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)」『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第15号、1996年、70～71ページ、において、その一部を紹介した。

(32) 帯分数⇔仮分数の変形規則の指導において用いられている教材について見ると、教科書名については省略するが、①タイル（面積）のみを用いているもの、②数直線（長さ）とタイルを併用しているもの、③数直線のみを用いているもの、などに分類できる。

(33) この用語は、例えば、新居信正・荒井公毅著『国土社の算数えほん《分数》2．分数たす・ひく』、国土社、1989年、9ページ、に見られる。

(34) 武隈隆彦は「分数の変形」を6点に整理している。しかしながら、それを指導することの「必然性」を「これからの分数計算の上で、とても重要になってくる」点に求めており、分数に特有の性質として教えるという立場には立っていない（武隈隆彦・布施まつみ・山野下とよ子著、教育科学研究会授業づくり部会編『授業づくりハンドブック④折り紙分数』、国土社、1988年、18～19ページ）。

(35) 前掲(34)、『折り紙分数』では、帯分数⇔仮分数の変形が「分数の変形」に含められているが、倍分・約分による変形は異分母分数の加法・減法の内容に含められている。なお、このプランは、「手でつくり、手で学ぶ数学」という北陸地区数学教育協議会の提唱を分数指導に具体化したものであり、「折り紙」の操作を通して、導入から四則演算までを指導しようとするものである。ただし、ここで分析対象としている分数の性質については、教科書と同じく、演算指導の必要に応じ、分散して教えることになっている。

(36) 教科書や教師用指導書では、帯分数を仮分数に、仮分数を帯分数に「なおす」という表現が用いられている。しかしながら、すでに大田邦郎が指摘しているように、これは、まちがったものを正しく「なおす」わけではない。教科書において、この変形によって得られた分数が「大きさの等しい分数」とは考えられていないことは、教科書がこのような表現を用いていることに現れている。また、両者を等号で結んだ記述も見られない。この変形についても、約分・倍分による変形と同じく、「同一のものが様々に姿を変える」というとらえ方が必要であるように思われる（大田邦郎「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」『数学教室』№277、1976年3月、国土社、96ページ）。

(37) 銀林浩、前掲(17)、「倍分・約分・通分の意味はわかるようになっているか？」、67～68ページ。ただし、ここで「量ぬき」とは、量による表現をまったく行っていないという意味ではない。ここでは、「一応単位のついた量を問題にしている」か否かという観点から、そうしていないものが「量ぬき」とされているのである。しかしながら、これらの教科書においても、数直線あるいは数直線とタイルが併用されており、この点からすれば、このような表現は適当ではない。

なお、本稿では、分析の視点を、銀林のような観点ではなく、分数を表現する量、そこにおける統一性・一貫性・普遍性の問題に設定している。銀林は、「ちょっと見ると、これらははなはだ多様に見える」が、いずれにおいても分割分数の論理によっていることを指摘し、この点を問題にしている。しかしながら、ここでは、先に述べた観点から、教科書における教材構成について次の分類が可能であることを指摘しておきたい。①「数

直線」によって同値分数の存在を確認し、約分・倍分の原理については「タイル」を用いて導いているもの、②「タイル」、「数直線」を併用して同値分数の存在を確認し、約分・倍分の原理についてはその式表示から導いているもの、③約分・倍分の原理については②と同じであるが、同値分数の存在については「数直線」のみを用いているもの。ここで見た東京書籍発行の教科書は、先の分類では①に入る。

(38) 『小学校算数』第５学年（学校図書）について、著者の一人である碓井恒夫は次のように述べている。「分数には、大きさの等しい分数が無数ある。…$\frac{a}{b}=\frac{(a\times m)}{(b\times m)}$からいくつでも同値分数があることを理解させたい。このことから、約分・通分の意味と仕方を理解することが大切である」（碓井恒夫「新教科書『数と計算』（上学年）の特色と重要教材指導のポイント・学校図書の教科書について」、『教育科学・算数教育』No.426、特集・新教科書研究②上学年の「数と計算」、1991年12月、明治図書、15ページ）。しかしながら、この教科書においても、ここで指摘した問題点は共通しており、このような意図を実現するものにはなっていない。

(39) 岡野勉・大橋直子、前掲(31)、「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)」、参照。

(40) この教科書の著者の一人である中村享史は、「数のモデル」としての「数直線」の有効性について述べ、第３学年から第６学年に渡って、その系統的な活用を行ったと述べている。なお、この指摘は1996年度用の教科書に関するものであるが、ここで分析対象としている1992年度用のものについても、この点は同じである（中村享史「東京書籍の教科書について」、『教育科学・算数教育』No.480、特集・改訂算数教科書研究①「数と計算」、1996年３月、明治図書、40〜41ページ）。

(41) 加法・減法の指導においてはほとんどの教科書がタイル（面積）を用いていることは、数直線の教材としての「限界」を示している。特に、導入以降まったくタイルを用いず、ほとんど「数直線一点張り」（銀林浩、前掲(15)、『ここが問題、いまの算数教育（小学校中学年編）』、139ページ）であった『算数』（啓林館発行）においてさえ、異分母分数の加法・減法の指導においては、極めて部分的にではあるが、タイル（面積）が用いられていることは、このことを示す好例である。

(42) 『遠山啓著作集　数学教育論シリーズ２　数学教育の潮流』、1980年、太郎次郎社、216ページ。なお、初出は、「教科書批判⑧分数の意味」、『数学セミナー』1976年１月、日本評論社。

(43) 遠山啓は、前掲(42)論文の中で、分数の意味や倍分の原理を例として、「タイルがタテとヨコの二方向につないだり、割ったりできるという特性」を利用すれば説明が容易であること、総じて「分数を教えるにもタイルが最適である」ことを、当時の教科書で採用されていた教材と対比させながら、示している。また、同じ論文の中で、遠山は、「今の［1976年当時の一引用者］検定教科書はほとんどすべて数直線をシェーマとして持ち出してきている」と指摘している。この指摘は、分数指導において「数直線」を主たる教材として採用することが、最近20年間における算数教科書の基本方針になっていることを予想させる。そして、現在においては、その限界が明らかになりつつあり、そのため、部分的にではあるが「タイル」が採用されつつある、ととらえることができるかも知れない。この点については、戦後の算数教科書に関する系統的な研究が必要である。

(44) 賀呂黒労人は、『小学算数』（大阪書籍）について、第５学年における「分数の導入は、倍分で入っている」と述べている（同「〈各社の教科書を検討する〉信念ないのかバラバラ大書」、銀林浩・数学教育協議会編、前掲(30)、『どう変わるか新算数教科書』、58ページ）。この教科書においても、「倍分」という言葉が教えられていない点は同じである。しかしながら、他の教科書が同値分数の類から倍分・約分の原理をあわせて導いているのに対して、この教科書では、同値分数の類から、まず倍分の原理を導いており、この点で違いが見られる。なお、約分の原理については、「約分」という言葉とともに、その後に教えている。

(45)　通分において教材とされている分数の組についてやや詳細に検討して見ると、①真分数のみの教科書、②ほとんどが真分数であるが仮分数も見られるもの、③帯分数も見られるもの、に分類できる。いずれにしても、教材構成が真分数中心であり、仮分数・帯分数が軽視されている点に変わりはない。

(46)　やや古いが、仲村洋子らが中学生１～３年生を対象に行った調査では、「帯分数を含む分数の加減の誤答率が断然高い」ことが指摘されている。これには、帯分数の意味、加法のアルゴリズムの指導に関する問題のほか、帯分数の倍分、通分の指導の問題も関連していると思われる（仲村洋子「分数の誤答分析」、『数学教室』No.255、1974年７月、国土社）。

(47)　及川平治『分団式各科動的教育法』、弘学館書店、1915（大正４）年、517～520ページ。なお、この著作は、同年７月から翌年３月までの間に８版を重ねている。また、この実践への着目については、須田勝彦「『新学力観』とどうつきあうか」、数学教育協議会第34回全道数学教育研究大会、1994年７月、による。

(48)　今泉博『どの子も発言したくなる授業』、学陽書房、1994年、130～142ページ。

［付記］本稿は、日本カリキュラム学会第７回大会（1996年７月、筑波大学）において岡野が行った自由研究発表の一部に、加筆・訂正を加えたものである。なお、本稿のうち、２-(1)(2)、３については岡野が、２-(3)(4)については大橋が、それぞれ分担し、さらに全体に渡って岡野が加筆・訂正を行った。