算数教科書における分数加法の指導（2）

岡 野　　勉*・大 橋 直 子**

On the Teaching of Addition of Fraction in the Textbook of Arithmetic (part2)

Tsutomu OKANO and Naoko OHASHI

目　次

2．算数教科書における分数加法の指導

2-(1) 学習指導要領・指導書における分数加法の指導

学習指導要領・指導書によると、分数加法の指導は、第3学年から第5学年に渡って行われることになっている。

第3学年においては、「分数についても加法及び減法ができることを知ること」とされている[(1)]。この点について、指導書においては、「次の程度のことが考えられる」として、「簡単な加法、減

*新潟大学教育人間科学部附属教育実践研究指導センター
e-mail: okano@ed.niigata-u.ac.jp
**新潟大学教育学部卒業生

法などの計算をその［数直線の—引用者］上で対応させてみること」、「$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$などの計算も、$\frac{1}{5}$を単位として整数と同じ考えでできること」などの記述がある[2]。この学年では、分数は導入されているが、真分数のみであり、帯分数・仮分数は教えられていない。また、約分・倍分や通分についても教えられていない。従って、ここでは、同分母分数の場合、真分数の範囲内においてのみ、加法・減法が指導されるものと思われる。また、約分が教えられていないことから、ここで与えられる計算問題については、その結果が既約分数になる場合に制限されているであろうことも容易に予想される。仮に可約分数になる場合が含まれていたとしても、ここでは、それを約分することは指導できない。

第４学年においては、「簡単な場合について、分数の計算ができるようにする」とされ、「同分母の分数の加法及び減法ができること」があげられている[3]。この学年では、帯分数・仮分数が導入され、両者の変形規則も指導されている。ただし、倍分・約分や通分については指導されていない。これらの点から、ここでは、同分母分数の場合、かつ演算の結果が既約分数になる場合についてのみ、加法・減法が指導されることが予想される。また、ここでは、演算の対象に帯分数・仮分数を含めること、演算の結果にくりあげを必要とする場合を含めることも可能となる。

第５学年では、「分数について計算する能力を伸ばす」とされ、「異分母の分数の加法及び減法ができること」があげられている[4]。ここでは、通分、約分が指導されているから、同分母・異分母の別、約分の有無などは問題にならない。

分数加法に関する教育内容は、このように細分化・分断され、それらが複数学年に分散されているだけでなく、分数の性質・大小関係に関する教育内容と相互に関連付けられている。このような内容編成の方法が、結果として、先に見たような、各学年の教育内容・教材構成に対する制約条件として現れているのである。

ただし、第４学年において、「帯分数の計算ではその意味についての理解に重点を置き、複雑な計算は避けるようにする」とされている[5]。この記述が、どのような教育内容・教材構成として具体化されているのかについては、教科書内容の分析によって明らかにする必要がある。

2-(2)　銀林浩による教科書分析について

銀林浩は，雑誌『数学教室』の連載、「ここが問題だ，今の数学教育」において、1989年学習指導要領にもとづく算数教科書の内容分析を行っている。ここでは、そのうち、分数加法の指導に関する部分[6]について検討しておきたい。

銀林は、分数加法の内容編成にあたって、同分母・異分母の別を主要な観点とする立場を選択しており、この点で、先に見た学習指導要領・指導書において採用されている立場と一致している。

その上で、同分母分数の場合については、内容編成の観点として、次の４点を設定している[7]。

①　帯分数・仮分数の両方を教育内容・教材として設定する。

②　その際、仮分数→帯分数の順序を採用する。

③　仮分数の加法を帯分数の加法の「素過程」と位置づけ、そこでは、《たす》という操作のみを教える。

④　帯分数を含む加法については、くりあげの有無を重要なポイントとし、くりあげなし→くりあげありの順序で教える。

異分母分数の場合については次の４点にまとめられる[8]。

①　全体を「仮分数モード」と「帯分数モード」に分ける必要がある[9]。

② 「仮分数モード」の計算では、「$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$のような単純なもの」から導入し、「最も一般的な」タイプ、すなわち、「両分母が1以上の公約数をもち、分子も1ではなく、和が約分可能な、$\frac{1}{10}+\frac{5}{6}=\frac{9}{30}+\frac{25}{30}=\frac{34}{30}=\frac{17}{15}$のようなタイプ」を、明確にとりあげることが必要である。

③ 次に、これに「十分習熟してから帯分数の加法に移る」。帯分数＋帯分数で、(くりあげ)、(約分)を含み、分母の公約数が1より大、といった「すべての手続きを備えているものが最も一般的」であり、なるべく早期にこのタイプについて教える。「あとはそれらの要素のいくつかが欠けた退化型へ進んでゆくのがよい」。

④ その場合の計算体系は、(くりあげ)の有無については考慮せず、帯分数＋帯分数→帯分数＋真分数(およびその逆)→真分数＋真分数、の順序で構成する。

ここでは、同分母・異分母の区別を基本的な観点とした上で、副次的な観点として、シルエット、くりあげの有無を採用する立場が採られている。このような「型分け」および内容編成の方法は、『わかるさんすう4』および『わかるさんすう5』において採用されていたものと同じである。これについては前章で検討した通りである。

なお、これらの観点から導かれる教科書分析の諸結果については、次節以降において、必要に応じて触れることにしたい。

2-(3) 算数教科書における分数加法の指導

2-(3)-① 同分母分数の場合について

ここでは、まず、『小学校算数』(学校図書発行)を対象として、そこにおける分数加法に関する教育内容・教材構成の論理を明らかにすることを課題とする[10]。

この教科書において、分数加法は、第3学年(下巻)、第4学年(下巻)、第5学年(上巻)において教えられている。まず、第3学年では、第16章「分数」の「③分数のたし算とひき算」において、次の記述が見られる。

「① あきらくんは、ジュースを、きのう、$\frac{1}{5}\ell$、今日$\frac{2}{5}\ell$のみました。

合わせて、何ℓのんだでしょうか」。

そして、「$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$」という式、その横には、5等分の目盛りが付された1ℓますが2つ描かれており、各々目盛り1つ分と2つ分まで色が付けられている。あわせて、男の子が「合わせると、$\frac{1}{5}$が何こ分かな」と言っている絵も描かれている。

ここで与えられているのは「真分数＋真分数」の問題であり、それに関して、液量または面積を用いた量的な説明が行われている。計算の方法については、教師用指導書において、「$\frac{1}{5}$を単位として、1＋2と整数の計算に帰着できることに気づかせる」と解説されていることから、ここでは、定義の際に用いられた分割分数の論理を用いて、次のように演算の結果を得ることが指導されるのであろう。すなわち、「1をa等分したb個分が$\frac{b}{a}$」という定義により、「1を5等分した大きさ$\left(\frac{1}{5}\right)$1つ分と2つ分をあわせると3つ分、つまり$\frac{3}{5}$」を得るのである。そして、これが、学習指

導要領・指導書で言うところの「簡単な加法、…の計算」の内容にあたる。

ここで教えられる計算のアルゴリズムを次に記す。

＊①　真分数＋真分数（同分母）；$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$　《たす》

ただし、ここでは、このアルゴリズムに対して、言葉などによる表現は与えられていない。先に見たように、分割分数の論理を用いて結果を得るに止まっており、そこから計算規則を導き、一般的な形でそれを定式化することは行われていない。

続いて、このアルゴリズムを用いる練習問題が出されている。ただし、そこには次のアルゴリズムを用いるものも含まれている。

①′ 真分数＋真分数（同分母）；《たす》→（くりあげ→整数(1)）

分数と1との相等については、すでに分数の導入の際に教えられている。そのため、ここでは、特にこの点に関する説明はなく、問題が与えられるだけである[11]。

第4学年では、第14章「分数」の「3分数のたし算とひき算」において、「同分母分数の加法と減法の意味と計算のしかたを理解する」。まず、「真分数＋真分数」でくりあがりのある計算が教えられる。教科書の記述を見よう。

「1　テープを、はじめに$\frac{4}{6}$m、次に$\frac{3}{6}$m使いました。使ったテープの長さは、全部で何mでしょうか」。

そして、「$\frac{4}{6}+\frac{3}{6}$」という式があり、あわせて、$\frac{1}{6}$mを1目盛りとする数直線が$\frac{7}{6}$mまで描かれている。対応して、その下には、$\frac{4}{6}$m、$\frac{3}{6}$mと記された2本のテープが横に並べられており、その右端に対応する目盛りを読めば、2つのテープの長さの和がわかるようになっている。さらに、その横には、女の子が「$\frac{1}{6}$のこ数で考えると…」と言っているさし絵が描かれている。そして、次の文と式がある。

「①　計算のしかたを考えましょう。
②　つづけて計算しましょう。

$\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{\square}{6}$　」

①については、女の子のセリフから、第3学年の場合と同じく、分割分数の論理を用いて計算するものと思われる。それによって、ここでは、「$\frac{7}{6}$」という結果が得られる。次に、②について、教師用指導書では次のように解説している。「和が仮分数になるときは、帯分数や整数に直せば大きさのわかりやすい数になることを理解させる」。この点に関連して、教科書には次の文がある。

「◆　分母が同じ分数のたし算では、分母はそのままにして、分子どうしをたします。答えが仮分数になったら、ふつう、帯分数や整数になおします」[12]。

以上の記述から、ここで教えられる計算のアルゴリズムは次のようになる。

＊②　真分数＋真分数（同分母）；$\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}$　《たす》

$=1\frac{1}{6}$　（くりあげ）

ここでも量的な説明が行われている。ただし、先のアルゴリズム（①《たす》）に関する説明では液量または面積が用いられていたのに対して、ここでは、数直線・テープなどが用いられており、長さによる説明に変わっている。

続いて練習問題が出されている。問題は全部で10問あり、２つのグループに分けられる。第一のグループは、先に見た①を、第二のグループは上記の②を、それぞれ用いる問題である。ただし、ここにも、演算結果が整数(1)になるものが含まれている。

このうち、第一のグループにおいて用いられるアルゴリズムは、第３学年において教えられていたものと同じである。すでに見たように、第３学年においては、「真分数＋真分数」の問題について、分割分数の論理を用いて演算結果を得ることが指導されていた。第４学年においてはじめて、そこから計算規則が導かれ、それに対して一般的な表現が与えられている。「真分数＋真分数」の指導に関するこのような区別は、基本的に同じ教育内容を複数学年に分散することにより、それを繰り返し指導する必要が生じた[(13)]ことに対応して、設定されたのであろう。

続いて、「（帯分数）＋（帯分数）で、繰り上がりのない計算のしかたを理解させる」。教科書の記述を見よう。

「$\boxed{2}$　ひろし君の家のふろ場の面積は、あらい場の部分が$2\frac{1}{5}$㎡、よくそうの部分が$1\frac{2}{5}$㎡です。ふろ場は、全体で何㎡あるでしょうか」。

そして、「$2\frac{1}{5}=2+\frac{1}{5}$」、「$1\frac{2}{5}=1+\frac{2}{5}$」、「$2\frac{1}{5}+1\frac{2}{5}=3\frac{\square}{5}$」という式が縦に並べて書かれており、その右にはそれぞれの分数を表現するタイルが、筆算形式で描かれている。ここでは、「帯分数の意味と具体的な加法の操作を結びつけて、帯分数のたし算のしかたを考える」。「絵図や数直線を用いて、たし算のしかたを調べさせる。その中から、帯分数の整数部分と真分数の部分に目を向けさせる」。そして、次のように計算規則を一般化している。

「帯分数のたし算では、整数部分どうしの和と、分数部分どうしの和を合わせます」[(14)]。

ここで教えられる計算のアルゴリズムを先の例題について次に示す。

＊③　帯分数＋帯分数（同分母）；$2\frac{1}{5}+1\frac{2}{5}=3\frac{3}{5}$　　（たす）《たす》

なお、タイルによる説明が行われるのはこのアルゴリズムが最初である。

続いて、このアルゴリズムを適用する練習問題が出されている。ただし、そこには、１問だけであるが、次のアルゴリズムを用いる問題が含まれている。

③′整数＋帯分数；$3+3\frac{5}{6}=6\frac{5}{6}$　　（たす）

これは、シルエットの変化により、先のアルゴリズムから《たす》が不要になったものである。そのためであろう。これについては特に説明がなく、問題の中で与えられるだけという扱いになっている。

続いて、「（帯分数）＋（真分数）で、繰り上がりのある計算のしかたを理解させる」。教科書の記述を見よう。

「$\boxed{3}$　$2\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$の計算のしかたを考えましょう。

$$2\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=2\frac{7}{5}$$
$$=3\frac{\square}{5}$$
」

そして、②と同じく、2つの分数を表現するタイルおよびその和を表現するタイルが、筆算形式によって、描かれている。そして、演算結果の表現方法について次のように述べている。

「帯分数のたし算で、分数部分どうしの和が、仮分数になったときは、整数部分にくり上がります」[15]。

ここで教えられるアルゴリズムを先の例について次に示す。

＊④　帯分数＋真分数（同分母）；$2\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=2\frac{7}{5}$　《たす》

$=3\frac{2}{5}$　（くりあげ）

そして、最後に、「（帯分数）＋（帯分数）で、繰り上がりのある計算のしかたを理解させる」。教科書の記述は次の通りである。

「④　$2\frac{4}{9}+1\frac{7}{9}$の計算をしましょう。

$2\frac{4}{9}+1\frac{7}{9}=3\frac{\square}{9}$

$=4\frac{\square}{9}$　」

この問題については、すでに教えられたアルゴリズム③をまず用い、次に、その結果を（くりあげ）ることによって、演算結果を得ることができる。すなわち、

⑤　帯分数＋帯分数（同分母）；$2\frac{4}{9}+1\frac{7}{9}=3\frac{11}{9}$　（たす）《たす》

$=4\frac{2}{9}$　（くりあげ）

これは、同分母分数の範囲では最も多くの操作（ただし約分を除く）を構成要素とするアルゴリズムであり、それが、ここでの内容構成において最後に位置付けられていることの根拠であろう。ただし、教科書においてその説明のために記述されているのは式のみである。これまでに行われていたような、タイルや数直線などを用いた量的な説明は全く行われていない[16]。これは、アルゴリズムの構成要素となる操作が、いずれも、それ以前においてすでに教えられていることから、ここではそれらを組み合わせさえすればよいと考えられているためであろう。

続いて、④⑤のアルゴリズムを用いる練習問題が出されている。ただし、そこには次のアルゴリズムを用いるものが含まれている。

⑤′　帯分数＋帯分数（同分母）；$5\frac{4}{5}+2\frac{1}{5}=7\frac{5}{5}$　（たす）《たす》

$=8$　（くりあげ→整数）

これは、シルエットもアルゴリズムの構成要素も⑤と同じであり、（くりあげ）の結果が整数になる点のみが異なっている。ここでも特に説明は行われていない。

以上の分析により、同分母分数の加法に関する型分けとそれに対応するアルゴリズムを、教えられる順序に従って列挙すると、次のようになる。

＊①　真分数＋真分数；《たす》

①′　〃　；《たす》→（くりあげ→整数(1)）

＊②　〃　；《たす》→（くりあげ）

＊③　帯分数＋帯分数；(たす)〈たす〉

③′ 整　数＋帯分数；(たす)

＊④　帯分数＋真分数；〈たす〉→（くりあげ）

⑤　帯分数＋帯分数；(たす)〈たす〉→（くりあげ）

⑤′　　〃　　；(たす)〈たす〉→（くりあげ→整数）

(1) シルエットを副次的な観点として、全体が、「真分数＋真分数」、「帯分数＋真分数」、「帯分数＋帯分数」の3つに分類されている。教えられる順序も、概ね、これに従っている。なお、③では「帯分数＋帯分数」が教えられているが、アルゴリズムを見ると、これは④の次に教えてもそれほど大きな問題があるとは考えにくい。

(2) 与えられている問題の数を先の3つの型について見ると、「真分数＋真分数」が最も多く20問、「帯分数＋真分数」4問、「帯分数＋帯分数」16問である。量的な説明が行われているアルゴリズムは全部で4つあるが、そのうちの2つが「真分数＋真分数」である。これらの点から、同分母分数の加法指導においては、「真分数＋真分数」に対してやや丁寧な教材構成になっていることがわかる。

(3) 説明に用いられる量については、アルゴリズムによって個別的に選択されており、統一性・普遍性・一貫性という要請に応えるものにはなっていない。

なお、これらの点については、異分母分数の加法の指導とあわせて、後に考察する。

(4) アルゴリズムの形成過程について次に見よう。＊が付されたものに注目すると、最も単純な①《たす》に始まり、そこに、②④において（くりあげ）、③において（たす）が、順次付け加えられていくことによって、最も多くの操作を必要とする⑤が形成されるという過程になっている。

(5) この学年では仮分数→帯分数の変形については教えられているが、約分については教えられていない。そのため、ここには、アルゴリズムの構成要素として（約分）はない。実際、ここで与えられる問題は、すべて、演算の結果が既約分数になるものに制限されている。これは、分数加法の指導が、分数の性質の指導と関連付けられていること、それによって加法の教育内容・教材構成が制限を受けていることを示す実例である(17)。

2-(3)-② 異分母分数の場合について

次に、異分母分数の加法指導の内容について見よう。『小学校算数』（学校図書発行）では、第5学年用（上巻）の第8章「分数のたし算とひき算」において、異分母分数の加法が教えられる（なお、通分については、同じ第5学年（上巻）第7章「分数」においてすでに指導されている）。教科書の記述を見よう。

「2つの牛にゅうパックに、$\frac{1}{3}\ell$と$\frac{1}{2}\ell$の牛にゅうが入っています。これを1つのパックにまとめました。

何ℓになったでしょうか」。

そして、$\frac{1}{3}\ell$の牛乳（3等分の目盛りが付された1ℓますに入れられている）と、$\frac{1}{2}\ell$の牛乳（2等分の目盛りが付された1ℓますに入れられている）が記述されており、それらをあわせた量の牛乳が、3等分の目盛りが付された1ℓますに入れられている。しかし、このますでは、牛乳の量は目盛り‘2つぶんと少し’までしか測定することができず、この点が、「上のますでは、はっきりわからないなあ」、「下のどの目もりのますに入れかえるとわかるかしら」という子どもの言葉によって

確認されている。教科書には、㋐4等分、㋑5等分、㋒6等分の目盛りが入った1ℓますが、それぞれ1つずつ記述されており、それぞれに牛乳を入れて見ると、㋐㋑では端下量が生じるが、㋒を用いれば、目盛り5つ分まで牛乳が入り、正確に測定できることが示されている。

このような教材構成により、最初に与えられた問題の「答えが$\frac{5}{6}\ell$になっていることを全員で確かめる」。しかしながら、なぜ㋒のますであれば測定できるのかという点や計算の方法については説明されていない。そこで「①分数のたし算」に入る。

「① 左のページの1つにまとめた牛にゅうは、何ℓになるのか、計算のしかたを考えましょう」。

そして、式「$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$」が示され、子どもの言葉によって、「分母がちがうから、計算できないな」、「同じ分母の分数にすればできるね」とされている。あわせて、「$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{\square}{6}+\frac{\square}{6}=\boxed{}$」という式があり、2等分、3等分の目盛りの入ったタイルが各1枚（それぞれ、その1つ分に色が塗られている）と、それに対応して、6等分の目盛りの入ったタイルが2枚、描かれている。これら2組のタイルは矢印によって対応関係が示されており、対応するタイルには同じ面積だけ色が塗られている。このような教材構成によって、$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$、$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$であることが示されている。

以上の指導によって、「異分母分数のたし算は、通分することで同分母にでき、そうすれば今までと同じように計算できることをはっきりさせる」。例題を与え、それに対してタイル、式による説明が行われている点で、比較的丁寧な教材、指導過程の構成になっている。教科書では計算規則が次のように記述されている。

「分母のちがう分数のたし算は、通分して計算します」。

ここで教えられるアルゴリズムを先の例題について次に示す。

＊①　真分数＋真分数（異分母）；$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times 2}{3\times 2}+\frac{1\times 3}{2\times 3}$

$=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}$　　　（通分）

$=\frac{5}{6}$　　　《たす》

これは、異分母分数の加法に関する最も基礎的かつ単純なアルゴリズムである。

さらに、問題②において「$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$の計算の仕方を考え」、「4と3の最小公倍数を分母とする分数に通分」すればよいことを確認した後、このアルゴリズムを用いる練習問題が与えられる(18)。

続いて、「和が仮分数になる場合の計算のしかたを理解させる」。教科書では次の記述がある。

「③ あや子さんの家の牧場は、牛に$\frac{1}{4}$ha、馬に$\frac{5}{6}$haの草原を使っています。合わせて何haでしょうか。

$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$

① 4と6の最小公倍数はいくつでしょうか。

② 計算しましょう。

$$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$$
$$=\frac{\square}{\square}$$
$$=1\frac{\square}{\square}$$ 」

②の式に対応してタイルが描かれている。タイルにはすべて12等分の目盛りが付されており、それぞれの分数の大きさだけ色が塗られている。

ここでの計算のアルゴリズムは次のようになる。

＊②　真分数＋真分数（異分母）；$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{1\times3}{4\times3}+\frac{5\times2}{6\times2}$

$=\frac{3}{12}+\frac{10}{12}$　（通分）

$=\frac{13}{12}$　《たす》

$=1\frac{1}{12}$　（くりあげ）

続いて、次の問題がある。ここでは、同じタイプの問題によって「和が約分できるときの計算のしかたを理解させる」。

「4　$\frac{7}{10}+\frac{5}{6}$の計算のしかたを考えましょう。

$$\frac{7}{10}+\frac{5}{6}=\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$$
$$=\boxed{}$$ 」

ここで教えられる計算のアルゴリズムは次の通りである。

③　真分数＋真分数（異分母）；$\frac{7}{10}+\frac{5}{6}=\frac{21}{30}+\frac{25}{30}$　（通分）

$=\frac{46}{30}$　《たす》

$=1\frac{16}{30}$　（くりあげ）

$=1\frac{8}{15}$　（約分）

ここでは、問題のシルエットは③と同じであるが、（約分）が、新しい構成要素として加わっている。（約分）についてはすでに指導されている。ここで教えられるアルゴリズムはそれが新しく加わっただけであるから、特に説明は必要ない。このアルゴリズムについては、「考えましょう」という扱いになっており、タイル等を用いた説明が行われていないのは、このような理由によるものと考えられる。

以上のアルゴリズム②③においては（くりあげ）（約分）が新しい構成要素となっている。この点について教科書では次のように説明している。

「答えが仮分数になったときは、帯分数に直すと、大きさがわかりやすくなります。

また、答えが約分できるときは、できるだけかんたんな分数に直します」。

続いて、上記のアルゴリズムおよび次のアルゴリズムを用いる練習問題が与えられている。

③′ 真分数＋真分数（異分母）；(通分) →《たす》→ (約分)

以上が、「真分数＋真分数」に関するひとまとまりの問題群を形成している。教科書では、これに続いて、「帯分数の加法のしかたを理解させる」問題群が与えられる。その最初の問題は次の通りである。

「5　重さが$\frac{8}{9}$kgの品物を、$\frac{2}{3}$kgの箱に入れます。

全体では、何kgになるでしょうか。

$$\frac{8}{9}+\frac{2}{3}=\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$$

$$=\frac{\square}{\square}$$

$$=\square$$ 」

ここでも、上の式に対応して、２つの分数とその和がタイルによって表現されている。ここで教えられるアルゴリズムは次の通りである。

＊②　真分数＋真分数（異分母）；$\frac{8}{9}+\frac{2}{3}=\frac{8}{9}+\frac{6}{9}$　　(通分)

$=\frac{14}{9}$　　《たす》

$=1\frac{5}{9}$　　(くりあげ)

これは、先に見た②と同じアルゴリズムである。「帯分数の加法のしかたを理解させる」ために与えられる最初の問題が「真分数＋真分数」になっているのである。例題として与えられ、それに対してタイルと式による説明が行われている点など、教材の構成も②と同じである。教師用指導書では、この点について、「和は、帯分数で表すことの定着をはかる」と解説している。このことの意味については、これに続く一連の問題との関連で、後に考察することにしたい。

続いて、「（帯分数）＋（真分数）の計算を理解させる」ために、次の問題がある。

「6　$1\frac{3}{8}+\frac{3}{4}$の計算のしかたを考えましょう。

$$1\frac{3}{8}+\frac{3}{4}=1\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$$ 」

ここでは、「整数部分と分数部分を分けて計算することを理解する」。アルゴリズムは次のようになる。

④　帯分数＋真分数（異分母）；$1\frac{3}{8}+\frac{3}{4}=1\frac{3}{8}+\frac{3\times 2}{4\times 2}$

$=1\frac{3}{8}+\frac{6}{8}$　　(通分)

$=1\frac{9}{8}$　　《たす》

$=2\frac{1}{8}$　　(くりあげ)

ここでは、アルゴリズムは②と同じであるが、シルエットが「帯分数＋真分数」に変わっている[19]。

なお、続いて与えられる計算問題には、次のアルゴリズムを用いるものが含まれている。

④′ 帯分数＋真分数（異分母）；(通分) → 《たす》 → (くりあげ) → (約分)

そして、次の問題に進む。

「⑦　$1\frac{3}{4}+2\frac{5}{12}$の計算のしかたを考えましょう。

$$1\frac{3}{4}+2\frac{5}{12}=1\frac{\square}{\square}+2\frac{\square}{\square}$$ 」

ここでは、シルエットが「帯分数＋帯分数」に変わっている。そして、ここでも、「⑥と同じように、整数部分と分数部分に分けて計算することの便利さを理解させる」。アルゴリズムは次のようになる。

⑤　帯分数＋帯分数（異分母）；$1\frac{3}{4}+2\frac{5}{12}=1\frac{3\times3}{4\times3}+2\frac{5}{12}$

$=1\frac{9}{12}+2\frac{5}{12}$　　(通分)

$=3\frac{14}{12}$　　(たす)　《たす》

$=4\frac{2}{12}$　　(くりあげ)

$=4\frac{1}{6}$　　(約分)

これは分数の加法に必要な操作がすべて揃ったアルゴリズムである。

続いて与えられる練習問題は、これらのアルゴリズムの定着を図ったものであるが、そこには次のアルゴリズムを用いるものが含まれている。

⑤′ 帯分数＋帯分数（異分母）；(通分) → (たす)　《たす》 → (約分)

⑤′ 帯分数＋帯分数（異分母）；(通分) → (たす)　《たす》

⑤′ 帯分数＋帯分数（異分母）；(通分) → (たす)　《たす》 → (くりあげ)

これらはいずれも⑤の部分アルゴリズムである。

以上の分析により、異分母分数の加法に関する型分けとそれに対応する計算のアルゴリズムを、教えられる順序に従って列挙すると、次のようになる。

＊①　真分数＋真分数；(通分) → 《たす》

＊②　〃　；(通分) → 《たす》 → (くりあげ)

③　〃　；(通分) → 《たす》 → (くりあげ) → (約分)

③′　〃　；(通分) → 《たす》 → (約分)

＊②　〃　；(通分) → 《たす》 → (くりあげ)

④　帯分数＋真分数；(通分) → 《たす》 → (くりあげ)

⑤　帯分数＋帯分数；(通分) → (たす)　《たす》 → (くりあげ) → (約分)

④′ 帯分数＋真分数；(通分) → 《たす》 → (くりあげ) → (約分)

⑤′ 帯分数＋帯分数；(通分) → (たす)　《たす》 → (約分)

⑤′　〃　；(通分) → (たす)　《たす》

⑤′　〃　；(通分) → (たす)　《たす》 → (くりあげ)

(1)　計算体系の構成においては、同分母分数の場合と同じく、シルエットが副次的な観点とされており、さらに、（約分）や（くりあげ）の有無が加味されている。

(2) 全体が、「真分数＋真分数」、「帯分数＋真分数」、「帯分数＋帯分数」の３つに分類されており、教えられる順序も、概ね、これに従っている。

(3) 与えられている問題の数を見ると、「真分数＋真分数」、「帯分数＋真分数」、「帯分数＋帯分数」の順で、それぞれ、32問、３問、11問である。従って、それに関して量を用いた説明が行われている点(これについては次に見る)もあわせて考えると、ここでも、「真分数＋真分数」に対して丁寧な教材構成になっていることが指摘できる。

(4) 先に見た同分母分数の場合とは異なり、異分母分数の場合においては、量的な説明が行われているのは「真分数＋真分数」のみとなり(そこでは、すべてタイルが用いられている)、その他のタイプについては、すべて、式による説明もしくは問題を与えるに止められている。このような教材構成は、分数の加法に必要なすべての操作が揃ったアルゴリズムである⑤についても同じである。

(5) アルゴリズムの形成過程について見ると、最も単純かつ基礎的な①（通分）→《たす》に始まり、一部に繰り返しを含みながら、そこに、②③において（くりあげ)、(約分）が、⑤において（たす）が、順次付け加えられることによって、分数加法に必要なすべての操作が揃ったアルゴリズム⑤が形成されている。

(6) なお、(3)と関連して、これらの操作が教えられている①②③が、すべて、「真分数＋真分数」の問題であることにも注意しておきたい。(通分)、《たす》、(くりあげ)、(約分）という４つの操作については、すべて、「真分数＋真分数」の問題によって教えることが、教材構成に関する基本方針となっていると考えられる。

これらの点から、異分母分数の加法に関する教材構成についても、“真分数重視”の傾向を指摘することができるだろう。

(7) 「真分数＋真分数」の問題によって上記４つの操作が指導された後、再び②から出発し、④を経て、⑤に至る過程が用意されている。ここでは、シルエットの変化はあるが、アルゴリズムの構成要素としては（たす）が加わるだけである。それにもかかわらず、このような過程が用意されていることは、⑤のアルゴリズムがいかにむずかしいと考えられているかを示すものであろう。この教科書においては、このアルゴリズムに到達するために、このような“繰り返し”を含んだ指導が行われているのである。確かにこれも一つの方法であろうが、ここでは、それによって、アルゴリズム形成の筋道が見えにくいものになっていることを指摘しておかなければならない。

2 -(3)-③　計算体系全般について

次に、同分母分数の場合もあわせ、先に設定した視点から、分数加法に関する計算体系全般を通して見よう。

(1) 同分母・異分母の別が、計算体系を構成する際の基本的観点とされている。

(2) それぞれの場合について、シルエットを副次的な観点として、全体が、「真分数＋真分数」、「帯分数＋真分数」、「帯分数＋帯分数」の３つに分類されている。教えられる順序も、概ね、これに従っている。

(3) アルゴリズムについては、それぞれの場合について、最も単純かつ基礎的なタイプにはじまり、そこに必要な操作が順次付け加えられていくことによって、それぞれの場合において必要なすべての操作が揃ったアルゴリズムが形成されている。

(4) そのうち、主要なアルゴリズムは10と考えられるが、そのうち、量的な説明が与えられてい

るものは6であり、さらに、そのうち、「真分数＋真分数」のタイプが4を占めている。問題の数は、全体で、「真分数＋真分数」52問、「帯分数＋真分数」7問、「帯分数＋帯分数」27問、総計86問となる。ここでは、「真分数＋真分数」の問題が全体の60パーセントを占めている。

このように、“真分数重視”の傾向は分数加法の指導体系全般についても、指摘することができる。

(5) 量的な説明は一部のアルゴリズムについて行われているに過ぎず、不十分である。説明に用いられている量（教材）もアルゴリズムによって個別的であり、統一性・一貫性・普遍性という要請に応えるものにはなっていない。

2-(4) 分数加法の指導に関する一般的傾向

前節においては、『たのしい算数』（学校図書）を対象として、そこにおける分数加法の指導に関する分析を試みた。ここでは、同様の視点から、現在の算数教科書の一般的な傾向を明らかかすることにしたい。ただし、詳しい分析については省略し、結果のみを示すことにする。

まず、『新版算数』（教育出版）について見よう。ここでも、分数加法に関する計算の型分けとそれに対応するアルゴリズムを、教えられる順序に従って列挙すると、次のようになる。

i）同分母分数の場合

＊① 真分数＋真分数：《たす》
①′ 〃 ：《たす》→（くりあげ→整数(1)）
＊② 〃 ：《たす》→（くりあげ）
＊③ 帯分数＋帯分数：（たす）《たす》
③′ 整数＋帯分数 ：（たす）
＊④ 帯分数＋帯分数：（たす）《たす》→（くりあげ）
④′ 帯分数＋真分数：《たす》→（くりあげ）

ii）異分母分数の場合

＊① 真分数＋真分数：（通分）→《たす》
② 〃 ：（通分）→《たす》→（約分）→（くりあげ）
②′ 〃 ：（通分）→《たす》→（約分）
③ 帯分数＋帯分数：（通分）→（たす）《たす》→（約分）→（くりあげ）
③′ 〃 ：（通分）→（たす）《たす》
③′ 真分数＋帯分数：（通分）→《たす》→（約分）→（くりあげ）
③′ 〃 ：（通分）→《たす》
③′ 帯分数＋帯分数：（通分）→（たす）《たす》→（くりあげ）

計算体系全般を通して見ると、ここでも、次の点を指摘することができる。

(1) 全体が、同分母分数の場合と異分母分数の場合の2つに分類されており、ここでも、同分母・異分母の別が、計算体系を構成する際の基本的観点とされている。

(2) それぞれの場合において、問題は、「真分数＋真分数」、「帯分数＋真分数」、「帯分数＋帯分数」の3つに分類されている。与えられている問題の数は、それぞれ、27問、11問、5問であるから、総計53問のうち、51パーセントが「真分数＋真分数」によって占められていることになる。量的な説明についても、それが行われている5つのアルゴリズムのうち、3つまでが「真分数＋真分数」である。

これらの点から、ここでも、教材構成における“真分数重視”の傾向を指摘することができる。

(3) それぞれの場合においては、最も単純かつ基礎的なタイプにはじまり、そこに、順次、操作が付け加えられていくことによって、必要な操作がすべて揃ったアルゴリズムが形成されている。

(4) ただし、指導の順序には若干の違いが見られる。先に見たように、『たのしい算数』（学校図書）では、同分母分数の場合においても、異分母分数の場合においても、概ね、「真分数＋真分数」→「帯分数＋真分数」→「帯分数＋帯分数」の順序になっていたが、ここでは、「真分数＋真分数」→「帯分数＋帯分数」という順序が基本になっている(20)。ここで、「帯分数＋真分数」のタイプについては、アルゴリズムに関する説明が行われておらず、問題が与えられるに止まっている。これは、このタイプの計算を、「帯分数＋帯分数」の計算への“積み上げ”における一つのステップと考えるのではなく、「帯分数＋帯分数」の「退化型」と位置付けているためであろう。ただし、このような違いを内包しつつも、いずれの教科書においても、「真分数＋真分数」のタイプを主要な教材とし、「帯分数＋帯分数」のタイプへと必要な操作を“積み上げ”ることによってアルゴリズムを形成するという原理は共通している。

(5) 先に示したアルゴリズム・リストにおいて番号に＊を付したものは全部で５種類ある。このうち、ｉ)-①については液量が用いられているが、それ以外のものについてはすべて面積（タイル）が用いられている。アルゴリズムに関する量的な説明が不十分であることは否定できない。ただし、説明が行われているアルゴリズムについて見る限り、面積（タイル）を用いることにより、統一性・普遍性・一貫性という要請に応えている側面も、部分的にではあるが、存在している。

なお、上記(1)～(5)については、この他、『新しい算数』（東京書籍）、『小学算数』（大阪書籍）、『たのしい算数』（大日本図書）についても、ほぼ共通に指摘することができる（『算数』（啓林館）については後に触れる）。従って、このような教育内容・教材構成については、算数教科書の一般的な傾向と考えてよいであろう(21)(22)。

(6) ただし、分数の加法に必要なすべての操作が揃った「帯分数＋帯分数」のタイプに関する教材構成については、教科書によって多少の違いが見られる。すでに見たように、『たのしい算数』（学校図書）ではそれに関する例題は与えられているが、それについては「考えましょう」と述べるに止まり、説明は行われていない。また、『新しい算数』（東京書籍）、『たのしい算数』（大日本図書）においては、練習問題として与えられるに止まっており、それに関する説明がまったく行われていない。これは、これらの教科書が、「帯分数の計算では…、複雑な計算は避けるようにする」という指導書の注意を受け入れた結果であると同時に、それによって、これらの教科書が、このアルゴリズムを分数加法の指導目標とすることを事実上放棄していることを示している。

これに対して、『新版算数』（教育出版）、『小学算数』（大阪書籍）、『算数』（啓林館）においては、このタイプの問題が例題として与えられているだけでなく、それに関して、式による説明が行われている。

2-(5)　分数加法の指導における仮分数の強調

このような一般的傾向に対して、『算数』（啓林館）(23)における教育内容・教材構成には独自の特徴が見られる。この点について、銀林浩は、「ハッキリ仮分数主義」であり、「特異」である、

「これも１つのゆき方かも知れないが、いかにも素っ気なく味気ないという感じは否めない」と述べているが[24]、その意味や根拠については検討が必要であると思われる。そこで、ここでも、まず、この教科書について、計算の型分けとそれに対応するアルゴリズムを、教えられる順序に従って列挙することにしよう。

ⅰ）同分母分数の場合

＊① 真分数＋真分数；《たす》
①′　〃　；《たす》→（くりあげ→整数(1)）
＊②　〃　；《たす》［→（くりあげ）］
②′ 真分数＋仮分数；《たす》［→（くりあげ）］
②′ 仮分数＋仮分数；《たす》［→（くりあげ）］
③ 帯分数＋真分数；（帯分数→仮分数の変形）→《たす》
③　〃　；《たす》→（くりあげ）

ⅱ）異分母分数の場合

＊④ 真分数＋真分数；（通分）→《たす》
⑤　〃　；（通分）→《たす》→（約分）
⑥ 帯分数＋帯分数；（帯分数→仮分数の変形）→（通分）→《たす》→（約分）
⑥　〃　；（たす）→（通分）→《たす》→（約分）→（くりあげ）

ここでは、さしあたり、次の点を指摘することができる。

(1) 計算体系を構成する際の基本的観点として、同分母・異分母の別が採用されている点については他の教科書と共通している。
(2) アルゴリズムの形成についても、単純なタイプから複雑なタイプへという順序に従っているように見えるが、その内容には、②③⑥など、これまで見てきたものとは異なったものが含まれている。
(3) 指導の順序についても、同分母分数の場合においては「真分数＋真分数」→「帯分数＋真分数」となっているのに対して、異分母分数の場合においては「真分数＋真分数」→「帯分数＋帯分数」となっている。

そこで、ここでは、上記のアルゴリズム・リストから、特に②③⑥に注目し、それに関する教育内容・教材構成を検討することによって、この教科書の特徴を明らかにすることを試みたい。

まず、②について、教科書の記述を見よう。第４学年（下巻）「分数のたし算・ひき算」において、「真分数、仮分数の計算」として、「$\frac{3}{5}$mと$\frac{4}{5}$mのテープがあります。この２本のテープをあわせると、全体の長さは何mになるでしょう」と問題が与えられ、式「$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$」が書かれている。そして、「$\frac{1}{5}$が何こになるかを考えましょう」として、分割分数の論理を用い、「あわせて$\frac{1}{5}$が７こ」が導かれる。次に、最初に与えられた２つのテープをつないだテープ（それぞれの長さが記されており、全体の長さについては、対応する数値線の目盛りに□と記されている）を示し、「$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$　$\underline{\frac{7}{5}\text{m}}$」と結果を示している。最後に、「答えの$\frac{7}{5}$mは、$1\frac{2}{5}$mとしてもよい」と述べている。この２つの分数が等しいことは、これらが、同じテープの長さに対する２通りの表現であることによって保障されている。

言うまでもなく、ここで教えられているのは、「真分数＋真分数」で結果が仮分数になるタイプである。このようなタイプについては、どの教科書においても第4学年における分数加法の最初に指導されており、教科書によって多少の違いが見られるものの、例題として与えられている点、式による説明だけでなく量を用いた説明も行われている点、計算のアルゴリズムに対して言葉による表現が与えられている点など、全体として丁寧な教材構成になっている点は共通している。これらの点については、この教科書も同じである[25]。しかしながら、ここで注意したいのは演算結果の表現方法である。ここでは、仮分数による表現が原則とされており、帯分数による表現は副次的な扱いになっている。教師用指導書においても、「帯分数で表してもよい」が、「仮分数のままにしてもよいことを原則とする」と解説されているのである（上記アルゴリズム②では、（くりあげ）に［　］を付してこのことを示している）。

帯分数による演算結果の表現については、他の教科書においては規則として与えられるのが一般的であった。これに対して、ここでは、帯分数による表現が排除されているわけではないが、仮分数による表現の方を重視しようという意図を見ることができる。

“仮分数の強調”とでも呼ぶべきこのような傾向は、次に見るように、帯分数を含んだ計算の指導についても指摘することができる。

教科書では、これに続いて「帯分数のはいった計算」という項目があり、そこでは、加法について、「①　$1\frac{2}{5}+\frac{4}{5}$　…の計算をしましょう」という問題が与えられている。そして、まず、「帯分数は、仮分数になおして計算しましょう」として、その過程が式によって示されている。演算の結果は仮分数のままである。次に、「$1\frac{2}{5}$を$1+\frac{2}{5}$と考えて、①の計算をしてみましょう」として、「帯分数を整数と真分数の和に表して計算する方法」による計算の過程が式によって示されている。教師用指導書によれば、計算の方法について子どもに考えさせると、「予想される反応」として上の２つが考えられる。そこで、この問題を２通りの方法で解き、さらに「練習題をとおして、<u>帯分数の計算が２通りの方法でできるようにする</u>」（アンダーラインは引用者）とされている[26]。問題として与えられているのは、「$1\frac{3}{4}+\frac{2}{4}$, $1\frac{2}{6}+\frac{5}{6}$」など、いずれも「帯分数＋真分数」でくりあがりのあるタイプである（これが上記の③に示した２つのアルゴリズム対応する）。

他社発行の教科書において、このタイプの問題については、計算のアルゴリズムに関する説明は行わず、「帯分数＋帯分数」の練習問題としてとりあげるのが一般的な傾向であった。そして、そこでは、帯分数のまま、整数部分、分数部分を別々に計算するというアルゴリズムが指導されていた。これに対して、量的な説明こそ行っていないものの、このタイプの問題を例題としてとりあげ、それに関して、先のアルゴリズムに加え、仮分数への変形を構成要素とするアルゴリズムを、それと同等の位置にあるものとして示しているのは、他の教科書にはない特徴であろう。この点においても、この教科書における“仮分数の強調”を指摘することができる。

また、先のアルゴリズム・リストに示されているように、この教科書において、同分母分数の加法指導の内容は「帯分数＋真分数」に止まり、「帯分数＋帯分数」については教えられていない。この点について、教師用指導書では、「意図的に複雑な計算は避けるようにしている。その範囲を（帯分数）＋（真分数）、…に留めているのもそのためである」と解説している。これは、先に見た指導書の注意を受け入れた結果であると同時に、“仮分数の強調”に対して、“帯分数の排除”とでも表現することができるかも知れない[27]。

ただし、この論理で一貫させるのであれば、異分母分数の場合の「帯分数＋帯分数」の計算は、（通分）が加わることによって、さらに「複雑」になるのであるから、教育内容から排除されるのが当然であろう。しかしながら、この計算は第５学年（上巻）においてとりあげられているのである。そこでは、「帯分数＋帯分数」の問題で、（くりあげ）、（約分）がともに必要となるものが例題としてとりあげられ、先に見た「帯分数＋真分数」の場合と同様の教材、指導過程によって、２通りの計算方法が教えられている。ここでも、教師用指導書によれば、「どちらがよい方法であるとはいいきれない」という立場から、「仮分数になおす仕方と帯分数のままで計算する仕方を児童に気づかせ、しやすい仕方を身につけさせる」（アンダーラインは引用者）とされているのである（これが⑥に示した２つのアルゴリズムに対応する）[28]。

同分母の場合については教えられていなくても、異分母の場合、すなわち「一般」が教えられていれば、同分母の場合は、その「特殊」として位置付けられるから、それほど問題はないという考え方は成立する。しかしながら、この教科書は、他の教科書とともに、同分母・異分母の別を計算体系構成の基本的観点とする立場を共有しており、このような「一般」「特殊」のとらえ方に立っているとは考えにくい。だとすれば、このような教育内容・教材の構成について、どのように考えればよいのだろうか。

すでに述べたように、この教科書においては、帯分数を含んだ計算の指導において、（仮分数には変形せず）分数部分どうし、整数部分どうしを加えるという方法に対して、仮分数に変形してから計算する方法が強調され、この方法に対して、前者と同等の位置を与えようという意図が見られる。そこで、「意図的に複雑な計算は避ける」という解説に関連して、この計算方法について考えてみよう。

まず、整数部分と分数部分をそれぞれ加えるという方法をとった場合、「帯分数＋帯分数」の計算がそれほど「複雑な計算」になるとは考えにくい。これは異分母分数の場合についても同じである。これに対して、帯分数を仮分数に変形してから計算するという方法は、それ自身、「複雑」な計算方法である。はじめに帯分数を仮分数に変形したにもかかわらず、（通分）《たす》の次には、（くりあげ）においてその逆の操作を行わなければならないからである。次の例を見よう[29]。

$$
\begin{aligned}
2\tfrac{2}{3}+3\tfrac{1}{2} &= \frac{8}{3}+\frac{7}{2} && \text{（帯分数→仮分数の変形）}\\
&= \frac{8\times 2}{3\times 2}+\frac{7\times 3}{2\times 3} &&\\
&= \frac{16}{6}+\frac{21}{6} && \text{（通分）}\\
&= \frac{37}{6} && \text{《たす》}\\
&= 6\tfrac{1}{6} && \text{（くりあげ）}
\end{aligned}
$$

これは、この教科書において掲載されている練習問題の一つであり、もっとも「複雑」とされているタイプであると考えられる。この例を見る限り、先に指摘したこの計算方法の「複雑」さはそれほど問題にはならないかも知れない。しかしながら、次のように、帯分数の整数部分が例えばこれより大きくなれば、変形された仮分数の分子も大きくなるから、このような場合には明らかに「複雑な計算」になる。

$$
\begin{aligned}
6\tfrac{4}{7}+2\tfrac{3}{5} &= \frac{46}{7}+\frac{13}{5} && \text{（帯分数→仮分数の変形）}\\
&= \frac{46\times 5}{7\times 5}+\frac{13\times 7}{5\times 7} &&
\end{aligned}
$$

$=\frac{230}{35}+\frac{91}{35}$　　（通分）

$=\frac{321}{35}$　　《たす》

$=9\frac{6}{35}$　　（くりあげ）

このように見てくると、仮分数に変形してから計算する方法は、帯分数を構成する各部分の数値がそれほど大きくない場合にのみ、採用可能な方法であることがわかる。この数値がある程度以上になると、仮分数に変形した後、続いて行われる（通分）や《たす》の計算が「複雑」になる。このような場合については、帯分数のまま、整数部分どうし、分数部分どうしをそれぞれ計算した方が楽なのである。そして、この方法であれば分数加法において一般的に通用する。これに対して、仮分数に変形してから計算する方法はそうではない。適用範囲に限界があるのである。「帯分数＋真分数」の場合であれば、真分数については整数部分が０であるから、この点は比較的明らかになりにくい。これに対して、「帯分数＋帯分数」の場合になると、たとえ同分母分数の場合であっても、例えば整数部分が大きくなれば、それが問題点として顕在化する危険性が生じてくる。異分母分数の場合になるとなおさらである。従って、この教科書がこの方法を強調するためには、このような事情を考慮して教材を構成することが必要になるし、現にそうしている。

分数の加法に必要なすべての操作を備えている点から、「帯分数＋帯分数」のタイプの計算を教育内容からまったく排除してしまうことはできない。「複雑な計算は避ける」としながらも、このタイプについてとりあげているのは、おそらくそのためであろう。そして、他方では、「複雑な計算は避ける」という要請から、この計算方法がもっている限界が明らかにならないように、帯分数を構成する各部分の数値がそれほど大きくない範囲に限定して、その意味で「意図的に」教材が構成されているのである。この点についても、この教科書における“仮分数の強調”を指摘することができる。

なお、仮分数に変形してから計算する方法については、『たのしい算数』（大日本図書）第５学年（下巻）においても触れられている。そこでは、「$\boxed{3}$　$2\frac{3}{4}+1\frac{1}{6}$の計算のしかたを考えましょう」という問題に対して、まず、「整数部分と分数部分をそれぞれ別々に加えればよいことを理解させ」、次に、「$2\frac{3}{4}+1\frac{1}{6}$を$\frac{11}{4}+\frac{7}{6}$と仮分数にしてから計算するしかたを説明しましょう」とされている。これについて、教師用指導書では、それぞれの方法を式によって示した上で、「$\boxed{3}$で計算した方法と比較し、帯分数の加法の計算は、仮分数になおして計算すると、非能率的であり、誤りやすいことに気づかせる」と解説している。先に見た傾向とは対照的な仮分数の扱いである。

《註》

(1)　『小学校学習指導要領』、1989年、文部省、第２章「各教科」、第３節「算数」、第２「各学年の目標及び内容」［第３学年］、２　内容、Ａ　数と計算　(5)　イ。

(2)　『小学校指導書　算数編』、1989年、文部省、98ページ。

(3)　『小学校学習指導要領』、1989年、文部省、第２章「各教科」、第３節「算数」、第２「各学年の目標及び内容」［第４学年］、２　内容、Ａ　数と計算　(6)。

(4)　『小学校学習指導要領』、1989年、文部省、第２章「各教科」、第３節「算数」、第２「各学年の目標及び内容」［第５学年］、２　内容、Ａ　数と計算　(4)。

(5)　『小学校指導書　算数編』、1989年、文部省、117ページ。

(6)　銀林浩『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、国土社、1992年、142～145ページ。同「倍分・約分・通分の意味はわかるようになっているか？」、「異分母分数の加減」、『数学教室』No. 501、502、1993年8月、9月、国土社。

(7)　銀林浩、前掲(6)『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、142～143ページ。なお、ここには、銀林による計算の型分けとその指導順序を示した系統図が掲載されている。

(8)　銀林浩、前掲(6)、「倍分・約分・通分の意味はわかるようになっているか？」、71ページ、同「異分母分数の加減」、62～63ページ。

(9)　ここで、「モード」とは、シルエットが同じであることを意味しており、従って、「仮分数モード」の分数には真分数も含まれる。次の②において、「仮分数モード」の計算の例として「真分数＋真分数」があげられているのはそのためである。「モード」という言葉には、『わかるさんすう4』において用いられていた「型」に近い意味内容が付与されている。

(10)　先に述べたように、ここでは教師用指導書の解説についても参照しながら分析を行う。その際、本文中では、引用部分を「　」で示すが、その出典、ページ数等に関する注記については省略している。

(11)　銀林浩は、このアルゴリズムがここで教えられている点について触れ、それが「いかにむりかは、帯分数も出てこないのだから当然で、たいてい［の教科書において―引用者］まったく説明がない」と述べている（前掲(6)『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、143ページ)。しかしながら、教科書によって多少の違いはあるものの、分数と1との相等についてはすでに教えられていることからすれば、これは自然な結果であると考えられる。

(12)　帯分数による演算結果の表現についてはほとんどの教科書において説明されている。ただし、『たのしい算数』第4学年・下巻（大日本図書）においては、量的な説明と式による説明のみであり、ここで見たような、言葉による表現は与えられていない。また、『算数』第4学年・下巻（啓林館）のように、これに類する記述がまったく行われていない教科書も見られる。これは、教育内容構成の基本方針が他社発行の教科書とはまったく異なっていることによる。この点については本文において後に触れる。

(13)　この点は、他の教科書についても同じである。ただし、同分母分数の計算規則に対して言葉による表現を与えている教科書としては、この他、『小学算数』第4学年・下巻（教育出版)、『新版算数』第4学年・下巻（東京書籍）がある。

(14)　このような表現も、『算数』第4学年・下巻（啓林館）をのぞく、すべての教科書において行われている。

(15)　演算結果に対する“帯仮分数”→仮分数の変形操作については、この教科書のように、①言葉と式によって説明しているもののほか、②式のみによるもの、③式とタイルを用いているもの、などに分類できる。これは、分数の性質の指導において“帯仮分数”→帯分数の変形が指導されていないことを補うことを意図するものであろう。この点については、岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(2)」『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第16号、1997年、において指摘した。そこでは、この変形操作について、「後に行なわれる加法・減法の指導において、必要に応じて、教えられるのであろう」（136ページ）と予想した。しかしながら、分数加法（ここでは同分母分数の場合）の指導において、（くりあげ）に関する教材は、このような不十分な形でしか構成されていない。なお、異分母分数の場合については註(19)を参照。

(16)　銀林浩は、「帯分数＋帯分数」のアルゴリズムの指導について、「最もていねいな」もの、「タイルのタテ書きの図を載せている」もの、「そうしたものがなく不十分」なものなど、教科書によって教材の構成に違いが見られることを指摘している。これによれば、この教科書の記述は「不十分なもの」である。

銀林浩、前掲(6)『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、144ページ。

(17) 『算数』第４学年・下巻（啓林館)、『小学算数』第４学年・下巻（教育出版）など、演算の結果が可約分数になる場合が含められている教科書も見られる。ただし、そこでも約分が教えられていないことに変わりはないので、その変形は行われていない。

(18) ここで新しくアルゴリズムの構成要素となる（通分）について、『小学算数』第５学年・下巻（大阪書籍）のように、２つの分母が互いに素であるもの、一方が他方の倍数になっているものを明確に区別して問題が与えられている教科書も見られる。

(19) アルゴリズム②④には、演算結果に対する“帯仮分数”→仮分数への変形操作が含まれている。このような形態の（くりあげ）に関する教材構成が不十分であることについては、同分母分数の加法について、すでに指摘した。異分母分数の加法になると、この変形については、この教科書のように式による説明しか行われていないか、あるいはまったく説明されていないか、のいずれかであり、教材構成はさらに不十分なものになっている。

(20) 銀林浩は、同分母分数の計算体系について、まず、「真＋真」、「真＋真で和が１となる場合」からはじめ（第３学年)、「真＋真（くり上がり）→帯＋帯→帯＋帯（くり上がり）と配列している」（第４学年）と指摘している（前掲(6)『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、143～144ページ)。また、異分母分数の計算体系について、真分数＋真分数（くり上がりなし）→真分数＋真分数（くり上がり・約分あり）→帯分数＋帯分数、の順序になっていると指摘している（前掲(6)「異分母分数の加減」、63ページ)。これらの指摘は、この点に注目したものであろう。

(21) アルゴリズムｉ)-①の説明については、液量と数直線(長さ)が併用されている教科書も見られる。

(22) この他、銀林浩は、同分母分数の計算体系について、「いろいろなものが欠けている」として、例えば、「整＋真といった型は（帯分数の定義に使ったせいか）どこにもない」、「帯＋帯でくり上がって和が整数になる型の抜けているところも多い」と指摘しているが、この点についてはここでは触れない。前掲(6)『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、144ページ。

(23) われわれは、先に、「数直線の教材として『限界』」について述べ、それを示す「好例」として、「導入以降まったくタイルを用いず、ほとんど『数直線一点張り』であった」この教科書においてさえ、「異分母分数の加法・減法の指導においては、極めて部分的にではあるが、タイル（面積）が用いられていること」をあげた（岡野勉・大橋直子、前掲(15)「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(2)」、151ページ)。しかしながら、この教科書においては、分数の乗法・除法の指導において面積図が用いられているが、加法・減法の指導においてタイルが用いられている例は存在せず、この点で先の例は不適切であった。この点、訂正したい。

(24) 銀林浩、前掲(6)『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、145ページ。

(25) 銀林浩は、「仮分数＋仮分数」の指導にあてられている教科書のページ数が少ないことに注目している。確かに、ここでは、このタイプの問題は、練習問題として１問与えられているに過ぎず、同じシルエットである「仮分数＋真分数」、「真分数＋真分数」を含めても５問に過ぎない。ただし、これは「仮分数主義」の根拠にはならない。銀林浩、前掲(6)『ここが問題　いまの算数教育〈小学校中学年編〉』、145ページ。

(26) 「ハッキリ仮分数主義」という先の指摘は、「帯分数は、仮分数になおして計算しましょう」という記述に着目した結果と考えられるが、この点が考慮されておらず、一面的であると言わざるを得ない。

(27) この教科書の著者の一人である志水廣は、この教科書について次のように述べている。「分数は日常生活でも使われることが少ない。また、分数の計算は小数の計算よりも使われることはない。だから、帯分数の入った複雑な計算の削減を行っている。例えば、４年で扱う計算は、$1\frac{2}{5}+\frac{4}{5}$程度である。５年でも

１時間程度扱うのみである」（志水廣「啓林館の教科書について」『教育科学／算数教育』No.480、特集・改訂算数教科書研究①「数と計算」、1996年３月、明治図書、28ページ)。ここでは、この教科書が、“「生活」原理にもとづく分数不要論”とでも表現すべき主張にもとづいていることが述べられている。なお、既に第１章において見たように、このような主張は、緑表紙教科書において、加法指導の範囲を真分数に制限する際にも行われていたことにも注意したい。

(28) 銀林浩は、異分母分数の加法についても、「例の仮分数主義から、…帯分数はすべて仮分数に直して計算させている」（傍点は引用者）と述べているが、この指摘は事実に反する。銀林浩、前掲(6)「倍分・約分・通分の意味はわかるようになっているか？」、71ページ。

(29) 「演算結果は仮分数で表現する」という原則からすれば、最後の（くりあげ）は必要ないかも知れない。ここでは、この方法の複雑さを際立たせるために（くりあげ）を行う例を示しているが、これを省略しても複雑さがなくなるわけではない。また、本文でも述べたように、この教科書が帯分数による表現を排除しているわけではない。

３．おわりに

ここでは、先に設定した視点にもとづき、分数加法の指導に関する歴史的経緯および現在における到達点（第１章）を踏まえて、算数教科書を対象に行った内容分析の結果（第２章）に関する総括的な評価を試みる。なお、以下においては、（　）により、分析結果に対応する章節番号を示している。

(1) まず、分数加法に必要なすべての操作を構成要素とするアルゴリズムが指導の目標として設定されているか、という点について。これは、算数教科書においては、「帯分数の計算では…、複雑な計算は避けるようにする」という指導書の記述が、どのような教育内容・教材構成として具体化されているかという問題として存在している。このような観点から、ここでは、すべての操作が揃った「帯分数＋帯分数」のアルゴリズムの扱いについて見ることにしよう。この点について、算数教科書は、①例題として与えられ、アルゴリズムに関する説明も行われている場合、②例題として与えられているが、説明が行われていない場合、③練習問題として与えられるに止まり、説明も行われていない場合、の３つに分類することができる（2-(4))。このうち、②③については、いずれもアルゴリズムに関する説明が行われていない点で、先の目標が事実上放棄されていると考えざるを得ない。①については、説明が行われていることから、先の目標が設定されていると評価することができるだろう。ただし、式を用いた説明に止められている点、練習問題の数が少ない点など、教材構成が不十分であることは否定できない。

このように見てくると、算数教科書は、分数加法に必要なすべての操作が揃ったアルゴリズムの獲得を指導の目標として設定することに対して消極的であると評価せざるを得ない。このような傾向については、先に見た指導書の記述を無視することができないと同時に、そこには、第１章において見た、緑表紙教科書の「編纂主旨」(1-(2)) が継承されている点にも注意しておきたい。

(2) アルゴリズムの体系を構成する順序・方法について、算数教科書において採用されているのは、基本的には“積み上げ方式”である。この点で、算数教科書においても、先に見た、伝統的な算術教育から歴史的に継承されてきた教育内容・教材構成の観点（1-(6)) が採用されていると考えられる。ただし、そこには、第１章の分析結果においては見ることのできない、いくつかの特徴が存在する。

第一に、(1)で指摘したように、算数教科書は、すべての操作が揃ったアルゴリズムの獲得を

指導の目標とすることに対して消極的である。従って、例えば先に見た②③のような場合については、本来要請される目標にまで“積み上げ”が行われているとは考えにくい。第二に、教科書によっては、部分的にではあるが、“積み上げ”の過程において、同じ内容の“繰り返し”が行われており、そのためにアルゴリズム形成の筋道が見えにくいものになっている（2-(3)-②）（なお、この点については、“分散方式”との関連で後に触れる）。第三に、一般的な傾向として、計算体系の構成において、「帯分数＋真分数」の計算は、「帯分数＋帯分数」の計算へと“積み上げ”るためのステップとしてではなく、「帯分数＋帯分数」の「退化型」として位置づけられている（2-(4)）。この点については、“積み上げ方式”を基本としながら、そこに“水道方式”が部分的に摂取されている、と見ることもできるだろう。

(3)　計算体系の構成においては、基本的な観点として同分母・異分母の別が、副次的な観点としてシルエットが、それぞれ採用されている。このような観点から、分数の加法は、まず同分母分数の場合と異分母分数の場合とに分類され、さらに、それぞれの場合について、「真分数＋真分数」、「帯分数＋真分数」、「帯分数＋帯分数」の３つに分類されている（2-(4)）。このような方法は黒表紙教科書において採られていたもの（1-(1)）と基本的に同じであり、この点においても、算数教科書には、伝統的な算術教育における教育内容・教材構成の観点が継承されていることがわかる。

ただし、すでに指摘したように、先にあげた３つのタイプのうち、「真分数＋真分数」の問題に対しては、次の３点において、特別の位置が与えられている。①与えられている例題、練習問題の数が多い。②計算のアルゴリズムに関して量的な説明が行われている場合が多い。③新しい操作を教えるための教材として用いられている場合が多い。このように、算数教科書については、教材構成における“真分数重視”の傾向を指摘することができる（2-(4)）。

このような傾向を、第１章の分析結果との関連で考えると、緑表紙教科書において、「複雑な分数を避ける」という観点から、分数加法の内容が「真分数＋真分数」の範囲に制限されていた（1-(2)）ことが注目される。確かに、算数教科書においては、緑表紙教科書とは異なり、帯分数を含む加法にまで教育内容の範囲が拡張されている。しかしながら、算数教科書が帯分数の加法指導に対して消極的であったことを合わせて考えると、“真分数重視”の傾向には緑表紙教科書の立場が継承されていると考えることができるだろう。

(4)　算数教科書において、分数加法の指導は、次の点において、分数の性質・大小関係の指導と関連付けられている。

第一に、算数教科書においては、先に見たように、同分母・異分母の別が、計算体系を構成する際の基本的な観点とされていた。このような観点の設定により、ここでも、“分数の加法を同分母分数の場合と異分母分数の場合とに分断し、その間に通分を位置付ける”という教育内容・教材構成が行われている（2-(1)）。

第二に、約分については、『わかるさんすう』と同じ問題点（1-(3)）を指摘することができる。すなわち、算数教科書においても、《同分母分数の加法→約分・倍分、通分→異分母分数の加法》という順序が採用されており、そこでは、約分が同分母分数の加法の後に指導されている。そのため、同分母分数の加法については、演算結果が既約分数になる場合に問題が制限されている。可約分数になる場合が含められている教科書もあるが、そのような場合についても、既約分数への変形を行うことはできない（2-(3)-①）。

第三に、同分母分数の加法指導についても、帯分数・仮分数の変形規則の指導と関連付けられており、それにより、《真分数に範囲を限った加法の指導》（第３学年）→《帯分数・仮分

数を含む加法の指導》（第4学年）という順序になっている（2-(1)）。このような順序による内容編成は、少なくとも第1章において分析した教科書・指導プランにおいては行われていなかった。算数教科書においては、分数加法の指導と分数の性質・大小関係の指導との関連付けが、より細分化された形態において行われていると見ることができる。

(5)　1より大きい分数の表現形態については、ほとんどの教科書において、帯分数による表現が選択されている。その理由については、教師用指導書において、「仮分数になおして計算すると、非能率的であり、誤りやすい」と述べられている通りである（2-(5)）。

これに対して、①演算結果の表現方法における仮分数の重視、②帯分数を含む計算の指導における、仮分数への変形を構成要素とするアルゴリズムの強調、③教育内容からの「帯分数＋帯分数」の排除（同分母分数の場合）など、“仮分数の強調”とでも総称すべき教育内容・教材構成が行われている教科書も存在する（2-(5)）。

(6)　算数教科書において、分数の加法は、第3学年、第4学年、第5学年に“分散”して指導されている（2-(1)）。すでに見たように、分数加法の指導は、緑表紙教科書においては第4学年の上巻と下巻とに、『わかるさんすう』においては第4学年と第5学年とに、それぞれ“分散”されていた（1-(2)、1-(3)）。われわれは、緑表紙教科書を“分散方式”に分類するとともに、『わかるさんすう』については、緑表紙教科書よりも拡張された形で“分散方式”が採用されていると評価した（1-(6)）。このような観点からは、算数教科書については、これらの教科書・指導プランよりもさらに拡張された形で、“分散方式”が採用されていると評価しなければならないだろう。

また、算数教科書においては、「真分数＋真分数」の指導に関して、《分割分数の論理を用いて結果を得る指導》（第3学年）、《計算規則を導き、一般的な形で定式化する指導》（第4学年）という区別が設定されている。このような区別は、基本的に同じ教育内容を複数学年に“分散”することにより、それを“繰り返し”指導する必要が生じたことに対応して、設定されたものと考えられる（2-(3)-①）。すべての操作が揃ったアルゴリズムの指導のために、部分的に“繰り返し”を含む指導が行われていることについてはすでに見た（2-(3)-②）。算数教科書におけるアルゴリズムの形成過程については、“分散方式”の拡張に加え、このような部分的な“繰り返し”の存在、そして、それによって認識形成の筋道が見えにくいものになっていることを指摘しておかなければならない。

(7)　アルゴリズムに関する量的な説明については、一部のタイプについて行われているのみであり、全般的に見て不十分である。説明に用いられる量については、アルゴリズムのタイプによって個別的であり、統一性・普遍性・一貫性という要請に応えるものにはなっていない。

先に、「学問としての数学を教える」立場に立つものと位置づけた指導プランについて、そこでは、“分数はタイル（面積）によって表現する”という教材構成の原理が採用されていることを指摘した（1-(6)）。算数教科書においても、そのような教材構成が行われている部分が存在することは確かである。しかしながら、それは、あくまで部分的なものに止まっており、教材構成の原理として採用されているわけではない。

われわれは、第1章において行った教科書・指導プランの分析結果から、授業書『新しい数—分数』をのぞくすべての教科書・指導プランが共通に採用している立場として、次の4点を指摘した。これらは、伝統的な算術教育から歴史的に継承されてきた観点であり、「学問としての数学を教える」立場に立つものと位置付けた指導プランにおいても根強く採用されている、教育内容・教材構成の順序・方法であった。

① “積み上げ方式”によるアルゴリズムの形成
② 同分母・異分母の別を基本的な観点とする計算体系の構成
③ 《同分母分数の加法→通分→異分母分数の加法》という内容編成の順序
④ “分散方式”による指導時期の設定

第2章において行った教科書分析の結果から、算数教科書においても、これらの観点が基本的観点として採用されていることは明らかである。そして、そこには、いくつかの点において新しい特徴が付与されていることも明らかになった。この特徴については、次に述べる2つの側面を指摘することができる。

第一に、先に示した教育内容・教材構成に関する基本的観点が、その問題性を拡張した形で具体化されているという側面である。具体的には、アルゴリズムの形成過程における中途半端な“積み上げ”をはじめとして、“分散方式”の拡張、部分的な“繰り返し”の存在、分数の性質・大小関係の指導とのより細分化された形での関連付けなどをあげることができる。

第二の側面は、「学問としての数学を教える」立場からの研究成果が部分的に摂取されているという側面である。この点については、いずれについても消極的な姿勢や部分的な限界は否定できないが、すべての操作が揃ったアルゴリズムを指導目標として設定しようとしていること、タイルによる分数の表現、“水道方式”の摂取などをあげることができるだろう。ただし、この側面について注意しなければならないのは、算数教科書においては先に示した4つの観点が基本的観点とされている点に変わりはない、という点である。すなわち、算数教科書においては、先に見たような、伝統的な算術教育から歴史的に継承されてきた立場を採用することが前提とされているのであり、「学問としての数学を教える」立場からの研究成果は、この立場と矛盾しない限りにおいて摂取されているに過ぎないのである。

算数教科書においては、伝統的な算術教育から歴史的に継承されてきた教育内容・教材構成の基本的観点が採用されているだけでなく、その問題性がさらに拡張された形で、具体化されている。一方、「学問としての数学を教える」立場からの研究成果は、このような立場にもとづく教育内容・教材の構成を、いわば“補強する”ために、その意味で、本来の目的とは対立する立場に従属した形で、包摂されているのである。