

2017年度 博士論文

**ミュー粒子の異常磁気能率を説明する
MeVスケールの新物理探索**

金田 佑哉

新潟大学大学院自然科学研究科 博士後期課程
数理物質科学専攻 物理学コース

素粒子論研究室

目次

第 1 章 導入	3
1.1 素粒子標準模型	3
1.2 軽い新粒子の可能性	4
1.2.1 宇宙論からの新粒子に対する制限	5
1.2.2 加速器実験での新粒子探索	6
1.2.3 MeV スケールの新物理	7
1.3 本論文の構成	8
第 2 章 ミュー粒子の異常磁気能率	9
2.1 フェルミオンの磁気能率と異常磁気能率	9
2.2 ミュー粒子の異常磁気能率に対する理論値	12
第 3 章 $L_\mu - L_\tau$ 模型	17
3.1 $U(1)_X$ 対称性の導入	17
3.2 運動項混合を含めた $L_\mu - L_\tau$ 模型	21
第 4 章 模型への制限	26
4.1 Neutrino Trident Production による制限	26
4.2 ニュートリノ電子散乱による制限	27
4.3 ビームダンプ実験による制限	28
4.4 メソン崩壊による制限	29
4.5 電子陽電子散乱による制限	30
4.6 電子の異常磁気能率による制限	31
4.7 許されるパラメーター領域	31
第 5 章 Belle-II での探索	36
5.1 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{missing}$ 過程の微分断面積	36
5.2 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{missing}$ 過程の全断面積	39
第 6 章 Neutrino Trident Production	42
6.1 Neutrino trident production 過程の始状態ニュートリノエネルギー依存性	44
6.2 Neutrino trident production 過程で探索可能なパラメーター領域	45

第 7 章 結論	50
付 録 A 位相積分	53
A.1 2 体崩壊	53
A.2 3 体崩壊	54

第1章 導入

フェルミ粒子に適応される相対論的量子力学に基づく運動方程式としてディラック方程式がある。その、ディラック方程式の帰結の一つに『g 因子が厳密に2になる』ことが知られている。この帰結は、場の量子論に基づく量子補正の効果も含めると破れてしまう。このような古典論で成り立っていた方程式が量子補正の寄与を含めると成立しなくなる現象は、量子異常(アノマリー)と呼ばれている。また、この g 因子の2からの差異は異常磁気能率と呼ばれ知られている。現在、素粒子論における標準模型 (SM:Standard Model) に基づき非常に高次の補正項まで計算され異常磁気能率に対し予言値が与えられ [1]、実験サイドからも非常に精密に測定されてきている [2–6]。電子における異常磁気能率は12桁まで理論値と測定値に差異がなく、標準模型の成功の一つとされている。

$$a_e^{\text{SM}} = 1\,159\,652\,182.032(13)(12)(720) \times 10^{-12} \quad (1.1)$$

$$a_e^{\text{Exp}} = 1\,159\,652\,180.73(28) \times 10^{-12} \quad (1.2)$$

$$\Delta a_e \equiv a_e^{\text{Exp}} - a_e^{\text{SM}} = (-13.0 \pm 7.7) \times 10^{-13} \quad (1.7\sigma) \quad (1.3)$$

1.1 素粒子標準模型

1970年代、素粒子の運動を記述する素粒子標準模型が確立された。標準模型とは登場する17個の基本粒子間に働く強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用を記述する理論体系のことである。これらの相互作用はゲージ対称性に対応したゲージ場の伝播として理解される。標準模型の持つ対称性は、

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (1.4)$$

である。そのうち $SU(3)_C$ は強い相互作用を表し、 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ は電弱相互作用を表す。2012年 Higgs 粒子の発見によって、素粒子標準模型に登場する全17個の粒子は全て発見された(図 1.1)。これまで、標準模型に則って様々な物理現象が予言され実験と良い一致を見せている。その代表的な物理量として電子の異常磁気能率 (Anomalous Magnetic Moments) がある。この標準模型を元に、電子などの磁気能率が計算され、実験結果と非常に良い一致をしている [7,8]。

一方で、標準模型の理論計算予言値と実験によって測定される観測値の間に差異がいくつか報告されてきている。例を挙げると

- ミュー粒子の異常磁気能率

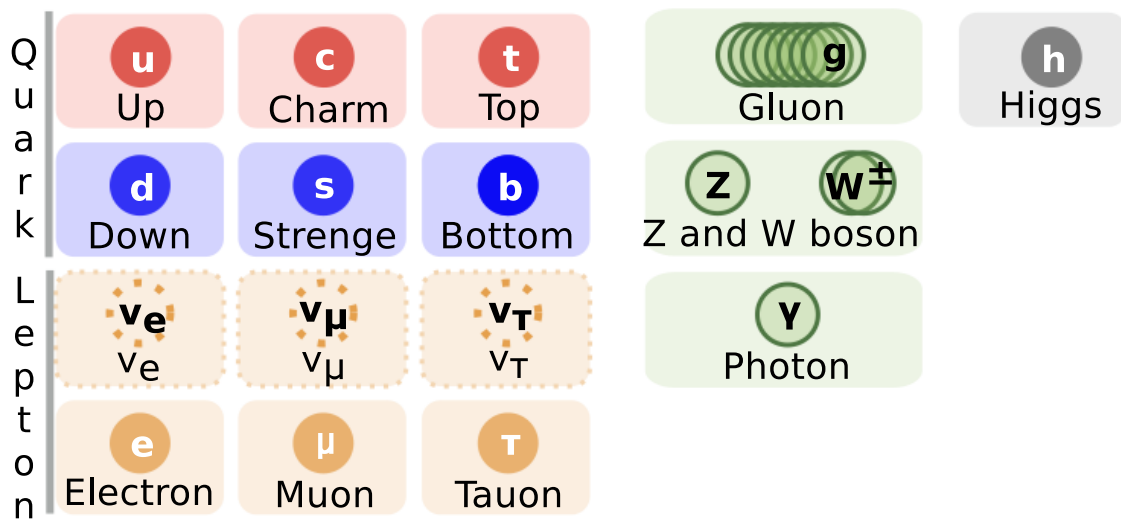


図 1.1: 標準模型に登場する 17 個の要素

- ニュートリノ質量/ニュートリノ振動
- レプトンの CP 位相
- 宇宙バリオン数非対称性
- 暗黒物質/暗黒エネルギーの存在

などがある。また、理論的に満足のいかない点も存在する。例えば、

- 階層性問題
- 力の統一
- 電荷の量子化

などがある。

1.2 軽い新粒子の可能性

これまで紹介してきた、標準模型では説明できない問題を解消するため、様々な標準模型を超える模型の候補がこれまでに提唱されてきた。新たに提唱された模型の多くが、その帰結として非常に重い新粒子を予言している。そのため、欧州原子核研究機構 (CERN:Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire) での大型ハドロン加速器 (LHC:Large Hadron Collider) に代表される高エネルギーの加速器実験による検証が行われてきた。しかし、現在まで重心エネルギー (\sqrt{s}) が 14 TeV まで上がってきているものの、標準模型で予言していない目立った現象はこれまで報告

されていない。 $\mathcal{O}(10)$ TeV 領域まで未だ新物理の兆候が見られていない現状を踏まえると2つの可能性が考えられる。

- $\mathcal{O}(10)$ TeV 以上のさらに重い新粒子が存在する可能性
- 標準模型粒子との結合定数が非常に小さく兆候が見えにくいだけであって、軽い質量領域に新粒子が存在する可能性

本研究ではミュー粒子の異常磁気能率に基づき、標準模型に登場する粒子との結合定数が小さく、質量が軽い新粒子を導入したモデルの検証・発見を目的としている。素朴に軽すぎる新粒子が存在した場合、宇宙論からの制限が厳しく、言い換えれば質量に下限が付いている。一方、高エネルギーの加速器実験によって積極的に探られている領域があるものの、人類が到達できないほど高いスケールの新粒子は近い将来発見される見込みが薄い。本研究では特に、質量が MeV スケールの新粒子に着目している。以下、MeV スケールの新粒子が存在する場合、直接探索されていないものの現状の実験でも探索が可能であることを簡単に説明する。

1.2.1 宇宙論からの新粒子に対する制限

Planck 衛星 [9] などによる宇宙マイクロ波背景放射の測定から、宇宙に関する様々な物理量が精密に測定されてきている。特に、本研究に関する物理量としてニュートリノの有効世代数 N_{eff} がある。標準宇宙論に従い、宇宙晴れ上がり時の宇宙全体の輻射エネルギー密度 ρ_R^{rec} と、宇宙晴れ上がり時の光子が担っているエネルギー密度 ρ_γ^{rec} の比が、

$$\frac{\rho_R^{\text{rec}}}{\rho_\gamma^{\text{rec}}} = \left[1 + N_{\text{eff}} \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} \right] \quad (1.5)$$

という形で与えられる。また、このニュートリノの有効世代数は標準模型に則り理論的に精密に計算した結果

$$N_{\text{eff}}^{\text{theo}} = 3.046 \quad (1.6)$$

と報告されている [10,11]。ニュートリノは結合定数が小さいため、宇宙の進化の中で電子より先に脱結合する。その電子のエントロピーを光子が受けることで、現在の光子の温度はニュートリノより高いと考えられている。式 (1.5) では、電子の脱結合の際のエントロピーを全て光子が引き受けることを想定した式であり、標準模型に従うと $N_{\text{eff}}^{\text{theo}} = 3$ になるはずである。しかし実際には電子の脱結合の際、電子ニュートリノにもわずかにエントロピーが流れるため ρ_γ^{rec} に対し相対的に ρ_R^{rec} が上昇する。その効果を受けて、 $N_{\text{eff}}^{\text{theo}} > 3$ となる。

また、実際の Planck 衛星でのニュートリノの有効世代数の観測値は

$$N_{\text{eff}}^{\text{Planck}} = 3.15 \pm 0.23 \quad (1.7)$$

と報告されており、誤差の範囲内で式 (1.6) と無矛盾な結果になる。この差異の分を

$$\begin{aligned}\Delta N_{\text{eff}} &\equiv N_{\text{eff}}^{\text{Planck}} - N_{\text{eff}}^{\text{theo}} \\ &= 0.104 \pm 0.23\end{aligned}\quad (1.8)$$

と定義する。ここで定義した ΔN_{eff} によって新物理の寄与を制限することができる。例えば宇宙の晴れ上がり時まで標準模型のニュートリノと熱浴を形成し、相対論的運動をするほど軽い新たなニュートリノが存在したと仮定すると¹、

$$\Delta N_{\text{eff}} = 1 \quad (1.9)$$

となる。この結果は式 (1.8) から 99.99 % で排除されていることになる。同様に、宇宙の晴れ上がり時に標準模型のニュートリノと熱浴を形成し、相対論的運動をする粒子が宇宙に存在すると、その粒子の性質によって

$$\Delta N_{\text{eff}} = \sum_{\text{FD}} g_{\text{FD}} + \frac{4}{7} \sum_{\text{BE}} g_{\text{BE}} \quad (1.10)$$

と見積もることができる。ここで g_{FD} と g_{BE} はそれぞれ対象となる新粒子がフェルミ粒子かボース粒子であるかと、その自由度を指す。一方、新粒子の質量が重い場合、非相対論的粒子になる温度が高くなる。その高い温度は、晴れ上がり時のエネルギー密度への寄与を薄める働きをするため、 ΔN_{eff} として現れない。しかしながら軽すぎる新粒子の場合、相互作用の仕方にもよるものの、ニュートリノの有効世代数 N_{eff} の測定によって観測的に排除されることがわかる。言い換えれば、宇宙論的な観測から新粒子の質量に下限をつけることができるということである。

1.2.2 加速器実験での新粒子探索

中間状態にスピン 0 または 1 であり質量を持つ新粒子が媒介した反応を想定する。中間状態にスピン 0 または 1 であり質量を持つ新粒子が媒介する 図 1.2 のような 2 体 - 2 体反応を想定する。本過程は、以下のような散乱断面積として概算することができる。

$$\sigma \sim \frac{g_X^4 s}{4} \left(\frac{1}{s - M_X^2} \right)^2. \quad (1.11)$$

ここで仮に新粒子の質量を M_X 、外線となる粒子と内線となる粒子の結合定数を g_X 、重心エネルギーを $s \equiv 4P_{\text{initial}}^2$ とした。 s と M_X の大小関係によって、それぞれ摂動展開することで振る舞いが理解できる。

高エネルギー実験の主なターゲットとなるのが、非常に質量 M_X が大きい場合である。つまり、 $s \ll M_X^2$ の場合であり摂動展開をすることで、

$$\sigma(s/M_X^2 \ll 1) \sim \frac{g_X^4 s}{4M_X^4} \left[1 + 2 \left(\frac{s}{M_X^2} \right) + \mathcal{O}(s^2/M_X^4) \right] \quad (1.12)$$

¹この仮定は単に 3 + 1 世代の軽いニュートリノが存在した場合に対応しており、 $\Delta N_{\text{eff}} = 1$ になる。

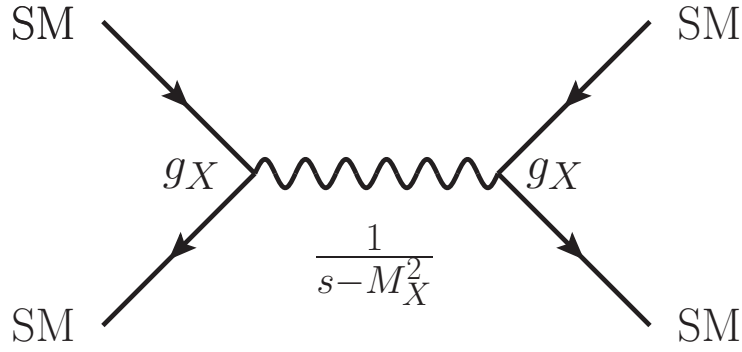


図 1.2: 中間状態に新粒子が伝播した場合のダイアグラム

と見積もることができる。式 (1.12) から重心エネルギー s が大きくなるとは新粒子の兆候が現れず、見ることができないことがわかる。重心エネルギー s が非常に大きい高エネルギー実験では、重い新粒子を主なターゲットにしている。現状、 $\sqrt{s} = 14\text{TeV}$ という人類が到達した最高エネルギーまで標準模型との目立った差異が見られていないことから、 $\mathcal{O}(10)\text{TeV}$ 領域までに新粒子はないと考えられている。しかし、結合定数 g_X が非常に小さい場合はその限りではない。この場合、式 (1.11) から分かるように結合定数 g_X が全体にかかっているため散乱断面積が小さくそもそも兆候が見えにくい。

一方で質量が軽い場合、式 (1.11) は式 (1.12) とは異なる振る舞いをする。 $M_X \ll s$ で摂動展開することで

$$\sigma(M_X^2/s \ll 1) \sim \frac{g_X^4}{4s} \left[1 + 2 \left(\frac{M_X^2}{s} \right) + \mathcal{O}(M_X^4/s^2) \right] \quad (1.13)$$

を得る。質量が小さい摂動では重心エネルギーが大きいほど新粒子の兆候は抑制される傾向にある。従って、将来の高エネルギー実験では新粒子が非常に軽い場合、その兆候を見ることは難しいと考えられる。

さらに、本研究で扱う「標準模型に登場する粒子との結合定数が小さく、質量が軽い新粒子」の場合、二重の理由で兆候が見えにくくなっている。将来実験では盛んに高エネルギー実験について議論されているため、より見えにくいことが予想されるが、この「標準模型に登場する粒子との結合定数が小さく、質量が軽い新粒子」がいかに面白いのだろうか？

1.2.3 MeV スケールの新物理

本研究では、ミュー粒子異常磁気能率の理論予言値と観測値の差異を、標準模型を超える新しい物理法則と関連づいていると考え、その新しい物理法則の解明を目的としている。本問題を新しいゲージ粒子によって説明しようとする、およそ $M_X \lesssim \text{TeV}$ 程度の新粒子を導入することで説明することができる。その中でも私の扱う $L_\mu - L_\tau$ 模型では、典型的に質量が $(1 \sim 10^3)\text{MeV}$ 、結合定数が $(10^{-4} \sim 10^{-3})$ 程度の新しいゲージ粒子を導入することで問題を解決する。ここでは、本模型に登場する新しいゲージ粒子が自発的対称性の破れから質量を得たと仮定する。模型にヒッグス

ス粒子とは別の新たなスカラー粒子を導入し、そのスカラー粒子の真空期待値 v' から新しいゲージ粒子が質量を得たと考える。その時の真空期待値 v' は

$$v' \simeq \frac{M_X}{g_X} \quad (1.14)$$

と見積もることができる。私の扱うモデルでは、素朴にはせいぜい高くても $v' \sim 10\text{TeV}$ である。言い換えれば、あらゆる結合定数が1を下回ることを考えるとモデル全体が TeV スケール以下に収まっていると考えられる。現状 LHC では重心エネルギー $\sqrt{s} = 14\text{TeV}$ まで到達しているため、本モデルは人類到達可能なエネルギースケールに収まっている。このような MeV スケールの新物理は、モデルに工夫次第で直接探索可能なセットアップとなっている。

1.3 本論文の構成

本研究で主に扱う標準模型の問題であるミュー粒子の異常磁気能率についてを第2章にて紹介する。また、本研究で扱う拡張モデル $L_\mu - L_\tau$ モデルを第3章にて、モデルに対する制限について定量的に評価した結果を第4章で紹介する。ここまでの結果を踏まえて、Belle-II 実験での新粒子探索と Neutrino Trident Production での新粒子探索を第5,6章にて提案する。特に、Belle-II 実験において " $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{missing}$ 過程" を、ニュートリノ振動実験において "Neutrino Trident Production" と呼ばれる過程の2つが相補的に新物理探索に感度が良いことを示した。最後に、まとめと展望を第7章で述べる。

第2章 ミュー粒子の異常磁気能率

標準模型では説明できない現象の代表的な一つとして、ミュー粒子の異常磁気能率がある。電子と同様、ミュー粒子の異常磁気能率も予言・測定両者とも精密な数値を提示しているものの、両者の間には 3σ 以上の差異が存在していることが報告されてきている [12–16]。この差異が存在した場合、3つの可能性が考えられる。

- 実験に誤りが存在している。
- 理論予言に誤りが存在している。
- 標準模型を超える新しい物理法則と関連づいている。

現在のところ、最も精度よくミュー粒子の異常磁気能率を測定した実験はアメリカのブルックヘブン国立研究所で行われた E821 実験 [17] である。E821 実験と同等の精度を実現したものはこれまでなく、理論予言との比較対象として使われている測定値もこの一つだけであり、一つ目の可能性は十分ありうると考えている。一方、アメリカのフェルミ国立加速器研究所で計画されている Muon g-2 実験 (E989 実験)¹ [18] や東海村の大強度陽子加速器施設 (J-PARC: Japan Proton Accelerator Research Complex) で計画されている Muon g-2/EDM 実験 (E34 実験) [19] などがあり、これら独立した実験機関による追検証が重要である。

第2の可能性である理論予言については改めて第2.2節にて議論をする。

本論文ではミュー粒子の異常磁気能率の問題について3つ目の可能性である『標準模型を超える物理法則と関連づいている可能性』に基づき、第3章で述べる模型についての直接的証拠を探った。

2.1 フェルミオンの磁気能率と異常磁気能率

シュレディンガー方程式を相対論的に拡張した方程式がディラック方程式である。ディラック方程式はガンマ行列を用いて

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0 \quad (2.1)$$

と、書き表せる。ここで $\psi(x)$ は4成分スピノール場、 m は場 ψ の質量である。さらに、ディラック方程式に外場として電磁場 $A_\mu(x)$ を導入する。ゲージ変換に対しディラック方程式の微分項を

¹現在のところフェルミ国立加速器研究所で計画されている Muon g-2 実験 (E989 実験) は 2018 年の春に最初の結果が発表される予定である。

共変微分として扱うことで、局所ゲージ変換に対して系全体として不変となる。この時のディラック方程式は外場中のゲージ不変な方程式として

$$[i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu(x)) - m]\psi(x) = 0 \quad (2.2)$$

である。ここで場 $\psi(x)$ の電荷を q とした。外場である 4 元ベクトルポテンシャルを $A_\mu(x) = (\phi(x), \mathbf{A}(x))$ と書きハミルトニアンに表すと、

$$\hat{H} = \boldsymbol{\alpha} \cdot (-i\nabla + q\mathbf{A}(x)) + m\beta - q\phi(x) \quad (2.3)$$

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

σ_i はパウリ行列を指す。ここでエネルギー E が $m \gg |\mathbf{p}|$ の場合には、静止エネルギーと古典的な運動エネルギーで

$$E = m + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \dots \quad (2.5)$$

と近似できる。このような非相対論的極限を取り、4成分スピノールを上下2成分スピノールに分けて考える。

$$\psi(x) = e^{-imt} \begin{pmatrix} u(x) \\ v(x) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

式 (2.3) と $i\partial_t\psi = \hat{H}\psi$ であることを使い、式 (2.6) を代入すると

$$i\frac{\partial u}{\partial t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla + q\mathbf{A})v - q\phi u \quad (2.7)$$

$$\left(2m + i\frac{\partial}{\partial t}\right)v = \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla + q\mathbf{A})u - q\phi v \quad (2.8)$$

ここで非相対論近似を使うと式 (2.8) の左辺第 2 項と右辺第 3 項が無視することができ

$$v(x) = \frac{1}{2m}\boldsymbol{\sigma} \cdot (-\nabla + q\mathbf{A})u(x) \quad (2.9)$$

式 (2.9) を式 (2.7) に代入すると

$$i\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2m}\boldsymbol{\sigma} \cdot \{-i\nabla + q\mathbf{A}(x)\} \boldsymbol{\sigma} \cdot \{-i\nabla + q\mathbf{A}(x)\}u(x) - qv(x)u(x) \quad (2.10)$$

また、マクスウェル方程式から磁場の定義式 $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ と、パウリ行列の特性から $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ であることから

$$i\frac{\partial u}{\partial t} = Hu(x) \quad (2.11)$$

$$H = \frac{1}{2m}(-i\nabla + q\mathbf{A})^2 - qv(x) + \frac{q}{2m}\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}(x) \quad (2.12)$$

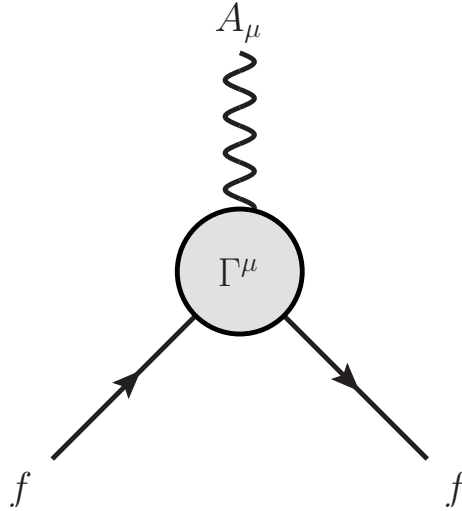


図 2.1: 高次の補正を全て取り込んだ有効バーテックス Γ^μ を含むフェルミ粒子 f と古典的な電磁場 (外場) A_μ との相互作用を表すファインマンダイアグラム

であることがわかる。最後の項が粒子がスピン $1/2$ を持つことと同時に、そのスピンが外場としての磁場にどのように応答するかを指す項である。これが磁気能率と呼ばれる量で、電荷 q に電気素量 $-e$ を想定することで電子やミュオン粒子に対応する磁気能率

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m}\boldsymbol{\sigma} \equiv g_f \cdot \frac{-e}{2m} \cdot \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2} = g_f \frac{-e}{2m} \mathbf{s}, \quad \mathbf{s} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} \quad (2.13)$$

を定めることができる。 \mathbf{s} はスピンを指し、 g_f をランダウの g 因子と呼ぶ。軌道角運動量の作る磁気能率は $g = 1$ に対して、 $g_f = 2$ となることがディラック方程式の帰結の一つである。

$g_f = 2$ がフェルミ粒子と光子の三点相互作用による寄与であるのに対し、量子補正 (ループの寄与) も含めた磁気能率を考慮すると 2 からの差異 ($g \neq 2$) がアノマリーとして現れる。その差異の分を改めて

$$g_f \equiv 2(1 + a_f) \quad (2.14)$$

と再定義し、 a は「異常磁気能率 ($g - 2$)」と呼ばれている。異常磁気能率の計算は古典的な電磁場 (外場) A_μ とフェルミ粒子とのループ補正を計算することに対応している。図 2.1 を計算することに対応する。

特に、電子に対する異常磁気能率は理論的予言値も測定値も非常に精度が良いことが知られている (式 (1.1), 式 (1.2), 式 (1.3))。観測的にはヘリシティを揃え偏極した電子を用意し一様磁場中に入射することで異常磁気能率を測定する。偏極させた電子を一様磁場中に入射させるとサイクロトロン同様、一定周波数で回転運動をする。異常磁気能率がない ($g_e = 2, a_e = 0$) の場合、電子の運動方向とスピン方向が揃う。しかし異常磁気能率が有限の値を持つ ($g_e \neq 2, a_e \neq 0$) 場合、電子の運動方向とスピン方向がわずかにずれて歳差運動をする。この歳差運動の周期を精密に測定することで電子の異常磁気能率は測定される。

$a_\mu^{\text{Exp}} [10^{-11}]$	$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{Exp}} - a_\mu^{\text{SM}} [10^{-11}]$
	$290 \pm 90 \quad (3.2\sigma) [12]$
	$261 \pm 80 \quad (3.3\sigma) [13]$
$116\ 592\ 089 \pm 63 [17]$	$287 \pm 80 \quad (3.6\sigma) [14]$
	$269 \pm 82 \quad (3.3\sigma) [15]$
	$306 \pm 81 \quad (3.8\sigma) [16]$

表 2.1: ミュー粒子の異常磁気能率の測定値 (a_μ^{Exp}) と複数のグループによって見積もられた標準模型からの予言値との差異 (Δa_μ)

2.2 ミュー粒子の異常磁気能率に対する理論値

新物理探索の方法として、直接探索と間接的な探索がある。LHC などに代表されるような高エネルギー実験は直接探索が主な目的である。一方、特定の物理量を精密測定し標準模型の予言との差異が生じた場合、間接的な新物理の証拠となりうる。ここまで説明してきた異常磁気能率は、間接的な新物理探索の代表的な例である。ミュー粒子の異常磁気能率はおよそ 10^{-11} の桁まで、電子の異常磁気能率に関しては 10^{-14} の桁まで精密に測定されてきている。

$$a_e^{\text{Exp}} = 1\ 159\ 652\ 180.73(28) \times 10^{-12} \quad (2.15)$$

$$a_\mu^{\text{Exp}} = 1\ 165\ 920.89(63) \times 10^{-9} \quad (2.16)$$

電子とミュー粒子の異常磁気能率は複数のグループによって理論予言されており、電子には 2σ 以内で十分差異は見られないものの、ミュー粒子の異常磁気能率には予言値と観測値の間に $3 \sim 4\sigma$ 程度の差異が存在することが報告されている (表 2.1)。本節では、ミュー粒子の異常磁気能率に対する理論予言の見積もりについて簡単に述べる。

標準模型のミュー粒子の異常磁気能率 a_μ^{SM} は光子と荷電レプトンが寄与する QED 部分 a_μ^{QED} と Z ボソン、 W^\pm ボソン、ヒッグス粒子が寄与する部分 a_μ^{EW} 、ハドロンが寄与する部分 a_μ^{Had} に分けることができる

$$a_\mu^{\text{SM}} = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{Had}} \quad (2.17)$$

また、標準模型における最も低次の寄与となるダイアグラムを図 2.2 に示す。図 2.2 の上 2 つにあたる QED の最低次の寄与と Z ボソンを介する弱い相互作用の最低次の寄与などのようにベクター粒子が一つ中間状態に現れるダイアグラムの異常磁気能率への寄与は

$$\Delta a_f^{\text{Vector}} = \frac{g_X^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx \frac{2m_f^2 x^2 (1-x)}{x^2 m_f^2 + (1-x) M_X^2} \quad (2.18)$$

を計算することで数値的に見積もることができる。ここで任意のベクター粒子の質量を M_X 、対象のフェルミオンの質量を m_f 、対象のフェルミ粒子とベクター粒子の結合定数を g_X とした。

ここで、理解のため近似的な振る舞いを考察する。 $m_f \ll M_X$ の場合、

$$\Delta a_f^{\text{Vector}} \simeq \frac{g_X^2}{12\pi^2} \frac{m_f^2}{M_X^2}, \quad (m_f \ll M_X) \quad (2.19)$$

$m_f \gg M_X$ の場合、

$$\Delta a_f^{\text{Vector}} \simeq \frac{g_X^2}{8\pi^2}, \quad (m_f \gg M_X) \quad (2.20)$$

と積分を実行でき見積もることができる。これらの近似的な見積もりから $a_\mu^{\text{QED}}, a_\mu^{\text{EW}}$ 簡単な寄与が見積れる。まず、シュウィンガー項 [20] と呼ばれる QED の寄与は、光子が massless なので式 (2.20) を使って

$$a_f^{\text{Schwinger}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) \quad (2.21)$$

と見積れる。ここで α は微細構造定数 ($\alpha \equiv e^2/(4\pi) \sim 1/137$) を指す。最も精度の良い微細構造定数の値は、ルビシウム反跳速度から決められる ($\alpha^{-1}(\text{Rb}) = 137.035999049(90)$)² [6, 21]。つまり、シュウィンガー項は $a_\mu^{\text{Schwinger}} = 1.1614 \dots \times 10^{-3}$ であることが分かり、ミュオン粒子の異常磁気能率の測定値である式 (2.16) と 3 桁目まで一致しており異常磁気能率の大部分は QED 特にシュウィンガー項の寄与が占めていることが分かる。実際には 5 ループまで計算すると [22]

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{QED}} = & \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) + 0.765\,587\,425(17) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + 24.050\,509\,96(32) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 \\ & + 130.879\,6(6\,3) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^4 + 753.3(1.0) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^5 + \dots \end{aligned} \quad (2.24)$$

と計算され、 a_μ^{QED} の値は

$$a_\mu^{\text{QED}} = 116\,584\,718.95(0.08) \times 10^{-11} \quad (2.25)$$

と求められている。同時に、シュウィンガー項の計算が良い近似になっていることも確かめられる。 a_μ^{QED} に対する誤差は非常に小さく、主な原因は微細構造定数 α の不確かさによるものである。

次に a_μ^{EW} について述べる。QED の寄与と異なり中間状態の粒子の質量が比較的重い。1 ループのオーダーで a_μ^{EW} は [23–26]

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{EW}}[\text{1-loop}] = & \frac{G_F m_\mu^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{5}{3} + \frac{1}{3} (1 - 4\sin^2\theta_W)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{m_\mu^2}{M_W^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_\mu^2}{M_H^2}\right) \right] \\ = & 194.8 \times 10^{-11} \end{aligned} \quad (2.26)$$

²ルビシウム原子に電子を当て、媒介する光子のエネルギーを $\hbar k$ 、ルビシウム原子質量を m_{Rb} 、ルビシウム原子の反跳速度を v_r とした時

$$v_r = \frac{\hbar k}{m_{\text{Rb}}} \quad (2.22)$$

この反跳速度から

$$\alpha^2(\text{Rb}) = \frac{2R_\infty}{c} \frac{m_{\text{Rb}}}{m_e} \frac{v_r}{2\pi k} \quad (2.23)$$

ここで R_∞ はリュドベリ定数である。

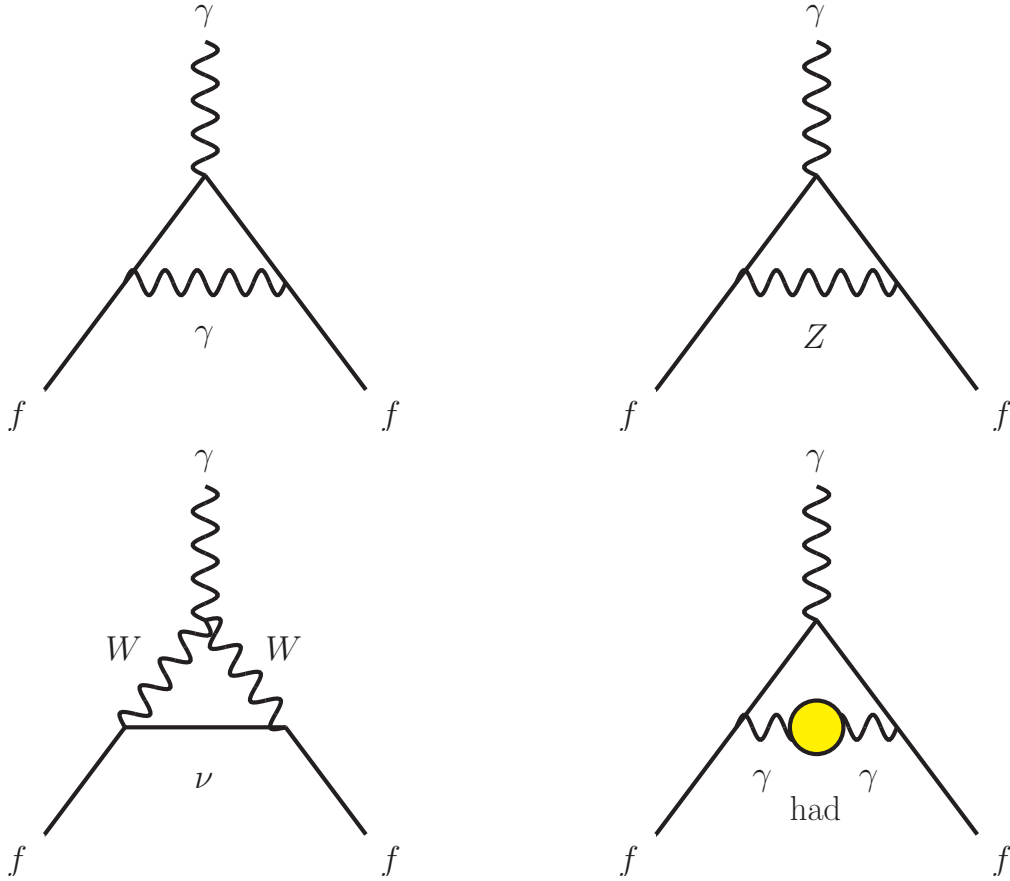


図 2.2: フェルミオンの異常磁気能率に寄与する標準模型における最も低次のダイアグラム。左上は QED の最も低次のダイアグラム、右上と左下は最も低次の弱い相互作用ダイアグラム、右下は最も低次のハドロンの寄与にあたるダイアグラムである。

となる。ここで M_W, M_Z, M_H は W ボソンと Z ボソン、ヒッグス粒子の質量、 $\sin^2 \theta_W \equiv 1 - M_W^2/M_Z^2 \simeq 0.223$ でワインバーグ角、 $G_F \simeq 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ でフェルミ結合定数を指す。2 ループでの寄与は [27–35]

$$a_\mu^{\text{EW}}[2\text{-loop}] = (-41.2 \pm 1.0) \times 10^{-11} \quad (2.27)$$

となり、3 ループでは優位な寄与が \log で効いてくるため $\mathcal{O}(10^{-12})$ であり十分無視できる [27–36]。従って、1 ループの寄与 (式 (2.26)) と 2 ループの寄与 (式 (2.27)) を足し合わせることで

$$a_\mu^{\text{EW}} = (153.6 \pm 1.0) \times 10^{-11} \quad (2.28)$$

と見積もられる。ここで最も強い誤差への寄与はクォークの三角ダイアグラムによるものである。

最後に、 a_μ^{Had} の効果について述べる。ハドロンの寄与するループ補正 (クォークとグルーオンの寄与) は、理論の最も大きな不定性でもある。現在のところ、これらの効果は第一原理から精度よく計算されていない現状がある。しかし、部分的にも Lattice QCD などのアプローチによって本効果についても計算されていくと考えられている [37–41]。最低次の QCD 効果 (α^2 に比例する寄与) はハドロン真空偏極 (HVP: hadron vacuum polarization) と呼ばれる寄与のことであり、現

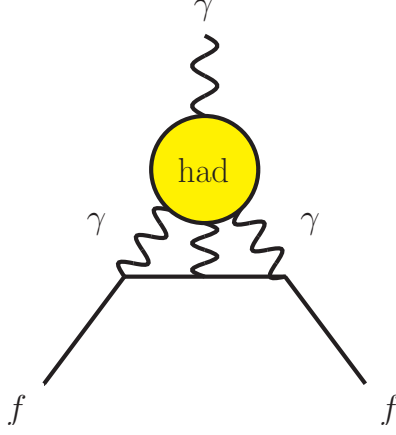


図 2.3: フェルミオンの以上磁気能率に寄与する Hadronic light-by-light(HLBL) の寄与

在のところ HVP の寄与は e^+e^- 散乱による断面積の測定から分散関係を用いて以下のように見積もられる [42, 43]

$$a_\mu^{\text{Had}}[\text{LO}] = \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \int_{m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{K(s)}{s} R^{(0)}(s) \quad (2.29)$$

$$R^{(0)}(s) \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Had.})(s)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)(s)} \quad (2.30)$$

ここで $K(s)$ は QED のカーネル関数 [44]、 $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Had.})(s)$ は重心エネルギー \sqrt{s} で散乱する e^+e^- の任意のハドロンへの生成断面積である。低い重心エネルギーから足し上げているので、質量の低い ρ メソンや ω メソンが大きな寄与を及ぼしている。現在の実験データから見積もった最低次のハドロン真空偏極の寄与は

$$a_\mu^{\text{Had}}[\text{LO}] = 6\,931(33)(7) \times 10^{-11} \quad (2.31)$$

と見積もられる [15]。二つの誤差の内、初めの括弧が実験からくる系統誤差であり、二つ目の括弧が QCD 計算による誤差である。また、これらのデータは BaBar 実験や VEPP-2000 実験によって数年前のデータと比べておよそ 20 % も誤差が改善された。さらに高次の補正も同様に、 $e^+e^- \rightarrow \text{Had.}$ のデータを使って計算される [45]。

$$a_\mu^{\text{Had}}[\text{NLO}] = (-98.7 \pm 0.9) \times 10^{-11} \quad (2.32)$$

$$a_\mu^{\text{Had}}[\text{NNLO}] = (12.4 \pm 0.1) \times 10^{-11} \quad (2.33)$$

図 2.3 の Hadronic light-by-light(HLBL) と呼ばれる寄与は、ハドロンの高次の補正として現れるものの、HVP と異なり実験データから決めることのできない寄与である。そのため、異なる複数のグループが異なる模型に基づいた報告がされている [46–53]。表 2.2 にその一部をまとめた。

ここまでの全ての寄与を足し合わせ、標準模型に基づいたミュー粒子の異常磁気能率は見積もられる (表 2.1)。大きな理論的誤差は最後に紹介した HLBL の寄与が大きい。しかし、各グルー

$a_{\mu}^{\text{HLBL}} \times 10^{11}$	参考文献
105 ± 26	[46]
110 ± 40	[47]
136 ± 25	[48]

表 2.2: 異なる模型に基づいた HLBL 過程のミュー粒子の異常磁気能率への寄与

プによって値は異なるものの、揃って測定値を下回りかつ 3σ 以上の差異を報告している点から、標準模型を超える新しい物理法則を示唆していると考えられる十分な動機になると考えている。さらなるミュー粒子の異常磁気能率についての詳細な議論は Jegerlehner 氏の文献 [12, 54] や Miller 氏達の [55] を参照されたい。

第3章 $L_\mu - L_\tau$ 模型

本論文では具体的に、 $L_\mu - L_\tau$ 模型と呼ばれる模型を用いてミュー粒子の異常磁気能率を説明することを試みる。本章では、その $L_\mu - L_\tau$ 模型について詳細を述べる。

3.1 $U(1)_X$ 対称性の導入

ミュー粒子の異常磁気能率を説明する標準模型を超えた模型は、様々存在する [12, 54–61]。その中でも本研究ではミュー粒子の異常磁気能率を説明するために新しいゲージ対称性を導入し、拡張した標準模型を扱う。拡張のため、以下の条件を満たすゲージ対称性を導入した模型を構築する。

- 対称性に対する量子異常がない
- ミュー粒子の異常磁気能率を説明するため、ミュー粒子と相互作用する
- 電子の異常磁気能率を抑えるため、電子と直接相互作用しない

まず、簡単のため拡張する対称性を $U(1)$ の対称性に限る。以下、その対称性を $U(1)_X$ とし、対称性の自発的破れによって生じる質量を持つ新しいゲージ粒子を Z' と呼ぶ。単純には $U(1)_X$ の荷電を持った新しいスカラー場 Φ を導入して、そのスカラー場 Φ が真空期待値を持つことで $U(1)_X$ 対称性を自発的に破る機構が考えられる。スカラー粒子のポテンシャルは、一般にくりこみ可能な仮定のもと、以下のように考えられる。

$$V_X = \mu^2 |H|^2 + \lambda |H|^4 + \mu_X^2 |\Phi|^2 + \lambda_X |\Phi|^4 + \kappa |H|^2 |\Phi|^2 \quad (3.1)$$

ここで H はヒッグス場を指す。本研究では H と Φ を混合するパラメーターである κ を極限的に 0 と考えている。この仮定は、加速器実験での直接探査における制限と無矛盾な模型を構築するためであり、有限な値を持っていても問題はない。その場合、例えば $h \rightarrow Z' + Z'$ の過程が現れることなどを考慮しなくてはならないものの、ここでは簡単のため極限的に 0 とする。

まず、対称性に対する量子異常がない条件について考察する。古典的に保存しているカレントでも量子レベルでは保存則を破る場合がある¹。ゲージ理論においては、ゲージ対称性はユニタリテーターを保存するために欠かせないものであるため、対称性に対する量子異常を消さなくてはならない。このような対称性に対する量子異常は、図 3.1 のような三角ダイアグラムと関係している。

¹ネーターの定理からネーターカレント j^μ の保存則 $\partial_\mu j^\mu = 0$ が成り立たなくなり場が真空から湧き出してきてしまう ($\partial_\mu j^\mu \neq 0$)。

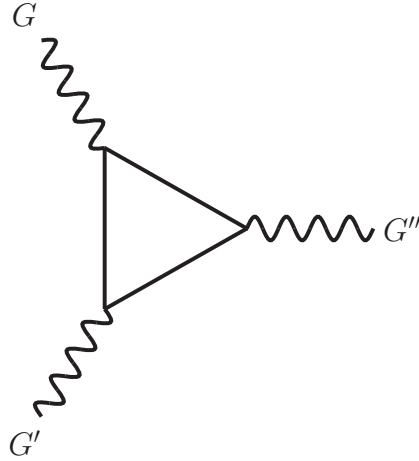


図 3.1: 三角ダイアグラム。G, G', G'' 群のゲージ場が外線におり、対称性の量子異常への寄与を指す。

	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$
$q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$3, 2, \frac{1}{6}$
u_R	$\bar{3}, 1, \frac{2}{3}$
d_R	$\bar{3}, 1, -\frac{1}{3}$
$l_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	$1, 2, -\frac{1}{2}$
e_{Ri}	$1, 1, -1$
$H = \begin{pmatrix} h^0 \\ h^- \end{pmatrix}$	$1, 2, \frac{1}{2}$

表 3.1: 標準模型に登場するゲージ粒子を除いた各場の $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 荷電

この対称性に対する量子異常への寄与は、完全対称な定数

$$D_{\alpha\beta\gamma} \equiv \text{tr}[\{T_\alpha, T_\beta\}T_\gamma] \quad (3.2)$$

に比例する。ここで T_α は各ゲージ群の生成子を指し、トレースは各左手型のフェルミ粒子と反フェルミ粒子の場に対してとる。もし、あらゆるゲージ対称性に対して量子レベルでゲージカレントを保存するために量子異常をゼロにしたいのであれば、各生成子ごとに $D_{\alpha\beta\gamma}$ が消えていなくてはならない。ここで標準模型では、クォークやレプトン間の寄与が $D_{\alpha\beta\gamma}$ として現れるものの、自明に $D_{\alpha\beta\gamma} = 0$ が満たされている。標準模型に現れる対称性 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ に対するゲージ粒子を除いた各粒子のゲージ荷電を表 3.1 に示す。

標準模型の対称性に対する量子異常がないことは次のように理解できる。ダイアグラム $[SU(2)_L]^3$ と $[SU(2)_L][U(1)_Y]^2, [SU(3)_C]^3, [SU(3)_C][U(1)_Y]^2, [SU(3)_C]^2[SU(2)_L], [SU(3)_C][SU(2)_L]^2$ がキャンセルすることはどのダイアグラムも $SU(3)_C$ の生成子であるゲルマン

	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$	$U(1)_X$
$q_{L_i}^{\alpha a} = \begin{pmatrix} u_{L_i}^{\alpha} \\ d_{L_i}^{\alpha} \end{pmatrix}$	$3, 2, \frac{1}{6}$	z_{q_i}
$u_{R_i}^{\alpha}$	$\bar{3}, 1, \frac{2}{3}$	z_{u_i}
$d_{R_i}^{\alpha}$	$\bar{3}, 1, -\frac{1}{3}$	z_{d_i}
$l_{L_i}^a = \begin{pmatrix} \nu_{L_i} \\ e_{L_i} \end{pmatrix}$	$1, 2, -\frac{1}{2}$	z_{l_i}
ν_{R_i}	$0, 0, 0$	z_{ν_i}
e_{R_i}	$1, 1, -1$	z_{e_i}
$H^a = \begin{pmatrix} h^0 \\ h^- \end{pmatrix}$	$1, 2, \frac{1}{2}$	0

表 3.2: 標準模型に登場するゲージ粒子を除いた各場の $SU(3)_C$ 、 $SU(2)_L$ 、 $U(1)_Y$ と $U(1)_X$ 荷電

行列と $SU(2)_L$ の生成子であるパウリ行列に比例しており、それぞれトレースレスであるので成り立つ。 $[SU(2)_L]^2[U(1)_Y]$ と $[SU(3)_C]^2[U(1)_Y], [U(1)_Y]^3$ はそれぞれハイパーチャージのトレースに比例しゼロになっている。²

標準模型に現れる任意のフェルミ粒子 f に対する $U(1)_X$ 荷電を任意の定数として、 z_f を導入し表 3.2 のように割り当てると仮定する。さらに、ニュートリノ質量やニュートリノ振動には必ず存在しなくてはならない右巻きニュートリノ ν_{R_i} (標準模型の群に対してはシングレットとなる) を観測事実と矛盾しないように導入する。

対称性に対する量子異常の相殺条件 $D_{\alpha\beta\gamma}$ は、標準模型で満たされていることを確かめた。ここに $U(1)_X$ を導入した場合、

$$[SU(3)_C]^2[U(1)_X]: \quad 0 = \text{tr}[\{T_a, T_b\}z_f] \quad (3.6a)$$

$$[SU(2)_L]^2[U(1)_X]: \quad 0 = \text{tr}[\{T_i, T_j\}z_f] \quad (3.6b)$$

$$[U(1)_Y]^2[U(1)_X]: \quad 0 = \text{tr}[Y^2 z_f] \quad (3.6c)$$

$$[U(1)_Y][U(1)_X]^2: \quad 0 = \text{tr}[Y z_f^2] \quad (3.6d)$$

$$[U(1)_X]^3: \quad 0 = \text{tr}[z_f^3] \quad (3.6e)$$

² ハイパーチャージのトレースは

$$\text{tr}[Y] = 2\text{tr}[Q - T_3] \quad (3.3)$$

$$= 2(\text{tr}[Q] - \text{tr}[T_3]) \quad (3.4)$$

$$= 0 \quad (3.5)$$

標準模型ではダイアグラム内で電荷は保存しているので $\text{tr}[Q] = 0$ である。

を満たすことで、量子異常の相殺条件は満たされる。具体的に表 3.2 に則り書き下すと、

$$[SU(3)_C]^2[U(1)_X] : \quad 0 = \sum_{i=1}^3 (2z_{q_i} + z_{u_i} + z_{d_i}) \quad (3.7a)$$

$$[SU(2)_L]^2[U(1)_X] : \quad 0 = \sum_{i=1}^3 (3z_{q_i} + z_{l_i}) \quad (3.7b)$$

$$[U(1)_Y]^2[U(1)_X] : \quad 0 = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{6}z_{q_i} + \frac{4}{3}z_{u_i} + \frac{1}{3}z_{d_i} + \frac{1}{2}z_{l_i} + z_{e_i} \right) \quad (3.7c)$$

$$[U(1)_Y][U(1)_X]^2 : \quad 0 = \sum_{i=1}^3 (z_{q_i}^2 - 2z_{u_i}^2 + z_{d_i}^2 - z_{l_i}^2 + z_{\nu_i}^2 + z_{e_i}^2) \quad (3.7d)$$

$$[U(1)_X]^3 : \quad 0 = \sum_{i=1}^3 (6z_{q_i}^3 + 3z_{u_i}^3 + 3z_{d_i}^3 + 2z_{l_i}^3 + z_{\nu_i}^3 + z_{e_i}^3) \quad (3.7e)$$

これらの連立方程式を満たす z_f が量子異常のない条件になるのだが、非常に複雑で解が複数存在する。しかし、ある仮定を置くことで連立方程式はシンプルな形に変形できる。各荷電がバリオン数 B と各フレーバーのレプトン数 $L_{e,\mu,\tau}$ の線型結合な組みとして $X = xB + y_1L_e + y_2L_\mu + y_3L_\tau$ を仮定する。すなわち、

$$z_{q_i} = -z_{u_i} = -z_{d_i} = xB = \frac{x}{3} \quad (3.8)$$

$$z_{l_i} = -z_{e_i} = y_iL_i = y_i \quad (3.9)$$

と各荷電 z_f と対応づけることができる。式 (3.8), 式 (3.9) の元で、式 (3.7a), 式 (3.7d), 式 (3.7e) は自明に 0 となる解になり、式 (3.7b), 式 (3.7c) で非自明な方程式になる。得られた非自明な方程式

$$\sum_{i=1}^3 \left(3 \times \frac{x}{3} + y_i \right) = 3x + y_1 + y_2 + y_3 = 0 \quad (3.10)$$

という、量子異常が起きない条件が得られる。条件式 (3.10) は表 3.3 のように分類分けして、まとめることができる。

次に、 $U(1)_X$ 導入の条件として課した“ミュー粒子と相互作用する”である。これはミュー粒子の異常磁気能率の予言値と観測値の差異を説明するため、少なくともミュー粒子と結合する新しい寄与を要求したためである。この条件を満たし、かつ対称性に対する量子異常がない組み合わせは表 3.3 から“ $B - L$ 対称性”と“ $B - 3L_\mu$ 対称性”, “ $L_e - L_\mu$ 対称性”, “ $L_\mu - L_\tau$ 対称性”が当てはまる。一方、 $B - L$ 対称性と $L_e - L_\mu$ 対称性は電子の異常磁気能率もミュー粒子の異常磁気能率と同等の寄与を作ってしまう。電子の異常磁気能率は予言値と測定値に差異はほぼ見られないため、ミュー粒子と電子の結合定数に何らかの差を作らなくてはならない。そのため、 $B - L$ 対称性と $L_e - L_\mu$ 対称性でミュー粒子の異常磁気能率を説明するモデルを構築するのは難しい。さらに、現象論として電子や軽いクォークとの結合が強いモデルは過去の LEP 実験や LHC 実験によって強く制限されており、この制限と無矛盾なモデルは“ $L_\mu - L_\tau$ 対称性”のみであることがわかる。さらに、これまでの先行研究によって標準模型に $U(1)_X$ 対称性として $L_\mu - L_\tau$ 対称性を課した模

x	y_1	y_2	y_3	対称性の種類
1	-1	-1	-1	$B - L$ 対称性
1	-3	0	0	$B - 3L_e$ 対称性
1	0	-3	0	$B - 3L_\mu$ 対称性
1	0	0	-3	$B - 3L_\tau$ 対称性
0	1	-1	0	$L_e - L_\mu$ 対称性
0	1	0	-1	$L_e - L_\tau$ 対称性
0	0	1	-1	$L_\mu - L_\tau$ 対称性

表 3.3: 対称性に対する量子異常が相殺される $U(1)_X$ ゲージ対称性のパターン。 B はバリオン数、 $L_{e,\mu,\tau}$ はそれぞれ世代ごとのレプトン数を指す。 [58]

型でミュー粒子の異常磁気能率を説明する模型は、新しいゲージ粒子である Z' の質量が MeV スケール以下であることが指摘されている [62]。従って、以後 $L_\mu - L_\tau$ 対称性を新たに課した標準模型の拡張模型を扱う。

またここまでの議論でわかるように、右巻きニュートリノはニュートリノ質量に必要なだけでなく対称性に対する量子異常を起こさない条件式 (3.7d), (3.7e) としても重要な役割を果たす。 $L_\mu - L_\tau$ 対称性を課し、右巻きニュートリノを導入しニュートリノ質量やレプトンの振動角、レプトンの CP を破る位相を出すという研究も盛んに行われている [63,64]。さらに、これら関連論文では $L_\mu - L_\tau$ 対称性が観測的に大きな振動角であることが知られている $\theta_{23} \approx 45^\circ$ を自然な形で再現することが指摘されている [63–65]。このような、ニュートリノの質量構造や CP 対称性を破るレプトンの位相などは、宇宙のバリオン数非対称性と深く結びついており、筆者によっても盛んに研究がされている [66–68]。

一方、本研究では模型の拡張に伴って現れるゲージ粒子 Z' の直接探索に焦点を絞って議論をした。つまり、非常に右巻きニュートリノの質量が高く、 Z' 粒子への寄与が小さいことを要請する立場をとる。現在のところ、 $L_\mu - L_\tau$ 対称模型でミュー粒子の異常磁気能率を説明するためには Z' 粒子の質量は MeV スケール以下でなくてはならない。その下で右巻きニュートリノの Z' 粒子への寄与が大きい状況は考えにくいと考えている。

3.2 運動項混合を含めた $L_\mu - L_\tau$ 模型

本研究で扱う模型 [69] について議論を進める。ミュータイプ粒子とタウタイプ粒子が荷電を持つ $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$ 対称性を標準模型の拡張として考える。ここで荷電レプトンとニュートラルレプトン(ニュートリノ)のフレーバーを一括りにした物をタイプと呼んだ。本模型での荷電を表 3.4 にまとめた。ここで l_μ と l_τ はそれぞれミュータイプのフレーバーとタウタイプのフレーバーの左巻き粒子であり $SU(2)_L$ ダブルレット、 μ_R と τ_R はそれぞれミュータイプのフレーバーとタウタイプのフレーバーの右巻き粒子であり $SU(2)_L$ シングレットを指す。

	$l_\mu = (\nu_\mu, \mu_L)^T$	$l_\tau = (\nu_\tau, \tau_L)^T$	μ_R	τ_R
$U(1)_{L_\mu-L_\tau}$	1	-1	1	-1

表 3.4: $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ 対称模型での荷電。ここで l_μ と l_τ はそれぞれミュータイプのフレーバーとタウタイプのフレーバーの左巻き粒子であり $SU(2)_L$ ダブルット、 μ_R と τ_R はそれぞれミュータイプのフレーバーとタウタイプのフレーバーの右巻き粒子であり $SU(2)_L$ シングレットを指す。その他の標準模型に現れるフェルミ粒子やヒッグス粒子は、 $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ 対称性の電荷を持たないシングレットである。

本模型では、ゲージ不変でくりこみ可能なラグランジアンは以下のように記述される。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{Z'} \quad (3.11)$$

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = -\frac{1}{4}\tilde{B}_{\mu\nu}\tilde{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{W}_{\mu\nu}^a\tilde{W}^{a\mu\nu} \quad (3.12)$$

$$\mathcal{L}_{Z'} = -V_{L_\mu-L_\tau} - \frac{1}{4}\tilde{Z}'_{\mu\nu}\tilde{Z}'^{\mu\nu} + \frac{\epsilon}{2}\tilde{B}_{\mu\nu}\tilde{Z}'^{\mu\nu} + g'\tilde{Z}'_\mu J_{Z'}^\mu, \quad (3.13)$$

$$J_{Z'}^\mu = \bar{l}_\mu\gamma^\mu l_\mu + \bar{\mu}_R\gamma^\mu \mu_R - \bar{l}_\tau\gamma^\mu l_\tau - \bar{\tau}_R\gamma^\mu \tau_R \quad (3.14)$$

簡単のため、QCD に関する部分とヒッグス粒子の運動項、湯川相互作用項、標準模型のゲージ粒子とフォルミ粒子との相互作用項を省いた。ここで $\tilde{B}_{\mu\nu}$, $\tilde{W}_{\mu\nu}^a$ と $\tilde{Z}'_{\mu\nu}$ はそれぞれ $U(1)_Y$, $SU(2)_L$ と $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ のフィールドストレングスであり、対応するゲージ場を指す。また、 ϵ は $U(1)_Y$ と $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ 対称性の運動項混合パラメーターを、 g' は $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ 対称性に伴う結合定数を指し、 $V_{L_\mu-L_\tau}$ は $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ 対称性を破るスカラーポテンシャルを指す。これまでの先行研究 [62, 70–73] では、一般的にゲージ対称性から禁止することができない運動量混合パラメーター ϵ を模型の複雑さから禁止されてきた。本研究 [69] では初めて $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ 対称模型の運動量混合パラメーター ϵ も有限な値として評価した。 $L_\mu-L_\tau$ 対称性が自発的に破れ、 Z' が質量を得る。単純に自発的対称性の破れを想定した場合、式 (3.1) の形をしているはずである。加速器実験での直接探査における制限と無矛盾な模型を構築するために $\kappa \rightarrow 0$ を想定し、新しいスカラー場 Φ の真空期待値とゲージ結合定数 g' によって Z' は質量を得る。つまり、 Z' の質量である $M_{Z'}$ はここにおける新たなスカラー場 Φ の真空期待値と比例する関係にあり、 Φ の質量等を問わないゲージセクターにのみ議論をするのであれば Z' の質量 $M_{Z'}$ を自由なパラメーターとして扱うことと模型の自由度は変わらない。本研究ではゲージセクターのみについて議論を集中させたので $V_{L_\mu-L_\tau}$ の具体形については踏み入らない。電弱対称性の破れが起き、ヒッグス粒子が真空期待値を持つ ($H(x) = (v + h(x))/\sqrt{2}$) ことで $SU(2)_L \times U(1)_Y$ が $U(1)_{\text{EM}}$ まで破れる。上記のラグランジアンの内、標準模型のゲージ粒子だけの運動項と質量項を抜き出すと、

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = -\frac{1}{4}\tilde{A}_{\mu\nu}\tilde{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{Z}_{\mu\nu}\tilde{Z}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} \quad (3.15)$$

$$+ \frac{1}{2}M_Z^2\tilde{Z}_\mu\tilde{Z}^\mu + M_W^2W_\mu W^\mu \quad (3.16)$$

となる。ここで $M_Z^2 = v^2(g_1^2 + g_2^2)/2$, $M_W^2 = v^2g_2^2$ は Z ボソンと W ボソンの質量を指し、 g_1, g_2

はそれぞれ $U(1)_Y, SU(2)_L$ 対称性のゲージ結合定数、 \tilde{A}, \tilde{Z}, W はそれぞれ光子、Z ボソン、W ボソンの場を指す。この時の \tilde{W}_μ^3 と \tilde{B}_μ の混合角はワインバーグ角 θ_W と呼ばれ

$$\begin{pmatrix} \tilde{Z}_\mu \\ \tilde{A}_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{W}_\mu^3 \\ \tilde{B}_\mu \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

と、表される。

さらに、 $U(1)_{L_\mu-L_\tau}$ 対称性の破れを考える。運動項混合がない場合では独立に Z' 粒子が質量を持つだけで正準化と質量対角化は済むのだが、運動項混合がある場合には理論が複雑になる。運動項混合があるため中性ゲージ粒子の運動項が

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kin}}^{\text{neutral}} &= -\frac{1}{4}\tilde{A}_{\mu\nu}\tilde{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{Z}_{\mu\nu}\tilde{Z}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{Z}'_{\mu\nu}\tilde{Z}'^{\mu\nu} \\ &\quad + \frac{\epsilon}{2}\left(-\sin\theta_W\tilde{Z}_{\mu\nu} + \cos\theta_W\tilde{A}_{\mu\nu}\right)\tilde{Z}'^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} \tilde{A}_{\mu\nu} & \tilde{Z}_{\mu\nu} & \tilde{Z}'_{\mu\nu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\epsilon\cos\theta_W \\ 0 & 1 & \epsilon\sin\theta_W \\ -\epsilon\cos\theta_W & \epsilon\sin\theta_W & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A}^{\mu\nu} \\ \tilde{Z}^{\mu\nu} \\ \tilde{Z}'^{\mu\nu} \end{pmatrix} \\ &\equiv -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} \tilde{A}_{\mu\nu} & \tilde{Z}_{\mu\nu} & \tilde{Z}'_{\mu\nu} \end{pmatrix} K \begin{pmatrix} \tilde{A}^{\mu\nu} \\ \tilde{Z}^{\mu\nu} \\ \tilde{Z}'^{\mu\nu} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

ここで行列 K を対角化し正準化を行う。行列 K の対角化行列を U_K として、再度、場の再定義を行う。

$$\begin{pmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{Z} \\ \tilde{Z}' \end{pmatrix} \equiv U_K \begin{pmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{Z} \\ \tilde{Z}' \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$$U_K \equiv \begin{pmatrix} 1 & p_1 & p_2 \\ 0 & q_1 & q_2 \\ 0 & r_1 & r_2 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

式 (3.19) ではローレンツの添字を省略した。式 (3.20) の第 1 列目は光子が縦成分ベクトルを持たず、質量を持たないことからこのような形になる。正準化のため $U_K^T K U_K = \mathbf{1}$ であり、 $q_1 = 1$ と仮定すると

$$U_K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{\epsilon\cos\theta_W}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \\ 0 & 1 & -\frac{\epsilon\sin\theta_W}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

であることがわかる。式 (3.19) と (3.20) の場の再定義によって標準模型の Z ボソンと新しい Z' ボソンが混ざってしまう。従って、さらに質量の対角化が必要である。標準模型の Z ボソンと新

しい Z' ボソンの質量項を抜き出すと

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{mass}} &= \frac{1}{2}M_{\bar{Z}}^2(\bar{Z} + q_2\bar{Z}')^2 + \frac{1}{2}M_{\bar{Z}',r_2}^2\bar{Z}'^2 \\ &= \frac{1}{2}(\bar{Z} \quad \bar{Z}') \begin{pmatrix} M_{\bar{Z}}^2 & M_{\bar{Z}}^2q_2 \\ M_{\bar{Z}}^2q_2 & M_{\bar{Z}}^2q_2^2 + M_{\bar{Z}',r_2}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{Z} \\ \bar{Z}' \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (3.22)$$

$$\equiv \frac{1}{2}(\bar{Z} \quad \bar{Z}') M^2 \begin{pmatrix} \bar{Z} \\ \bar{Z}' \end{pmatrix}\quad (3.23)$$

質量行列 M を対角化する行列 V_M を

$$V_M \equiv \begin{pmatrix} \cos \chi & -\sin \chi \\ \sin \chi & \cos \chi \end{pmatrix}\quad (3.24)$$

としたとき、回転角 χ は

$$\tan 2\chi = \frac{2M_{\bar{Z}}^2q_2}{(1 - q_2^2)M_{\bar{Z}}^2 - M_{\bar{Z}',r_2}^2}\quad (3.25)$$

そのときの質量固有値は

$$M_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[M_{\bar{Z}}^2(1 + q_2^2) + M_{\bar{Z}',r_2}^2 \pm \sqrt{\{M_{\bar{Z}}^2(1 + q_2^2) + M_{\bar{Z}',r_2}^2\}^2 - 4M_{\bar{Z}}^2M_{\bar{Z}',r_2}^2} \right]\quad (3.26)$$

である。さらに、 $\sin \xi \equiv \epsilon$, $\cos \xi \equiv \sqrt{1 - \epsilon^2}$ と定義すると

$$p_2 = \cos \theta_W \tan \xi\quad (3.27)$$

$$q_2 = -\sin \theta_W \tan \xi\quad (3.28)$$

$$r_2 = \frac{1}{\cos \xi}\quad (3.29)$$

と書き直せる。場をそれぞれ正準化し質量の対角化をしたベースで再定義すると

$$\begin{pmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{Z} \\ \tilde{Z}' \end{pmatrix} \equiv U_K V_M \begin{pmatrix} A \\ Z \\ Z' \end{pmatrix}\quad (3.30)$$

$$U_K V_M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cos \theta_W \tan \xi \\ 0 & 1 & -\sin \theta_W \tan \xi \\ 0 & 0 & 1/\cos \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{pmatrix}\quad (3.31)$$

である。

ここまでは解析的な展開を行ってきたが、近似的な展開も与えておく。まず、運動項混合パラメーターが大きすぎると標準模型の Z ボソン質量などに強く影響してしまうので $|\epsilon| \ll 1$ を仮定

する。その結果、三角関数をテーラー展開することで ($\cos \xi \simeq 1 - \frac{1}{2}\epsilon^2$, $\tan \xi \simeq \epsilon$)

$$\tan 2\chi \simeq \frac{-2\epsilon \sin \theta_W M_Z^2}{M_Z^2 - M_{Z'}^2} \quad (3.32)$$

$$M_{1,2}^2 \simeq \begin{cases} M_Z^2 \\ M_{Z'}^2 \end{cases} \quad (3.33)$$

さらに、ゲージ相互作用項もこの近似のもとで、

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = eA_\mu J_{\text{EM}}^\mu + g_Z Z_\mu J_{\text{NC}}^\mu + Z'_\mu (\epsilon e \cos \theta_W J_{\text{EM}}^\mu + g' J_{Z'}^\mu) + \mathcal{O}(\epsilon^2), \quad (3.34)$$

となることがわかる。ここで、 $g_Z = \sqrt{g_2^2 + g_1^2}$ で J_{EM}^μ , J_{NC}^μ はそれぞれ電磁カレントと中性カレントを指す。この近似のもと Z' 粒子の崩壊幅は以下のように計算される。

$$\Gamma(Z' \rightarrow \nu\bar{\nu}) = \frac{g'^2}{24\pi} m_{Z'}, \quad (3.35a)$$

$$\Gamma(Z' \rightarrow e^+e^-) = \frac{(\epsilon e \cos \theta_W)^2}{12\pi} m_{Z'} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{m_{Z'}^2}} \left(1 + \frac{2m_e^2}{m_{Z'}^2}\right), \quad (3.35b)$$

$$\Gamma(Z' \rightarrow l^+l^-) = \frac{(g' \mp \epsilon e \cos \theta_W)^2}{12\pi} m_{Z'} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{m_{Z'}^2}} \left(1 + \frac{2m_l^2}{m_{Z'}^2}\right), \quad (3.35c)$$

$$\Gamma(Z' \rightarrow \text{hadrons}) = \frac{(\epsilon e \cos \theta_W)^2}{12\pi} m_{Z'} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{Z'}^2}} \left(1 + \frac{2m_\mu^2}{m_{Z'}^2}\right) R(s = m_{Z'}^2), \quad (3.35d)$$

ここでの $l = \mu, \tau$ であり、式 (3.35c) の $-$ はミュー粒子の場合を、 $+$ はタウ粒子の場合をそれぞれ指す。式 (3.35d) の $R(s)$ は、式 (2.30) と同じものであり、[74, 75] の結果を使った。また、この近似のもとでミュー粒子の異常磁気能率は

$$\Delta a_\mu^{Z'} = \frac{(g' - \epsilon e \cos \theta_W)^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx \frac{2m_\mu^2 x^2 (1-x)}{x^2 m_\mu^2 + (1-x)m_{Z'}^2}, \quad (3.36)$$

と計算される。ここまで議論したモデルについて、まず第 4 章にて許されている領域を探る。さらに、ミュー粒子の異常磁気能率を説明するパラメーター領域を直接探った結果を第 5、6 章にて議論する。

第4章 模型への制限

第3章で取り扱った模型は、過去の様々な実験によって厳しく制限されている。主に、以下の6つの実験によって強く制限されている。

- Neutrino Trident Production による制限
- ニュートリノ電子散乱による制限
- ビームダンプ実験による制限
- メソン崩壊による制限
- 電子陽電子散乱による制限
- 電子の異常磁気能率による制限

以降、ここの制限について詳しく触れていく。

4.1 Neutrino Trident Production による制限

Neutrino Trident Production は、原子核 (N) とニュートリノの散乱によって荷電レプトンを2つ生成する過程のことを指す。今回の場合、ミューニュートリノが原子核と散乱して荷電ミュー粒子を2つ生成する過程 ($\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + \mu^+ + \mu^- + N$) によって模型に制限を与える (図 4.1)。本過程は標準模型と $L_\mu - L_\tau$ 模型のどちらでも引き起こされる。しかし、標準模型で引き起こされる過程では、 Z' に比べて非常に重い標準模型に現れる Z, W^\pm 粒子を媒介するので抑制され、軽い Z' の探索に適していることが先行研究によって示されている [62, 76]。Neutrino Trident Production は過去に CCFR 実験 [77] と CHARM-II 実験 [78] によって測定結果が提供されており、CCFR 実験が測定した測定値が標準模型に非常に強い制限を与えている。

$$\sigma_{\text{exp}} = [7.5 \pm 2.6] \times 10^{-40} \text{ cm}^2 \text{ per Fe nucleus} \quad (4.1)$$

$$R_{\text{CCFR}} \equiv \frac{\sigma_{\text{CCFR}}}{\sigma_{\text{SM}}} = 0.82 \pm 0.28. \quad (4.2)$$

Altmannshofer 達の先行研究 [62] では、運動項混合を含まない $L_\mu - L_\tau$ 模型に限った場合、既に新粒子の質量は $M_{Z'} \lesssim 400 \text{ MeV}$ でなければミュー粒子の異常磁気能率を説明することはできないということが示された。本論文では、運動項混合を含んだ $L_\mu - L_\tau$ 模型ではどの程度パラメータ領域が Neutrino Trident Production 過程によって制限されるのか改めて解析した。第 4.7 節

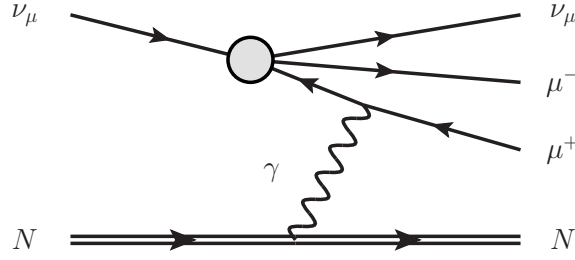


図 4.1: Neutrino Trident Production で引き起こされるダイアグラム。特に有効 4 点相互作用で記した箇所に $L_\mu - L_\tau$ 対称模型の寄与が加わる。

における数値的な解析では、Neutrino Trident Production の散乱断面積を数値的に評価するために equivalent photon approximation [79, 80] を使い原子核-ニュートリノの散乱を光子-ニュートリノの散乱に置き換えて評価した。その光子-ニュートリノ散乱は、CalcHEP [81] を使って散乱断面積を評価した。近似ではなく、全プロセスを評価した過去の結果 [82] と equivalent photon approximation に則った計算結果 [62, 69, 76] に優位な差が見られないことも確認した。本論文で扱っている模型の散乱断面積が式 (4.1) の誤差の範囲を超えた段階で制限としている¹。これは、自由なパラメーター領域に対して Z' の寄与が式 (4.2) の 95% C.L. 以下であることを要請し制限をつけたことに対応する。さらなる計算の詳細は、後の第 6 章でも改めて触れる。

4.2 ニュートリノ電子散乱による制限

ニュートリノ電子散乱 (図 4.2) によって $L_\mu - L_\tau$ 対称性の結合定数 g' と運動項混合パラメーター ϵ を軽い Z' 粒子 (またはダークフォトン) として強い制限を与える [83, 84]。通常、ニュートリノ電子散乱は主に TEXONO 実験 [85–88] のような原子ニュートリノ (ほぼ β 崩壊による電子ニュートリノ ν_e である。) と検出器内の電子の相互作用によって模型に制限をつける。しかし、本研究で扱う模型では Z' 粒子が電子ニュートリノと相互作用しないために電子ニュートリノ-電子散乱に Z' を介した標準模型に対する新たな相互作用を引き起こさない。そのため、電子ニュートリノ以外のミューニュートリノ ν_μ 、タウニュートリノ ν_τ も混ざる太陽ニュートリノ観測実験である Borexino 実験 [89] が最も強い制限を与える。太陽中の ${}^7\text{Be}$ の崩壊に伴って生成される電子ニュートリノは太陽から地球に到達するまでにミューニュートリノとタウニュートリノに振動し、検出器内の電子と Z' 粒子を介して散乱する。先行研究 [83] では、Borexino 実験の結果から $U(1)_{B-L}$ 対称模型に対して制限をつける結果を出している。本研究では、先行研究 [83]²での結果を本研究

¹つまり $\sigma_{\text{NP}} < 1.008 \times 10^{-39} \text{ cm}^2$ per Fe nucleus であり、先行研究 [62] と無矛盾な結果を得ている。

²先行研究 [83] では干渉項の寄与を評価していなかった。さらに異なる後の先行研究 [84] によって干渉項の寄与が評価され、30%もの寄与が改善との報告があるものの本研究ではその寄与を評価しておらず今後の展開として考えている。

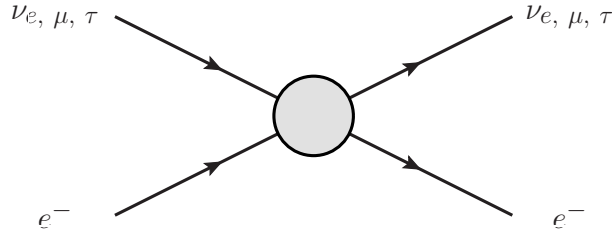


図 4.2: ニュートリノ電子散乱で引き起こされるダイアグラム。特に有効 4 点相互作用で記した箇所に $L_{\mu} - L_{\tau}$ 対称模型の寄与が加わる。

で扱う模型に変換する式を以下のように見なし模型に制限をつけた。

$$g_{B-L} > \left[(\epsilon e \cos \theta_W)^2 \sum_{j=1}^3 f_j |g_{ij}|^2 \right]^{1/4}, \quad (4.3)$$

$$|g_{ij}| \equiv |g'(V^{\dagger} Q V)_{ij}| = g' \begin{pmatrix} 0.051 & 0.158 & 0.556 \\ 0.158 & 0.082 & 0.808 \\ 0.556 & 0.808 & 0.133 \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

ここで V はレプトン混合行列を指し [90,91]、 $Q = \text{diag}(0, 1, -1)$ は $L_{\mu} - L_{\tau}$ 対称性の荷電行列、 f_i は ${}^7\text{Be}$ から放出されるニュートリノが地球に届いた時点でどの程度 i 番目の質量固有値の成分を持っているかを指す値である [92]。本研究ではニュートリノの質量階層性として順階層性を仮定して数値的な評価をした [22]³。

4.3 ビームダンプ実験による制限

電子を使ったビームダンプ実験での Z' 粒子の探索は、対象としているベクトル粒子の質量によって一番強く模型を制限している実験が異なる。本研究では、主に MeV スケールのゲージベクター粒子の探索を試みているので E141 実験 [93] と U70 実験 [94] が模型を最も強く制限している。ビームダンプ実験ではダンピングターゲットに粒子を入射し、ターゲット内部で生成した新粒子が検出器内に入射、その後、検出器内で検出できる形への崩壊の有無を判別する新粒子探索方法である (図 4.3)。今回模型への制限として使った E141 実験と U70 実験は検出器内で新粒子の荷電粒子への崩壊の有無を測定したものである (図 4.4)。ビームダンプ実験の性質上、検出を逃れてしまう可能性として“新粒子がターゲット内で生成されるものの検出器まで届かずに崩壊してしまう短寿命のパターン (図 4.5 左)”と“新粒子がターゲット内で生成されるものの検出器をすり抜けた後に崩壊してしまう長寿命のパターン (図 4.5 右)”の 2 パターンが考えられる。しかし後者の場合、結合定数 g' や運動項混合 ϵ が小さい場合に対応するものの、ミュー粒子の異常磁気能率を説明するには小さすぎるため今回の目的と異なり考える必要がない。従って、前者のパターンが考

³本研究では順階層性を仮定して評価したものの、逆階層性を仮定して評価をしても制限に大きな差異は見られなかった。

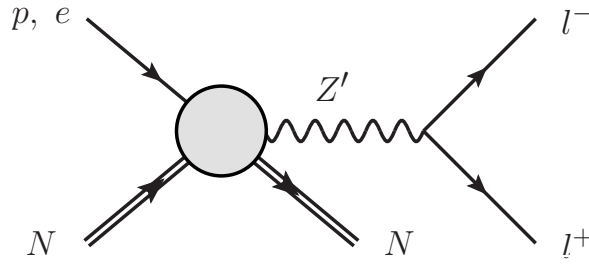


図 4.3: ビームダンプ実験で引き起こされるダイアグラム。

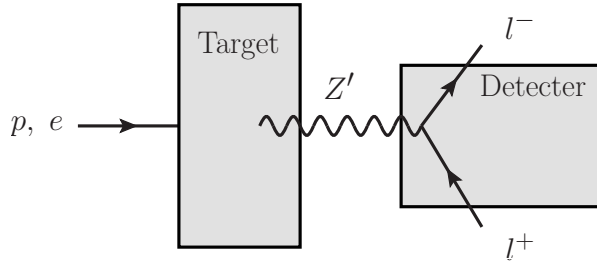


図 4.4: ビームダンプ実験において、検出器内で検出できる形で検出された場合の図。

えている模型に制限をつけることになる。ビームダンプ実験では、ダークフォトンと呼ばれる主に運動項混合を介して生成される軽い中性ベクトル粒子の探索を試みている [95]。このダークフォトン探索の制限を今回考えている模型への制限に置き換える式が以下ようになる。

$$\frac{|\epsilon \cos \theta_W|}{\sqrt{\text{Br}(Z' \rightarrow e^+e^-)}} \gtrsim \epsilon_{\text{BD}}, \quad (4.5)$$

ここで ϵ_{BD} は、ダークフォトン模型 [95] で使われる運動項混合パラメータを指す。

4.4 メソン崩壊による制限

ダークフォトンの主だった探索方法は第 4.3 節以外にもメソンの崩壊からも積極的に行われている。メソンの崩壊による新粒子探索も、対象としている新粒子の質量スケールによって最も強い制限を与える実験が異なる。今回扱っている模型の場合では、主に NA48/2 実験 [96] と E787

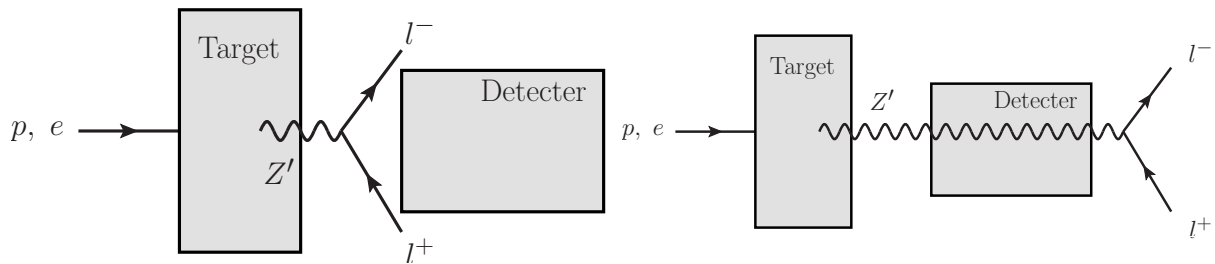


図 4.5: ビームダンプ実験において、検出器内で検出できる形で検出できなかった場合の図。特に、左図は検出器まで到達する前に崩壊してしまい、検出されなかった場合。右図は、検出器内を新粒子が見えない形で通り抜けるほど長寿命だった場合。本模型では特に前者が重要になる。

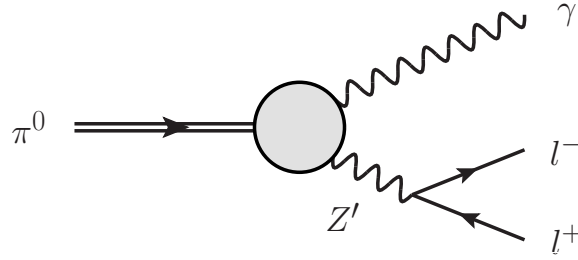


図 4.6: メソン崩壊を表すダイアグラム

実験 [97]、E949 実験 [98,99] が考慮すべき実験である。これらの実験では π 中間子と K 中間子の崩壊による新粒子探索である (図 4.6)。 π^0 中間子は標準模型では 99% が 2 光子に崩壊することが予言され、精密に測定され予言と観測が無矛盾であることが報告されている。ここで光子と運動項混合したダークフォトン模型を採用すると、 π^0 中間子がダークフォトンを通じて 2 レプトンに崩壊することが予言される。特に、今回制限として採用した NA48/2 実験では、 π^0 中間子の崩壊で現れるかもしれない 2 レプトンとして電子、陽電子に焦点を絞って探索を行なっている。今回の場合、NA48/2 実験の結果⁴ を採用する。これまで同様、NA48/2 実験での制限を今回の模型への制限に変換する式を以下のように考える。

$$|\epsilon \cos \theta_W| \sqrt{\text{Br}(Z' \rightarrow e^+e^-)} \lesssim \epsilon_{\text{MD}}, \quad (4.6)$$

ここで ϵ_{MD} は [96] で与えられるダークフォトン模型の運動項混合パラメータを指す。

4.5 電子陽電子散乱による制限

Z' 粒子は、直接的に電子陽電子散乱によって運動項混合を介して生成することができる。ダークフォトンとしての軽いゲージボソンを電子陽電子加速器によってこれまでも精力的に探索がされてきた [101,102]。さらに、最も強い制限を与えている実験が BaBar 実験である [103]。この BaBar 実験での探索では、電子陽電子散乱によってできた Z' が荷電レプトン対に崩壊する過程を見ることで検出を試みている ($e^+ + e^- \rightarrow \gamma + l^+ + l^-$ ($l = e, \mu$))(図 4.7))。この制限を今、考察している模型に置き換える式を

$$|\epsilon \cos \theta_W| \sqrt{\text{Br}(Z' \rightarrow l^+l^-)} \lesssim \epsilon_{\text{BaBar}}, \quad (4.7)$$

と考察して模型に制限をつける。ここで、 ϵ_{BaBar} は BaBar 実験が制限をつけているダークフォトン模型に現れる運動項混合パラメータを指す [103]。さらに、 $L_\mu - L_\tau$ 模型では $M_{Z'} > 2M_\mu$ の場合、 Z' 粒子がミュー粒子対に崩壊するチャンネルが開くので運動項混合を含まずに制限される。この Z' 粒子がミュー粒子対に崩壊する過程を見る探索を BaBar 実験は報告している [104]。

⁴ NA48/2 と同じ CERN SPS にある NA64 実験では最近、暗黒物質探索としてダークフォトンの暗黒物質などのインビジブルな粒子への崩壊 ($e^- N \rightarrow e^- N Z'$; $Z' \rightarrow e^- e^+$ or invisible) を見ることでダークフォトン模型に制限をつけるビームダンプ実験に取り組んでいる [100]。NA64 実験での結果は第 4.5 節で触れる BaBar 実験がつける制限と近い領域にあるため本研究では考察しなかった。

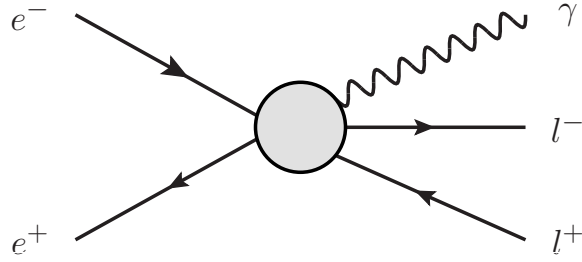


図 4.7: electron positron collider

4.6 電子の異常磁気能率による制限

Z' 粒子は 1-loop レベルでミュー粒子のみならず、電子の異常磁気能率にも寄与を及ぼす。第 3.1 節で扱ったように式 (3.36) からミュー粒子への結合と電子への結合は同じではないものの、 $L_\mu - L_\tau$ 対称性の結合定数 g' が小さく、運動項混合パラメーター ϵ が大きい領域では g' の効果は無視できミュー粒子の異常磁気能率への寄与と同等の寄与を電子に及ぼすことが予想される。本研究では Z' の電子の異常磁気能率への寄与を 3σ 以内に抑えることを要求し制限をつけた [7, 8]。

$$\Delta a_e \lesssim 13.8 \times 10^{-13}. \quad (4.8)$$

4.7 許されるパラメーター領域

本モデルでは、自由なパラメータが $g'-\epsilon-M_{Z'}$ の 3 つ存在する。本節では、 $g'-\epsilon$ を軸に取った図でこれまで考えてきた制限を見積もる。そのため、 $M_{Z'} = 10, 50, 100, 300$ MeV に離散的に解析した制限の図を作成した。

図 4.8 では $g'-\epsilon$ 軸で許される領域を描いた。 Z' 粒子の質量を 10 MeV に取ったものが上側の 2 枚で、50 MeV に取ったものが下側の 2 枚に対応する。また、運動項混合パラメーター ϵ を正に取ったものが左側の 2 枚に、負に取ったものが右側の 2 枚に対応している。図内の CCFR 実験によって制限がつけられた Neutrino Trident Production による制限 (第 4.1 節) が緑色に、Borexino 実験で制限がつけられたニュートリノ電子散乱による制限 (第 4.2 節) が灰色に、E141 実験と U70 実験で制限がつけられたのビームダンプ実験 (第 4.3 節) が黄色に対応し、NA48/2 のメソン崩壊による制限 (第 4.4 節) と BaBar 実験による電子陽電子散乱による制限 (第 4.5 節) と電子の異常磁気能率による制限 (第 4.6 節) は同様な領域に制限を与えるので同じ青色で制限を描いた。さらに、ミュー粒子の異常磁気能率の測定値と予言値の差異を $\pm 2\sigma$ と $\pm 3\sigma$ で説明する領域をそれぞれ赤とピンクで描いた。図 4.9 も同様な作図をし、上側の 2 枚が $M_{Z'} = 100$ MeV、下側の 2 枚が $M_{Z'} = 300$ MeV に対応する図である。

これらの図から、ミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域の振る舞いは運動項混合パラメーター ϵ の符号によって異なることがわかる。 ϵ が正の場合には (左側)、ミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域が右上の方向に伸びている。これはミュー粒子に対する結合が弱くなっているこ

とを指しており、 $L_\mu - L_\tau$ 対称性本来の結合定数 g' と運動項混合パラメーター ϵ がキャンセルしているためである。このキャンセルが起こる領域は、ミュー粒子と Z' 粒子の結合が弱くなるために CCFR 実験が提供する Neutrino Trident Production による制限も逃れることができる。多くのパラメーター領域で Borexino 実験によるニュートリノ電子散乱の制限がそこをカバーしているものの、 $M_{Z'} = 100$ MeV などはずかには g' の大きな領域も許されている。一方、 ϵ が負の場合 (右側) では、 g' と ϵ が同符号で互いにミュー粒子への結合を大きくする方向に働くため、これまで議論したような領域は見られない。また、ここでの 8 つの図から $|\epsilon| \gg g'$ の領域で CCFR 実験が提供する Neutrino Trident Production による制限は ϵ が正の場合より負の場合の方が強くなっていることがわかる。このパラメーター領域はミュー粒子に対する結合がほぼ $-\epsilon e \cos \theta_W$ によって決定する領域である。この違いは標準模型と $L_\mu - L_\tau$ 模型の Neutrino Trident Production の散乱振幅の相対的な位相によるものであり、干渉項の影響で ϵ の符号を決定しうる領域でもある。従って、 ϵ が正の場合は散乱振幅を減少させる寄与として、 ϵ が負の場合は散乱振幅を増幅させる寄与となる。この結果により、CCFR 実験が提供する Neutrino Trident Production による制限の違いが現れている。

一方、 $g' \lesssim 10^{-4}$ に限った議論では BaBar 実験による電子陽電子散乱と NA48/2 実験でのメソン崩壊による制限によって $M_{Z'} \lesssim 100$ MeV ではだいたい $|\epsilon| \gtrsim 10^{-3}$ の領域が、 $M_{Z'} = 300$ MeV では $|\epsilon| \gtrsim 5 \times 10^{-4}$ の領域が既に排除されていることがわかる。従って、 $M_{Z'} \gtrsim 50$ MeV でかつ $g' \lesssim 10^{-4}$ の領域ではミュー粒子の異常磁気能率を 3σ で説明できないということがわかる。一方、 $M_{Z'} = 10$ MeV の場合、わずかではあるもののミュー粒子の異常磁気能率を 3σ で説明する領域が存在している。 $M_{Z'} = 10$ MeV での制限は先行研究 [103] でちょうど強くパラメーターを制限している領域であり、例えば $M_{Z'} \sim 20$ MeV などにとると先行研究の制限は緩くなる。本論文では典型的に Z' 粒子の質量を 10, 50, 100, 300 MeV と取ったものの非常に質量によって上記で述べてきたような制限の振る舞いは様々である。全て統計的な問題であり、今後の実験によって改善が期待される。

これまでは、 $|\epsilon|$ の大きい領域について考察を進めた。以下では、 $|\epsilon| \lesssim 10^{-3}$ の小さい領域を考える。大まかに見て $M_{Z'} = 300$ MeV, $g' \gtrsim 10^{-3}$ では BaBar 実験での電子陽電子散乱によって既に排除されている。この g' に対する BaBar 実験での縦方向の制限は、先行研究 [104] を我々のセットアップに合わせて読み替えて制限を与えた。この制限は厳密には、運動項混合パラメーター ϵ に制限が依るはずである。しかしながら、 g' が ϵ に対して大きな領域に関して制限をつけているわけであり、それほど ϵ の効果は本制限に現れないと考えている。 $M_{Z'} \lesssim 100$ MeV, $g' \gtrsim 10^{-3}$ の領域では CCFR 実験による Neutrino Trident Production の制限によって排除されている。特に、 $M_{Z'} = 10$ MeV では E141 実験によるビームダンプ実験が $g' \lesssim 1.3 \times 10^{-4}$ も同様に排除し、 $\epsilon \lesssim 2 \times 10^{-4}$ の領域も Borexino 実験のニュートリノ電子散乱によって上限が与えられている。ここで、ミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域に迫っていたビームダンプ実験の制限ではあるが、 $M_{Z'} \gtrsim 50$ MeV では制限が弱くなってしまふ。これは第 4.3 節で述べたように、 Z' が重くな

るため寿命が短くなりビームダンプ実験の検出器まで飛ぶ前に崩壊してしまうためである。寿命が

$$\tau_{Z'} \propto \frac{1}{(\text{coupling})^2 M_{Z'}} \quad (4.9)$$

の形に記すことができることからわかるように、重い質量の際、短寿命になる。先行研究 [95] でも運動項混合パラメーター ϵ_{BD} に質量 $M_{Z'}$ の効果は組み込まれている。また、本論文における g' と ϵ の制限領域に対する依存性は式 (4.5) で理解できる。

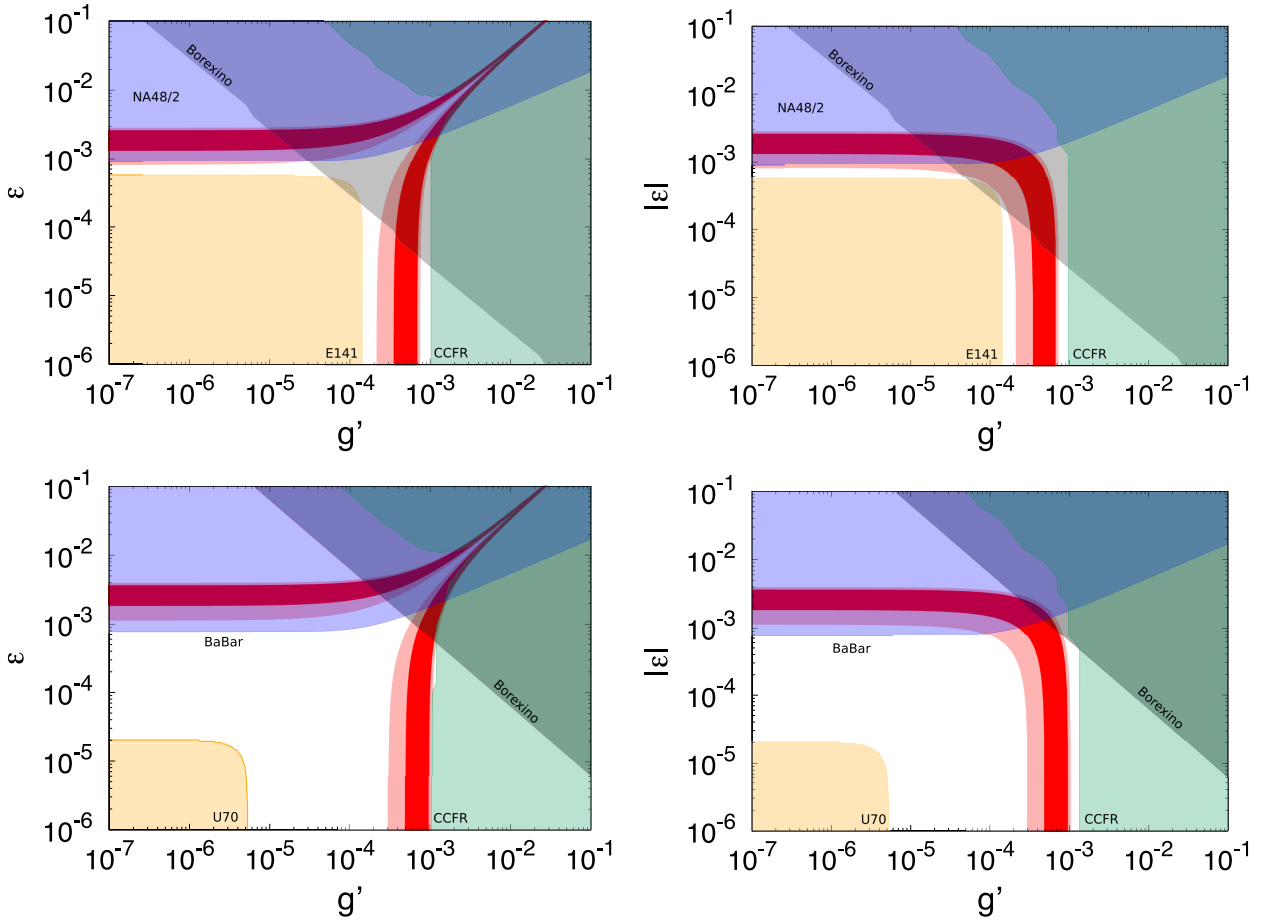


図 4.8: g' - ϵ 軸を取った許されるパラメータ領域を描いた図。左側の 2 枚の図が ϵ を正に取った場合で、右側の 2 枚の図が ϵ を負に取った場合の図に対応する。さらに、上側の 2 枚の図が $M_{Z'}$ を 10 MeV に取った図で、下側の 2 枚の図が $M_{Z'}$ を 50 MeV に取った図に対応する。赤とピンクのバンドがそれぞれミュー粒子の異常磁気能率を $\pm 2\sigma$ と $\pm 3\sigma$ で説明する領域である。さらに、他の色が塗られた領域がこれまで説明してきた実験で既に排除されている領域である。CCFR 実験によって制限がつけられた Neutrino Trident Production による制限 (緑色 (第 4.1 節))、Borexino 実験で制限がつけられたニュートリノ電子散乱による制限 (灰色 (第 4.2 節))、E141 実験と U70 実験で制限がつけられたのビームダンプ実験 (黄色 (第 4.3 節)) に対応し、NA48/2 のメソン崩壊による制限 (第 4.4 節) と BaBar 実験による電子陽電子散乱による制限 (第 4.5 節) と電子の異常磁気能率による制限 (第 4.6 節) は同様な領域に制限を与えるので同じ青色で制限を描いた。

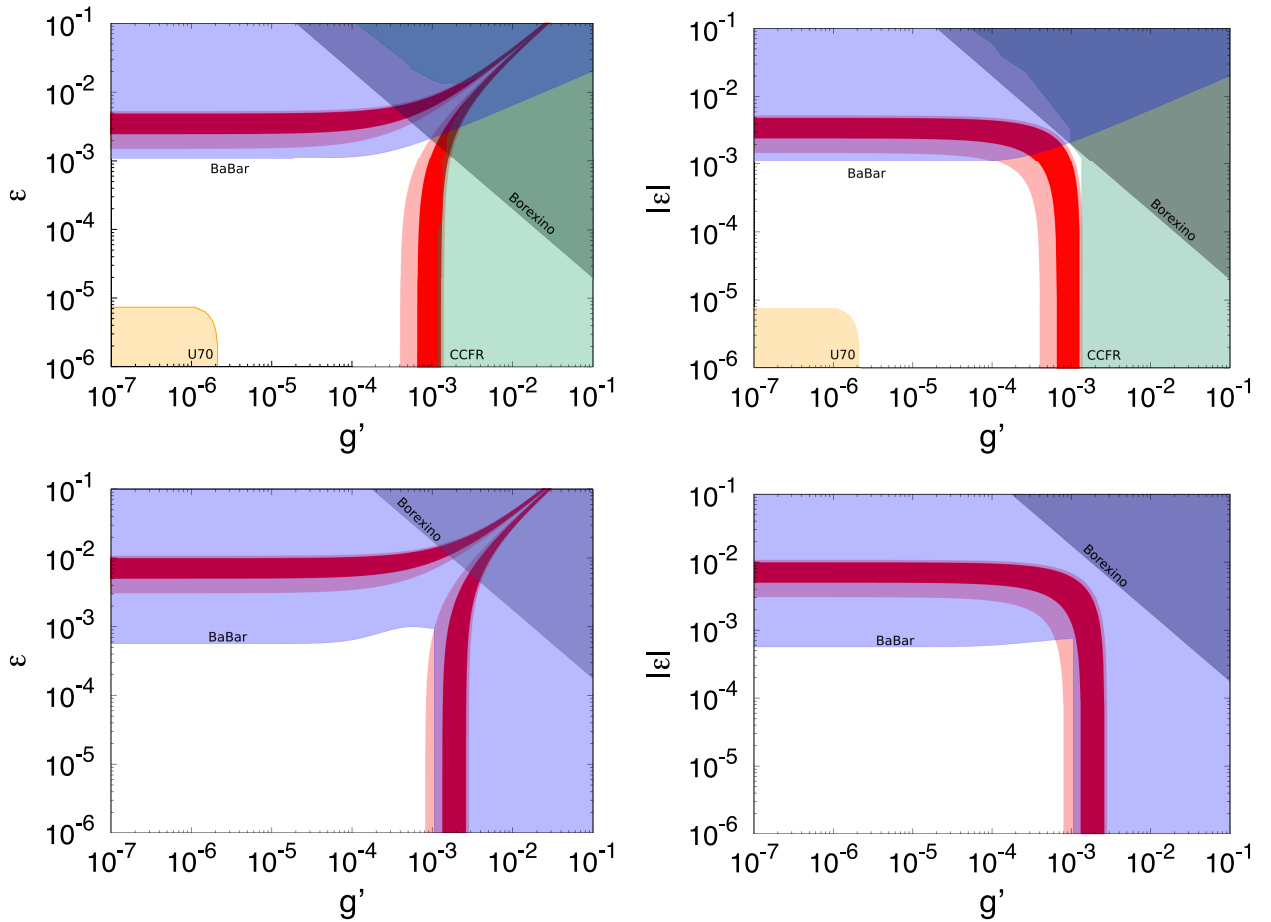


図 4.9: 図 4.8 と同様な制限をつけた図。異なる点は、上側の 2 枚の図が $M_{Z'}$ を 100 MeV に、下側の 2 枚の図が $M_{Z'}$ を 300 MeV に取った図に対応する。 $M_{Z'} = 300$ MeV の時に BaBar 実験による制限が縦方向に広がるのは第 4.5 節で説明した BaBar 実験の直接的な $L_\mu - L_\tau$ 模型に対する制限 [104] が加わるためである。

第5章 Belle-IIでの探索

第4章の結果を踏まえて、以下では Z' ゲージ粒子の検出可能性について議論を進めていく。

まず、本章では Belle-II 実験での検出可能性を議論する。Belle-II 実験は高エネルギー加速器研究機構 (KEK) にあり、SuperKEKB 加速器で加速された e^+e^- の衝突を検出し、新物理を探索する大型実験である。SuperKEKB 加速器では重心エネルギーは $\sqrt{s} = 10.58$ GeV と LHC などの高エネルギーフロンティア実験と比べて低いものの、Belle-II 実験で検出する非常に高いルミノシティが特徴的な実験である。現在のところ、積分ルミノシティ 50 ab^{-1} を最終的なゴールとして物理ランに備えてセットアップが進んでいるところである。

e^+e^- 衝突実験において本論文で議論している Z' 粒子は運動項混合を通して生成され [105–108]、ニュートリノ対・荷電レプトン対・メソンのいずれかに崩壊する。ここで、荷電レプトン対とメソンへの崩壊は標準模型では光子を介した電磁相互作用によって頻繁に引き起こされるので、本模型起因の過程は背景事象に埋もれてしまう。一方、ニュートリノ対への過程では標準模型では W や Z ボソンを介した弱い相互作用によって引き起こされるので、 W と Z ボソン自身の質量で抑制されている。そのため、背景事象に対して勝り得るため本模型特有の過程として検出できる可能性がある。しかし、終状態ニュートリノ対のみの場合、検出器内でシグナルを検出することは難しい。そこで、本研究での提案としては、 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + Z'$; $Z' \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ の過程での単光子を検出することで新粒子の兆候を捉えることを提案する (図 5.1)。

5.1 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{missing}$ 過程の微分断面積

本論文で議論している模型では、 Z' 粒子と標準模型の粒子との結合定数、そして、その Z' 粒子の質量は非常に小さい。また、SuperKEKB 加速器のエネルギー的に Z' 粒子を実粒子として扱えるため、本模型由来の過程 (図 5.1 の下) では Z' 粒子を on-shell 状態として扱うことができる。つまり、図 5.1 の下の過程のみを Z' 粒子の生成過程と崩壊過程に分けて計算上扱うことができる。本過程を検出する上で on-shell 状態として扱えることに2つメリットがある。1つ目に、標準模型の背景事象が終状態3体なのに対して本模型特有の過程では、実質2体の位相積分をすることに対応し、散乱断面積を大きく見積もることができる。2つ目に、実質終状態が2体になるので検出する光子のエネルギー E_γ 分布を重心系で見ると Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ に依存したピークが現れるはずである。しかし、SuperKEKB 加速器が本来クォークの CP 位相を測定することを目的としていたことに由来して電子と陽電子のエネルギーに非対称性がある ($E_{e^-} = 7$ GeV, $E_{e^+} = 4$ GeV である)。そのため、終状態の光子のエネルギー E_γ 分布はピークからは少しずれる。しかしながら、

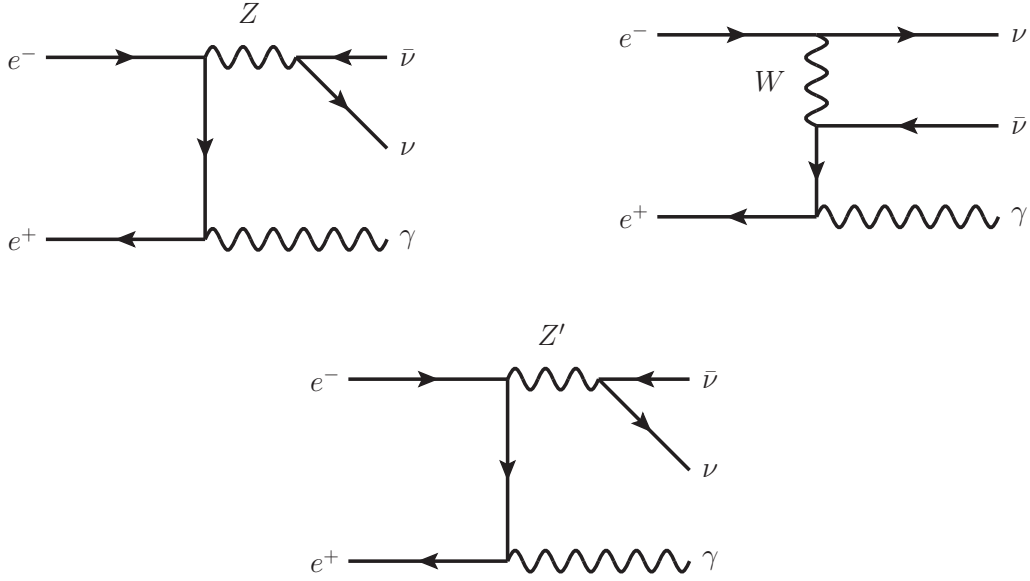


図 5.1: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ 過程の優位なダイアグラム。上側 2 つが標準模型の背景事象。下のダイアグラムが本論文で議論している模型由来の過程。

Z' 粒子由来の過程なのかを判別することは十分可能であると考えている¹。終状態の光子のエネルギーは以下のように与えられる。まず、エネルギー保存則から

$$p_{e^+} + p_{e^-} = p_\gamma + p_{Z'} \quad (5.1)$$

ここで $(p_{e^+}, p_{e^-}, p_\gamma, p_{Z'})$ がそれぞれ陽電子、電子、光子、 Z' 粒子の四元運動量である。両辺、二乗し

$$\begin{aligned} M_{Z'}^2 &= -2p_\gamma(p_{e^+} + p_{e^-}) + s \\ &= -2E_\gamma [(E_{e^+} + E_{e^-}) + (E_{e^+} - E_{e^-}) \cos \theta_\gamma] + s \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここで、 θ_γ は電子の運動量方向と光子の運動量方向のなす角のことである。さらに、簡単のため電子、陽電子の質量を無視し、重心エネルギーは $s = (p_{e^+} + p_{e^-})^2 = 4E_{e^-}E_{e^+}$ となる。光子のエネルギー E_γ について解くと

$$E_\gamma = \frac{4E_{e^+}E_{e^-} - M_{Z'}^2}{2(E_{e^+} + E_{e^-} + (E_{e^+} - E_{e^-}) \cos \theta_\gamma)} \quad (5.3)$$

であることがわかる。実際には Belle-II 検出器ではルミノシティをあげる工夫の一つとして、電子と陽電子が 82 mrad ($= 4.8^\circ$) の角度を持って衝突しているものの² [110]、単純のためその角度を無視した。Belle-II の検出器では $E_\gamma \geq 0.1 \text{ GeV}$ の光子を光子として判別でき、 0.1 GeV の分解能を持って区別できる。さらに $15^\circ \leq \theta_\gamma \leq 135^\circ$ の角度内に検出器があるため、原理的にこの角度を超えて測定することはできない。これらのセットアップをシミュレーションのカットとして採用し解析を行なった [110]。これらのカットを採用すると式 (5.3) から E_γ が $4.3 \leq E_\gamma \leq 6.9 \text{ GeV}$ の範囲内に入ることもわかる。

¹同様の擬スカラー粒子に対するの探査を BaBar 実験では既に行なっている [109]。

²このルミノシティをあげる技術は“ナノ・ビーム・スキーム”と呼ばれ知られている。

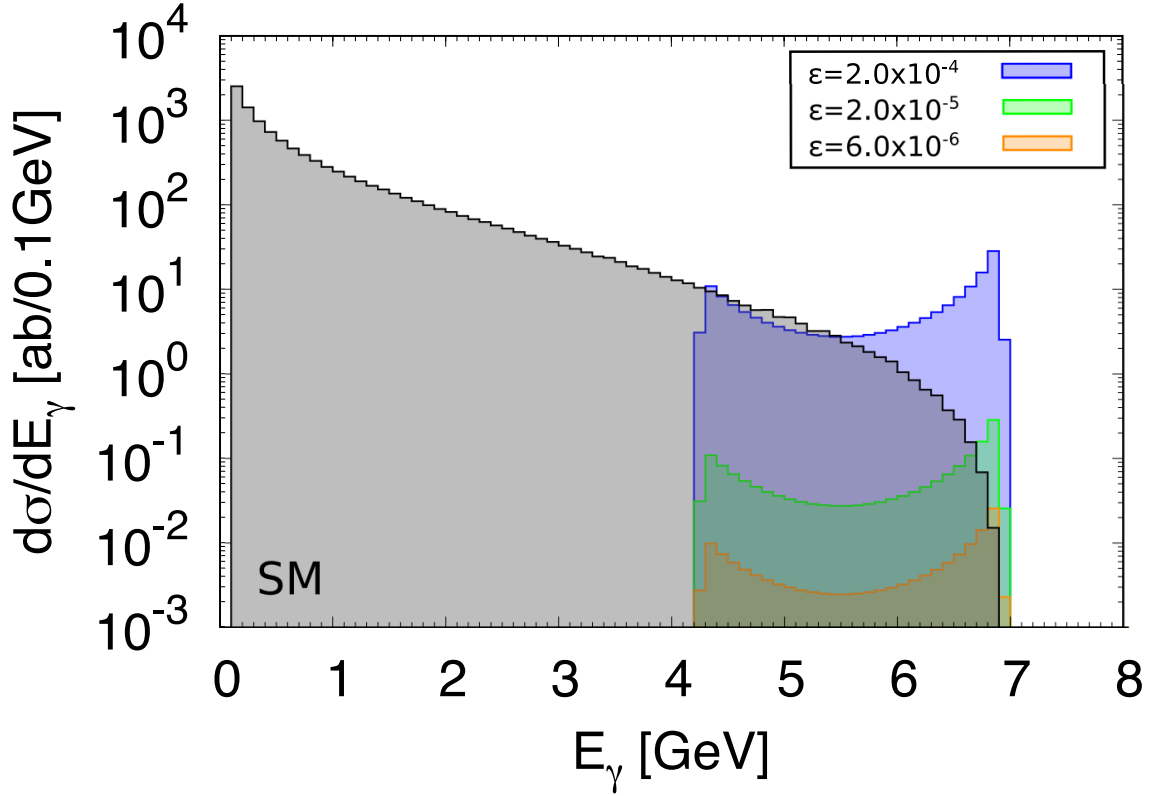


図 5.2: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + Z'$ 過程の光子のエネルギー E_γ に対する微分断面積。青と緑、オレンジのヒストグラムはそれぞれ模型のパラメーターが $\epsilon = 2 \times 10^{-4}$ と 2×10^{-5} , 6×10^{-6} に対応する。灰色のヒストグラムは標準模型の背景事象にあたる微分断面積に対応する。ここでは、 Z' 粒子の質量は $M_{Z'} = 100$ MeV に固定してシミュレーションを行なっている。

図 5.2 において $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + Z'$ の過程の光子のエネルギー E_γ に対する微分断面積を載せる。青色と緑色、オレンジ色のヒストグラムはそれぞれ運動項混合パラメーター ϵ を $\epsilon = 2 \times 10^{-4}$ と 2×10^{-5} , 6×10^{-6} にとった場合での図である。さらに灰色のヒストグラムは、標準模型による背景事象 (図 5.1 の上 2 つの過程) の微分断面積である。本解析では Z' 粒子の質量を $M_{Z'} = 100$ MeV に固定している³。ここで式 (5.3) より光子のエネルギーは Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ に依る形担っているが、 $M_{Z'} \lesssim 300$ MeV の領域ではほとんど微分断面積に変化がなかった。これは、式 (5.3) の分子における第一項目が SuperKEKB のエネルギーのセットアップでは Z' 粒子の質量に対して十分大きいためである。もし、始状態の電子陽電子のエネルギーが Z' 粒子の質量と同等の大きさであり、光子の分解能が十分高い実験を行えば直接 Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ の効果を観測できると考えている。また、 Z' 粒子の不変質量 $M_{Z'}^2 = (p_{e^-} + p_{e^+} - p_\gamma)^2$ を測ることで Z' 粒子の質量を直接測定することができると思われるが、Belle-II 実験は光子のエネルギーに対し 0.1 GeV 以下の分解能を持っていないので、100 MeV 以下の粒子を想定している我々の模型では 1 つ目のビンとして現れ、エラーが大きいことが予想でき現実的ではないと考えている。図 5.2 から、運動項混合パラメーター ϵ の大きな領域では本模型由来の過程は標準模型の背景事象とは異なることがわかる。

³この時点では、 Z' 粒子の生成断面積に着目しているため結合定数 g' に依らず、 ϵ にのみ依る。

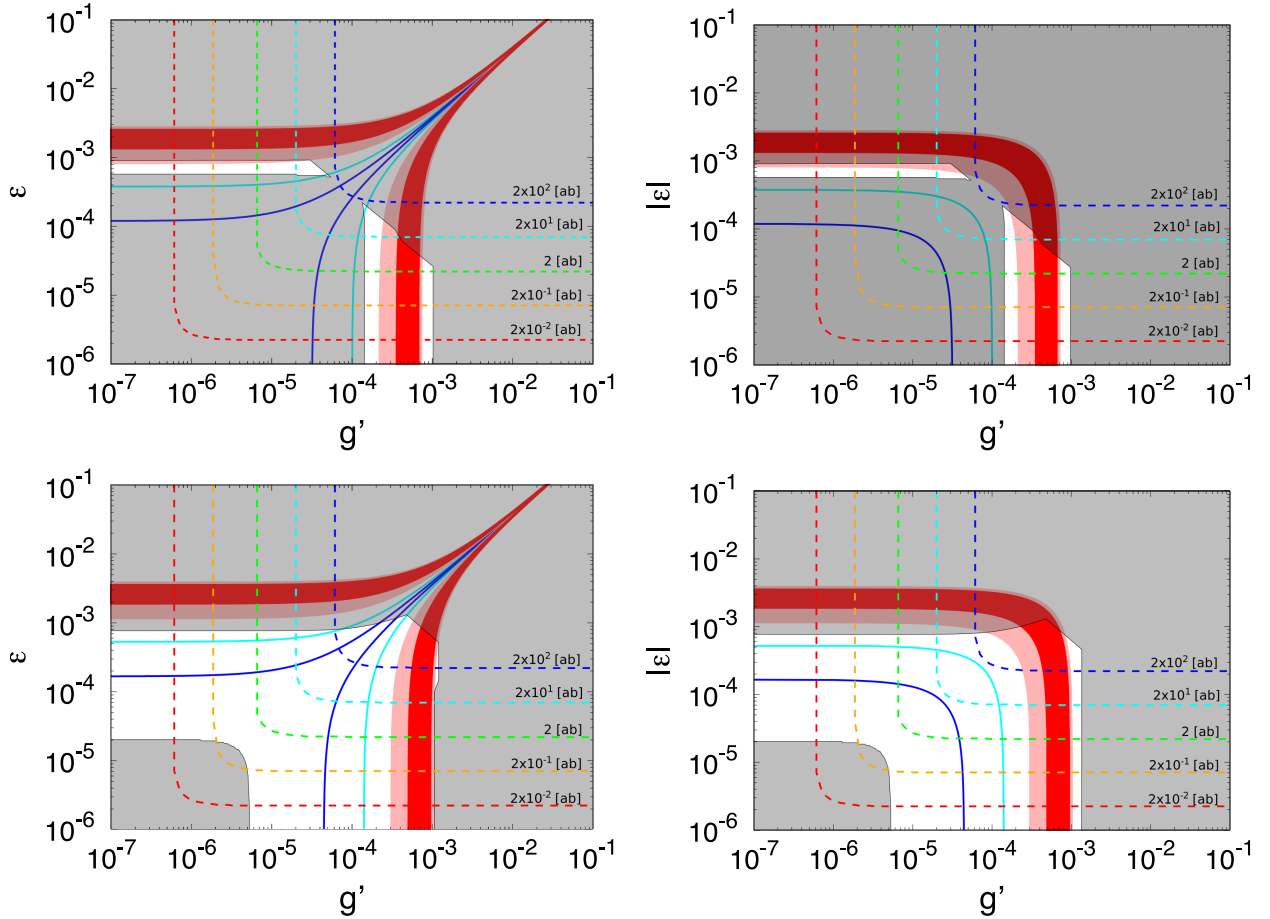


図 5.3: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ の全断面積を等高線的に描いた図。上 2 枚が $\sqrt{s} = 10$ MeV、下 2 枚が $\sqrt{s} = 50$ MeV に固定した場合に対応している。さらに、左側 2 枚が $\epsilon > 0$ 、右側 2 枚が $\epsilon < 0$ に対応している。それぞれ破線の側に書かれている数値が $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ の断面積 (ab) を記述している。また、赤とピンクの領域がミュオン粒子の異常磁気能率をそれぞれ $\pm 2\sigma$ と $\pm 3\sigma$ で説明する領域を意味する。さらに、シアンと青の実線はそれぞれ $\Delta a_\mu = 10^{-10}$ と 10^{-11} の場合のミュオン粒子の異常磁気能率を説明するパラメーターセットを意味する。

Belle-II 実験での最終的なルミノシティである 50 ab^{-1} を想定すると、図 5.2 の最後から 2 番目のビンではそれぞれ青色・緑色・オレンジ色のパラメーターセットを採用すると $1500 \cdot 15 \cdot 1.4$ のイベントが予想される。一方、このビンでは標準模型の背景事象は 1 イベントに満たない。従って原理的には、本模型のような Z' 粒子のは $\epsilon = 6 \times 10^{-6}$ 以上あれば $E_\gamma \gtrsim 6.8$ GeV 以上の単光子を見ることで兆候を捉えることができることがわかる。

5.2 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{missing}$ 過程の全断面積

ここからは、Belle-II 実験において直接どれだけ今考えている過程が起こるのかの議論を進める。図 5.3 と 5.4 が $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ の全断面積を等高線的に描いた図である。これまで議論してきたような $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + Z'$ の散乱断面積に Z' 粒子の $\nu + \bar{\nu}$ への崩壊分岐比を式 (3.35) から

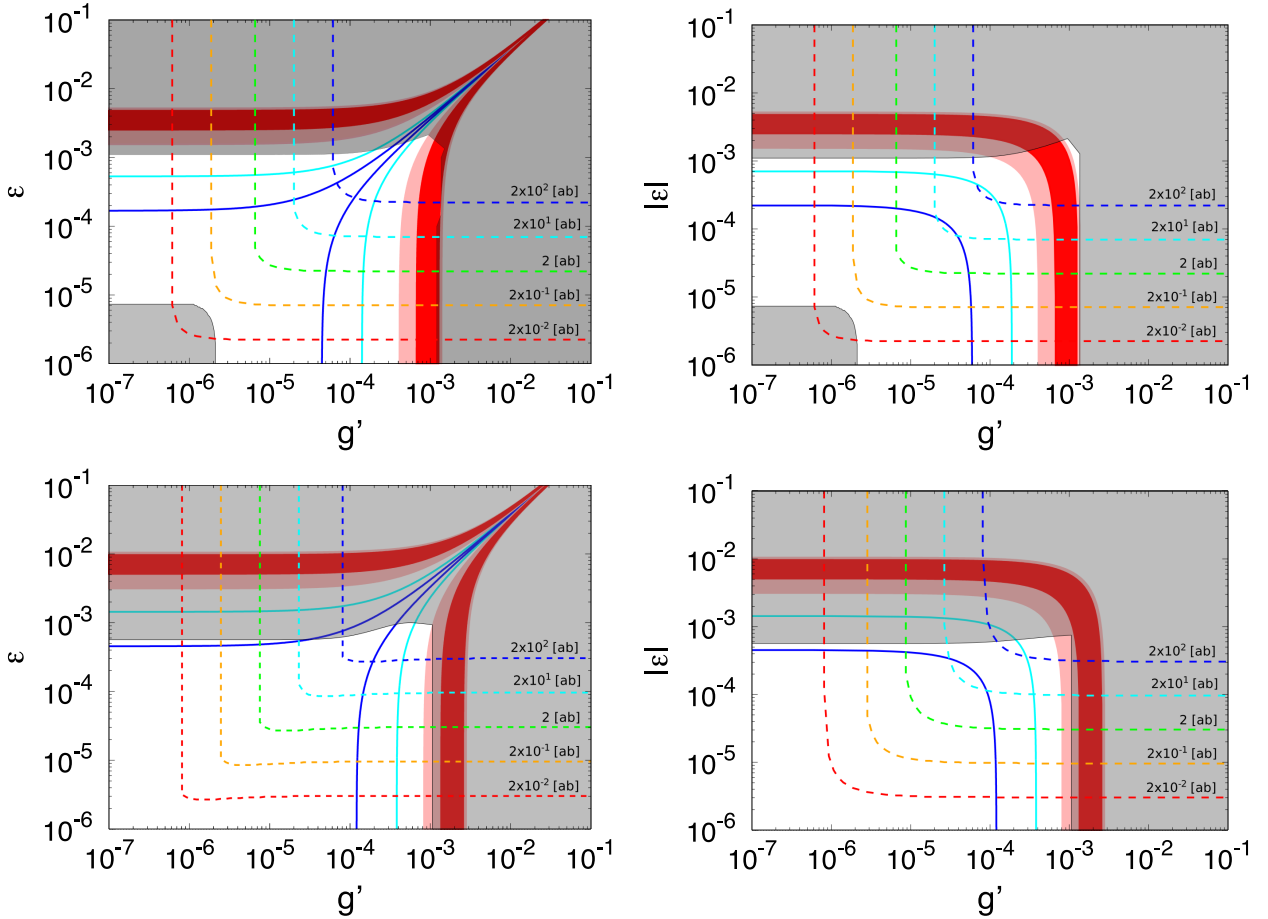


図 5.4: 図 5.3 と同様のセットアップの図である。異なる点は、 $M_{Z'} = 100$ MeV が上側の 2 枚に対応し、 $M_{Z'} = 300$ MeV が下側 2 枚に対応している。

求めて図 4.8 と 4.9 に描かれたパラメーターセットと同様にプロットしている。第 4 章で議論し、図 4.8 と 4.9 で示した過去の実験によって排除されている領域を灰色で描いている。図 4.8 と 4.9 同様、ミュー粒子の異常磁気能率の測定値と予言値の差異を $\pm 2\sigma$ と $\pm 3\sigma$ で説明する領域をそれぞれ赤とピンクで描いた。さらに、シアンと青の実線はそれぞれ $\Delta a_\mu = 10^{-10}$ と 10^{-11} の場合のミュー粒子の異常磁気能率を説明するパラメーターセットを意味する。これは、今計画されている実験 [18, 19] の不確定性がより良く改善されかつ、もし今後理論的な発展が同じように進んだとした時、ミュー粒子の異常磁気能率への寄与はより小さいことが要求され、その状況を仮定した場合の値である。それぞれ破線の側に書かれている数値が $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ の断面積 (ab) を記述している。破線は各図に計 5 本あり 200 ab から 0.02 ab の等高線として描かれている。ルミノシティを 50 ab^{-1} と仮定すると期待されるイベント数は 10^4 から 1 イベントに相当する。

図 5.3 と 5.4 で示した全断面積の値 (破線) の等高線の振る舞いは、以下のように理解できる。本過程における Z' 粒子の生成断面積は、運動項混合パラメーター ϵ の二次に比例する。一方、 Z' 粒子が荷電粒子に崩壊せず missing (ニュートリノ対) に崩壊する崩壊分岐比は $g'^2 / (g'^2 + \epsilon^2 + \dots)$ に比例するはずである。従って、 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + Z'$; $Z' \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ の全断面積は $\epsilon^2 g'^2 / (g'^2 + \epsilon^2 + \dots)$

に比例するはずである。もし、 ϵ が g' に比べ十分小さい時、全断面積は g' に独立な値になる。反対に、 ϵ が g' に比べ十分大きい場合には、全断面積は ϵ に独立な値になるはずである。

ここで、特徴的な事象について言及する。等しい全断面積 (図 5.3 と 5.4 内の同一の等高線上と同義) を与える異なるパラメーターセット同士で、図 5.2 のような光子のエネルギー E_γ に対する微分断面積の形は等しくなるということである。もし、 ϵ が大きく Z' 粒子の生成微分断面積のヒストグラムが高く出たとしても、 $Z' \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ の崩壊分岐比が非常に抑えられているため下がってしまう⁴。つまり、図 5.2 のような微分断面積のヒストグラムの形は Z' 粒子の生成断面積によって決まる一方、missing に抜けることまで考慮したヒストグラムの形は、 Z' 粒子がニュートリノ対に崩壊する崩壊分岐比との積によって全断面積が決まるため、このような特徴的な事象が起こる。

さらに、図 5.3 と 5.4 において $Z' \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ の崩壊分岐比が 100 % の領域で全断面積 0.2 ab の等高線 (図 5.3 と 5.4 内の横軸に平行なオレンジ色破線に対応) は、図 5.2 のオレンジのヒストグラム ($\epsilon = 6.0 \times 10^{-6}$) にだいたい対応している。上記で述べたように、同一の全断面積の等高線上では微分断面積は同一の形状になるため、図 5.3 と 5.4 内のオレンジ色の破線上では微分断面積が全て図 5.2 のオレンジのヒストグラムの形状になる。また、図 5.2 からオレンジ色のヒストグラムより微分断面積の値が下がってしまうと標準模型の背景事象に埋もれて見えなくなってしまう。

これらの事柄をまとめると、終状態の光子のエネルギー E_γ に対する微分断面積の、特に $E_\gamma \gtrsim 6.8$ GeV のビンを見ることで標準模型由来の背景事象と本模型由来のプロセスとを区別できる。一方、具体的に $g' \gtrsim 2 \times 10^{-6}$ かつ $\epsilon \gtrsim 7 \times 10^{-6}$ の領域 (図 5.2 のオレンジのヒストグラムを上回るパラメーターセット) でないと標準模型由来の背景事象を上回ることができない。言い換えれば、 $g' \gtrsim 2 \times 10^{-6}$ かつ $\epsilon \gtrsim 7 \times 10^{-6}$ の領域は原理的に Belle-II 実験で標準模型の背景事象を上回るので探ることができると考えている。さらに、将来的な見積もりとして $\Delta a_\mu = 10^{-10}$ や 10^{-11} になったとしても探る領域があることがわかる。従って、現在のミュー粒子の異常磁気能率の値でなく、さらに小さな値になったとしても Belle-II 実験は探ることができ、意味のある探索だと考えている。

最後に、本過程での探索では $e^+ + e^- \rightarrow N\gamma$ (N は任意の整数) 過程が深刻な背景事象になりうることに言及しておく。例えば、終状態が 2γ である場合には重心系で必ず互いに逆方向へ飛ぶ光子となるため、原理的に捕まえた光子の逆方向を見れば光子が存在するはずである。しかし、加速器が非対称でかつ検出器の角度も等方的でないため一つの光子を検出できない事象が生じてしまう。このような偶発的に任意の個数の光子を検出できなかった場合、 3γ や 4γ の終状態でも単光子の誤った事象として検出してしまうことが考えられる。さらに、終状態 2γ , 3γ , 4γ はラフに見積もったところそれぞれ 10^9 , 10^8 , 10^6 ab もの反応率を持っていることがわかっている。従って単光子での探索では、さらなる背景事象を排除するの議論が必要であると考えている。

⁴パラメーターとして $\epsilon \gg g'$ の場合、 Z' 粒子は missing (ニュートリノ対) にならず荷電粒子に崩壊する。ここでこの荷電粒子を検出すれば兆候を取り出せるのではなく、繰り返しになるが、荷電粒子に抜ける過程は標準模型の背景事象が光子を介した電磁相互作用であるので、本模型由来の過程は埋もれてしまう。従って、現実的な探索方法ではないと考えている。

第6章 Neutrino Trident Production

本章では、Neutrino trident production という過程を通して Z' 粒子を検出することを議論する。

Neutrino trident production は図 6.1 のように原子核 (N) にニュートリノ (ν_i) が散乱し、荷電レプトン対 ($l^- + l^+$) を新たに生成する過程のことを指す。本来はフレーバーを問わない過程であり、 $\nu_i + N \rightarrow \nu_i + l^- + l^+ + N$ を指すものの、本論文ではニュートリノ振動実験の前置検出器を想定するため、パイ中間子の崩壊から生成されるミューニュートリノ ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$)¹ を始状態とし、 $L_\mu - L_\tau$ 対称性から終状態をミュー粒子対に固定している。しかしながら、始状態のフレーバーをミューニュートリノ ν_μ に固定したとしても標準模型では様々なフレーバーのパターンが考えられる。

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + \mu^+ + \mu^- + N \quad (W, Z) \quad (6.1a)$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_e + e^+ + \mu^- + N \quad (W) \quad (6.1b)$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + e^+ + e^- + N \quad (W) \quad (6.1c)$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + \tau^+ + \tau^- + N \quad (Z) \quad (6.1d)$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\tau + \tau^+ + \mu^- + N \quad (W) \quad (6.1e)$$

ここで中間粒子としてどの弱ゲージ粒子 (W^\pm, Z) が飛んだ過程なのかを括弧で記した。最近の研究として、これらのフレーバーごとの過程が標準模型でどの程度見積られるかを解析した研究もある [76]。

1958年ファインマンとゲルマンによって $V-A$ 理論 [111] が提案され、この模型では荷電を持ったゲージ粒子が導入されている。この $V-A$ 理論に則り、Neutrino trident production を通してゲージ粒子を検出する試みがなされた [112]。その後、1967年にワインバーグ・サラム模型が提案され [113, 114]、模型に則り 1970~1980年代に $SU(2)_L$ 対称性に伴う弱ゲージ粒子 (W^\pm, Z) を発見するために本過程が盛んに研究されていた [82, 115–120]。当時、弱ゲージ粒子は発見されておらず、数 GeV 程度の質量の可能性も排除されていなかったため、特にこの軽いゲージ粒子を想定した探索として精力的に研究がされていたようである。 $V-A$ 理論とワインバーグ・サラム模型の具体的な違いはラグランジアンを見れば明確にわかる。 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 対称性が $U(1)_{EM}$ 対称性に破れた後のゲージ作用項は、今考えられている標準模型 (ワインバーグ・サラム模型と同義) では、

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_2 \left(W_\mu^+ J_W^{+\mu} + W_\mu^- J_W^{-\mu} + Z_\mu^0 J_Z^\mu \right) + e A_\mu J_{EM}^\mu \quad (6.2)$$

¹擬スカラー粒子である π 中間子はカイラリティ抑制が起こるため、位相積分の大きさから得をする $e^+ + \nu_e$ より $\mu^+ + \nu_\mu$ へ、およそ 10^4 倍崩壊しやすい。

ここで、それぞれカレントに対応する部分は、

$$J_W^{+\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L \quad (6.3a)$$

$$J_W^{-\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L \quad (6.3b)$$

$$J_Z^\mu = \frac{1}{\cos \theta_W} \bar{\psi} \gamma^\mu (T_3 - Q \sin^2 \theta_W) \psi \quad (6.3c)$$

$$J_{EM}^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu Q \psi \quad (6.3d)$$

と記述できる。また、簡単のため議論をレプトンに限り、 ψ は任意のレプトンを指す。さらに、電磁相互作用項を簡単のため以下の議論において省く。低エネルギーにおいては有効的にフェルミ結合定数 G_F を用いて、さらにまとめることができる。

$$\mathcal{L}_{\text{Fermi}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(J_\mu J^{\dagger\mu} + \rho J_\mu^{\text{NC}} J^{\text{NC}\mu} \right) \quad (6.4)$$

ここで荷電カレント J_μ は

$$J_\mu = 2 (\bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L + \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L) \quad (6.5)$$

であり、

$$\begin{aligned} J_\mu J^{\dagger\mu} &= 4 (\bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L) (\bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L) \\ &= 4 (\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) \end{aligned} \quad (6.6)$$

である。ここでフィルツ変換を使った。同様に、中性カレント J_μ^{NC} は

$$\begin{aligned} J_\mu^{\text{NC}} &= 2 \left[\bar{\nu}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \nu_L + \bar{e}_L \gamma_\mu \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) e_L + \bar{e}_R \gamma_\mu \sin^2 \theta_W e_R \right] \\ &= \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L + \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \right) \bar{e} \gamma_\mu e - \left(-\frac{1}{2} \right) \bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e \end{aligned} \quad (6.7)$$

荷電カレントの部分だけ今後の議論のため、ベクトル型のカレントと軸性ベクトル型のカレントに分けた。さらに、

$$J_\mu^{\text{NC}} J^{\text{NC}\mu} = 2 (\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) \left[\left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \right) \bar{e} \gamma^\mu e - \left(-\frac{1}{2} \right) \bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e \right] \quad (6.8)$$

である。ここまでの結果を使ってフェルミ結合定数を使った有効ラグランジアンは、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Fermi}} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} 2 (\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) \left[\left(\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \right) \bar{e} \gamma^\mu e - \frac{1}{2} \bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e \right] \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu] [C_V \bar{e} \gamma^\mu e - C_A \bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e] \end{aligned} \quad (6.9)$$

ここでワインバーグ・サラム模型では

$$C_V \equiv \frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \quad C_A \equiv \frac{1}{2} \quad (6.10)$$

である。一方 [111] の $V - A$ 理論では、電弱対称性の破れが考えられていないためワインバーグ角が導入されていないので

$$C_V \equiv \frac{1}{2}, \quad C_A \equiv \frac{1}{2} \quad (6.11)$$

となる。つまり、 $V - A$ 理論では標準模型の Z 粒子の寄与が考慮されない違いがある。

実験的には、1990 年 CERN において CHARM-II 実験が初めて Neutrino trident production を観測した [78]。CHARM-II 実験ではニュートリノのビームエネルギーを $\langle E_{\nu_\mu} \rangle = 23.8$ GeV、 $\langle E_{\bar{\nu}_\mu} \rangle = 19.3$ GeV、有効質量 547 t のガラス標的 ($\langle Z^2 \rangle = 97.6$) で実験を行なった [121]。その結果、

$$\sigma_{\text{exp}} = [3.0 \pm 0.9(\text{stat.}) \pm 0.5(\text{sys.})] \times 10^{-41} \text{ cm}^2 \text{ per glass nucleus} \quad (6.12)$$

を得た。理論予言値は、

$$\sigma_{\text{SM}} = [1.9 \pm 0.4] \times 10^{-41} \text{ cm}^2 \text{ per glass nucleus} \quad (6.13)$$

であった。さらに、1991 年 FNAL において CCFR 実験が同様の実験を高エネルギーのニュートリノを使って観測する [77]。CCFR 実験では、ニュートリノのビームエネルギーを $\langle E_\nu \rangle = 160$ GeV、有効質量 324 t の鉄標的 ($Z = 26$) で実験を行なった。その結果、 $N_{\text{exp}} = 37.0 \pm 12.4$ 個のイベントを観測し、

$$\sigma_{\text{exp}} = [7.5 \pm 2.6] \times 10^{-40} \text{ cm}^2 \text{ per Fe nucleus} \quad (6.14)$$

を得た。この時点での先行研究 [82, 115–120] からワインバーグ角が導入されない純粋な $V - A$ 理論で計算された Neutrino trident production 過程は、 $N_{V-A} = 78.1 \pm 3.9$ に対してワインバーグ・サラム模型では $N_{\text{WS}} = 45.3 \pm 2.3$ であるため、 $V - A$ 理論は 99 % 以上の信頼度で棄却されかつ、標準模型となるワインバーグ・サラム模型と誤差の範囲内で無矛盾であることが示された。

本模型を考える上で、第 5 章で述べた検出方法は運動項混合パラメーター $\epsilon = 0$ では引き起こされない過程である一方、Neutrino trident production は運動項混合パラメーター ϵ を含まずにも引き起こされる過程であるため、よりパラメーター領域を広く探る可能性がある。

6.1 Neutrino trident production 過程の始状態ニュートリノエネルギー依存性

これまでは歴史的な背景のもと、Neutrino trident production の有用性を述べてきた。ここからは、Neutrino trident production を用いて如何にして Z' 粒子を観測するか考察したことを報告する。図 6.2 はそれぞれ、始状態ニュートリノのエネルギー E_ν に対する Neutrino trident production の散乱断面積 (左図) と標準模型と本論文で考えている模型の比 (右図)

$$R \equiv \frac{\sigma_{\text{SM}+Z'}}{\sigma_{\text{SM}}} \quad (6.15)$$

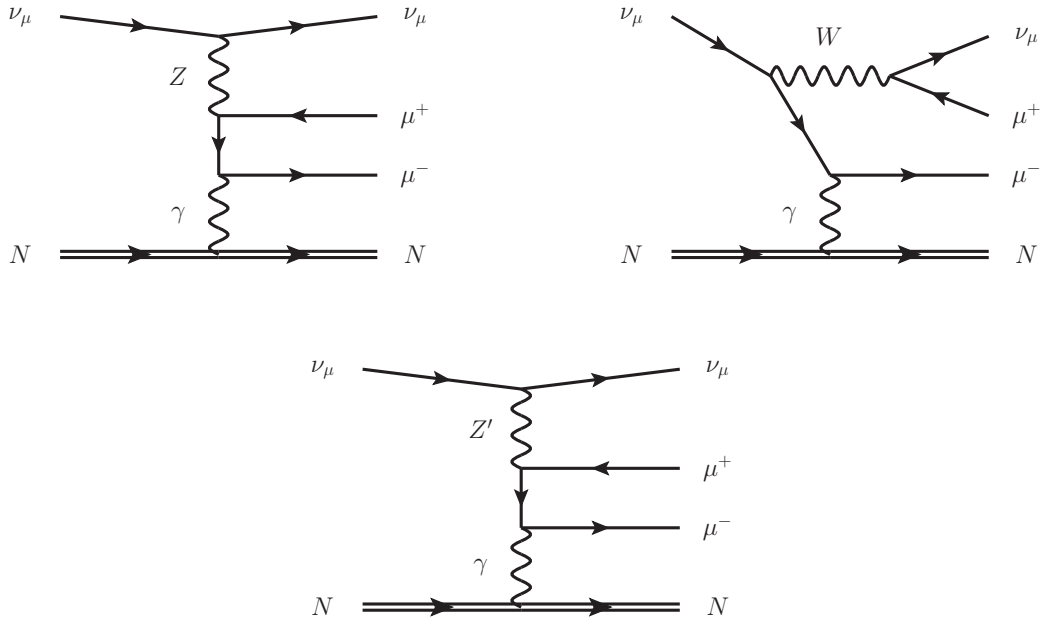


図 6.1: Neutrino trident production 過程の標準模型の優勢な寄与を表すダイアグラム (上側 2 つ)。さらに、 $L_\mu - L_\tau$ 対称模型由来の優勢な寄与を表すダイアグラム (下)

を示した。ここでは、ニュートリノの標的として質量数 55.0 で原子番号 26 の鉄を仮定した。また、運動項混合パラメータを $\epsilon = 10^{-5}$ に固定し、 Z' 粒子の質量を $M_{Z'} = 10$ MeV (赤線) と $M_{Z'} = 100$ MeV (青線) としている。さらに、新しい結合定数 g' を $g' = 5.8 \times 10^{-4}$ (赤色の実線)、 3.4×10^{-4} (赤色の破線)、 $g' = 9.5 \times 10^{-4}$ (青色の実線)、 5.8×10^{-4} (青色の破線) で表し、灰色の実線で標準模型のみの場合を表した。左の図から、始状態のニュートリノエネルギー E_ν が大きければ Neutrino trident production の断面積も大きくなることがわかる。 $E_\nu = 1$ GeV の場合、断面積として $(0.12 - 1.0) \times 10^{-43}$ cm^2 程度であるのに対し、 $E_\nu = 100$ GeV の場合、断面積として $(3.7 - 4.9) \times 10^{-40}$ cm^2 まで到達する。一方、右の図から E_ν が低いほど標準模型と本模型の比 R は大きくなることがわかる。言い換えれば、 E_ν が低いほど軽い Z' 粒子探索に感度が良い。もし、図 6.2 で取ったようなパラメータセットの場合で、せいぜい R が 2 を越えることを要求すると、だいたい $E_\nu \lesssim 1.5$ GeV あれば良いと考えている。しかし、 E_ν が低ければ本過程の反応率が下がってしまうので、それを補うほどのニュートリノの流入量によって反応数を増やし、 R が大きくなる領域を探れ、この問題を回避できるだろうと考えている。このニュートリノエネルギー ($E_\nu = 1.5$ GeV) より大きなエネルギーで実験が計画されている DUNE 実験や SHiP 実験での Neutrino trident production は [76] で詳細が調べられている。

6.2 Neutrino trident production 過程で探索可能なパラメータ領域

図 6.3 と 6.4 は、これまで議論してきた式 (6.15) の比 R を図 4.8 と 4.9 のパラメータセットで等高線的にプロットした図である。それぞれ破線が R を 1.1 (赤破線)、1.5 (オレンジ破線)、2.0 (緑破線)、4.0 (シアン破線)、6.0 (青破線) に取ったものに対応している。また、第 6.1 節で議論し

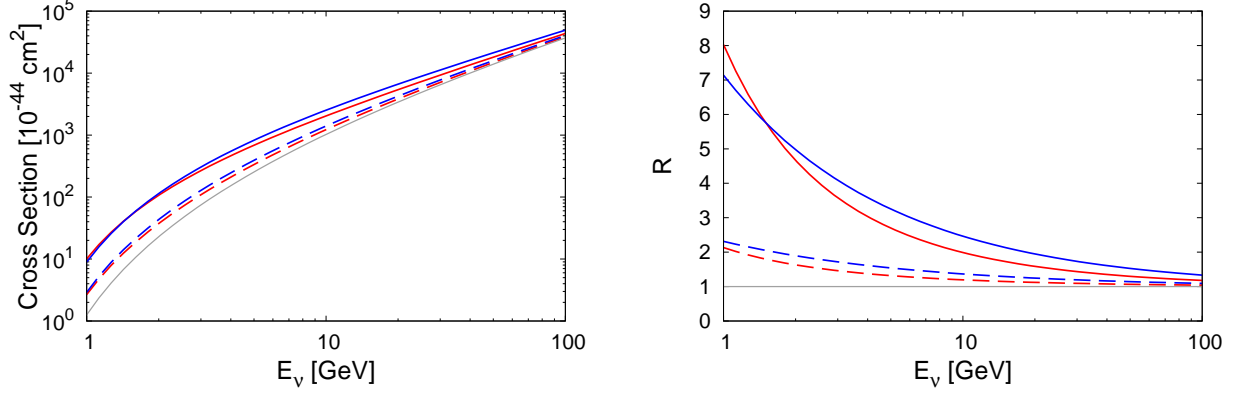


図 6.2: 始状態のニュートリノエネルギー E_ν に対する Neutrino trident production の散乱断面積のプロット (左) と標準模型と本模型の比 R のプロット (右)。ニュートリノの標的として鉄 ($^{55}_{26}\text{Fe}$) を仮定している。本解析では、運動項混合パラメーターを $\epsilon = 10^{-5}$ に固定し、 Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ を 10 MeV (赤線) と 100 MeV (青線) である。さらに、新しい結合定数 g' を $g' = 5.8 \times 10^{-4}$ (赤色の実線)、 3.4×10^{-4} (赤色の破線)、 $g' = 9.5 \times 10^{-4}$ (青色の実線)、 5.8×10^{-4} (青色の破線) で表し、灰色の実線で標準模型のみの場合を表した。

た始状態ニュートリノエネルギーは $E_\nu = 1.5$ GeV に固定してシミュレーションしている。この $E_\nu = 1.5$ GeV というのは T2K 実験における INGRID 検出器でのニュートリノエネルギーに対応している [122]。T2K 実験では東海村と神岡町にある KAMIOKANDE 間を飛ぶニュートリノ振動実験であり、東海村の J-PARC にはニュートリノを検出する前置検出器が置いてある。T2K 実験では、off-axis 実験という特徴的な実験方法を採用している。ニュートリノのエネルギーをニュートリノ振動が起きやすいニュートリノエネルギーにし、そのエネルギーのばらつき具合を抑えるために、ニュートリノビーム軸から 2.5° ずらしニュートリノ振動を観測している。そのビーム軸からずれた ND280 検出器と KAMIOKANDE 検出器間のニュートリノフレーバーの差異を観測している。一方、ビーム軸中心にも主にニュートリノ流入量をモニターする前置検出器として INGRID 検出器がある。ND280 検出器でのニュートリノエネルギーが 0.6 GeV であるのに対し、INGRID 検出器では平均して 1.5 GeV あり、かつニュートリノの流入量 ND280 検出器に対して多い。図 6.3 と 6.4 の結果は、第 4.1 節で説明した制限とはニュートリノエネルギーが大きく異なるために、異なる振る舞いをする。例えば、 $M_{Z'} = 300$ MeV の図を除いて第 4.7 節でつけた現在の制限より小さい g' の領域で $R \lesssim 6$ で探ることができることがわかる。これは、CCFR 実験がつけた $R \lesssim 1.1$ と同等の値まで INGRID 検出器で実現することができれば、ミュー粒子の異常磁気能率を 3σ で説明する領域や $\Delta a_\mu = 10^{-10}$ の際に説明する領域までも明らかにすることができる。

また、 ϵ の取り方によって、標準模型での Neutrino trident production の散乱振幅を Z' 粒子の寄与が壊すような寄与を及ぼすことに言及する。 $\epsilon > g' > 0$ の状況では、標準模型の散乱振幅と Z' 粒子由来の寄与の散乱振幅の干渉項の相対符号が負になるため、 Z' 粒子の寄与を含めた場合の散乱断面積が標準模型のみの場合の散乱断面積を下回る。この現象は、運動項混合を手で落とす

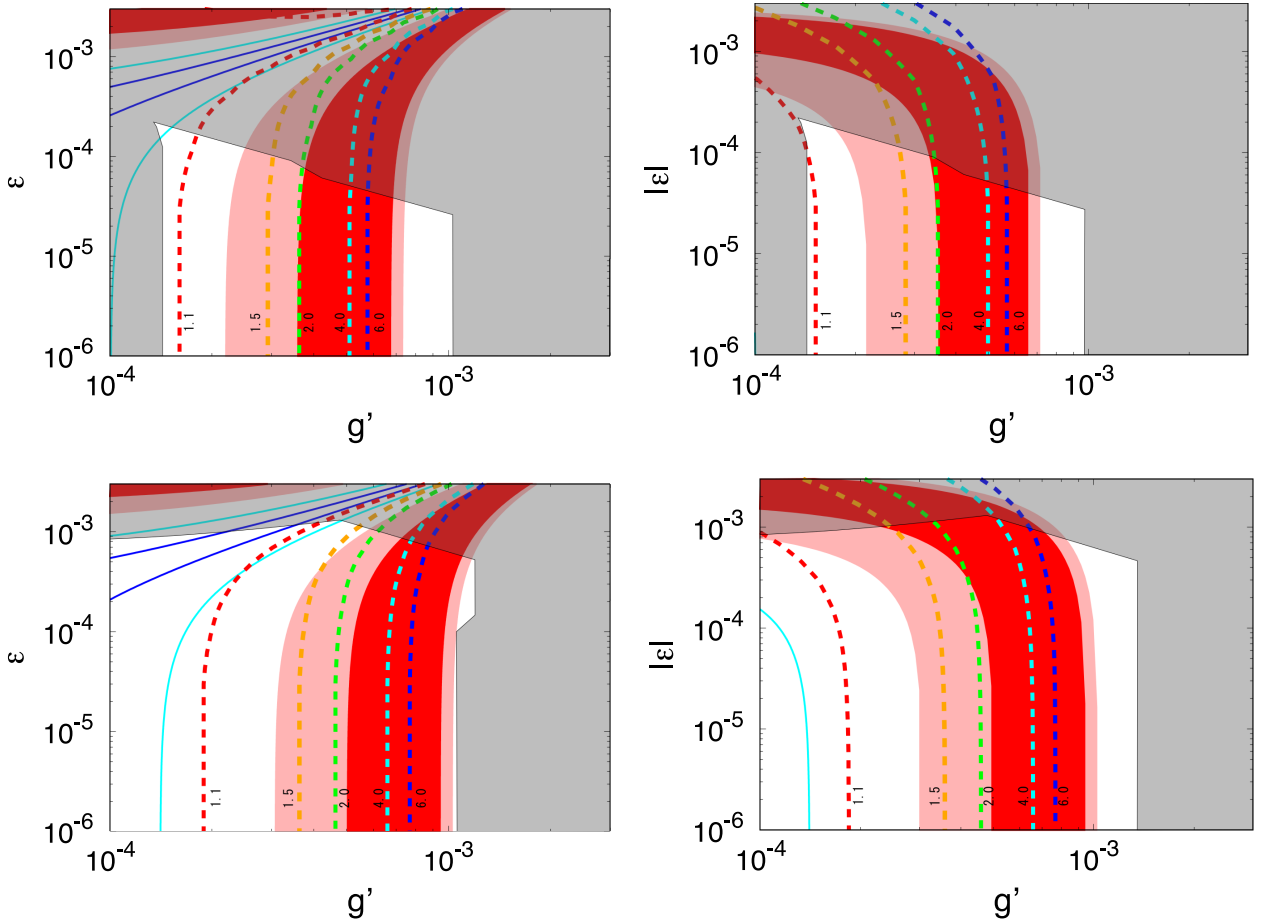


図 6.3: 標準模型と本模型の比 R を等高線的に g' - ϵ にプロットした図。上側の 2 枚が Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ を 10 MeV に、下側の 2 枚が 50 MeV に取った図。それぞれの破線が R を 1.1 (赤破線)、1.5 (オレンジ破線)、2.0 (緑破線)、4.0 (シアン破線)、6.0 (青破線) に取ったものに対応している。灰色の領域や赤、ピンク、青、シアンの実線などは図 5.3 と 5.4 と同じ対応関係である。

$L_\mu - L_\tau$ 対称模型では現れず、本模型で扱っている模型のように tree レベルで運動項混合を入れないと現れない現象である²。

図 6.5 では、標準模型と本模型の比 R の運動項混合パラメーター ϵ 依存性を描いた。 Z' 粒子の質量を $M_{Z'} = 50$ と 100, 300 MeV に固定した線はそれぞれ点線と破線と実線に対応させた。また、結合定数 $g' = 10^{-4}$ と 5×10^{-4} に固定した線をそれぞれ赤色と青色で対応させた。始状態のニュートリノエネルギーは 1.5 GeV に固定した。図 6.5 から、 ϵ が増えるごとに徐々に R が減少し、最低値に達した後に急激に R が上昇することが見て取れる。この振る舞いは以下のように理解できる。標準模型の散乱振幅と Z' 粒子由来の散乱振幅の干渉項は $(g' - \epsilon e \cos \theta_W)$ に比例し、 Z' 粒子由来の散乱振幅の二乗項は $(g' - \epsilon e \cos \theta_W)^2$ に比例するはずである。従って、散乱断面積は ϵ で減少し、 R の最小値に達した後は ϵ^2 の効果が干渉項を上回り急激に R が上昇する。

²運動項混合を手で落とす $L_\mu - L_\tau$ 対称模型でも、ミュー粒子とタウ粒子のループ起源で有効的に運動項混合パラメーター ϵ_{loop} を導入することができる [123]。一方、ループ起源で現れる運動項パラメーターは $g' < \epsilon_{\text{loop}}$ の不等号を満たせないため、この現象は本論文で扱う特有の現象であると言える。

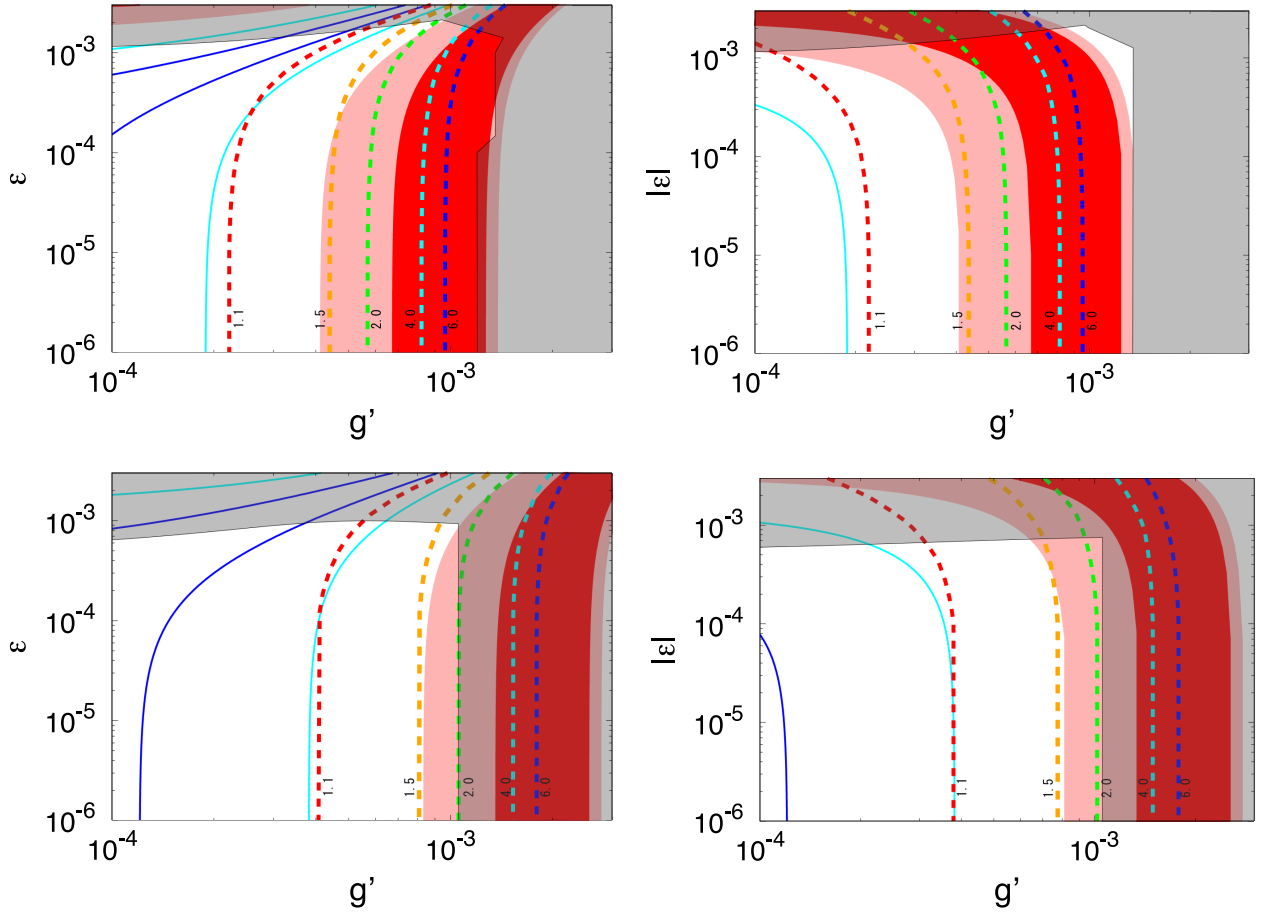


図 6.4: 図 6.3 と同様な図で Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ を上側の 2 枚が 100 MeV、下側の 2 枚が 300 MeV に取った場合の図である。

これまでに見たように、Neutrino trident production は $|\epsilon| \gg g'$ の場合、 ϵ の符号に感度が良い。一方、第 5 章で見たような単光子を捕まえる探査方法では感度が悪いので、本章で扱った Neutrino trident production 過程での探査は Belle-II 実験での探査とは異なる情報を提供することができる。さらに、Neutrino trident production 過程での探査では $|\epsilon| \gg g'$ の場合 ϵ に独立な探索が可能となる。しかし、 $e^+ + e^-$ 衝突では Z' 粒子の生成断面積にどうしても ϵ^2 に比例してしまうために、小さな運動項混合パラメータ領域を探ることができない。つまり、Neutrino trident production 過程での探査方法は $e^+ + e^-$ 衝突での探査に対して相補的な関係にあり、軽く弱い相互作用をするゲージ粒子 Z' の探査として重要である。

最後に、本過程での探索では単パイ中間子生成過程が深刻な背景事象になりうることに言及しておく。INGRID 検出器の場合、荷電粒子の軌跡を見ることができ一方、ミュオン粒子とパイ中間子は質量も近く区別が付きにくい。単パイ中間子生成過程と弱相互作用で生じるミュオン粒子が偶発的に同一点から軌跡を描いてしまうと、Neutrino trident production 過程と区別ができない。過去の CCFR 実験などでは巨大な標的も兼ねた検出器を作り、磁場をかけることで粒子判別能力をあげていた。そのためにも、Neutrino trident production 過程で検出するミュオン粒子対の運動量分布や角度分布の情報を提供して背景事象と区別する工夫が必要と考えている。

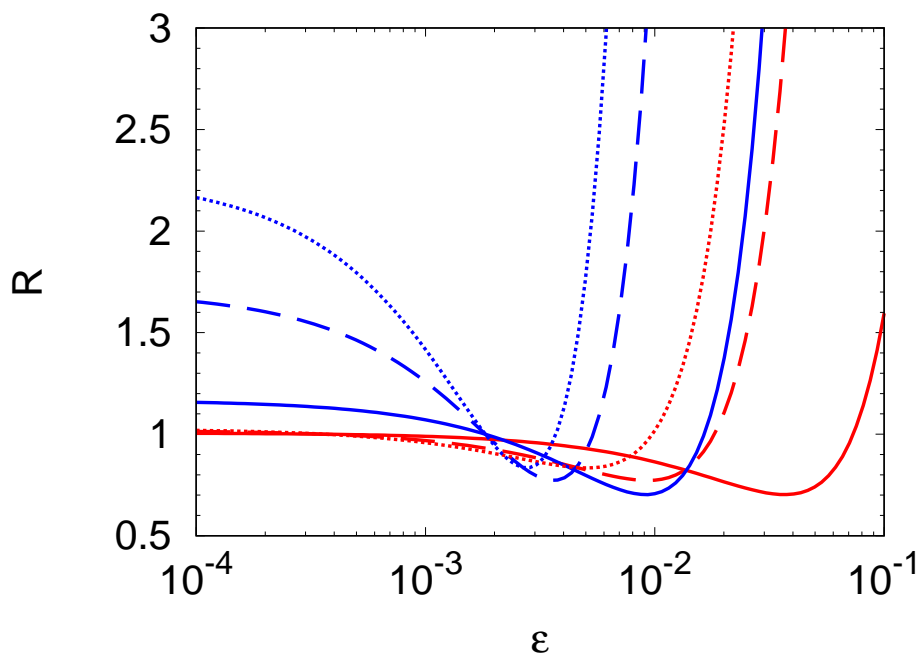


図 6.5: 標準模型と本模型の比 R の g' と ϵ 依存性の図。実線、破線と点線がそれぞれ Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ を 300 MeV、100 MeV、50 MeV に固定した線。また、赤色と青色が g' を 10^{-4} と 5×10^{-4} に固定した線である。さらに、ニュートリノエネルギーを $E_\nu = 1.5$ GeV に固定して全て解析を行なった。

第7章 結論

現在の素粒子物理学において、ミュー粒子の異常磁気能率という問題が存在する。この異常磁気能率の理論と実験の差異を説明する方策として、軽いゲージ粒子の導入を考えた。軽いゲージ粒子の導入は模型全体が人類到達なエネルギースケールに収まっていることがあり、現象論として魅力がある理論的枠組みであることを示した。

本論文では、ミュー粒子の異常磁気能率を説明する標準模型の拡張として、 $U(1)$ 対称性を新たに導入する可能性を検討した。模型への要請として、“対称性に対する量子異常がない”ことと“ミュー粒子と相互作用する”こと“電子と強く相互作用しない”ことを課した。そこで、現象論としての立場からミュータイプのレプトンとタウタイプのレプトンに荷電を課す $L_\mu - L_\tau$ 対称模型を扱った。特に、ゲージ対称性から一般的に禁止することができない運動項混合を含め $L_\mu - L_\tau$ 対象模型について議論を進めた。本論文で扱った模型では、具体的に新しい結合定数 g' と運動項混合パラメーター ϵ 、対称性の拡張に伴い導入された新しいゲージ粒子の質量 $M_{Z'}$ の3つが自由なパラメーターとなっている。第4章で述べたように、本模型において、ミュー粒子の異常磁気能率を説明し、これまでの実験によって排除されていないパラメーター領域が残されていることを示した。

ここまでの結果を踏まえて、具体的に軽い Z' 粒子の探索の方法として2つの過程を見ることが重要であることを提案した。最初の過程は、第5章で議論した、 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{missing}$ 過程を Belle-II 実験で測定することである。本論文で議論している模型では、 Z' 粒子と標準模型の粒子との結合定数、そして、その Z' 粒子の質量は非常に小さい。さらに、SuperKEKB 実験ではエネルギー的に Z' 粒子を実粒子として扱えるため、本模型由来の過程では Z' 粒子を on-shell 状態として扱うことができる。つまり、図 5.1 の下の過程のみを Z' 粒子の生成過程と崩壊過程に分けて計算上扱うことができる。 Z' 粒子を on-shell 状態として扱うことに2つメリットがある。1つ目に、標準模型の背景事象が終状態3体であるのに対し本模型由来の過程では、実質2体の位相積分をすることに対応し散乱断面積を大きくすることができる。2つ目に、実質終状態が2体になるので検出する光子のエネルギー E_γ 分布を見ることで Z' 粒子の質量 $M_{Z'}$ に依存した特徴的な形状が現れるはずである。本論文では、Belle-II 検出器のカットを採用し光子のエネルギー E_γ に対する微分断面積のシミュレーションを行なった。結果、 $E_\gamma \gtrsim 6.8$ GeV の単光子を見ることで標準模型由来の背景事象と区別することができることを示した。最後に、Belle-II 実験で測定する全ルミノシティ 50 ab^{-1} を想定して、対象としている過程がどの程度引き起こされるのか見積もった。光子のエネルギーに対する微分断面積を見ることで、背景事象と区別することができるパラメーター領域でもミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域が十分存在することがわかった。従って、

Belle-II 実験で本過程を探ることは極めて重要である。

次に、他の探索過程として Neutrino trident production 過程をニュートリノ振動実験の前置検出器で観測することを提案した。第 6 章で議論した通り、Neutrino trident production 過程は原子核にニュートリノが散乱し、荷電レプトン対を新たに生成する過程のことを指す。過去に、弱ゲージ粒子の探索として盛んに研究がされた過程であり、CHARM-II 実験と CCFR 実験において観測されている。本論文では、Neutrino trident production 過程の始状態のニュートリノエネルギー E_ν 依存性を示した。その結果、 E_ν が小さいほど散乱断面積が小さくなってしまふものの、軽い Z' 粒子探索に感度が良いことがわかった。その結果を踏まえ、ニュートリノエネルギーは小さいもののニュートリノ流入量が非常に大きいニュートリノ振動実験の前置検出器に着目した。特に、T2K 実験の on-axis にある INGRID 検出器に基づき本模型の探索可能性を議論した。もし、過去の CCFR 実験がつけた標準模型と本模型の比 $R \lesssim 1.1$ と同等の値まで INGRID 検出器で実現することができれば、ミュー粒子の異常磁気能率を 3σ で説明する領域や、 $\Delta a_\mu = 10^{-10}$ の際に異常磁気能率を説明する領域までも明らかにすることができることを示した。さらに、tree レベルで運動項混合を導入している本模型では、 R が 1 を下回る本模型特有のパラメーター領域が存在することも示した。

単光子を捕らえる Belle-II 実験での探査では必ず運動項混合を介して議論した過程が引き起こされる。そのため、小さい運動項混合パラメーターの領域 $|\epsilon| \ll 1$ では原理的に Belle-II 実験では探ることはできない。一方、Neutrino trident production 過程は運動項混合パラメーターを含まずとも引き起こされる過程であるため、運動項混合パラメーターが小さい場合でも探ることができる。言い換えれば、Belle-II 実験での探査に対して Neutrino trident production 過程を通した探査は相補的な関係にあり、軽く弱い相互作用をするゲージ粒子 Z' の探査として重要であると言える。

最後に、Belle-II 実験での探査または Neutrino trident production 過程を通した探査によって Z' 粒子が発見された場合について議論する。考えられる可能性は以下の 3 つである。

1. Belle-II 実験での探査で Z' 粒子の兆候が現れ、Neutrino trident production 過程を通した探査でも兆候を捕らえた
2. Belle-II 実験での探査で Z' 粒子の兆候が現れたものの、Neutrino trident production 過程を通した探査では兆候を捕らえられなかった
3. Neutrino trident production 過程を通した探査で Z' 粒子の兆候が現れたものの、Belle-II 実験での探査では兆候を捕らえられなかった

第 5 章で述べたように、Belle-II 実験での探査でかつ、もし光子のエネルギー分解能が改善され Z' 粒子の質量を特定できたとしても、結合定数 (g' , ϵ) まで特定することは難しい。さらに、イベントが生じた場合でもミュー粒子の異常磁気能率を説明するパラメーター領域に模型が位置しているとは限らない。一方、第 6 章で議論した Neutrino trident production 過程を通した探査では、運動項混合パラメーター ϵ を介さず結合定数 g' のみでミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域

に沿って探索が可能である。(1)の可能性では、このような結合定数 g' のみでミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域にパラメーターが位置している可能性が高いと考えられる。(2)の可能性では、このような結合定数 g' のみでミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域にパラメーターが位置している可能性は低い。本模型がミュー粒子の異常磁気能率を説明する模型である可能性も定かではない。それを特定するためには、第4章で議論した他の実験によつての Z' 粒子探索が重要になる。特に、運動項混合パラメーター ϵ のみでミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域に迫る「ビームダンプ実験(第4.3節)」、「メソン崩壊での実験(第4.4節)」、「電子陽電子散乱による実験(第4.5節)」が重要と考えられる。(3)の可能性では、結合定数 g' のみでミュー粒子の異常磁気能率を説明する領域にパラメーターが位置しているものの、Belle-II 実験では検出することができないほど運動項混合パラメーター ϵ は非常に小さい ($\epsilon \lesssim 7 \times 10^{-6}$) ことが予想される。

本研究では、ミュー粒子の異常磁気能率を説明する MeV スケールの新物理探索方法の一つを提示した。また、上記のように複数の実験を相補的に捉え、ミュー粒子の異常磁気能率を説明する新物理の寄与を探る必要があると結論付ける。

付録 A 位相積分

散乱断面積 (σ) や崩壊幅 (Γ) は場の理論によって以下のように計算される。

$$d\sigma = \frac{1}{4|\mathbf{p}_1|_{\text{CM}}\sqrt{s}} |\mathcal{M}|^2 d\text{LIPS}_n(p_1 + p_2) \quad (\text{A.1})$$

$$d\Gamma_n = \frac{1}{2E_1} |\mathcal{M}|^2 d\text{LIPS}_n(p_1) \quad (\text{A.2})$$

ここで、プライムなしの変数 p_i は始状態のエネルギー-運動量を指し、プライム付きの変数 p'_i は終状態のエネルギー-運動量、重心エネルギー s 、行列要素 \mathcal{M} 、終状態の粒子の個数 n である。また崩壊過程の場合、ローレンツ変換によってどの系にいたとしても親粒子の静止系に移動することが可能であり、常に E_1 は親粒子の質量 M に変換することができる ($E_1 = M$)。さらに、 $|\mathbf{p}_1|_{\text{CM}}$ は衝突重心系での運動量を指し、ローレンツ不変な位相積分を $d\text{LIPS}_n$ で表し

$$\begin{aligned} d\text{LIPS}_n(p) &\equiv \frac{(2\pi)^4}{[(2\pi)^3]^n} d\Phi_n(1, 2, \dots, n) \\ &= (2\pi)^4 \delta^4(p - \sum_{i=1}^n p'_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3 2E'_i} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

である。行列要素 \mathcal{M} は対象とする過程によってその都度計算することになるが、位相積分に関して終状態が質量を持っていたとしても一般的な考察が可能である。本研究で扱った一般的な位相積分について崩壊過程に限りまとめる。

A.1 2体崩壊

2体崩壊は π^\pm 粒子の崩壊など基本的な素粒子の反応に多く現れる。本論文でも、 Z' 粒子の崩壊や、散乱断面積として Z' 粒子の生成散乱断面積に以下の議論が使われている。

$$\begin{aligned} d\Gamma_2 &= \frac{1}{2M} |\mathcal{M}|^2 d\text{LIPS}_2(p) \\ &= \frac{1}{2M} |\mathcal{M}|^2 \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^6} d\Phi_2(1, 2) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

ここから、 $d\Phi_2(1, 2)$ だけを考える。

$$d\Phi_2(1, 2) = \delta^4(p - p'_1 - p'_2) \frac{d^3 p'_1}{2E'_1} \frac{d^3 p'_2}{2E'_2} \quad (\text{A.5})$$

デルタ関数はエネルギー-運動量保存則を指しており、先に $\int d^3 p'_2$ を実行してしまう。つまり、 $\mathbf{p}'_2 = -\mathbf{p}'_1$ に対応する。残されたエネルギー-保存則を考える。

$$\begin{aligned} M &= E'_1 + E'_2 \\ &= (|\mathbf{p}'_1|^2 + m_1'^2)^{1/2} + (|\mathbf{p}'_2|^2 + m_2'^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

となる。ここで終状態が2体のため $\mathbf{p}'_2 = -\mathbf{p}'_1$ が成り立つため、

$$M = (|\mathbf{p}'_1|^2 + m_1'^2)^{1/2} + (|\mathbf{p}'_1|^2 + m_2'^2)^{1/2} \quad (\text{A.7})$$

である。両辺を四乗することで

$$(M^2 + m_1'^2 + m_2'^2)^2 = 4M^2 (|\mathbf{p}'_1|^2 + m_1'^2) \quad (\text{A.8})$$

を得る。 $|\mathbf{p}'_1|$ について解いたものを $|\tilde{\mathbf{p}}'_1|$ と定義すると、

$$|\tilde{\mathbf{p}}'_1| = \frac{1}{2M} [(M^2 + m_1'^2 - m_2'^2 + 2Mm_1') (M^2 + m_1'^2 - m_2'^2 - 2Mm_1')]^{1/2} \quad (\text{A.9})$$

ここで、 $\mathbf{p}'_2 = -\mathbf{p}'_1$ を課した E_2 を \tilde{E}_2 と再定義する。デルタ関数の引数 $(p - p'_1 - p'_2 = M - E'_1 - \tilde{E}_2 \equiv f(|\mathbf{p}'_1|))$ を $|\mathbf{p}'_1|$ で偏微分すると

$$f'(|\mathbf{p}'_1|) = - \left(\frac{E'_1 + \tilde{E}_2}{E'_1 \tilde{E}_2} \right) |\mathbf{p}'_1| \quad (\text{A.10})$$

であるので、ここまですをまとめると、

$$\begin{aligned} \int d\Phi_2(1,2) &= \int \frac{d|\mathbf{p}'_1| d\Omega}{4E'_1 \tilde{E}_2} |\mathbf{p}'_1|^2 \frac{E'_1 \tilde{E}_2}{E'_1 + \tilde{E}_2} \frac{1}{|\tilde{\mathbf{p}}'_1|} \delta(|\mathbf{p}'_1| - |\tilde{\mathbf{p}}'_1|) \\ &= \pi |\tilde{\mathbf{p}}'_1| \frac{1}{E'_1 + \tilde{E}_2} \\ &= \pi |\tilde{\mathbf{p}}'_1| \frac{1}{M} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

となる。ここで $d\Omega$ は \mathbf{p}'_2 に対する \mathbf{p}'_1 の立体角 (4π) を指す。従って、2体の崩壊幅 Γ_2 は

$$\Gamma_2 = \frac{\pi |\tilde{\mathbf{p}}'_1|}{2M^2} |\mathcal{M}|^2_{|\mathbf{p}'_2|=|\mathbf{p}'_1|=|\tilde{\mathbf{p}}'_1|} \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^6} \quad (\text{A.12})$$

である。

A.2 3体崩壊

3体崩壊も考える。3体崩壊もミュー粒子の崩壊などの基本的な素粒子の反応に多く現れる。Neutrino trident production において equivalent photon approximation をする前段階の光子-ニュートリノ散乱の位相積分や $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{missing}$ 過程の背景事象の位相積分に以下の議論が使われている。

$$\begin{aligned} d\Gamma_3 &= \frac{1}{2M} |\mathcal{M}|^2 d\text{LIPS}_3(p) \\ &= \frac{1}{2M} |\mathcal{M}|^2 \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^9} d\Phi_3(1,2,3) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

ここから、 $d\Phi_3(1,2,3)$ だけを考える。

$$d\Phi_3(1,2,3) = \delta^4(p - p'_1 - p'_2 - p'_3) \frac{d^3 p'_1}{2E'_1} \frac{d^3 p'_2}{2E'_2} \frac{d^3 p'_3}{2E'_3} \quad (\text{A.14})$$

ここで、デルタ関数の性質から、

$$1 = \int d^4 p_{12} \delta^4(p_{12} - p'_1 - p'_2) \quad (\text{A.15})$$

の等式が成り立つ。この等式は $p_{12} \equiv p'_1 + p'_2$ と定義した変数を導入することと同義である。これを使って、

$$d\Phi_3(1, 2, 3) = \frac{d^3 p'_1}{2E'_1} \frac{d^3 p'_2}{2E'_2} \int d^4 p_{12} \delta^4(p_{12} - p'_1 - p'_2) \frac{d^3 p'_3}{2E'_3} \delta^4(p - p_{12} - p'_3) \quad (\text{A.16})$$

と記述し直すことができる。ここで、部分的に2体の位相積分が現れていることに着目すると、

$$d\Phi_3(1, 2, 3) = \int d^4 p_{12} d\Phi_2(1, 2) \frac{d^3 p'_3}{2E'_3} \delta^4(p - p_{12} - p'_3) \quad (\text{A.17})$$

と記述し直せる。また、同様にデルタ関数を使って、

$$1 = \int dM_{12}^2 \delta(p_{12}^2 - M_{12}^2) \quad (\text{A.18})$$

が成り立つので、これを使い、

$$d\Phi_3(1, 2, 3) = \iint dM_{12}^2 \delta(p_{12}^2 - M_{12}^2) d^4 p_{12} d\Phi_2(1, 2) \frac{d^3 p'_3}{2E'_3} \delta^4(p - p_{12} - p'_3) \quad (\text{A.19})$$

さらに一般に以下の等式が成り立つ。

$$\frac{d^3 k}{2E_k} = d^4 k \delta^1(k^2 - m_k^2) \theta(E_k) \quad (\text{A.20})$$

ここで $\theta(E_k)$ はステップ関数を指す。これを使うと

$$d\Phi_3(1, 2, 3) = \iint dM_{12}^2 \frac{d^3 p_{12}}{2E_{12}} d\Phi_2(1, 2) \frac{d^3 p'_3}{2E'_3} \delta^4(p - p_{12} - p'_3) \quad (\text{A.21})$$

また、右辺の $dM_{12}^2 d\Phi_2(1, 2)$ 以外の部分に着目すると、2体の位相積分と同様の形をしていることがわかる。

$$\iint \frac{d^3 p_{12}}{2E_{12}} \frac{d^3 p'_3}{2E'_3} \delta^4(p - p_{12} - p'_3) \quad (\text{A.22})$$

2体の位相積分と同様の議論を進めることで、

$$\iint \frac{d^3 p_{12}}{2E_{12}} \frac{d^3 p'_3}{2E'_3} \delta^4(p - p_{12} - p'_3) = \int \frac{d\Omega_{12}}{4} \frac{|\tilde{\mathbf{p}}_{12}|}{E_{12} + \tilde{E}'_3} \quad (\text{A.23})$$

を得る。ここで、 Ω_{12} はベクトル \mathbf{p}'_3 と $\mathbf{p}_{12} (= \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2)$ の成す立体角であり、 \tilde{E}_{12} は

$$|\tilde{\mathbf{p}}_{12}| = \frac{M}{2} \left[1 + \left(\frac{M_{12}}{M} \right)^2 - \left(\frac{m'_3}{M} \right)^2 \right] \quad (\text{A.24})$$

の下での $\tilde{E}_{12} = (M_{12}^2 + |\tilde{\mathbf{p}}_{12}|^2)^{1/2}$ である。また、 $\tilde{E}'_3 = (m_3'^2 + |\tilde{\mathbf{p}}_{12}|^2)^{1/2}$ である。残っている、終状態の粒子1, 2のみに限った $d\Phi_2(12)$ 積分をしてしまうと

$$d\Phi_2(12) = \frac{d\Omega_1}{4} \frac{dE'_1}{|\tilde{\mathbf{p}}_{12}|} \quad (\text{A.25})$$

ここで Ω_1 は \mathbf{p}'_1 と \mathbf{p}'_2 の成す立体角である。ここまですとまとめると、

$$\begin{aligned} d\Phi_3(1, 2, 3) &= \int \frac{d\Omega_1}{4} \frac{dE'_1}{|\tilde{\mathbf{p}}_{12}|} dM_{12}^2 \frac{d\Omega_{12}}{4} \frac{|\tilde{\mathbf{p}}_{12}|}{\tilde{E}_{12} + \tilde{E}'_3} \\ &= \frac{\pi^2}{2M} dE'_1 dM_{12}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

である。ここで重要なのが Ω_1 と Ω_{12} を実行する上で余分に積分してしまうことだ。これは、 \mathbf{p}'_1 と \mathbf{p}'_2 の成す角 θ_1 を

$$\cos \theta_1 = -\frac{1}{2|\mathbf{p}_1||\tilde{\mathbf{p}}_{12}|} [M_{12}^2 + m_1'^2 - m_2'^2 - 2E'_1 E'_2] \quad (\text{A.27})$$

として跳ね返る。数値的に積分する際その都度、 M_{12} と E'_1 の上限と下限になる関数形を求めることで実行できる。

同様の議論は3体以上の位相積分の時にも適用でき、常に2体の位相積分に置き換えることができる。

謝辞

本論文の元となる研究は、ポスドクとして当時新潟大学に所属していた下村崇准教授との飲み席から始まったものだと記憶しています。その後、数年間に渡り共同研究者として昼夜を問わず議論し、時には雑談も交えご指導してくださいました。いつも面倒をおかけして、申し訳ありませんでした。今、研究を通して自身の成長を実感できるのも下村准教授のご指導のおかげです。多くの感情を共有してきたと共に、特に論文が出た時は心の底から嬉しく思ったことを覚えています。下村准教授には、ただただ感謝の気持ちでいっぱいです。

また、私の初めての論文は谷本盛光氏との共著でした。その後も複数に渡り論文を執筆できたのは谷本氏のご指導のおかげです。また、新潟大学素粒子論研究室の中でも、特に浅賀岳彦准教授には普段から議論や相談に頻繁に乗ってもらいました。浅賀准教授は、本学位論文の校正も快く引き受けてくださいました。さらに、中野博章准教授、江尻信司准教授、高エネルギー研究室の早坂圭司准教授にも数々のご指導やアドバイスをいただきました。合わせて感謝いたします。

吉川真樹氏、武田一浩氏、露木孝尚氏、高橋優くんは最も多くの時間を共に過ごした研究室の方々だと思います。議論はもちろん様々な相談にも乗ってください、院生生活に楽しい思い出があるのも彼らのおかげです。お世話になりました。

研究活動費においては日本科学協会の「笹川科学研究助成」からの御支援を頂戴しました。大変感謝しております。

さらに、研究室を超えて非常に多くの人にお世話になりました。中でも、両親の何年にも渡る支援があり、ここまで来れました。父、正孝と母、三枝子に深く感謝いたします。

関連図書

- [1] Tatsumi Aoyama, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio. Revised and Improved Value of the QED Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment. 2017.
- [2] D. Hanneke, S. Fogwell Hoogerheide, and G. Gabrielse. Cavity Control of a Single-Electron Quantum Cyclotron: Measuring the Electron Magnetic Moment. *Phys. Rev.*, Vol. A83, p. 052122, 2011.
- [3] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse. New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 100, p. 120801, 2008.
- [4] Brian C. Odom, D. Hanneke, B. D’Urso, and G. Gabrielse. New Measurement of the Electron Magnetic Moment Using a One-Electron Quantum Cyclotron. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, p. 030801, 2006. [Erratum: *Phys. Rev. Lett.*99,039902(2007)].
- [5] G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio, and Brian C. Odom. New Determination of the Fine Structure Constant from the Electron g Value and QED. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, p. 030802, 2006. [Erratum: *Phys. Rev. Lett.*99,039902(2007)].
- [6] Rym Bouchendira, Pierre Clade, Saida Guellati-Khelifa, Francois Nez, and Francois Biraben. New determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 106, p. 080801, 2011.
- [7] G. F. Giudice, P. Paradisi, and M. Passera. Testing new physics with the electron $g-2$. *JHEP*, Vol. 11, p. 113, 2012.
- [8] Tatsumi Aoyama, M. Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio. Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment — Contribution of Diagrams without Closed Lepton Loops. *Phys. Rev.*, Vol. D91, No. 3, p. 033006, 2015.
- [9] P. A. R. Ade, et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, Vol. 594, p. A13, 2016.
- [10] G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, and M. Peloso. A Precision calculation of the effective number of cosmological neutrinos. *Phys. Lett.*, Vol. B534, pp. 8–16, 2002.

- [11] Gianpiero Mangano, Gennaro Miele, Sergio Pastor, Teguyco Pinto, Ofelia Pisanti, and Pasquale D. Serpico. Relic neutrino decoupling including flavor oscillations. *Nucl. Phys.*, Vol. B729, pp. 221–234, 2005.
- [12] Fred Jegerlehner and Andreas Nyffeler. The Muon $g - 2$. *Phys. Rept.*, Vol. 477, pp. 1–110, 2009.
- [13] Kaoru Hagiwara, Ruofan Liao, Alan D. Martin, Daisuke Nomura, and Thomas Teubner. $(g - 2)_\mu$ and $\alpha(M_Z^2)$ re-evaluated using new precise data. *J. Phys.*, Vol. G38, p. 085003, 2011.
- [14] Michel Davier, Andreas Hoecker, Bogdan Malaescu, and Zhiqing Zhang. Reevaluation of the hadronic contributions to the muon $g - 2$ and to $\alpha(M_Z^2)$. *Eur. Phys. J.*, Vol. C71, p. 1515, 2011. [Erratum: *Eur. Phys. J.*C72,1874(2012)].
- [15] Michel Davier, Andreas Hoecker, Bogdan Malaescu, and Zhiqing Zhang. Reevaluation of the hadronic vacuum polarisation contributions to the Standard Model predictions of the muon $g - 2$ and $\alpha(m_Z^2)$ using newest hadronic cross-section data. *Eur. Phys. J.*, Vol. C77, No. 12, p. 827, 2017.
- [16] Fred Jegerlehner. Variations on Photon Vacuum Polarization. 2017.
- [17] G. W. Bennett, et al. Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL. *Phys. Rev.*, Vol. D73, p. 072003, 2006.
- [18] J. Grange, et al. Muon (g-2) Technical Design Report. 2015.
- [19] M Aoki, et al. <http://g-2.kek.jp/portal/index.html>.
- [20] Julian Schwinger. On quantum-electrodynamics and the magnetic moment of the electron. *Phys. Rev.*, Vol. 73, pp. 416–417, Feb 1948.
- [21] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, and David B. Newell. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 84, pp. 1527–1605, Nov 2012.
- [22] C. Patrignani, et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, Vol. C40, No. 10, p. 100001, 2016.
- [23] Roman Jackiw and Steven Weinberg. Weak-interaction corrections to the muon magnetic moment and to muonic-atom energy levels. *Phys. Rev. D*, Vol. 5, pp. 2396–2398, May 1972.

- [24] G. Altarelli, N. Cabibbo, and L. Maiani. The drell-hearn sum rule and the lepton magnetic moment in the weinberg model of weak and electromagnetic interactions. *Physics Letters B*, Vol. 40, No. 3, pp. 415 – 419, 1972.
- [25] I. Bars and M. Yoshimura. Muon magnetic moment in a finite theory of weak and electromagnetic interactions. *Phys. Rev. D*, Vol. 6, pp. 374–376, Jul 1972.
- [26] Kazuo Fujikawa, Benjamin W. Lee, and A. I. Sanda. Generalized renormalizable gauge formulation of spontaneously broken gauge theories. *Phys. Rev. D*, Vol. 6, pp. 2923–2943, Nov 1972.
- [27] C. Gnendiger, D. Stöckinger, and H. Stöckinger-Kim. The electroweak contributions to $(g-2)_\mu$ after the higgs-boson mass measurement. *Phys. Rev. D*, Vol. 88, p. 053005, Sep 2013.
- [28] Andrzej Czarnecki, William J. Marciano, and Arkady Vainshtein. Refinements in electroweak contributions to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. D*, Vol. 67, p. 073006, Apr 2003.
- [29] Andrzej Czarnecki, William J. Marciano, and Arkady Vainshtein. Erratum: Refinements in electroweak contributions to the muon anomalous magnetic moment [phys. rev. d 67, 073006 (2003)]. *Phys. Rev. D*, Vol. 73, p. 119901, Jun 2006.
- [30] S. Heinemeyer, D. Stockinger, and G. Weiglein. Electroweak and supersymmetric two-loop corrections to $(g - 2) \mu$. *Nuclear Physics B*, Vol. 699, No. 1, pp. 103 – 123, 2004.
- [31] T. Gribouk and A. Czarnecki. Electroweak interactions and the muon $g - 2$: Bosonic two-loop effects. *Phys. Rev. D*, Vol. 72, p. 053016, Sep 2005.
- [32] Andrzej Czarnecki, Bernd Krause, and William J. Marciano. Electroweak corrections to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 76, pp. 3267–3270, Apr 1996.
- [33] Andrzej Czarnecki, Bernd Krause, and William J. Marciano. Electroweak fermion-loop contributions to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. D*, Vol. 52, pp. R2619–R2623, Sep 1995.
- [34] Santiago Peris, Michel Perrottet, and Eduardo de Rafael. Two-loop electroweak corrections to the muon $g - 2$: a new class of hadronic contributions. *Physics Letters B*, Vol. 355, No. 3, pp. 523 – 530, 1995.

- [35] T.V. Kukhto, E.A. Kuraev, A. Schiller, and Z.K. Silagadze. The dominant two-loop electroweak contributions to the anomalous magnetic moment of the muon. *Nuclear Physics B*, Vol. 371, No. 3, pp. 567 – 596, 1992.
- [36] G. Degrandi and G. F. Giudice. QED logarithms in the electroweak corrections to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. D*, Vol. 58, p. 053007, Aug 1998.
- [37] Bipasha Chakraborty, C. T. H. Davies, P. G. de Oliveira, J. Koponen, G. P. Lepage, and R. S. Van de Water. Hadronic vacuum polarization contribution to a_μ from full lattice qcd. *Phys. Rev. D*, Vol. 96, p. 034516, Aug 2017.
- [38] Thomas Blum, Norman Christ, Masashi Hayakawa, Taku Izubuchi, Luchang Jin, Chulwoo Jung, and Christoph Lehner. Using infinite volume, continuum QED and lattice QCD for the hadronic light-by-light contribution to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev.*, Vol. D96, No. 3, p. 034515, 2017.
- [39] Thomas Blum, Norman Christ, Masashi Hayakawa, Taku Izubuchi, Luchang Jin, Chulwoo Jung, and Christoph Lehner. Connected and Leading Disconnected Hadronic Light-by-Light Contribution to the Muon Anomalous Magnetic Moment with a Physical Pion Mass. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, No. 2, p. 022005, 2017.
- [40] Bipasha Chakraborty, C. T. H. Davies, J. Koponen, G. P. Lepage, M. J. Peardon, and S. M. Ryan. Estimate of the hadronic vacuum polarization disconnected contribution to the anomalous magnetic moment of the muon from lattice QCD. *Phys. Rev.*, Vol. D93, No. 7, p. 074509, 2016.
- [41] Christoph Lehner. A precise determination of the HVP contribution to the muon anomalous magnetic moment from lattice QCD. In *35th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2017) Granada, Spain, June 18-24, 2017*, 2017.
- [42] Bouchiat, Claude and Michel, Louis. La resonance dans la diffusion meson π — meson π et le moment magnetique anormal du meson μ . *J. Phys. Radium*, Vol. 22, No. 2, p. 121, 1961.
- [43] M. Gourdin and E. De Rafael. Hadronic contributions to the muon g-factor. *Nucl. Phys.*, Vol. B10, pp. 667–674, 1969.
- [44] Stanley J. Brodsky and Eduardo De Rafael. SUGGESTED BOSON - LEPTON PAIR COUPLINGS AND THE ANOMALOUS MAGNETIC MOMENT OF THE MUON. *Phys. Rev.*, Vol. 168, pp. 1620–1622, 1968.
- [45] Bernd Krause. Higher order hadronic contributions to the anomalous magnetic moment of leptons. *Phys. Lett.*, Vol. B390, pp. 392–400, 1997.

- [46] Joaquim Prades, Eduardo de Rafael, and Arkady Vainshtein. The Hadronic Light-by-Light Scattering Contribution to the Muon and Electron Anomalous Magnetic Moments. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.*, Vol. 20, pp. 303–317, 2009.
- [47] Johan Bijnens and Joaquim Prades. The Hadronic Light-by-Light Contribution to the Muon Anomalous Magnetic Moment: Where do we stand? *Mod. Phys. Lett.*, Vol. A22, pp. 767–782, 2007.
- [48] Kirill Melnikov and Arkady Vainshtein. Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon anomalous magnetic moment revisited. *Phys. Rev.*, Vol. D70, p. 113006, 2004.
- [49] Marc Knecht and Andreas Nyffeler. Hadronic light by light corrections to the muon $g-2$: The Pion pole contribution. *Phys. Rev.*, Vol. D65, p. 073034, 2002.
- [50] M. Knecht, Andreas Nyffeler, M. Perrottet, and E. de Rafael. Hadronic light by light scattering contribution to the muon $g-2$: An Effective field theory approach. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 88, p. 071802, 2002.
- [51] Johan Bijnens, Elisabetta Pallante, and Joaquim Prades. Comment on the pion pole part of the light by light contribution to the muon $g-2$. *Nucl. Phys.*, Vol. B626, pp. 410–411, 2002.
- [52] M. Hayakawa and T. Kinoshita. Pseudoscalar pole terms in the hadronic light by light scattering contribution to muon $g - 2$. *Phys. Rev.*, Vol. D57, pp. 465–477, 1998. [Erratum: *Phys. Rev.*D66,019902(2002)].
- [53] Eduardo de Rafael. Hadronic contributions to the muon $g-2$ and low-energy QCD. *Phys. Lett.*, Vol. B322, pp. 239–246, 1994.
- [54] F. Jegerlehner. *The Anomalous Magnetic Moment of the Muon*. Springer Tracts in Modern Physics. Springer, 2008.
- [55] James P. Miller, Eduardo de Rafael, and B. Lee Roberts. Muon ($g-2$): Experiment and theory. *Rept. Prog. Phys.*, Vol. 70, p. 795, 2007.
- [56] K. Melnikov and A. Vainshtein. Theory of the muon anomalous magnetic moment. *Springer Tracts Mod. Phys.*, Vol. 216, pp. 1–176, 2006.
- [57] Lisa L. Everett, Gordon L. Kane, Stefano Rigolin, and Lian-Tao Wang. Implications of muon $g-2$ for supersymmetry and for discovering superpartners directly. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 86, pp. 3484–3487, 2001.
- [58] Paul Langacker. The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 81, pp. 1199–1228, 2009.

- [59] Motoi Endo, Koichi Hamaguchi, Sho Iwamoto, and Takahiro Yoshinaga. Muon $g-2$ vs LHC in Supersymmetric Models. *JHEP*, Vol. 01, p. 123, 2014.
- [60] Manfred Lindner, Moritz Platscher, and Farinaldo S. Queiroz. A Call for New Physics : The Muon Anomalous Magnetic Moment and Lepton Flavor Violation. *Phys. Rep.*, 2018.
- [61] Kaoru Hagiwara, Kai Ma, and Satyanarayan Mukhopadhyay. Closing in on the chargino contribution to the muon $g-2$ in the MSSM: current LHC constraints. 2017.
- [62] Wolfgang Altmannshofer, Stefania Gori, Maxim Pospelov, and Itay Yavin. Neutrino Trident Production: A Powerful Probe of New Physics with Neutrino Beams. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 113, p. 091801, 2014.
- [63] Sandhya Choubey and Werner Rodejohann. A Flavor symmetry for quasi-degenerate neutrinos: $L(\mu) - L(\tau)$. *Eur. Phys. J.*, Vol. C40, pp. 259–268, 2005.
- [64] Kento Asai, Koichi Hamaguchi, and Natsumi Nagata. Predictions for the neutrino parameters in the minimal gauged $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$ model. *Eur. Phys. J.*, Vol. C77, No. 11, p. 763, 2017.
- [65] Toshihiko Ota and Werner Rodejohann. Breaking of $L(\mu) - L(\tau)$ Flavor Symmetry, Lepton Flavor Violation and Leptogenesis. *Phys. Lett.*, Vol. B639, pp. 322–331, 2006.
- [66] Yuya Kaneta, Yusuke Shimizu, Morimitsu Tanimoto, and Tsutomu T. Yanagida. Occam ’ s razor in lepton mass matrices: The sign of the universe ’ s baryon asymmetry. *PTEP*, Vol. 2016, No. 6, p. 063B03, 2016.
- [67] Masataka Fukugita, Yuya Kaneta, Yusuke Shimizu, Morimitsu Tanimoto, and Tsutomu T. Yanagida. CP violating phase from minimal texture neutrino mass matrix: Test of the phase relevant to leptogenesis. *Phys. Lett.*, Vol. B764, pp. 163–166, 2017.
- [68] Yuya Kaneta, Morimitsu Tanimoto, and Tsutomu T. Yanagida. Dirac CP phase in the neutrino mixing matrix and the Froggatt-Nielsen mechanism with $\det[\mathbf{M}_\nu] = \mathbf{0}$. *Phys. Lett.*, Vol. B770, pp. 546–550, 2017.
- [69] Yuya Kaneta and Takashi Shimomura. On the possibility of a search for the $L_\mu - L_\tau$ gauge boson at Belle-II and neutrino beam experiments. *PTEP*, Vol. 2017, No. 5, p. 053B04, 2017.
- [70] Robert Foot. New Physics From Electric Charge Quantization? *Mod. Phys. Lett.*, Vol. A6, pp. 527–530, 1991.
- [71] X. G. He, Girish C. Joshi, H. Lew, and R. R. Volkas. NEW Z-prime PHENOMENOLOGY. *Phys. Rev.*, Vol. D43, pp. 22–24, 1991.

- [72] Xiao-Gang He, Girish C. Joshi, H. Lew, and R. R. Volkas. Simplest Z -prime model. *Phys. Rev.*, Vol. D44, pp. 2118–2132, 1991.
- [73] Keisuke Harigaya, Takafumi Igari, Mihoko M. Nojiri, Michihisa Takeuchi, and Kazuhiro Tobe. Muon $g-2$ and LHC phenomenology in the $L_\mu - L_\tau$ gauge symmetric model. *JHEP*, Vol. 03, p. 105, 2014.
- [74] M. Davier, S. Eidelman, Andreas Hocker, and Z. Zhang. Confronting spectral functions from $e^+ e^-$ annihilation and tau decays: Consequences for the muon magnetic moment. *Eur. Phys. J.*, Vol. C27, pp. 497–521, 2003.
- [75] V. V. Ezhela, S. B. Lugovsky, and O. V. Zenin. Hadronic part of the muon $g-2$ estimated on the $\sigma_{\text{total}}^{2003}(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})$ evaluated data compilation. 2003.
- [76] Gabriel Magill and Ryan Plestid. Neutrino Trident Production at the Intensity Frontier. *Phys. Rev.*, Vol. D95, No. 7, p. 073004, 2017.
- [77] S. R. Mishra, et al. Neutrino tridents and $W Z$ interference. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 66, pp. 3117–3120, 1991.
- [78] D. Geiregat, et al. First observation of neutrino trident production. *Phys. Lett.*, Vol. B245, pp. 271–275, 1990.
- [79] C. F. von Weizsacker. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. *Z. Phys.*, Vol. 88, pp. 612–625, 1934.
- [80] E. J. Williams. Nature of the high-energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Phys. Rev.*, Vol. 45, pp. 729–730, 1934.
- [81] Alexander Belyaev, Neil D. Christensen, and Alexander Pukhov. CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model. *Comput. Phys. Commun.*, Vol. 184, pp. 1729–1769, 2013.
- [82] R. W. Brown, R. H. Hobbs, J. Smith, and N. Stanko. Intermediate boson. iii. virtual-boson effects in neutrino trident production. *Phys. Rev.*, Vol. D6, pp. 3273–3292, 1972.
- [83] Roni Harnik, Joachim Kopp, and Pedro A. N. Machado. Exploring ν Signals in Dark Matter Detectors. *JCAP*, Vol. 1207, p. 026, 2012.
- [84] S. Bilmis, I. Turan, T. M. Aliev, M. Deniz, L. Singh, and H. T. Wong. Constraints on Dark Photon from Neutrino-Electron Scattering Experiments. *Phys. Rev.*, Vol. D92, No. 3, p. 033009, 2015.

- [85] M. Deniz, et al. Measurement of $\text{Nu}(\text{e})\text{-bar}$ -Electron Scattering Cross-Section with a CsI(Tl) Scintillating Crystal Array at the Kuo-Sheng Nuclear Power Reactor. *Phys. Rev.*, Vol. D81, p. 072001, 2010.
- [86] H. B. Li, et al. Limit on the electron neutrino magnetic moment from the Kuo-Sheng reactor neutrino experiment. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 90, p. 131802, 2003.
- [87] H. T. Wong, et al. A Search of Neutrino Magnetic Moments with a High-Purity Germanium Detector at the Kuo-Sheng Nuclear Power Station. *Phys. Rev.*, Vol. D75, p. 012001, 2007.
- [88] Jiunn-Wei Chen, Hsin-Chang Chi, Hau-Bin Li, C. P. Liu, Lakhwinder Singh, Henry T. Wong, Chih-Liang Wu, and Chih-Pan Wu. Constraints on millicharged neutrinos via analysis of data from atomic ionizations with germanium detectors at sub-keV sensitivities. *Phys. Rev.*, Vol. D90, No. 1, p. 011301, 2014.
- [89] G. Bellini, et al. Precision measurement of the 7Be solar neutrino interaction rate in Borexino. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 107, p. 141302, 2011.
- [90] B. Pontecorvo. Neutrino Experiments and the Problem of Conservation of Leptonic Charge. *Sov. Phys. JETP*, Vol. 26, pp. 984–988, 1968. [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.*53,1717(1967)].
- [91] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 28, No. 5, pp. 870–880, 1962.
- [92] Hiroshi Nunokawa, Stephen J. Parke, and Renata Zukanovich Funchal. What fraction of boron-8 solar neutrinos arrive at the earth as a $\text{nu}(2)$ mass eigenstate? *Phys. Rev.*, Vol. D74, p. 013006, 2006.
- [93] E. M. Riordan, et al. A Search for Short Lived Axions in an Electron Beam Dump Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 59, p. 755, 1987.
- [94] Johannes Blumlein and Jurgen Brunner. New Exclusion Limits for Dark Gauge Forces from Beam-Dump Data. *Phys. Lett.*, Vol. B701, pp. 155–159, 2011.
- [95] Rouven Essig, et al. Working Group Report: New Light Weakly Coupled Particles. In *Proceedings, Community Summer Study 2013: Snowmass on the Mississippi (CSS2013): Minneapolis, MN, USA, July 29-August 6, 2013*, 2013.
- [96] J. R. Batley, et al. Search for the dark photon in π^0 decays. *Phys. Lett.*, Vol. B746, pp. 178–185, 2015.
- [97] S. Adler, et al. Further search for the decay $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ in the momentum region $P < 195$ MeV/c. *Phys. Rev.*, Vol. D70, p. 037102, 2004.

- [98] A. V. Artamonov, et al. New measurement of the $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ branching ratio. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 101, p. 191802, 2008.
- [99] A. V. Artamonov, et al. Study of the decay $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ in the momentum region $140 < P_\pi < 199$ MeV/c. *Phys. Rev.*, Vol. D79, p. 092004, 2009.
- [100] D. Banerjee, et al. Search for invisible decays of sub-GeV dark photons in missing-energy events at the CERN SPS. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, No. 1, p. 011802, 2017.
- [101] D. Babusci, et al. Limit on the production of a light vector gauge boson in phi meson decays with the KLOE detector. *Phys. Lett.*, Vol. B720, pp. 111–115, 2013.
- [102] D. Babusci, et al. Search for light vector boson production in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ interactions with the KLOE experiment. *Phys. Lett.*, Vol. B736, pp. 459–464, 2014.
- [103] J. P. Lees, et al. Search for a Dark Photon in e^+e^- Collisions at BaBar. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 113, No. 20, p. 201801, 2014.
- [104] J. P. Lees, et al. Search for a muonic dark force at BABAR. *Phys. Rev.*, Vol. D94, No. 1, p. 011102, 2016.
- [105] Ernest Ma and Jon Okada. How many neutrinos? *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 41, pp. 287–289, Jul 1978.
- [106] I. W. Herbst and B. Simon. Stark effect revisited. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 41, pp. 1759–1759, Dec 1978.
- [107] Marcela Carena, Andre de Gouvea, Ayres Freitas, and Michael Schmitt. Invisible Z boson decays at e+ e- colliders. *Phys. Rev.*, Vol. D68, p. 113007, 2003.
- [108] Pierre Fayet. U-boson production in e+ e- annihilations, psi and Upsilon decays, and Light Dark Matter. *Phys. Rev.*, Vol. D75, p. 115017, 2007.
- [109] Bernard Aubert, et al. Search for Invisible Decays of a Light Scalar in Radiative Transitions $v_{3S} \rightarrow \gamma A_0$. In *Proceedings, 34th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2008): Philadelphia, Pennsylvania, July 30-August 5, 2008*, 2008.
- [110] T. Abe, et al. Belle II Technical Design Report. 2010.
- [111] R. P. Feynman and Murray Gell-Mann. Theory of Fermi interaction. *Phys. Rev.*, Vol. 109, pp. 193–198, 1958.
- [112] W. Czyz, G. C. Sheppey, and J. D. Walecka. Neutrino production of lepton pairs through the point four-fermion interaction. *Nuovo Cim.*, Vol. 34, pp. 404–435, 1964.

- [113] Steven Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 19, pp. 1264–1266, 1967.
- [114] Abdus Salam. Weak and Electromagnetic Interactions. *Conf. Proc.*, Vol. C680519, pp. 367–377, 1968.
- [115] K. Fujikawa. The self-coupling of weak lepton currents in high-energy neutrino and muon reactions. *Annals Phys.*, Vol. 68, pp. 102–162, 1971.
- [116] J. Lovseth and M. Radomiski. Kinematical distributions of neutrino-produced lepton triplets. *Phys. Rev.*, Vol. D3, pp. 2686–2706, 1971.
- [117] K. Koike, M. Konuma, K. Kurata, and K. Sugano. Neutrino production of lepton pairs. 1. -. *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 46, pp. 1150–1169, 1971.
- [118] K. Koike, M. Konuma, K. Kurata, and K. Sugano. Neutrino production of lepton pairs. 2. *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 46, pp. 1799–1804, 1971.
- [119] R. Belusevic and J. Smith. W - Z Interference in Neutrino - Nucleus Scattering. *Phys. Rev.*, Vol. D37, p. 2419, 1988.
- [120] M. I. Vysotsky, I. V. Gaidaenko, and V. A. Novikov. On lepton pair production in neutrino nucleus collisions. *Phys. Atom. Nucl.*, Vol. 65, pp. 1634–1642, 2002. [*Yad. Fiz.*65,1676(2002)].
- [121] I. V. Gaidaenko, V. A. Novikov, and M. I. Vysotsky. On the production of a lepton pair in the collision of ultrarelativistic neutral particle with nonzero magnetic moment with nuclei. *Phys. Lett.*, Vol. B497, pp. 49–54, 2001.
- [122] K. Abe, et al. The T2K Experiment. *Nucl. Instrum. Meth.*, Vol. A659, pp. 106–135, 2011.
- [123] Takeshi Araki, Shihori Hoshino, Toshihiko Ota, Joe Sato, and Takashi Shimomura. Detecting the $L_\mu - L_\tau$ gauge boson at Belle II. *Phys. Rev.*, Vol. D95, No. 5, p. 055006, 2017.