

弱束縛な超流動原子核における準粒子共鳴の理論的研究

Theoretical study of quasi-particle resonance in weakly-bound superfluid nuclei

新潟大学大学院 自然科学研究科

数理物質科学専攻 物理学コース 博士後期課程3年

小林 良彦 (Yoshihiko KOBAYASHI)

目次

第 1 章	はじめに	3
第 2 章	平均場理論で記述する不安定核	5
2.1	二次ビームがもたらした不安定核物理と中性子ハロー	5
2.2	平均場ポテンシャル中の核子の運動と中性子ハロー	6
2.3	原子核の超流動性と連続状態結合	8
第 3 章	原子核物理における平均場理論	11
3.1	座標空間表示 Hartree-Fock 理論	11
3.2	座標空間表示 Hartree-Fock-Bogoliubov 理論	12
3.3	Bogoliubov 準粒子のスペクトルと境界条件	14
第 4 章	準粒子共鳴 (quasi-particle resonance)	17
4.1	座標空間表示 HFB 理論と準粒子共鳴	17
4.2	安定核と不安定核における準粒子共鳴の特徴	19
4.3	準粒子共鳴の先行研究と本研究の位置づけ	19
第 5 章	数値計算のための模型	21
第 6 章	^{46}Si における $p_{1/2}$ 波準粒子共鳴 : $^{47}\text{Si}^*$	23
6.1	$^{46,47}\text{Si}$ について	23
6.2	弾性散乱断面積と位相のずれが受ける対相関効果と準粒子共鳴	23
6.3	準粒子共鳴の共鳴エネルギーと共鳴幅が受ける対相関効果	24
6.4	Hole-like 準粒子共鳴に対する対相関効果	27
6.5	Particle-like 準粒子共鳴に対する対相関効果	29
第 7 章	^{20}C における $s_{1/2}$ 波準粒子共鳴 : $^{21}\text{C}^*$	31
7.1	$^{20,21,22}\text{C}$ について	31
7.2	s 波散乱に対する散乱長と有効距離および S 行列の極	32
7.3	弱束縛な $2s_{1/2}$ 軌道が受ける対相関効果 ($\lambda = -0.230$ MeV)	34
7.3.1	散乱長と有効距離による分析	34
7.3.2	S 行列の極を用いた分析	35
7.4	弱束縛な $2s_{1/2}$ 軌道が受ける対相関効果 ($\lambda = -0.60$ MeV)	40
7.5	virtual state に対する対相関効果	42
第 8 章	結論と展望	45
Appendix		49
A	平方井戸型ポテンシャルを用いた準粒子波動関数の解析的な分析	49
B	非束縛波動関数の規格化係数の導出	53
C	Fermi の黄金則および BCS 理論を用いた数値計算結果	56

第1章 はじめに

原子核は原子のような殻構造を持っている。それにより、閉殻をつくる陽子数もしくは中性子数を持つ原子核は特に安定となる。そのような原子核における核子は、平均場ポテンシャル中を独立に運動する粒子として良く記述される。一方で、満たされない殻（開殻）を持つ原子核内の核子の運動を記述する際には、独立粒子描像において充分に取り込まれていない多体相関の効果を顕に取り入れねばならない。その多体相関の一つが対相関である。この対相関は、Fermi 面周りで核子 Cooper ペアの凝縮を引き起こし、原子核を超流動状態にする。

近年の実験技術の進展に合わせて、Fermi 面が連続状態付近に位置する弱束縛核の研究が実験・理論共に盛んに行われている。弱束縛核での対相関は連続状態にまで影響を及ぼす。対相関による連続状態との結合が生む現象として、準粒子共鳴 (quasi-particle resonance) という超流動状態にある原子核特有の共鳴が予言されている。本研究では、この準粒子共鳴の性質を理論的に分析する。特に、弱束縛な超流動原子核での準粒子共鳴は対相関にどのように支配されるのかを明らかにすることが本研究の主眼である。

本研究では超流動状態にある中性子過剰核に着目する。そして、準粒子共鳴に対する対相関効果の理論的分析をそのような原子核における低エネルギー ($E \lesssim 1.0$ MeV) 中性子弾性散乱を考えることで実行した。対相関効果を感じた散乱中性子は準粒子として記述される。その散乱準粒子は対相関効果によって、共鳴状態的な振る舞いや仮想状態 (virtual state) 的な振る舞いも見せる。本研究では低角運動量波 (特に p 波と s 波) の散乱問題を考える。 p 波については ^{46}Si おける $p_{1/2}$ 波準粒子散乱、 s 波については ^{20}C における $s_{1/2}$ 波準粒子散乱を考え、それぞれが受ける対相関効果の分析を行った。

分析では、対相関効果および準粒子の散乱状態を同時に記述できる座標空間表示 Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 理論を用いた。数値計算の中では、ポテンシャルを現象論的な Woods-Saxon ポテンシャルに設定した。このことにより、パラメータ操作によって様々な状況を容易に準備することができるため、系統的な分析が可能となる。本研究では準粒子散乱の弾性散乱断面積や位相のずれを計算することで準粒子共鳴が受ける対相関効果を調べた。それに加え、共鳴幅や波動関数、 S 行列の極の分析を行うことにより準粒子共鳴が受ける対相関効果の詳しい分析を行った。

本論文の構成は以下である。第2章では不安定核物理の概論、特に中性子過剰核の特徴を示す。この章では、原子核に対する平均場理論の導入および原子核の超流動性に関する説明も行う。第3章では、本研究で考える超流動原子核を記述する平均場理論である Hartree-Fock-Bogoliubov 理論を導入する。第4章では、準粒子共鳴の説明と、それに関する先行研究および本研究の位置づけについて言及する。第5章で数値計算に用いる模型を説明した後、第6章および第7章で分析結果を示す。第6章では、 ^{46}Si おける $p_{1/2}$ 波準粒子散乱問題から考えた低エネルギー $p_{1/2}$ 波準粒子共鳴が受ける対相関効果についての分析結果を説明する。続く第7章では、 ^{20}C における $s_{1/2}$ 波準粒子散乱問題から考えた低エネルギー $s_{1/2}$ 波準粒子共鳴および仮想状態が受ける対相関効果について示す。最後の第8章は、本研究の結論と今後の展望である。

第2章 平均場理論で記述する不安定核

不安定核特有の「中性子ハロー」を軸に、不安定核物理の導入および平均場理論を用いた不安定核の説明を行う。さらに、その中性子ハローとも密接に関係する原子核の超流動性が引き起こす連続状態結合についても述べる。

2.1 二次ビームがもたらした不安定核物理と中性子ハロー

複数の陽子もしくは中性子から成る原子核に話を絞ると、その種類（核種）は ${}^A_Z E_N$ と表される。ここで、 A は質量数、 Z は陽子数、 N は中性子数であり、 E には元素記号が入る。 Z と E には一対一の対応があり、かつ $A = Z + N$ であるため、 ${}^A E$ のみの表記を用いることが慣例である。

それぞれの核種の寿命（半減期）は、その核種の陽子数-中性子数のバランスやそれが占める量子状態の具合、あるいは近隣の核種との関係性により決定される。図 2.1 には軽い核種に対する寿命をまとめてある。このように、縦軸を陽子数 Z 、横軸を中性子数 N とし、核種を並べた図は「核図表」と呼ばれる。半減期が数億年以下の核種は（地球の年齢（約 46 億年）と比べると）寿命が短いとされ、不安定核に位置づけられる。一方で、地球の年齢と同じくらい、もしくはそれよりも長い半減期を持つ核種は地球に安定的に存在する安定核に分類される。

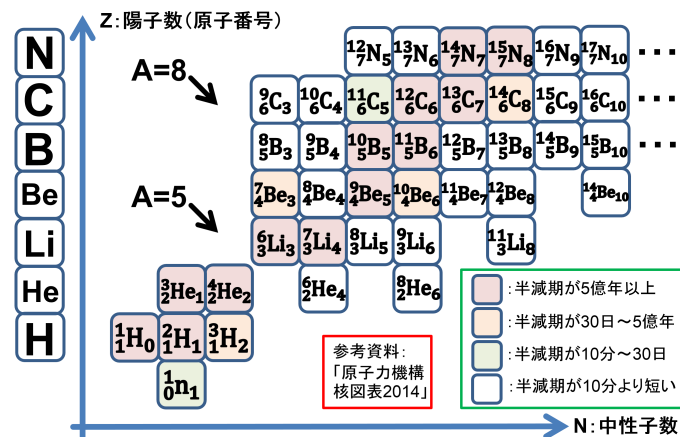


図 2.1: 軽い核種に対する寿命（半減期）。データは日本原子力研究開発機構核図表 [1] より。

原子核-原子核衝突や核分裂による破碎片に含まれる不安定核を分離し、二次ビームとして実験に持ち込むことが加速器技術の発展により可能となった。そのため、この二次ビームを用いた不安定核の実験研究およびそれに関連する理論研究が盛んに行われている [2]。

その始まりは約 30 年前にある。谷畑勇夫らは 1980 年代にアメリカの Lawrence Berkeley National Laboratory の加速器 Bevatron/Bevalac で不安定核の核半径を決定する実験を行った。この実験では、原子核-原子核衝突（入射核破砕反応）の破碎片を二次ビームとして用いて相互作用断面積を測定した。実験により、いくつかの中性子過剰核での半径の異常な増大が見られた [3]（図 2.2）。この異常性は、安定核で知られていた半径の質量数依存性 ($R \propto A^{1/3}$) からのずれを指す。

1987年には、僅少の分離エネルギーが断面積の増大を生むことが理論的に指摘され、「ハロー」と呼ばれた [4]。その後、文献 [3] の研究に続き、 ${}^9\text{Li}$ の運動量分布が狭いことが確かめられ [5]、 ${}^{11}\text{Li}$ の半径の増大は変形の効果ではなく中性子ハローが原因であること、そして、その中性子ハローが低角運動量の弱束縛中性子が核の外側まで浸み出していることにより生ずることが認識された。

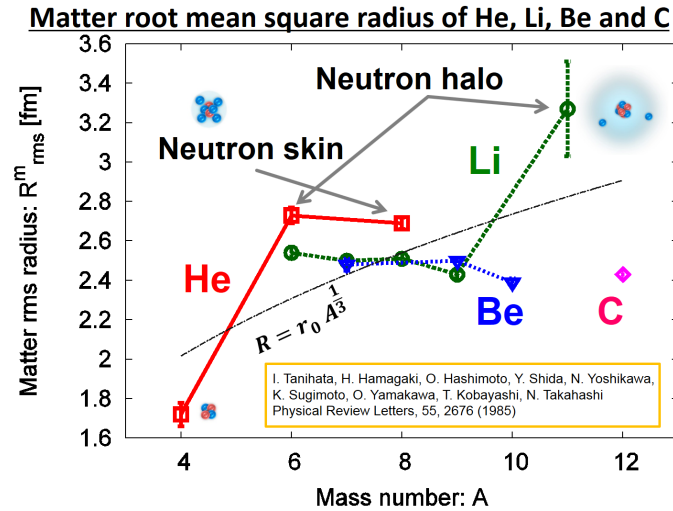


図 2.2: 中性子ハロー・中性子スキンを示唆した相互作用断面積の実験結果 [3]。

${}^{11}\text{Li}$ は中性子の束縛限界に位置する。つまり、 ${}^{12}\text{Li}$ は束縛しない。そのような中性子の束縛限界は「中性子ドリップライン」と呼ばれ、不安定核物理における極限のひとつである。中性子ドリップライン近傍の原子核は（安定核が持たない）弱束縛な中性子を持つために、不安定核特有の性質を持つ。その代表例が中性子ハローであり、 ${}^{11}\text{Li}$ の他にも ${}^6\text{He}$ や ${}^{22}\text{C}$ などが中性子ハロー核であることが知られている。

弱束縛な中性子および低角運動量波が中性子ハローの形成に重要となることは平均場理論の描像で矛盾なく理解できる。次節では、原子核物理における平均場理論の概要とそれをを用いた中性子ハローの説明について述べる。

2.2 平均場ポテンシャル中の核子の運動と中性子ハロー

原子核を自己束縛した孤立系にしているのは核力である。その核力は交換力であり、強い斥力芯を持つ。そのような核力の複雑性と計算コストが相まって、現実的な核力を用いた原子核の記述は一部の軽い核でしか達成されていない。この事情を鑑みると、原子核を記述する際に適当なモデルを用いることが有益となる。本研究では「原子核を構成する核子がつくる平均場ポテンシャル中をそれぞれの核子が運動する」という原子核の平均場理論描像を基盤に置いて議論を進める。

核子がつくり出す平均場ポテンシャルを考えることにより、原子核が殻構造を持つことが示唆される。この描像での最も大きな成功は、M. G. Mayer、J. H. D. Jensen らによる魔法数の説明である [6, 7]。彼女たちは原子核の平均場ポテンシャルとして調和振動子型ポテンシャルを用いた。そして、そのポテンシャルに強いスピン軌道相互作用

$$V_{SO} = \xi \vec{l} \cdot \vec{s} \quad (2.1)$$

を導入することで、原子核の魔法数を説明した。この理論はそれに留まらず、磁気モーメントなどの数々の実験データの説明にも成功した。このモデルは現在、「Mayer-Jensen の殻模型」と呼ばれている [8]。

Mayer らは原子核を記述する平均場ポテンシャルとして調和振動子型ポテンシャルを用いたが、不安定核の記述にはそれではなく Woods-Saxon ポテンシャルの方が適切である。以下では、その Woods-Saxon ポテンシャルについて、簡単な近似を用いながら述べる。

原子核内部の核子は他の核子からの核力を感じながら運動している。核内核子の感じる平均場ポテンシャル（ここでは $V_N(\vec{r})$ とする）は、核子間の核力ポテンシャルを $v_{NN}(\vec{r}-\vec{r}_i)$ 、核子の密度分布を $\rho(\vec{r})$ とすると、

$$V_N(\vec{r}) = \sum_{i=1}^A v_{NN}(\vec{r}-\vec{r}_i) = \int d\vec{r}' v_{NN}(\vec{r}-\vec{r}') \rho(\vec{r}') \quad (2.2)$$

のように表すことができる。核子間相互作用を原子核の大きさに比べて非常に短距離な引距離相互作用であるとみなすと、核力ポテンシャルを $v_{NN}(\vec{r}-\vec{r}') = -V_0 \delta(\vec{r}-\vec{r}')$ と近似でき、 $V_N(\vec{r})$ を

$$V_N(\vec{r}) = -V_0 \int d\vec{r}' \delta(\vec{r}-\vec{r}') \rho(\vec{r}') = -V_0 \rho(\vec{r}) \quad (2.3)$$

と書き換えることができる。ここでの V_0 は正の定数としてある。この近似により、核内核子が感じる平均場ポテンシャルは核子の分布密度と同じ形状を持つと推測することができた。実際の核子密度分布は、原子核-電子散乱を用いた原子核の電荷分布測定などにより、Woods-Saxon 型と呼ばれる形（式 (2.4)）で表せることが知られている [9]。

$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (2.4)$$

ここでの R は核半径で、 a は核表面の「ぼやけ」を表すパラメーター（diffuseness parameter）である。現在では、この Woods-Saxon ポテンシャルが中重核領域の原子核に対する現象論的な平均場ポテンシャルとして用いられることが多い。

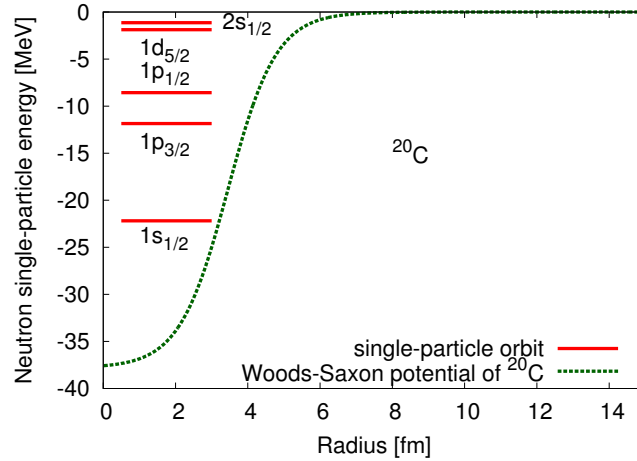


図 2.3: ^{20}C における中性子の一粒軌道 (nlj)。

図 2.3 は ^{20}C の中性子に対する Woods-Saxon ポテンシャルとその中での中性子一粒軌道である。それぞれの軌道には $(2j+1)$ 個の中性子が入ることができる。 $1s_{1/2}$ と $1p_{3/2}$ の間、 $1p_{1/2}$ と $1d_{5/2}$ の間にある大きなエネルギーギャップはそれぞれ、魔法数「2」と「8」を生む要因となっている。図 2.3 の ^{20}C の場合は中性子数が 14 であるため、 $1d_{5/2}$ までの軌道が占有されていると理解できる。

図 2.3 を足がかりに ^{22}C の場合を推測してみる。中性子数は 16 となるため、 $2s_{1/2}$ 軌道まで占有されるだろう。この $2s_{1/2}$ 軌道はとても弱束縛であり、そこを占有する中性子の波動関数はポテンシャルの裾野にかけて浸み出す（トンネル効果）ことが可能となる。この性質が中性子ハローの形成に重要となる。

図 2.4 は安定核と不安定核（中性子過剰核）の比較概念図である。安定核では陽子数-中性子数のバランスが良く、それぞれの Fermi 面の深さは同程度となる。一方で、中性子数の割合が大きくなると、中性子の Fermi 面の深さが陽子のそれに比べて浅くなり、 β 崩壊に対して不安定となる。このような状況下では、弱束縛な中性子が存在する。この弱束縛中性子が s 波（もしくは p 波）であれば、遠心力障壁の効果を感じない（もしくは少ししか感じない）ため、波動関数の浸み出しが深く束縛されている波動関数よりも大きくなり、ハローを形成する（図 2.4 右）。

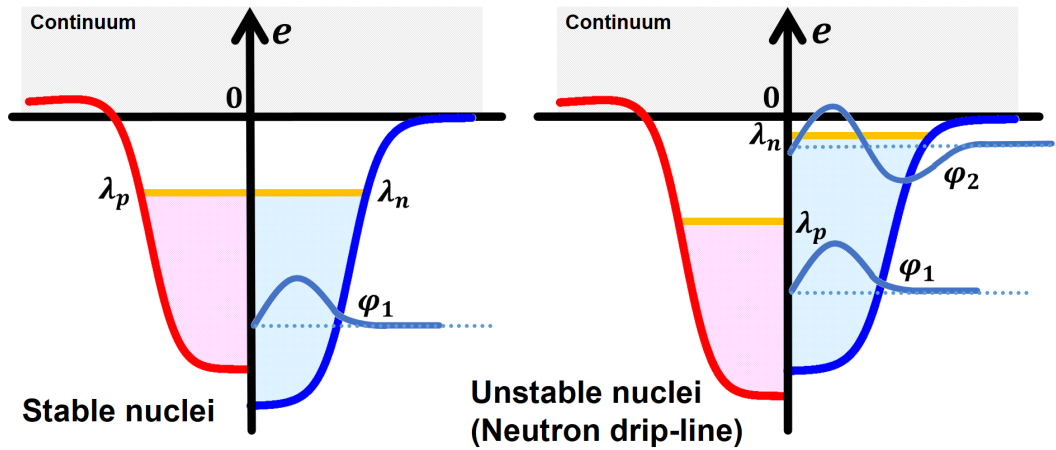


図 2.4: 安定核と不安定核（中性子過剰核）の比較概念図。

このような弱束縛波動関数の浸み出しの効果は調和振動子型ポテンシャルを用いてしまうと、ポテンシャルの値は半径と共に（正の方向に）増大し続けるために表現することができない。この点も Woods-Saxon ポテンシャルが不安定核を記述する際に用いられる理由となっている。

現在では、このようなハロー形成には原子核の超流動性やそれが生み出す連続状態結合が不可欠であることが知られている [10, 11]。次節では、それらについて説明する。

2.3 原子核の超流動性と連続状態結合

1957 年に J. Bardeen、L. N. Cooper、J. R. Schrieffer による BCS 理論が発表された [12]。彼らは $U(1)$ ゲージ対称性を破った試行関数を用いることにより超伝導現象を場の量子論と共に説明した。この理論が登場するとすぐに、原子核系への応用が考えられ始めた [13]。それは後に、Hartree-Fock+BCS 理論として、安定核とその周辺原子核の超流動性の研究に大きく貢献した。実験的にも、偶-偶核の第一励起エネルギーや核の慣性モーメントの性質から、多くの原子核が超流動性を持つことが知られるようになった [9, 14, 15]。

原子核の超流動性は核子の対相関による。その対相関は平均場理論においては「残留相互作用」として扱われる。残留相互作用は平均場ポテンシャル中に包括することができなかった核力の効果である。この残留相互作用 V_{res} は

$$H\Phi(1, \dots, A) = (H_0 + V_{\text{res}})\Phi(1, \dots, A) = E\Phi(1, \dots, A) \quad (2.5)$$

$$H_0 = \sum_{i=1}^A \left\{ -\frac{\hbar^2 \nabla_i^2}{2m} + V_N(r_i) + V_{SO}(r_i) (\vec{l} \cdot \vec{s}) \right\}, \quad V_{res} = \sum_{i < j}^A v_{ij} \quad (2.6)$$

と表される。ここでの H と H_0 はそれぞれ全ハミルトニアンと独立粒子運動のハミルトニアンである。また、 $\Phi(1, \dots, A)$ は A 核子系の全波動関数である。

残留相互作用 V_{res} は配位混合を引き起こす。今、全波動関数 $|\Phi\rangle$ が様々な配位 $|\Phi_n\rangle$ の重ね合わせ (配位混合) 状態 $|\Phi\rangle = \sum_n c_n |\Phi_n\rangle$ であるとする。このときの系のエネルギー (H の期待値) は

$$E = \langle \Psi | H | \Psi \rangle = \sum_n c_n^2 \langle \Psi_n | H_0 | \Psi_n \rangle + \sum_{n \neq n'} c_n c_{n'} \langle \Psi_{n'} | V_{res} | \Psi_n \rangle \quad (2.7)$$

と計算できる。独立粒子運動の項 H_0 のみを考えた場合は、 $|\Phi\rangle = |\Psi_0\rangle$ が最低エネルギーを実現する。このときの $|\Psi_0\rangle$ は Hartree-Fock 状態と呼ばれる。一方で、 $|\Phi_n\rangle (n \neq 0)$ を考慮し、第二項が負になるならば、全エネルギー E が H_0 だけを考えたときより低くなる場合もある。

そのような状況をつくり出す場合に、対相関による 1S_0 の核子 Cooper ペアの凝縮がある。このとき、核子 Cooper ペアの様々な配位によって系は超流動状態となる。原子核の場合、系の並進対称性は破られており、運動量は良い量子数ではない。核子の Cooper ペアは (j, m) と $(j, -m)$ という時間反転対称な 1S_0 ペアで形成される。原子核の超流動状態は、Hartree-Fock+BCS 理論や後述する Hartree-Fock-Bogoliubov 理論を用いて記述される。

この超流動性は Fermi 面が連続状態閾値付近に位置する不安定核では、連続状態を含めた配位混合 (連続状態結合) を引き起こす。そして、その連続状態結合がハローの形成にも重要となる (図 2.5)。例として、ドリップライン近傍の Li 同位体 ($^9,^{10},^{11}\text{Li}$) に着目する。これらの中で ^{10}Li は非束縛核である。このように、二体系 (例: $^9\text{Li}+n$) では束縛しないが、三体系 (例: $^9\text{Li}+n+n$) では束縛する原子核は Borromean 核 [16] と呼ばれる。 ^{11}Li や ^{22}C が典型例である。このような Borromean 核での中性子ハローの理解には対相関が不可欠であり [4, 16, 17, 18, 19, 20]、連続状態結合による理解も強調されている [18, 21]。

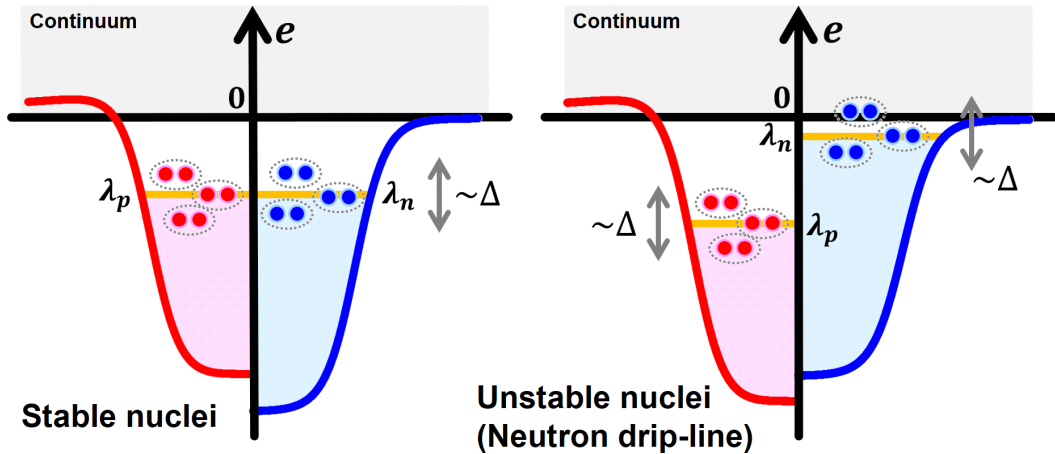


図 2.5: 安定核と不安定核 (中性子過剰核) における超流動性の比較概念図。

対相関によるハロー形成の研究がある一方で、対相関にはハロー形成を抑制する効果があるとも考えられている。この効果は「pairing anti-halo effects」と呼ばれている [22]。近年では、対相関とハロー形成の関係性の理解が自己無撞着な平均場理論を用いた研究で進んでいる [23, 24, 25]。

また、中性子ハローのような低密度領域では核子 Cooper ペアが空間的に局在したダイニュートロン (di-neutron) となることが予言されており、その研究も盛んに行われている [26, 27, 28, 29, 30]。

第3章 原子核物理における平均場理論

核子多体系を記述する平均場理論に Hartree-Fock (HF) 理論がある。Bogoliubov 準粒子を用いて、HF 理論を発展させた理論が Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 理論である。HFB 理論では、超流動原子核をも記述できる。本章では、座標空間表示でのこれらの理論についてまとめる。そして、座標空間表示 HFB 理論から理解できる Bogoliubov 準粒子の境界条件について述べる。

3.1 座標空間表示 Hartree-Fock 理論

二体相互作用まで考えた A 核子系のハミルトニアン H は、一粒子状態表示における粒子の生成・消滅演算子を用いると

$$H = \sum_{ij} t_{ij} a_i^\dagger a_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} v_{ijkl} a_i^\dagger a_j^\dagger a_l a_k \quad (3.1)$$

と表せる。この式を座標空間表示での粒子の生成・消滅演算子を用いて書き直すと、

$$H = \int dx \psi^\dagger(x) \langle x | t | x' \rangle \psi(x') + \frac{1}{2} \int dx_1 dx_2 dx'_1 dx'_2 \psi^\dagger(x_1) \psi^\dagger(x_2) \langle x_1 x_2 | v | x'_1 x'_2 \rangle \psi(x'_2) \psi(x'_1) \quad (3.2)$$

となる。引数は $x \equiv (\vec{r}, \sigma, \tau)$ を表し、 \vec{r} は空間座標、 $\sigma = \pm 1/2$ はスピン、 $\tau = \pm 1/2$ はアイソスピンを表す。一粒子状態表示および座標空間表示における一粒子生成演算子と状態ベクトルとの間には $|\phi_k\rangle = a_k^\dagger |0\rangle$ および $|x\rangle = \psi^\dagger(x) |0\rangle$ (ここでの $|0\rangle$ は真空を表す) という関係があるため、それぞれの表示間での演算子の関係性は

$$\psi(x) = \sum_k \phi_k(x) a_k \quad (3.3)$$

と書ける。本研究では、弱束縛波動関数や散乱波波動関数を記述するために座標空間表示を用いる。以下では、密度汎関数論的に座標空間表示 HF 方程式を導く。その導出には、実現される A 核子系の波動関数を Slater 行列式 $\Phi(x_1, \dots, x_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det\{\phi_k(x_i)\}$ で近似する必要はなく、密度行列 $\rho(x, x')$ が出発点となる。近年では、密度汎関数理論を用いた不安定核の記述が成功を収めている [31, 32, 33, 34, 35, 36]。なお、以降の導出では、文献 [34] の記法に従う。

座標空間表示 HF 方程式導出の始点として、まずは密度行列 $\rho(x, x')$ を導入する。

$$\rho(x, x') = \langle \Phi | \psi^\dagger(x') \psi(x) | \Phi \rangle \quad (3.4)$$

そして、全エネルギーの期待値 $E = \langle \Phi | H | \Phi \rangle$ を密度行列 $\rho(x, x')$ の汎関数

$$E = E[\rho] \quad (3.5)$$

とみる。この密度行列の汎関数に対して、拘束条件付きの変分計算を行うことで HF 方程式が得られる。拘束条件としては、一粒子波動関数の規格化条件

$$\mathcal{N}_i = \langle \phi_i | \phi_i \rangle = \int dx \phi_i^*(x) \phi_i(x) = 1 \quad (3.6)$$

を課す。すると、拘束条件付きの変分条件は

$$\delta E - \sum_i n_i e_i \delta \mathcal{N}_i = 0 \quad (3.7)$$

と表すことができる。ここでの n_i は占有の有無を表す。つまり、占有状態に対しては「1」となり、非占有状態では「0」となる。 e_i が Lagrange の未定乗数となっている。この条件式と

$$\langle x|h|x' \rangle \equiv \frac{\delta E}{\delta \rho(x', x)} \quad (3.8)$$

という汎関数微分を導入することより、座標空間表示 HF 方程式

$$\int dx' \langle x|h|x' \rangle \phi_i(x') = e_i \phi_i(x) \quad (3.9)$$

を得ることができる。上式の $\langle x|h|x' \rangle = h(x, x')$ は HF ハミルトニアンと呼ばれる。このハミルトニアンには、運動エネルギー項と局所的な Hartree ポテンシャル $\Gamma_H(x)$ 、そして、非局所的な交換ポテンシャル (Fock ポテンシャル) $\Gamma_{EX}(x, x')$ が含まれる。

二体相互作用を δ 関数型のもののみなすことで、議論を局所的なものに制限することができ、HF ハミルトニアンを $h(x, x') = h(x)\delta(x - x')$ と表せる。このときの式 (3.9) は

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \Gamma_H(x) \right\} \phi_i(x) = e_i \phi_i(x) \quad (3.10)$$

という一体 Schrödinger 方程式の形になる。 δ 関数型の相互作用を用いることで、相互作用の非局所性は無視することになるが、図 2.3 のような描像を用いることができ、平均場ポテンシャル中の運動の物理的な理解の助けになる。実際の計算方法としては、HF ポテンシャル $\Gamma_H(x)$ を現象論的な Woods-Saxon ポテンシャルに置き換えて計算する方法や、有効相互作用を用いて $\Gamma_H(x)$ および $(e_i, \phi_i(x))$ を自己無撞着に求める方法がある。本研究では前者を用いる。一方の後者には、Skyrme 力を用いた HF 計算 (Skyrme-HF 計算) [31] などがある。

3.2 座標空間表示 Hartree-Fock-Bogoliubov 理論

次に、文献 [34] の記法と共に、座標空間表示 HFB 方程式 [32, 33] の密度汎関数的導出を行う。原子核の超流動性を記述すべく、まずは二成分の Bogoliubov 準粒子波動関数 $\phi_i(x)$ を導入する。

$$\phi_i(x) = \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}(x) \\ \varphi_{2,i}(x) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

この準粒子波動関数 $\phi_i(x)$ を用いると、一般化 Bogoliubov 変換は

$$\begin{pmatrix} \psi(x) \\ \psi^\dagger(\tilde{x}) \end{pmatrix} = \sum_i \left\{ \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}(x) \\ \varphi_{2,i}(x) \end{pmatrix} \beta_i + \begin{pmatrix} -\varphi_{1,i}^*(\tilde{x}) \\ \varphi_{2,i}^*(\tilde{x}) \end{pmatrix} \beta_i^\dagger \right\} = \sum_i \left\{ \phi_i(x) \beta_i + \bar{\phi}_i(x) \beta_i^\dagger \right\} \quad (3.12)$$

と表すことができる。ここでの引数 x は HF 理論のときと同様、 $x \equiv (\vec{r}, \sigma, \tau)$ である。

\tilde{x} は $\phi_i(\tilde{x}) \equiv (-2\sigma)\phi_i(\vec{r}, -\sigma, \tau)$ という意味を持ち、 $\phi_i^*(\tilde{x})$ は $\phi_i(x)$ の時間反転状態 $\phi_i(x) \equiv T\phi_i(x) = \phi_i^*(\tilde{x})$ である。そして、 β_i と β_i^\dagger は Bogoliubov 準粒子の消滅・生成演算子である。これらは、フェルミオンの交換関係 ($\{\beta_i, \beta_j^\dagger\} = \delta_{ij}$, $\{\beta_i, \beta_j\} = \{\beta_i^\dagger, \beta_j^\dagger\} = 0$) を満たす。消滅演算子 β_i を用いて、Bogoliubov 準粒子の真空としての HFB 基底状態 |HFB) を定義する。

$$\beta_i |HFB) = 0 \quad (3.13)$$

なお、このときの真空は規格化されているとする ($\langle \text{HFB} | \text{HFB} \rangle = 1$)。次に、三つの「密度」を定義する。密度行列 $\rho(x, x')$ 、ペアリングテンソル $\kappa(x, x')$ 、ペア密度行列 $\tilde{\rho}(x, x')$ である。

$$\begin{aligned}\rho(x, x') &\equiv \langle \text{HFB} | \psi^\dagger(x') \psi(x) | \text{HFB} \rangle = \langle \psi^\dagger(x') \psi(x) \rangle \\ \kappa(x, x') &\equiv \langle \text{HFB} | \psi(x') \psi(x) | \text{HFB} \rangle = \langle \psi(x') \psi(x) \rangle \\ \tilde{\rho}(x, x') &\equiv \langle \text{HFB} | \psi(\tilde{x}') \psi(x) | \text{HFB} \rangle = \langle \psi(\tilde{x}') \psi(x) \rangle = \kappa(x, \tilde{x}')\end{aligned}\quad (3.14)$$

さらに、これらを用いた一般化密度行列 $\mathcal{R}(x, x')$ を定義する。

$$\mathcal{R}(x, x') \equiv \begin{pmatrix} \langle \psi^\dagger(x') \psi(x) \rangle & \langle \psi(\tilde{x}') \psi(x) \rangle \\ \langle \psi^\dagger(x') \psi^\dagger(\tilde{x}) \rangle & \langle \psi(\tilde{x}') \psi^\dagger(\tilde{x}) \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho(x, x') & \tilde{\rho}(x, x') \\ \tilde{\rho}^*(\tilde{x}', \tilde{x}) & \rho'(x, x') \end{pmatrix}\quad (3.15)$$

ここで、 $\rho'(x, x') = \delta(x, x') - \rho^*(\tilde{x}, \tilde{x}')$ である。

これらを用いると、全エネルギーの期待値 $E = \langle \text{HFB} | H | \text{HFB} \rangle$ が一般化した密度行列の汎関数

$$E = E[\mathcal{R}] = E[\rho, \tilde{\rho}, \tilde{\rho}^*]\quad (3.16)$$

として表すことができる。HF 理論のときと同様に、この汎関数に対する拘束条件付き変分計算を行うことで、座標空間表示 HFB 方程式を得ることができる。

拘束条件を課す際に注意すべき点がある。核子 Cooper ペアの凝縮が存在することによる粒子数保存の破れである。HF 理論では、ペア密度のような量の値は必ず 0 となる。一方の HFB 理論では、ペア密度も有限な値を取り得る。ここで、ペア密度に対する大局的な $U(1)$ ゲージ変換 $\psi'(x) = e^{i\alpha} \psi(x)$ を考える。すると、変換後のペア密度 $\tilde{\rho}'(x, x')$ は

$$\tilde{\rho}'(x, x') = e^{2i\alpha} \tilde{\rho}(x, x')\quad (3.17)$$

となり、元々のペア密度 $\tilde{\rho}(x, x')$ と等価にならない。つまり、 $U(1)$ ゲージ対称性が破れていることが分かる。このことは系の全粒子数が保存していないことを意味する。なお、この $U(1)$ ゲージ対称性の破れを回復するモードとして、「対回転 (pairing rotation)」が知られている [15, 36]。

以上より、変分計算の拘束条件として、全粒子数の期待値

$$N = \langle \text{HFB} | \hat{N} | \text{HFB} \rangle = \int dx \langle \text{HFB} | \psi^\dagger(x) \psi(x) | \text{HFB} \rangle\quad (3.18)$$

を指定することが不可欠となる。それと併せて、Bogoliubov 準粒子波動関数に対する規格化

$$\mathcal{N}_i = \int dx \phi_i^\dagger(x) \phi_i(x) = \int dx \bar{\phi}_i^\dagger(x) \bar{\phi}_i(x) = 1\quad (3.19)$$

を考慮した条件も要請する。すると、拘束条件付き変分の条件式は

$$\delta E - \lambda \delta N + \frac{1}{2} \sum_i E_i \mathcal{N}_i = 0\quad (3.20)$$

となる。ここでの Lagrange の未定乗数 λ と E_i はそれぞれ、Fermi エネルギーと準粒子エネルギーの意味を持つ。この条件式 (3.20)、HF ハミルトニアン (3.8)、そして、新たな汎関数微分として導入されるペアポテンシャル

$$\Delta(x, x') \equiv 2 \frac{\delta E}{\delta \tilde{\rho}^*(x, x')} = 2 \frac{\delta E}{\delta \tilde{\rho}^*(\tilde{x}', \tilde{x})}\quad (3.21)$$

を用いることにより、座標空間表示 HFB 方程式

$$\int dx' \mathcal{H}(x, x') \phi_i(x') = E_i \phi_i(x)\quad (3.22)$$

が得られる。式 (3.22) での $\mathcal{H}(x, x')$ は Hartree-Fock-Bogoliubov ハミルトニアンで、 2×2 行列の形で表すことができる。その行列を用いた座標空間表示 HFB 方程式は

$$\int dx' \begin{pmatrix} h(x, x') - \lambda & \Delta(x, x') \\ \Delta^*(x', x) & -h(\tilde{x}', \tilde{x}) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}(x') \\ \varphi_{2,i}(x') \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}(x) \\ \varphi_{2,i}(x) \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

と表せる。考える系が時間反転不変性を持つとすると、式 (3.23) に対して、ハミルトニアンおよびペアポテンシャルの対称性

$$h(x, x') = h(\tilde{x}', \tilde{x}), \quad \Delta(x, x') = \Delta^*(x', x) \quad (3.24)$$

を用いることができ、座標空間表示 HFB 方程式を最終的に

$$\int dx' \begin{pmatrix} h(x, x') - \lambda & \Delta(x, x') \\ \Delta(x, x') & -h(x, x') + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}(x') \\ \varphi_{2,i}(x') \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}(x) \\ \varphi_{2,i}(x) \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

と書き換えることができる。

HFB 方程式には、 $(E_i, \phi_i(x))$ という解を持つならば必ず固有値が $-E_i$ の共役準粒子波動関数 $\bar{\phi}_i(x) = (-\varphi_{2,i}^*(\tilde{x}), \varphi_{1,i}^*(\tilde{x}))^T$ が存在する、という性質がある。そのために、着目すべき準粒子のエネルギー領域は $E_i > 0$ もしくは $E_i < 0$ のどちらか一方のみで充分となる。本研究では、 $E_i > 0$ のエネルギー範囲を議論に用いる。さらに、以降の議論では中性子間の対相関のみを考えるため、アイソスピン変数 τ は省略する。したがって、Bogoliubov 準粒子の波動関数を $\phi_i(\vec{r}\sigma) = (\varphi_{1,i}(\vec{r}\sigma), \varphi_{2,i}(\vec{r}\sigma))^T$ と表す。ここでの \vec{r} は空間座標であり、 σ はスピン変数を表す。これに加えて、扱う系が球対称性を持つ場合に議論を絞るため、Bogoliubov 準粒子波動関数を

$$\varphi_{1,i}(\vec{r}\sigma) = \frac{u_{lj}(r)}{r} [Y_l(\theta, \varphi) \chi_{\frac{1}{2}}(\sigma)]_{jm}, \quad \varphi_{2,i}(\vec{r}\sigma) = \frac{v_{lj}(r)}{r} [Y_l(\theta, \varphi) \chi_{\frac{1}{2}}(\sigma)]_{jm}, \quad (3.26)$$

と書き下すことができる。 l, j, m はそれぞれ、軌道角運動量量子数、全角運動量量子数、その z 成分である。 $Y_l(\theta, \varphi)$ は球面調和関数で、 $\chi_{\frac{1}{2}}(\sigma)$ はスピン波動関数である。系の球対称性に加えて、平均場ポテンシャル (HF ポテンシャル) とペアポテンシャル $\Delta(\vec{r}\sigma, \vec{r}'\sigma')$ が共に局所的

$$h(\vec{r}\sigma, \vec{r}'\sigma') = h(\vec{r}\sigma) \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta_{\sigma\sigma'}, \quad \Delta(\vec{r}\sigma, \vec{r}'\sigma') = \Delta(\vec{r}\sigma) \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta_{\sigma\sigma'} \quad (3.27)$$

であるとすると、動径方向の座標空間表示 HFB 方程式

$$\begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + U_{lj}(r) - \lambda & \Delta(r) \\ \Delta(r) & \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} - U_{lj}(r) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{lj}(r) \\ v_{lj}(r) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u_{lj}(r) \\ v_{lj}(r) \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

を得ることができる。 λ は Fermi エネルギー ($\lambda < 0$) で、 E は準粒子エネルギーである。 $U_{lj}(r)$ はスピン軌道ポテンシャルを含む平均場ポテンシャルで、 m は中性子の質量である。

式 (3.28) の準粒子波動関数の上成分 $u_{lj}(r)$ は、準粒子の particle 的な性質を表す particle 成分と呼ばれる。一方で、 $v_{lj}(r)$ は準粒子の hole 的な性質を記述する hole 成分である。

3.3 Bogoliubov 準粒子のスペクトルと境界条件

Bogoliubov 準粒子のスペクトルにおける離散状態と連続状態を認識するために、座標空間表示 HFB 方程式の $r \rightarrow \infty$ での漸近解の性質をまとめる [32]。原子核は有限な孤立系であるため、平均場ポテンシャル $U_{lj}(r)$ とペアポテンシャル $\Delta(r)$ は十分大きな r で 0 に収束する。したがって、式 (3.28) の漸近形は

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} u_{lj}(r) = (\lambda + E) u_{lj}(r) \quad (3.29)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} v_{lj}(r) = (\lambda - E) v_{lj}(r) \quad (3.30)$$

と書くことができる。このときの漸近解はそれぞれ

$$u_{lj}(r) \sim \begin{cases} \cos(k_1 r + \delta_1) & \text{for } \lambda + E > 0 \\ \exp(-\kappa_1 r) & \text{for } \lambda + E < 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

$$v_{lj}(r) \sim \begin{cases} \cos(k_2 r + \delta_2) & \text{for } \lambda - E > 0 \\ \exp(-\kappa_2 r) & \text{for } \lambda - E < 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

と表すことができる。ここでの波数 k_1 、 κ_1 、 k_2 、 κ_2 はそれぞれ

$$k_1 = \sqrt{\frac{2m(\lambda + E_i)}{\hbar^2}}, \quad \kappa_1 = \sqrt{-\frac{2m(\lambda + E_i)}{\hbar^2}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m(\lambda - E_i)}{\hbar^2}}, \quad \kappa_2 = \sqrt{-\frac{2m(\lambda - E_i)}{\hbar^2}} \quad (3.33)$$

である。これより、 $\lambda < 0$ の場合のエネルギースペクトルの特徴が

$$\text{For } \lambda < 0 \quad \begin{cases} |E| > -\lambda & : \text{continuum} \\ |E| < -\lambda & : \text{discrete} \end{cases} \quad (3.34)$$

だと分かる。式 (3.31)～式 (3.34) の結果を用いると、座標空間表示 HFB 方程式を解く際の境界条件を図 3.1 のようにまとめることができる。ここでの波動関数はそれぞれ $\mathcal{U}_{lj}(r) = r^{-1}u_{lj}(r)$ と $\mathcal{V}_{lj}(r) = r^{-1}v_{lj}(r)$ である。そして、 $j_l(z)$ 、 $n_l(z)$ 、 $h_l^{(1)}(z)$ は球 Bessel 関数、球 Neumann 関数、第 1 種球 Hankel 関数である。

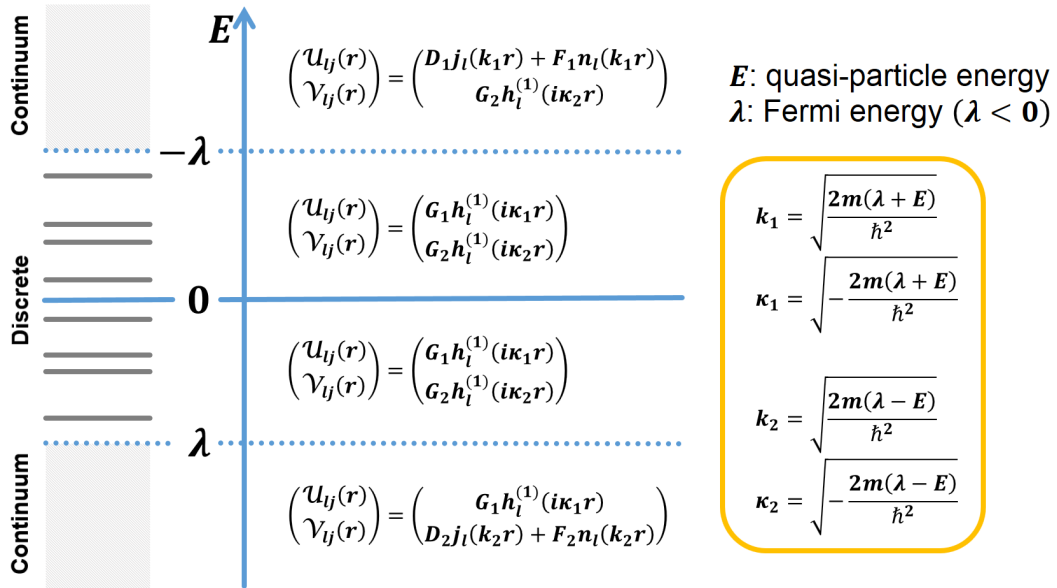


図 3.1: 座標空間表示 HFB 方程式の境界条件。

図 3.1 の中でも $E > 0$ に注目すると、hole 成分は常に r の増大により指数関数的に減数する関数であるのに対し、particle 成分は $E > -\lambda$ のときに振動し続ける散乱波となることが分かる。

第4章 準粒子共鳴 (quasi-particle resonance)

座標空間表示 Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 理論は弱束縛な核子の波動関数のみならず、非束縛核子の散乱波波動関数をも記述することができる。それに加えて、原子核の超流動性も理論の枠組みに自然に導入されている。この理論により予言されている特徴的な現象が「準粒子共鳴 (quasi-particle resonance)」 [37, 38] である。本章では、その準粒子共鳴について説明する。

4.1 座標空間表示 HFB 理論と準粒子共鳴

本研究では準粒子共鳴を記述するために、超流動核と非束縛な中性子（散乱中性子）から成る系を考える。ここでの散乱中性子は、超流動状態にある偶-偶核の上にある非束縛準粒子で、座標空間表示 HFB 方程式 (3.28) で記述できるとする。図 4.1 はその概念図である。

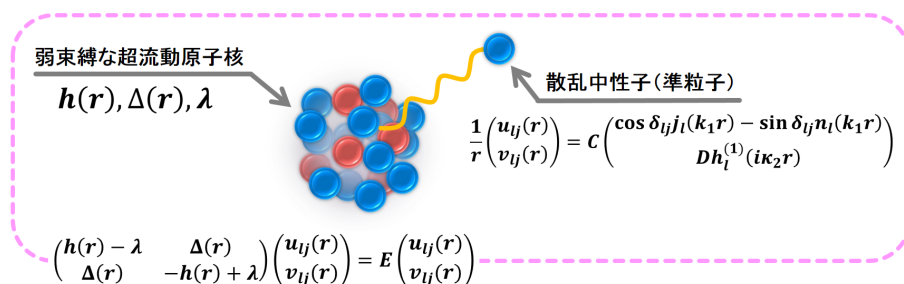


図 4.1: 弱束縛な超流動原子核と散乱準粒子の概念図。

この仮定の下、準粒子の連続状態 $E > -\lambda$ ($\lambda < 0$) に着目する。このエネルギーは、非束縛中性子の正の運動エネルギー e に対応している ($e = E + \lambda$)。このときの準粒子の境界条件は

$$\frac{1}{r} \begin{pmatrix} u_{lj}(r) \\ v_{lj}(r) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \cos \delta_{lj} j_l(k_1 r) - \sin \delta_{lj} n_l(k_1 r) \\ Dh_l^{(1)}(i\kappa_2 r) \end{pmatrix} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} C \begin{pmatrix} \frac{1}{k_1 r} \sin(k_1 r - \frac{l\pi}{2} + \delta_{lj}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

と表される [32, 37, 38]。ここでの波数は、 $k_1 = \sqrt{2m(\lambda + E)}/\hbar$ 、 $\kappa_2 = \sqrt{-2m(\lambda - E)}/\hbar$ である。 C は散乱波に対する規格化条件

$$\sum_{\sigma} \int d\vec{r} \phi^{\dagger}(\vec{r}\sigma, E) \phi(\vec{r}\sigma, E') = \delta(E - E') \quad (4.2)$$

を満たすように定めた規格化定数であり、その値は $C = \sqrt{2mk_1/\hbar^2\pi}$ である。この導出は Appendix B に載せた。 δ_{lj} は位相のずれを表しており、この δ_{lj} を用いると弾性散乱断面積 σ_{lj} が

$$\sigma_{lj} = \frac{4\pi}{k_1^2} \left(j + \frac{1}{2} \right) \sin^2 \delta_{lj} \quad (4.3)$$

と書ける。 σ_{lj} の導出では、hole 成分波動関数が常に指数関数的に減衰することを留意している。

座標空間表示 HFB 理論では、対凝縮をペアポテンシャル $\Delta(r)$ で表現する。ある核子 (p) が超流動性を感じると、一つの Cooper ペア (pp) と一つの空孔 (h) となる。Cooper ペアは、絶えずそれを構成する時間反転対を入れ替えながら生成・消滅を繰り返す。このような過程は、図 4.2 のように表すことができる。ペアポテンシャル $\Delta(r)$ の存在により、particle 成分と hole 成分の両方を持つ準粒子が出現するとも理解できる。

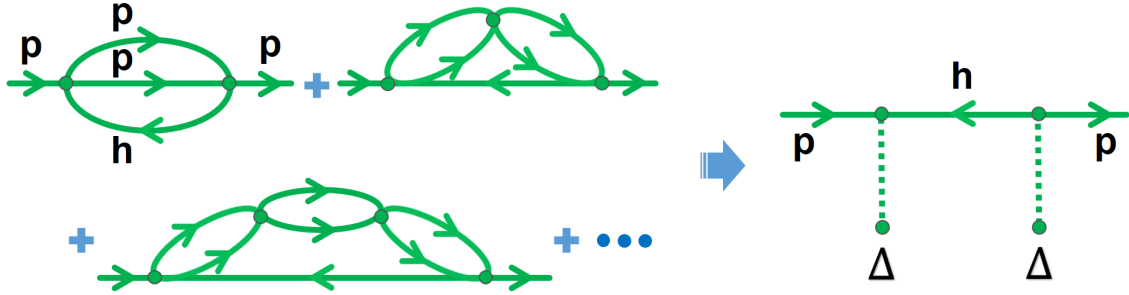


図 4.2: ペアポテンシャル Δ により particle 成分と hole 成分が混じる過程のダイアグラム。

これは非束縛核子と束縛核子の場合にも同様に考えることができる。それぞれの波動関数を $u_{lj}(r)$ と $v_{lj}(r)$ とする。非束縛核子 $u_{lj}(r)$ が超流動原子核が持つペアポテンシャル $\Delta(r)$ を感じると、その時間反転対称な量子数を持つ核内核子 $v_{lj}(r)$ と Cooper ペアを形成する。この過程は片側が非束縛核子であることにより、有限の寿命を持つ共鳴状態となって現れる。これが準粒子共鳴である。このときの散乱断面積 σ_{lj} には準粒子共鳴に対応する Briet-Wigner 型のピークが現れる (図 4.3)。

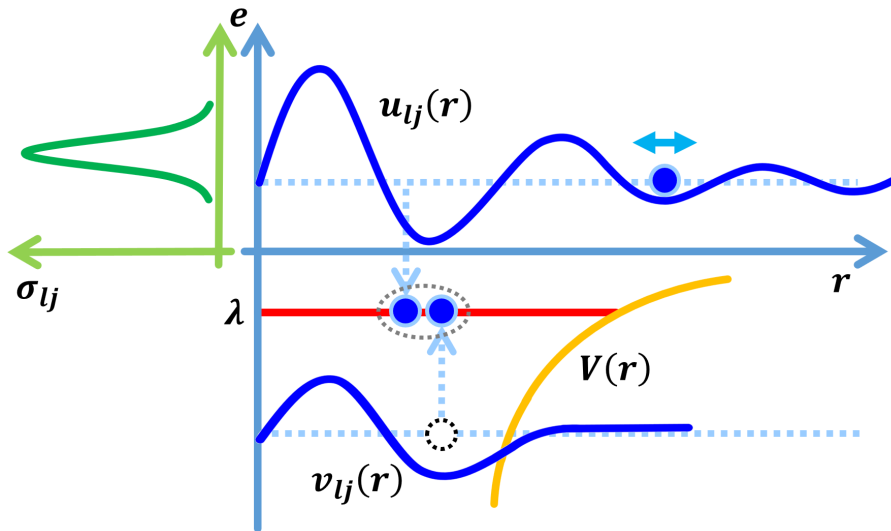


図 4.3: 準粒子共鳴の概念図。

もし、ペアポテンシャルの効果が $u_{lj}(r)$ と $v_{lj}(r)$ のエネルギーよりも小さく、摂動として扱えるのであれば、準粒子共鳴の共鳴幅 Γ_{lj} は Fermi の黄金則を用いて、

$$\Gamma_{lj} = 2\pi \left| \int dr v_{lj}^*(r) \Delta(r) u_{lj}(r) \right|^2 \quad (4.4)$$

と見積もることができる [37, 38]。

4.2 安定核と不安定核における準粒子共鳴の特徴

共鳴幅の摂動論的な見積もり（式(4.4)）が良く機能するのは $v_{lj}(r)$ が深い束縛軌道にあるときである。そのような状況は安定核において典型的に生ずる。なぜならば、安定核での Fermi エネルギーはおおよそ 8 MeV であるので、準粒子エネルギー $E = e - \lambda$ で見た準粒子共鳴のエネルギーは 8 MeV 以上となるためである。一方のペアギャップ Δ は、実験データから $\Delta \sim 12.0/\sqrt{A}$ と表されることが知られていて、中重核では 1 ~ 2 MeV 程度となる [9]。このときの準粒子共鳴のエネルギー E_x^{stable} はペアギャップ Δ よりも十分大きくなり ($E_x^{\text{stable}} \gg \Delta$)、式(4.4) が良く機能する状況となる。そして、共鳴幅 Γ はペアギャップの絶対値の二乗 $|\Delta_{\text{average}}|^2$ に比例すると考えられ、 Γ の値はおおよそ 1 ~ 100 keV と見積もられる [37]。この値は、実験的に知られている深い軌道に空孔ができるときの共鳴 (deep-hole resonance) の幅 (数 MeV [14]) と比べてもとても小さい。このような事情により、深い束縛軌道に関わるような準粒子共鳴の実験的な判別は、他の励起状態との結合も加味して非常に難しいと考えられている [33]。

一方で、中性子過剰核のような弱束縛核では、上記とは性質を異にする準粒子共鳴の出現が期待できる。例えば中性子過剰核の場合、中性子の Fermi 面はとても浅くなる。中性子ドリフライン近傍の原子核では、その深さは 1 MeV よりも浅くなる。このような場合では、弱束縛軌道に関わる準粒子共鳴が出現可能となり、その共鳴エネルギーはペアギャップと同程度もしくは、それよりも小さくなり得る： $E_x^{\text{unstable}} \lesssim \Delta$ 。このときに対相関は、共に Fermi 面近傍に位置する弱束縛軌道と低エネルギー連続状態間の強い配位混合を引き起こす。したがって、対相関の摂動論的な取り扱いが破綻し、そこには準粒子共鳴に対する非摂動的な対相関効果が期待できる。

4.3 準粒子共鳴の先行研究と本研究の位置づけ

中性子ドリフライン近傍核における準粒子共鳴の研究はこれまでも行われている [39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52]。それらのうちの多くは Skyrme 有効相互作用を用いた自己無撞着な座標空間表示 HFB 計算 (Skyrme-HFB 計算) である [43, 44, 45, 46, 47, 48, 49]。その中には、変形核での準粒子共鳴の議論をしている研究もある [47, 48, 49]。Hartree-Fock+BCS 理論を用いた準粒子共鳴の研究は非相対論的なものも相対論的なものもある [50, 51, 52]。

先行研究の中にも、座標空間表示 HFB 理論の枠組みで HF ポテンシャルおよびペアポテンシャル $\Delta(r)$ を現象論的な Woods-Saxon ポテンシャルに置き換えた研究もある [41, 42]。本研究では、それらと同様の模型を用いた準粒子共鳴の分析を行う。分析に用いる模型の詳細は次章で説明する。

上記では準粒子共鳴に関する先行研究について触れたが、いずれの研究においても準粒子共鳴の性質に分析の主眼が置かれていないわけではない。そのため、弱束縛核における準粒子共鳴が受ける対相関効果についてはこれまでの研究では明らかにされてこなかった。

そこで本研究では、弱束縛核における準粒子共鳴が受ける対相関効果を明らかにすることを目指す。特に、低エネルギー ($E_x \lesssim 1$ MeV) でかつ低角運動量 (s 波と p 波) の準粒子共鳴に着目する。 s 波や p 波の中性子は Coulomb 力も感じず、遠心力障壁の影響もない (もしくは小さい) ため、低エネルギーでも原子核に近づき易い。このことにより、連続状態結合の影響を強く受けることが予想される。また、第 2 章で述べたように、ハロー形成にも重要な役割を担う。それに加えて、低エネルギー中性子捕獲現象においても、 s 波や p 波の寄与が重要となることが知られている [53] ため、本研究を中性子捕獲反応へと展開する際の重要な示唆を得ることが期待される。

弱束縛軌道に関わるような低エネルギー準粒子共鳴はその観測についても新たな可能性をもたらす。そのような準粒子共鳴は準位密度の低い領域に出現するため、他の励起状態との複雑な結合の効果 [54] も小さいものとなる。これにより、準粒子共鳴の観測可能性は増加する。

第5章 数値計算のための模型

本研究では動径方向の座標空間表示 HFB 方程式 (3.28) を Bogoliubov 準粒子の散乱波境界条件 (4.1) の下で解くことにより、位相のずれ δ_{lj} や S 行列 S_{lj} を計算する。計算の際には、HF ポテンシャル $U_{lj}(r)$ を以下のようなスピン軌道項を含む現象論的な Woods-Saxon ポテンシャルとみなす。

$$U_{lj}(r) = \left[V_0 + (\vec{l} \cdot \vec{s}) V_{SO} \frac{r_0^2}{r} \frac{d}{dr} \right] f_{WS}(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}, \quad f_{WS}(r) = \left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right]^{-1} \quad (5.1)$$

ここでの V_0 や V_{SO} などのパラメータは文献 [9] の値を用いる。これに加え、ペアポテンシャル $\Delta(r)$ も Woods-Saxon 型のポテンシャルであるとする。

$$\Delta(r) = \Delta_0 f_{WS}(r) \quad (5.2)$$

ペアポテンシャルの強度 Δ_0 は平均ペア強度 $\bar{\Delta}$ [41, 42]

$$\bar{\Delta} = \frac{\int_0^\infty r^2 \Delta(r) f_{WS}(r) dr}{\int_0^\infty r^2 f_{WS}(r) dr} \quad (5.3)$$

を通して操作する。図 5.1 は ^{20}C を考えたときのペアポテンシャル $\Delta(r)$ の $\bar{\Delta}$ 依存性である。

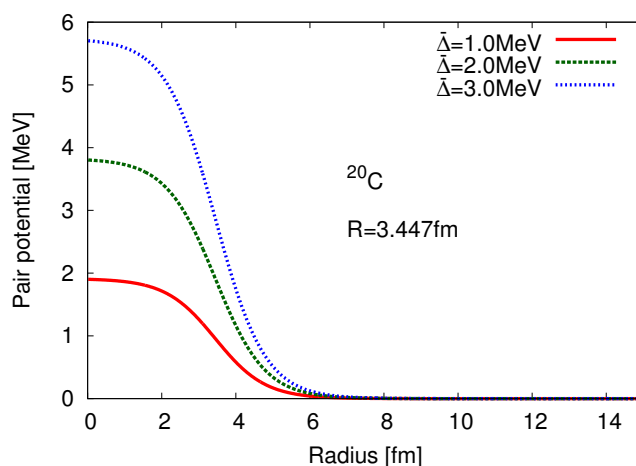


図 5.1: ペアポテンシャル $\Delta(r)$ の $\bar{\Delta}$ 依存性 (^{20}C の場合)。

原子核におけるペアギャップに対する経験則 $\Delta \sim 12.0/\sqrt{A}$ MeV [9] を用いると、 ^{46}Si の場合で $\Delta \sim 1.7$ MeV、 ^{20}C の場合で $\Delta \sim 2.7$ MeV となるため、以降の分析では $\bar{\Delta}$ の操作範囲を 0.0 MeV から 3.0 MeV とする。

上記のような設定の下、本研究では Runge-Kutta 法を用いて、ある準粒子エネルギー E での座標空間表示 HFB 方程式を解く。そのときの座標空間は散乱波を扱うために 40 fm とした。このような計算の場合、平均場ポテンシャル U_{lj} やペアポテンシャル $\Delta(r)$ の自己無撞着性は無視することになるが、パラメータ操作による系統的な分析が可能となる。

第6章 ^{46}Si における $p_{1/2}$ 波準粒子共鳴： $^{47}\text{Si}^*$

^{46}Si と $p_{1/2}$ 波の散乱中性子を考えることで、 ^{46}Si における $p_{1/2}$ 波準粒子共鳴を議論する。このことは ^{47}Si の $1/2^-$ 励起状態 ($^{47}\text{Si}^*(1/2^-)$) を考えるに等しい。本章では特に、準粒子共鳴の共鳴幅が受ける対相関効果に着目する。なお、本章の内容は Y. Kobayashi and M. Matsuo (2016)[55] に基づく。

6.1 $^{46,47}\text{Si}$ について

HFB 理論を用いた計算によると、 ^{46}Si は Si 同位体の中性子ドリップライン核であり、変形も小さいとされている (例えば、文献 [56, 57, 58])。このことは、 $2p_{3/2}$ 軌道が全て占有され、中性子数「32」の副殻閉殻が成り立っていることと矛盾しない。この計算結果を参考にすると、 ^{46}Si が球形であり、 $2p_{3/2}$ 軌道と $2p_{1/2}$ が弱束縛もしくは非束縛な共鳴状態であると予想できる。また、 ^{46}Si が中性子ドリップライン核だとすると、 ^{47}Si はドリップラインの外側にある非束縛核となる。なお、 $^{46,47}\text{Si}$ の実験的な観測は未だに成されていない [59]。

表 6.1 は ^{46}Si の Woods-Saxon ポテンシャル中の弱束縛な中性子軌道のエネルギーである。二つの $2p$ 軌道が共に弱束縛軌道であることが分かる。特に、 $2p_{1/2}$ 軌道は $e_{\text{sp}} = -0.056$ MeV と非常に弱束縛な軌道となっている。ここでは、Fermi エネルギーを Woods-Saxon-Bogoliubov 計算から得た値 $\lambda = -0.269$ MeV[47] に固定する。

Single-particle orbit	Single-particle energy e_{sp} [MeV]
$2p_{1/2}$	-0.056
$2p_{3/2}$	-1.068
$1f_{7/2}$	-2.821

表 6.1: ^{46}Si の Woods-Saxon ポテンシャル中の中性子の一粒子軌道のエネルギー。Woods-Saxon ポテンシャルのパラメーターは文献 [9] のものを使用。

6.2 弾性散乱断面積と位相のずれが受ける対相関効果と準粒子共鳴

図 6.1 は ^{46}Si に対する中性子弾性散乱の $s_{1/2}$ から $g_{9/2}$ までの部分波断面積 σ_{lj} である。図 6.1(a) は $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV のときの結果である。このときは対相関効果を考えていないため、一粒子ポテンシャル散乱の結果となる。図 6.1(a) より、2.1 MeV 付近に $f_{5/2}$ のピークと 5.5 MeV 付近に $g_{9/2}$ のピークがあることが分かる。これらは遠心力障壁による一粒子ポテンシャル共鳴である。

一方の図 6.1(b) には $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV のときの結果を示した。この図 6.1(b) には図 6.1(a) では見えなかったピークがあることが分かる。例えば、0.2 MeV 付近の $p_{1/2}$ のピークや 0.8 MeV 付近の $p_{3/2}$ のピークである。これらは、散乱中性子と弱束縛中性子が Cooper ペアを形成する過程、つまりは対相関効果によって生じた準粒子共鳴である。 $p_{1/2}$ 波の場合、弱束縛な $2p_{1/2}$ 軌道との結合により 0.2 MeV 付近のピーク現れる。これらの共鳴のエネルギーは束縛軌道の位置に依存するため

に、浅い束縛軌道由来の方が低エネルギーの共鳴となる。したがって、共鳴の順序は通常の一粒子ポテンシャル共鳴の場合とは逆となる。

図 6.1 は ^{47}Si の非束縛な励起スペクトルとも理解できる。したがって、対相関効果により準粒子共鳴が出現することは ^{47}Si の励起スペクトルの構造にも大きな影響を与えることが分かる。

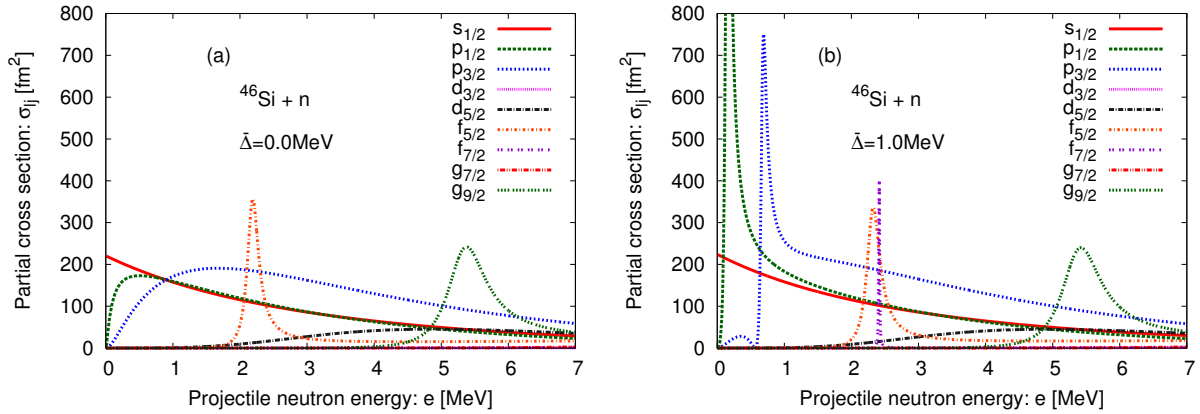


図 6.1: $s_{1/2}$ から $g_{9/2}$ までの部分波に対する弾性散乱断面積 σ_{lj} 。(a) は $\bar{\Delta} = 0.0 \text{ MeV}$ のときの結果。(b) は $\bar{\Delta} = 1.0 \text{ MeV}$ のときの結果。横軸は散乱中性子の運動エネルギー e [MeV] である。

これ以降は図 6.1(b) 中で最も低エネルギーの $p_{1/2}$ 準粒子共鳴に対する分析を行う。なお本研究では、この共鳴が $2p_{1/2}$ 軌道との結合により生ずるために「 $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴」と呼ぶことにする。

図 6.2 は $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の平均ペア強度 $\bar{\Delta}$ 依存性である。図 6.2(a) には弾性散乱断面積 $\sigma_{p_{1/2}}$ に対する結果を、図 6.2(b) は位相のずれ $\delta_{p_{1/2}}$ に対する結果を表した。 $2p_{1/2}$ 軌道は弱束縛軌道であるため、 $\bar{\Delta} = 0.0 \text{ MeV}$ のときには $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴は現れない。一方で、対相関効果を有限 ($\bar{\Delta} \neq 0.0 \text{ MeV}$) にすると、その弱束縛な $2p_{1/2}$ 軌道と $p_{1/2}$ 散乱波が Cooper ペア形成を通して結合して $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴を出現させる。図 6.2 より、 $\bar{\Delta}$ の値が大きくなるにつれて $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の共鳴エネルギーと共鳴幅も大きくなっていることが分かる。

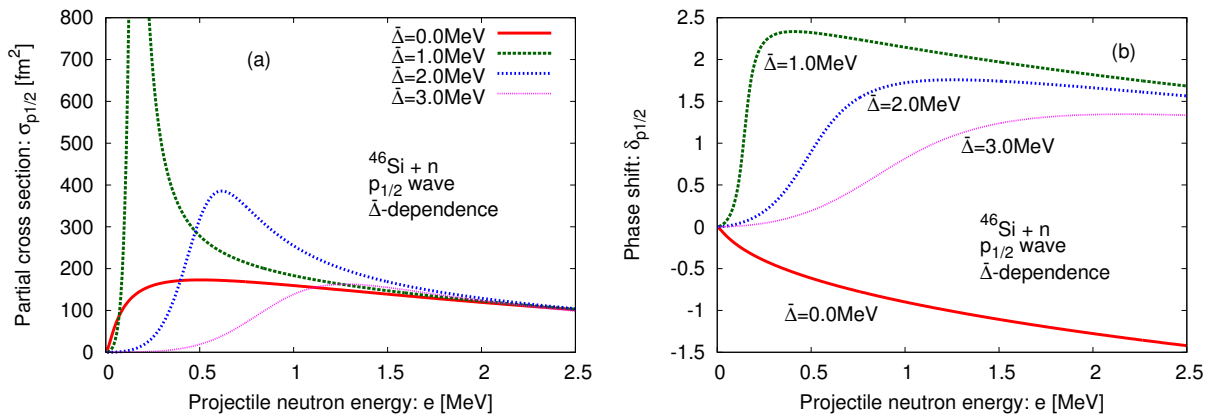


図 6.2: (a) $p_{1/2}$ 波に対する弾性散乱断面積 $\sigma_{p_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。(b) $p_{1/2}$ 波に対する位相のずれ $\delta_{p_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。横軸は非束縛中性子の運動エネルギー e [MeV] である。

6.3 準粒子共鳴の共鳴エネルギーと共鳴幅が受ける対相関効果

$2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の $\bar{\Delta}$ 依存性をより詳しく調べるために共鳴エネルギーと共鳴幅の計算を行う。ここでは、得られた位相のずれ $\delta_{p_{1/2}}$ を以下の arctan 型の関数 (式 6.1) でフィットすることにより、

共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ を抽出する。 Γ は全半値幅 (FWHM: Full Width Half Maximum) を表す。

$$\delta(e) = \arctan\left(\frac{2(e - e_R)}{\Gamma}\right) + a(e - e_R) + b \quad (6.1)$$

ここでの a と b は位相のずれの background ($\delta_{bg} = a(e - e_R) + b$) に含まれる未定係数である。

フィットにより得られた共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ の $\bar{\Delta}$ 依存性を図 6.3 に示した。ここでは横軸を共鳴エネルギー e_R 、縦軸を共鳴幅 Γ とした e_R - Γ 関係図として $\bar{\Delta}$ 依存性を見る。計算の際の $\bar{\Delta}$ は 0.5 MeV 刻みとした。

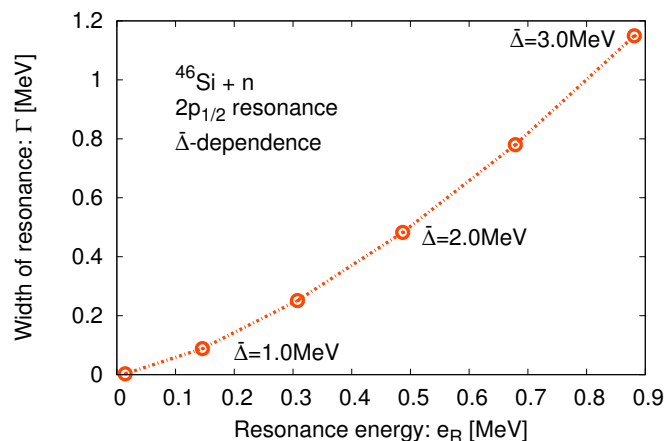


図 6.3: $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ (FWHM) の $\bar{\Delta}$ 依存性。

図 6.3 から、 $\bar{\Delta}$ の増加により共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ が共に増加することを確認される。共鳴エネルギー e_R の増加については、BCS 理論での準粒子エネルギーの振る舞い $E = \sqrt{(e - \lambda)^2 + \Delta^2}$ とも矛盾しない。また、共鳴幅 Γ が共鳴エネルギー e_R の増加と共に増加する傾向は一粒ポテンシャル共鳴の場合と同様である。

次に、対相関効果をより詳しく分析するため、一粒ポテンシャル共鳴の場合との比較を行う。ここでは、 $p_{1/2}$ 波の一粒ポテンシャル共鳴をつくるために、式 (5.1) 中の V_0 の値を操作する。この操作により、 $2p_{1/2}$ 軌道を連続状態にまで引き上げ、比較のための一粒ポテンシャル共鳴(「 $2p_{1/2}$ 一粒ポテンシャル共鳴」と呼ぶ)をつくる。

図 6.4(a) は V_0 の操作による $2p_{1/2}$ 軌道のエネルギーの変化を表している。 V_0 の変化分は ΔV_0 とした。 ΔV_0 を正の方向へ大きくしていくと、 $2p_{1/2}$ 軌道は共鳴状態となり、共鳴幅を持つようになる。この共鳴幅は図 6.4(a) 中の縦棒で示した。この結果からも共鳴エネルギーが増加すると共に共鳴幅も増加することが分かる。図 6.4(b) はその様子をより詳しく e_R - Γ 図で表したもので、 ΔV_0 の増加により $2p_{1/2}$ 一粒ポテンシャル共鳴の共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ が共に大きくなっていくことが確かめられる。

以降では、 $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の e_R - Γ 関係と $2p_{1/2}$ 一粒ポテンシャル共鳴の e_R - Γ 関係を比較することにより、 $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴に対する対相関効果を調べる。

図 6.5 は $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の ΔV_0 および $\bar{\Delta}$ 依存性を e_R - Γ 関係図で表したものである。図中で、 $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV とした結果は $2p_{1/2}$ 一粒ポテンシャル共鳴の ΔV_0 依存性を示している。

図 6.5(a) には、ある ΔV_0 に対して $\bar{\Delta}$ を加えていったときの e_R - Γ 関係図を示した。言い換えると、 $2p_{1/2}$ 軌道の位置を固定して $\bar{\Delta}$ を変化させていったときの結果である。この結果より、 $2p_{1/2}$ 軌道がどんな位置にあっても、 $\bar{\Delta}$ が増えると共に共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ が増えることが分かる。この結果は図 6.3 の一般化である。

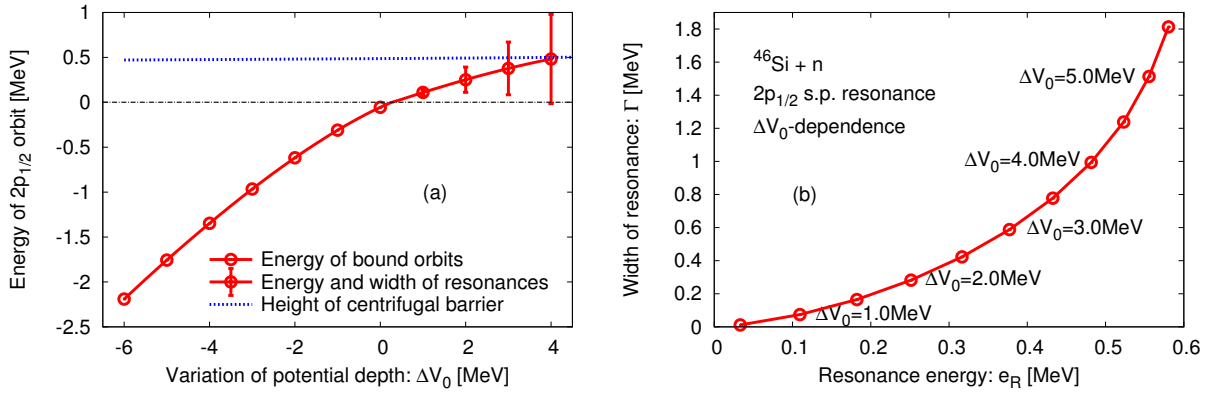


図 6.4: (a) $2p_{1/2}$ 軌道の ΔV_0 依存性。 $e_{s.p.} > 0$ に対する値は共鳴エネルギー e_R 。縦棒は共鳴幅 Γ (FWHM) を表す。青色点線は遠心力障壁の高さの ΔV_0 依存性を示す。(b) $2p_{1/2}$ 一粒子共鳴の共鳴幅 Γ (FWHM) と共鳴エネルギー e_R の ΔV_0 依存性。

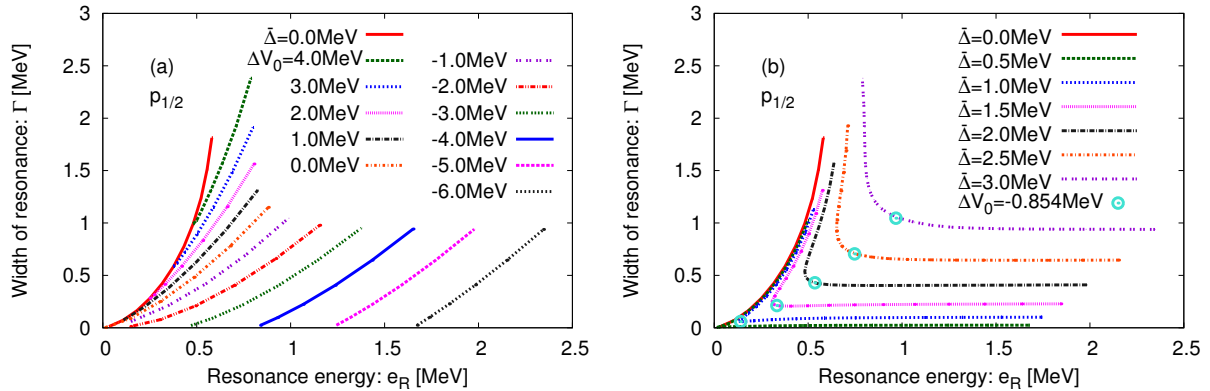


図 6.5: $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ の $\Delta \bar{V}$ および ΔV_0 依存性。(a) ΔV_0 を固定し、 $\Delta \bar{V}$ を 0.0 ~ 3.0 MeV と変化させたときの e_R - Γ 関係図。(b) $\Delta \bar{V}$ を固定し、 ΔV_0 を -6.0 ~ 4.0 MeV と変化させたときの e_R - Γ 関係図。 $\Delta \bar{V} = 0.0$ MeV は $2p_{1/2}$ 一粒子ポテンシャル共鳴に対する結果。 $\Delta V_0 = -0.854$ MeV は $2p_{1/2}$ 軌道が Fermi エネルギーと一致したときの結果。

一方の図 6.5(b) には、ある $\Delta \bar{V}$ に対して ΔV_0 を変化させたときの e_R - Γ 関係図を示した。この結果は図 6.5(a) の結果の別の表示である。これは、 $\Delta \bar{V}$ がある状況下で、 $2p_{1/2}$ 軌道の位置を変化させたときの結果に対応する。この結果を見ると、 e_R - Γ の振る舞いに二つの傾向があることが分かる。一つは図中右下の領域に見えるもので、 ΔV_0 の変化に対し、共鳴幅 e_R は変化するが共鳴幅 Γ がほとんど変化しないものである。もう一方は図中左上の領域に見えるもので、 ΔV_0 の変化に対し、共鳴幅 e_R と共鳴幅 Γ が共に変化するものである。この違いの境界は図中で $\Delta V_0 = -0.854$ MeV と表した部分で、これは着目している $2p_{1/2}$ 軌道が Fermi エネルギー ($\lambda = -0.269$ MeV) と一致するとき ($e_{2p_{1/2}} = \lambda$) に対応する。つまり、図中右下の部分は $2p_{1/2}$ 軌道が Fermi エネルギーよりも下にあるときの共鳴に対応し、一方の図中左上の部分は $2p_{1/2}$ 軌道が Fermi エネルギーよりも上にあるときの共鳴に対応する。本研究では前者を「hole-like 準粒子共鳴」、後者を「particle-like 準粒子共鳴」と呼ぶことにする。

ここまでの分析により、準粒子共鳴の共鳴エネルギー e_R と共鳴幅 Γ が受ける対相関効果は「hole-like 準粒子共鳴」と「particle-like 準粒子共鳴」で異なることが分かった。以下では、それぞれの準粒子共鳴に対する対相関効果について分析を行う。

6.4 Hole-like 準粒子共鳴に対する対相関効果

図 6.6 には共鳴エネルギーが $e_R = 1.5$ MeV の hole-like 準粒子共鳴の共鳴幅 Γ の $\bar{\Delta}$ 依存性を示した。共通の共鳴エネルギーに着目した理由は、共鳴エネルギーの増加による共鳴幅の増加分を議論から取り除くためである。図 6.6 をみると、共鳴幅 Γ は $\bar{\Delta}^2$ に比例していることが分かる。図中には参考のために $\Gamma \propto \bar{\Delta}^2$ の線を載せてある。

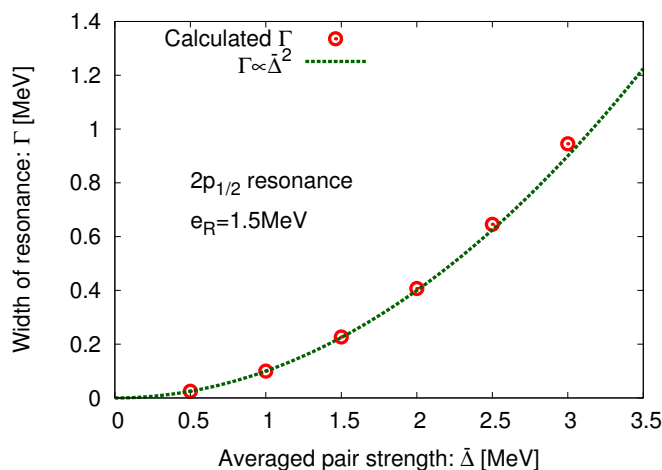


図 6.6: $e_R = 1.5$ MeV を持つ $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の共鳴幅 Γ の $\bar{\Delta}$ 依存性。

図 6.6 での共鳴幅の振る舞い ($\Gamma \propto \bar{\Delta}^2$) は式 (4.4) に示した摂動論的な共鳴幅の見積もり

$$\Gamma_{lj} = 2\pi \left| \int dr v_{lj}^*(r) \Delta(r) u_{lj}(r) \right|^2 \propto |\Delta_{\text{average}}|^2 \quad (6.2)$$

と無矛盾である。この $\bar{\Delta}$ の増加の効果は、Bogoliubov 準粒子波動関数の particle 成分 $u_{lj}(r)$ と $v_{lj}(r)$ の混ざり具合を表しているため、図 6.6 の状況に対応する準粒子波動関数も調べてみる。

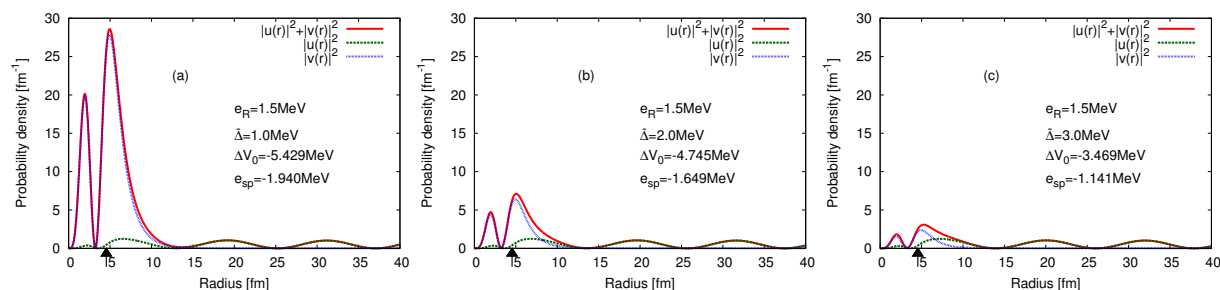


図 6.7: $e_R = 1.5$ MeV を持つ $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の存在確率密度の $\bar{\Delta}$ 依存性。

図 6.7 には図 6.6 の中での $\bar{\Delta} = 1.0, 2.0, 3.0$ MeV に対応する $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の存在確率密度を示した。ここでの存在確率密度は上成分と下成分の合計 ($|u(r)|^2 + |v(r)|^2$) となる。ここで着目している角運動量 (lj) は $p_{1/2}$ のみのため、図中では (lj) の表示を省略してある。また、 $u(r)$ と $v(r)$ は共に $u(r)$ の遠方での振幅が 1 となるように規格化してある。図中の上向き矢印は Woods-Saxon ポテンシャルの半径を表しており、ここでの値は $R = 4.550$ fm である。

図 6.7 の結果からも $\bar{\Delta}$ の増加と共に、 $u(r)$ と $v(r)$ の混ざり具合が増加していることが分かる。共鳴幅 Γ との関係を見やすくするために、本研究では $\bar{u}(r) = \int_0^R |u(r)|^2$ と $\bar{v}(r) = \int_0^R |v(r)|^2$ という量を導入し、核半径 R の内側での $u(r)$ と $v(r)$ の混ざり具合 \bar{u}^2/\bar{v}^2 を計算した。その結果、図

6.7(a)(b)(c) それぞれの状況に対して、 $\bar{u}^2/\bar{v}^2 = 0.017, 0.069, 0.179$ という値を得た。これは $\bar{\Delta}$ の増加と共に、核半径 R 内での $u(r)$ の割合が増加 ($v(r)$ の割合が減少) していることを示す。ここで、下成分波動関数 $v(r)$ は核内もしくは核表面付近に局在する波動関数であることを考えると、共鳴幅 Γ の $\bar{\Delta}$ 依存性を理解することができる。つまり、 $\bar{\Delta}$ の増加により核付近に局在する波動関数 $v(r)$ が減少するために共鳴幅 Γ が増加してしまうのである。これが波動関数を用いた hole-like 準粒子共鳴における共鳴幅 Γ の $\bar{\Delta}$ 依存性の理解である。

Hole-like 準粒子共鳴に対する分析の最後に、摂動論的な共鳴幅の見積もり (式 (6.2)) の適用範囲を探る。式 (6.2) は、エネルギー e_{sp} の一空孔状態波動関数 $v_{e_{\text{sp}}}(r)$ とエネルギー e の散乱一粒子波動関数 $u_e(r)$ の摂動 $\Delta(r)$ を通した結合を表している。散乱波動関数 $u_e(r)$ は

$$\int dr u_e^*(r) u_{e'}(r) = \delta(e - e') \quad (6.3)$$

で規格化される。また、第 0 近似の共鳴エネルギーは $e_R^0 = |e_{\text{sp}} - \lambda| + \lambda = |e_{\text{sp}}| - 2|\lambda|$ と表せる。なお、ここでの準粒子エネルギーは $E^0 = |e_{\text{sp}} - \lambda|$ となる。

図 6.8 は数値計算により得た位相のずれを Fit することで求めた共鳴幅 (Without approximation) と式 (6.2) を用いて求めた共鳴幅 (Fermi's golden rule) の比較図である。上三角-破線は $v_{e_{\text{sp}}}(r)$ と $u_e(r)$ を固定し、 $\bar{\Delta}$ のみを変化させた結果である (Fermi's golden rule 1)。ここでの $u_e(r)$ のエネルギーには第 0 近似の共鳴エネルギー $e_R^0 = |e_{\text{sp}}| - 2|\lambda|$ を用いた。一方の下三角-点線は $v_{e_{\text{sp}}}(r)$ のみを固定し、 $u_e(r)$ のエネルギーにはそれぞれの $\bar{\Delta}$ に対する数値計算結果により得られた準粒子共鳴の共鳴エネルギー $e_R(\bar{\Delta})$ を採用した場合の結果である (Fermi's golden rule 2)。

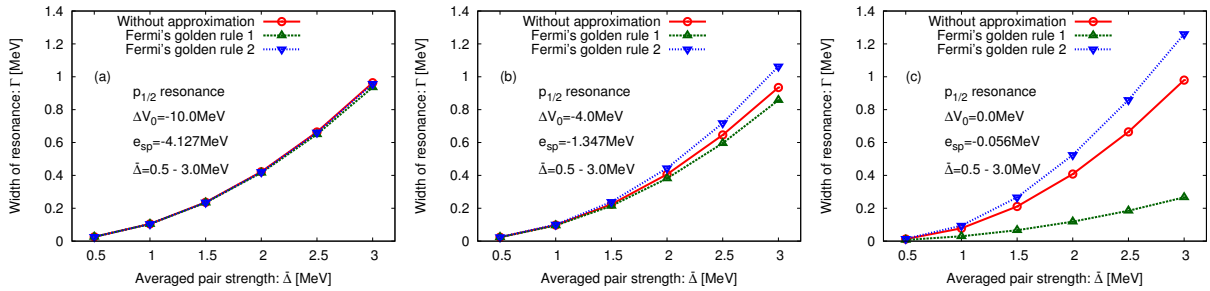


図 6.8: 共鳴幅 Γ の摂動論的な見積もり。

図 6.8(a)(b)(c) はそれぞれ、 $2p_{1/2}$ 空孔状態が $e_{\text{sp}} = -4.127$ MeV ($\Delta V_0 = -10.0$ MeV)、 $e_{\text{sp}} = -1.347$ MeV ($\Delta V_0 = -4.0$ MeV)、 $e_{\text{sp}} = -0.618$ MeV ($\Delta V_0 = -2.0$ MeV) であるときに対する共鳴幅 Γ の $\bar{\Delta}$ 依存性である。図 6.8(a) の場合は、着目している $2p_{1/2}$ 軌道が Fermi エネルギー ($\lambda = -0.269$ MeV) よりも 4 MeV ほど深く、摂動論的な見積もりも良く機能していることが分かる。図 6.8(b) から (c) にかけては、 $2p_{1/2}$ 軌道が Fermi エネルギーに近づいていくため、摂動論的な見積もりが数値計算結果からずれていくことが分かる。

図 6.9 には、図 6.7 と同様の準粒子共鳴の存在確率密度を示した。図 6.9(a)(b)(c) はそれぞれ、図 6.8(a)(b)(c) での $\bar{\Delta} = 2.0$ MeV の場合に対応している。図 6.9 より、着目している $2p_{1/2}$ 軌道の位置 (e_{sp}) が Fermi エネルギーに近づくにつれて、 $u(r)$ の割合が大きくなっている ($v(r)$ の割合が小さくなっている) ことが分かる。図 6.9(a)(b)(c) に対して \bar{u}^2/\bar{v}^2 を計算すると、それぞれ $\bar{u}^2/\bar{v}^2 = 0.021, 0.091, 0.254$ という値を得た。

図 6.8 において、二つの摂動計算の結果 (Fermi's golden rule) と数値計算の結果 (Without approximation) とのずれが誤差 10% 以内に収まったときに、式 (6.2) が良く機能しているとみなした場合、以下の関係式が成り立つ必要があることが分かった。

$$e_{\text{sp}} \lesssim \lambda - 0.5\bar{\Delta} \quad (6.4)$$

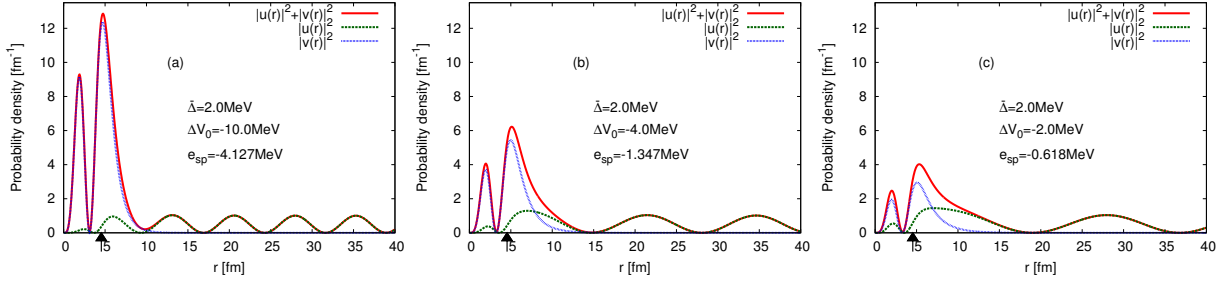


図 6.9: hole-like 準粒子共鳴の存在確率分布。

この関係は、 \bar{u}^2/\bar{v}^2 に換算すると、以下ようになる。

$$\bar{u}^2/\bar{v}^2 \lesssim 0.1 \quad (6.5)$$

式 (6.4) および式 (6.5) については他の計算結果も含めて、Appendix C で補足説明をする。

6.5 Particle-like 準粒子共鳴に対する対相関効果

図 6.5(a) でのもとの三つの計算結果を用いて、particle-like 準粒子共鳴に対する対相関効果を分析する。図 6.10 は、 $2p_{1/2}$ 一粒子ポテンシャル共鳴の ΔV_0 依存性、そして、 $\Delta V_0 = 0.0$ および 2.0 MeV での $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の $\bar{\Delta}$ 依存性を e_R - Γ 関係図で示したものである。 $\Delta V_0 > 0$ では常に $e_{p_{1/2}} > \lambda$ であるため、図 6.10 の結果は全て particle-like 準粒子共鳴に対するものである。

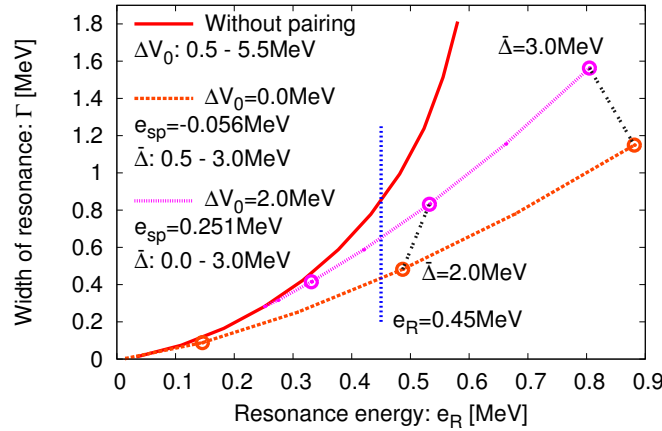


図 6.10: $2p_{1/2}$ 一粒子ポテンシャル共鳴の ΔV_0 依存性および $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴 ($\Delta V_0 = 0.0, 2.0$ MeV) の $\bar{\Delta}$ 依存性の e_R - Γ 関係図。 $e_R = 0.45$ MeV は比較を行うエネルギー (本文を参照のこと)。

図 6.10 では、共鳴エネルギー e_R の増加と共に共鳴幅 Γ も増加している様子が分かる。ここから対相関効果のみを引き出すために、ある共通の共鳴エネルギーでの共鳴幅の比較を行う。まずここでは、 $e_R = 0.450$ MeV の場合に着目する (図 6.10 参照)。このときの三つの共鳴は $\bar{\Delta} = 0.0, 1.634, 1.897$ MeV のときのものに対応し、それぞれの共鳴幅は $\Gamma = 0.854, 0.652, 0.453$ MeV となっている。この結果より、対相関効果が強いほど共鳴幅が狭いことが分かる。これは対相関が共鳴幅を狭める効果を持つことに対応しており、hole-like 準粒子共鳴のときとは逆の効果となる。この結果を他の二つの共鳴エネルギーの場合と合わせて表 6.2 にまとめた。

e_R [MeV]	0.300			0.375			0.450		
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.0	0.728	1.477	0.0	1.246	1.688	0.0	1.634	1.897
Γ [MeV]	0.387	0.361	0.244	0.582	0.500	0.338	0.854	0.652	0.453
e_{sp} [MeV]	0.300	0.251	-0.056	0.375	0.251	-0.056	0.450	0.250	-0.056

表 6.2: 共通の共鳴エネルギー $e_R = 0.300, 0.375, 0.450$ MeV を持つ particle-like な $2p_{1/2}$ 準粒子共鳴の共鳴幅の $\bar{\Delta}$ 依存性と $2p_{1/2}$ 一粒子ポテンシャル共鳴の共鳴幅の比較。

この対相関効果を理解すべく、共鳴での準粒子波動関数の存在確率密度を調べる。図 6.11 には、 $e_R = 0.45$ MeV を持つ共鳴での存在確率密度を示した。図 6.11(a) は一粒子ポテンシャル共鳴 ($\bar{\Delta} = 0.0$ MeV) のときの結果である。このときの波動関数は準粒子波動関数ではなく、一成分の波動関数となっている。図 6.11(b)(c) にはそれぞれ、 $\bar{\Delta} = 1.634$ MeV と 1.897 MeV のときの準粒子共鳴の存在確率密度を示した。

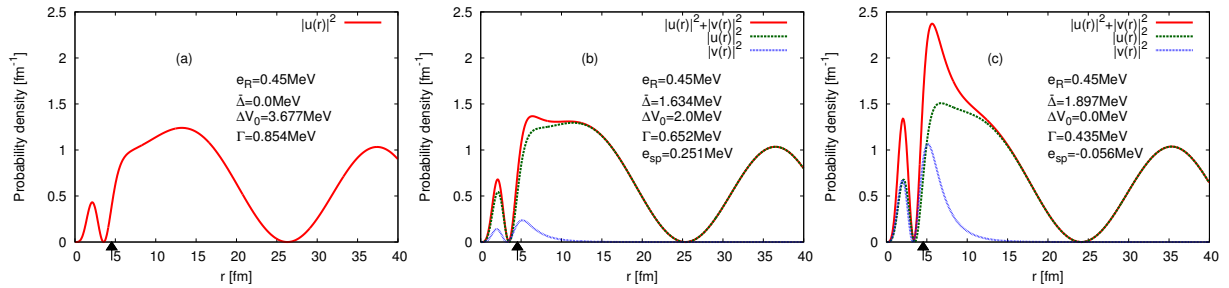


図 6.11: $e_R = 0.45$ MeV を持つ particle-like 準粒子共鳴の存在確率密度。

図 6.11 をみると、原子核の内側およびその周辺 ($r \lesssim R$) において、 $\bar{\Delta}$ の増加と共に下成分波動関数 $v(r)$ の割合が増加（上成分波動関数 $u(r)$ の割合が減少）していることが分かる。この振る舞いは hole-like 準粒子共鳴の場合とは逆の傾向である。ここでも、hole-like 準粒子共鳴のときと同様、 $\bar{u}(r) = \int_0^R dr |u(r)|^2$ と $\bar{v}(r) = \int_0^R dr |v(r)|^2$ を計算し、その比 \bar{v}^2/\bar{u}^2 を求めた。ただし、ここでは $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV の一粒子ポテンシャル共鳴の場合 ($\bar{v}^2 = 0.0$) も考えているため、 \bar{u}^2 を分母に持つ比を考える。計算結果を表 6.3 にまとめた。

e_R [MeV]	0.300			0.375			0.450		
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.0	0.728	1.477	0.0	1.246	1.688	0.0	1.634	1.897
\bar{v}^2/\bar{u}^2	0.0	0.069	0.891	0.0	0.187	1.003	0.0	0.297	1.107
$v_{\text{BCS}}^2/u_{\text{BCS}}^2$	0.0	0.045	0.456	0.0	0.107	0.503	0.0	0.161	0.543

表 6.3: \bar{v}^2/\bar{u}^2 の $\bar{\Delta}$ 依存性。

表 6.3 から $\bar{\Delta}$ の増加と共に $v(r)$ の割合が増加（ $u(r)$ の割合が減少）していることが分かる。また表 6.3 中には、参考のために BCS 理論での公式

$$v_{\text{BCS}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{e - \lambda}{E} \right), \quad u_{\text{BCS}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{e - \lambda}{E} \right) \quad (6.6)$$

を用いて計算した $v_{\text{BCS}}^2/u_{\text{BCS}}^2$ も載せてある。これらを比較すると \bar{v}^2/\bar{u}^2 と $v_{\text{BCS}}^2/u_{\text{BCS}}^2$ は同じ傾向を示すことがわかる。

以上の分析により、particle-like 準粒子共鳴に対する対相関効果は、共鳴幅を狭める働きをもつことが分かった。そして、その振る舞いは原子核付近に局在する $v(r)$ の割合が対相関の強まりと共に増加することに由来することも明らかになった。

第7章 ^{20}C における $s_{1/2}$ 波準粒子共鳴： $^{21}\text{C}^*$

^{20}C と $s_{1/2}$ 波の散乱中性子を考えることで、 ^{20}C における $s_{1/2}$ 波準粒子共鳴を議論する。このことは ^{21}C の $1/2^+$ 励起状態 ($^{21}\text{C}^*(1/2^+)$) を考えるに等しい。本章では特に、準粒子共鳴に対応する S 行列の極が受ける対相関効果に着目する。

7.1 $^{20,21,22}\text{C}$ について

^{22}C は C 同位体の中で中性子ドリップラインに位置し、 ^{21}C が非束縛核であることが知られている [60]。つまり、 ^{22}C は Borromean 核である。 ^{22}C は二つの $2s_{1/2}$ 中性子が非常に弱く束縛された 2 中性子ハロー核であることが 3 体モデルを用いた計算により予言された [61]。その後の実験では、 ^{22}C の大きな半径と ^{22}C の 2 中性子分離反応の狭い運動量分布が観測され [62, 63, 64]、 ^{22}C が中性子ハロー核であることが確認された。また、実験 [63, 64] の分析からは、 ^{20}C の基底状態にも $2s_{1/2}$ の成分が存在していることが分かった。このことは、 $N = 14$ の副核閉殻の破れ [65, 66] と矛盾せず、 ^{20}C が超流動状態であることを示唆する。

非束縛な ^{21}C については、理化学研究所での不変質量スペクトロメーター「SAMURAI」 [67, 68] を用いた実験があり、分析が進められている。ここでは、不変質量 $M_{\text{inv}} = \sqrt{(\sum_i E_i)^2 - (\sum_i \vec{p}_i)^2}$ を測定し、系の持つ相対エネルギー $E_{\text{rel}} = M_{\text{inv}} - \sum_i M_i$ を計算することにより、 ^{21}C の励起スペクトルを構成している。現在までの分析によって、 ^{22}C からの分解反応 ($\text{C}(^{22}\text{N}, ^{21}\text{C})$) から得られた励起スペクトルおよび ^{22}N からの陽子ノックアウト反応 ($\text{C}(^{22}\text{N}, ^{21}\text{C})$) から得られた励起スペクトルで低エネルギーの s 波のピーク (s 波の非束縛励起状態) が現れることが判明している [69]。一粒子ポテンシャル散乱では s 波の共鳴状態はつくれないため、実験結果から判明した s 波の非束縛励起状態は一粒子ポテンシャル共鳴ではない多体相関からつくられるものと予想される。本章では、対相関による s 波共鳴状態の可能性とその性質について理論的な分析を行う。

図 7.1 には ^{20}C の Woods-Saxon ポテンシャル中における中性子に対する $2s_{1/2}$ 軌道と $1d_{5/2}$ 軌道の ΔV_0 依存性を示した。 ΔV_0 の増加と共に、 $2s_{1/2}$ 軌道と $1d_{5/2}$ 軌道の位置が共に上昇していく様子が分かる。 s 波は d 波よりも原子核の内側に局在しているため、 ΔV_0 の増加による上昇は緩やかになる。このときの Woods-Saxon ポテンシャルのパラメーターは文献 [9] のものである。表 7.1 には本章の分析に用いる三つのパターン ($\Delta V_0 = 0.0, 4.0, 7.0$ MeV) に対する $1d_{5/2}$ 軌道と $2s_{1/2}$ 軌道のエネルギーを載せた。

ΔV_0 [MeV]	0.0	4.0	7.0
$e_{\text{sp}}(1d_{5/2})$	-1.882	-0.221	0.781
$e_{\text{sp}}(2s_{1/2})$	-1.131	-0.250	3.8×10^{-6}

表 7.1: ^{20}C の Woods-Saxon ポテンシャル中の中性子の $1d_{5/2}$ 軌道と $2s_{1/2}$ 軌道のエネルギー e_{sp} ($\Delta V_0 = 0.0, 4.0, 7.0$ MeV)。Woods-Saxon ポテンシャルのパラメーターは文献 [9] のものを使用。

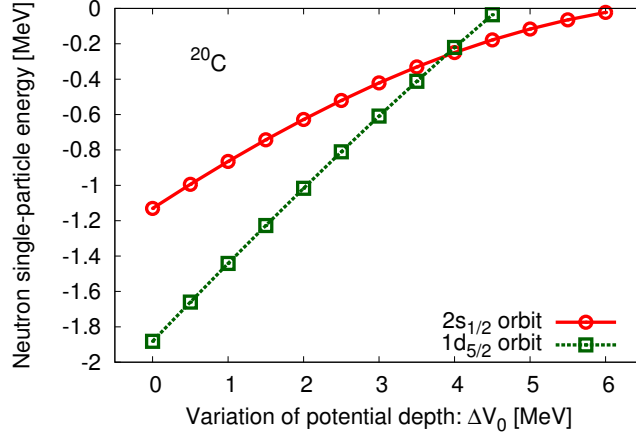


図 7.1: $2s_{1/2}$ 軌道と $1d_{5/2}$ 軌道の ΔV_0 依存性。

7.2 s 波散乱に対する散乱長と有効距離および S 行列の極

以降の分析に用いる散乱長と有効距離および S 行列の極の s 波散乱に対する振る舞いをまとめる。この性質を踏まえることで、 s 波準粒子散乱に対する結果を理解する際の足がかりにする。なお、この節の内容は文献 [70, 71, 72] を参考にしている。

散乱長 a と有効距離 r_{eff} は s 波散乱に対する 0 エネルギー極限での有効距離公式

$$k \cot \delta \simeq -\frac{1}{a} + \frac{1}{2}k^2 r_{\text{eff}} + \mathcal{O}(k^4) \quad (7.1)$$

に含まれる量である。ここでの k は波数である。通常の一粒子ポテンシャル散乱の場合には、散乱長 a と有効距離 r_{eff} は以下のように理解可能となる。有効距離はポテンシャルの影響を受けた 0 エネルギー極限での波動関数 $u_0^{\text{in}}(r)$ とポテンシャルの影響を受けていない 0 エネルギー極限での波動関数（ポテンシャルから充分離れたときの波動関数と等価） $u_0^{\text{out}}(r)$ の 2 乗の差を積分したものの

$$r_{\text{eff}} = 2 \int_0^R \left((u_0^{\text{out}}(r))^2 - (u_0^{\text{in}}(r))^2 \right) dr \quad (7.2)$$

で定義される。これは、おおよそポテンシャルの影響範囲に相当している。

平方井戸型ポテンシャル問題を考えると、 $u_0^{\text{in}}(r)$ と $u_0^{\text{out}}(r)$ および a と r_{eff} の具体系を書き下せる。まず、0 エネルギーでの波動関数 $u_0^{\text{in}}(r)$ と $u_0^{\text{out}}(r)$ はそれぞれ

$$u_0^{\text{in}}(r) = A \sin(k_0 r), \quad k_0 = \sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}} \quad (7.3)$$

$$u_0^{\text{out}}(r) = C \left(1 - \frac{r}{a} \right) \quad (7.4)$$

と表される。ここでの k_0 はポテンシャルの影響を受けているときの 0 エネルギー極限での波数であり、 V_0 は平方井戸方ポテンシャルの底の深さを示す。A および C は未定係数である。井戸の半径を R とすると、 a と r_{eff} はそれぞれ

$$a = R - \frac{1}{k_0} \tan(k_0 R) \quad (7.5)$$

$$r_{\text{eff}} = 2 \int_0^R \left((u_0^{\text{out}}(r))^2 - (u_0^{\text{in}}(r))^2 \right) dr = 2 \left[\frac{a}{3} \left\{ \left(\frac{R}{a} - 1 \right)^3 + 1 \right\} - \left(\frac{a-R}{a \sin(k_0 R)} \right)^2 \left(\frac{R}{2} - \frac{\sin(2k_0 R)}{4k_0} \right) \right] \quad (7.6)$$

と表すことができる。これらの解析的な分析から、 s 軌道の位置と散乱長 a の関係が分かる。

a が負のときは、非束縛 s 軌道を持つ原子核に対する s 波散乱に対応する。一方で、 a が正のときには、 s 軌道を束縛状態に持つ原子核における s 波散乱に対応する。特に $1/a \sim 0$ となるような状況は仮想状態 (virtual state) と呼ばれる。この $1/a \sim 0$ の場合での散乱断面積は 0 エネルギーで非常に大きくなる。これらの性質を利用することにより、 s 波散乱を通して、系の中で着目したい s 軌道の位置を探ることができる。表 7.2 では、分析に用いる散乱長の逆数 $1/a$ と着目する s 軌道の性質との対応関係をまとめた。

散乱長の逆数 $1/a$	> 0	~ 0	< 0
s 軌道の性質	束縛状態	仮想状態 (virtual state)	散乱状態

表 7.2: 散乱長の逆数 $1/a$ と s 軌道の対応関係。

次に S 行列の極について説明する。S 行列 $S_{lj}(k)$ は散乱波境界条件のある表示の中に現れる。本研究ではこれまで、位相のずれ $\delta_{lj}(k)$ (k は波数) を用いた散乱波境界条件 (式 (4.1) の上成分)

$$U_{lj}^{\text{out}}(r) = \frac{u_{lj}^{\text{out}}(r)}{kr} = \cos \delta_{lj}(k) j_l(kr) - \sin \delta_{lj}(k) n_l(kr) \quad (7.7)$$

を用いてきた。この式を第 1 種球 Hankel 関数 $h_l^{(1)}(kr)$ と第 2 種球 Hankel 関数 $h_l^{(2)}(kr)$ を用いて

$$U_{lj}^{\text{out}}(r) = A \left(S_{lj}(k) h_l^{(1)}(kr) + h_l^{(2)}(kr) \right) \quad (7.8)$$

と表したときの第 1 種球 Hankel 関数 (外向き球面波) の係数が S 行列 $S_{lj}(k)$ である。式 (7.7) と式 (7.8) を比較することにより S 行列 $S_{lj}(k)$ と位相のずれ $\delta_{lj}(k)$ の関係式

$$S_{lj}(k) = \frac{1 + i \tan \delta_{lj}(k)}{1 - i \tan \delta_{lj}(k)} \quad (7.9)$$

を得ることができる。ここでの $\tan \delta_{lj}(k)$ は K 行列 $K_{lj}(k)$ と呼ばれることもある。

s 軌道を持つ原子核における s 波散乱を考える場合、 s 軌道は複素波数平面において、S 行列の極 (発散点) として現れる。その極の位置によって、それに対応する s 軌道の性質が分かる。

通常の一粒子ポテンシャル散乱の場合、S 行列の極は次のように振舞う。 s 軌道に対応する S 行列の極の振る舞いを複素波数平面で模式的に示した図 7.2 と共に説明する。

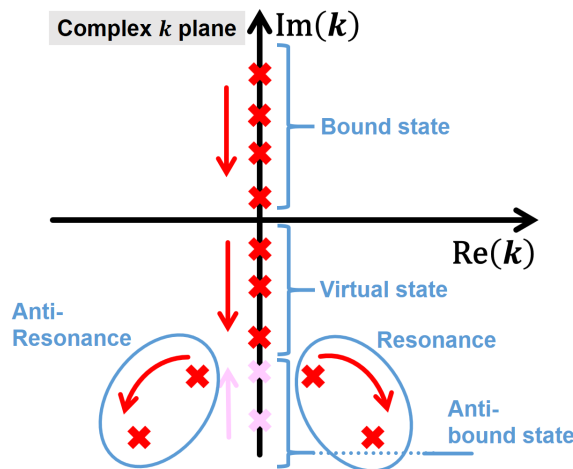


図 7.2: s 軌道に対応する S 行列の極の振る舞い。

s 軌道が束縛状態にあるとき、複素波数平面における S 行列の極は正の虚軸上 ($\text{Re}(k) = 0, \text{Im}(k) > 0$) に位置する。 s 軌道が弱束縛になっていくと、S 行列の極は原点に近づいていき、非束縛軌道になるときに原点をまたぐ。S 行列の極が負の虚軸上 ($\text{Re}(k) = 0, \text{Im}(k) < 0$) に位置するとき、 s 軌道は非束縛な仮想状態 (virtual state) と呼ばれる。 s 軌道がさらに非束縛的になっていくと、S 行列の極はさらに原点から遠ざかり、ある点で反束縛状態 (anti-bound state) に対応する極と合流し、複素波数平面の第 4 象限と第 3 象限へと分離していく。分離した極は共鳴状態 (resonance) と反共鳴状態 (anti-resonance) の極に対応するが、物理的な正の実軸 ($\text{Re}(k) > 0, \text{Im}(k) = 0$) から遠く離れているため、これらの極は物理的な意味を持たない。

本研究では、 $s_{1/2}$ 波に対する K 行列 $K_{s_{1/2}}(k)$ ($\tan \delta_{s_{1/2}}(k)$) を複素波数平面で計算し、関係式 (7.9) を用いて $s_{1/2}$ 波に対する複素波数平面での S 行列 $S_{s_{1/2}}(k)$ を計算する。特に、 $2s_{1/2}$ 軌道に対応する S 行列の極の振る舞いを分析する。 $2s_{1/2}$ 軌道に対応する S 行列の極は、 $|S_{s_{1/2}}(k)|^{-2}$ の極小点を Simplex 法で求めることにより求める。

7.3 弱束縛な $2s_{1/2}$ 軌道が受ける対相関効果 ($\lambda = -0.230$ MeV)

本研究ではまず、弱束縛な $2s_{1/2}$ 軌道が受ける対相関効果の分析を行う。図 7.1 の結果より、 $2s_{1/2}$ 軌道および $1d_{5/2}$ 軌道が弱束縛である場合は、 $\Delta V_0 = 3.0 \sim 5.0$ MeV のときに成り立つことが分かる。ここではその代表例として、 $\Delta V_0 = 4.0$ MeV のときの一粒子軌道を ^{20}C の基底状態として採用する。このときの $2s_{1/2}$ 軌道とのエネルギーは $e_{2s_{1/2}} = -0.250$ MeV である (表 7.1 参照)。Fermi エネルギーは $\lambda = -0.230$ MeV に設定する。また、簡単のために変形の効果は無視する。

7.3.1 散乱長と有効距離による分析

$p_{1/2}$ 波準粒子共鳴の分析と同様に、 ^{20}C に対する中性子弾性散乱の断面積および位相のずれを計算する。図 7.3 には $s_{1/2}$ に対する弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性を示した。

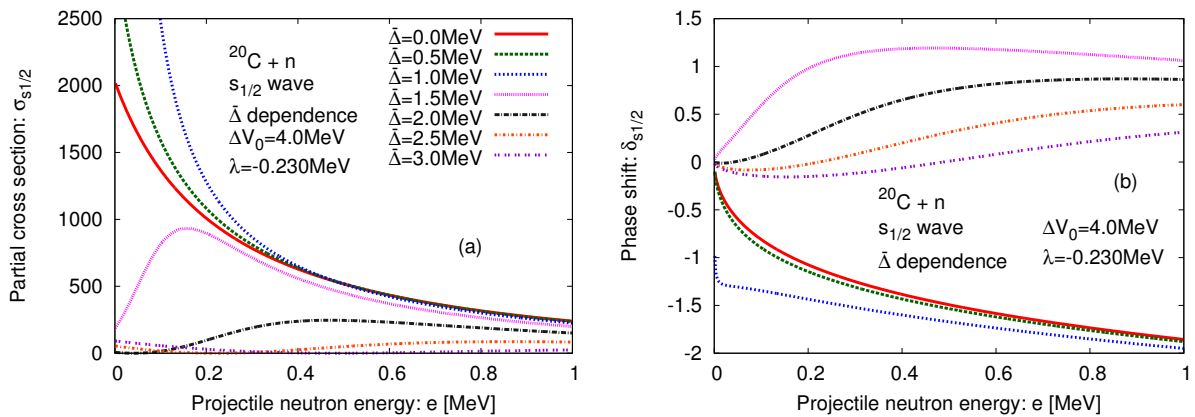


図 7.3: (a) $s_{1/2}$ 波に対する弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。(b) $s_{1/2}$ 波に対する位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。このときの $2s_{1/2}$ 軌道のエネルギーは $e_{2s_{1/2}} = -0.250$ MeV。

図 7.3 より弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ は $\bar{\Delta}$ の変化に強い影響を受けることが分かる。さらに、 $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV のときには 0 エネルギーで弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ が発散する virtual state 的な振る舞いを見せ、 $\bar{\Delta} = 1.5$ MeV のときには弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ がピーク構造を持つ共鳴的な振る舞いとなることも分かる。先述したように、一粒子ポテンシャル散乱の場合では、 s 波は散乱断面積でのピーク構造を持つような共鳴は形成しない。そのため、この $\bar{\Delta} = 1.5$ MeV のときの結果は、ポテンシャル散乱では決して実現しない対相関効果特有な現象であることが分かる。

これらの振る舞いはどのように理解できるだろうか。数値計算から得た位相のずれ (図 7.3(b)) と低エネルギー有効距離公式 (7.1) を用いて、散乱長の逆数 $1/a$ と有効距離 r_{eff} の $\bar{\Delta}$ 依存性を調べてみる。具体的には、低エネルギー有効距離公式 (7.1) を

$$\delta_{s_{1/2}}(k_1) = \arctan \left(\frac{k_1}{-\frac{1}{a} + \frac{1}{2}r_{\text{eff}}k_1^2} \right) \quad (7.10)$$

のように変形し、数値計算から得た位相のずれをこの式 (7.10) でフィットすることにより散乱長の逆数 $1/a$ と有効距離 r_{eff} を計算する。このときの波数は $k_1 = \sqrt{2m(\lambda + E)}/\hbar$ であり、フィットの範囲は式 (7.1) の適用範囲 $kr_{\text{eff}} \ll 1.0$ を十分に満たす $e = 0.0 \sim 0.1$ MeV とした。

散乱長の逆数 $1/a$ と有効距離 r_{eff} の計算結果を表 7.3 に示した。この結果をみると、散乱長の逆数 $1/a$ が $\bar{\Delta}$ の増加により、正の値になったり負の値になったりすることが分かる。有効距離 r_{eff} に関しては、 $\bar{\Delta} \geq 1.0$ MeV において、負の値になってしまう。このような振る舞いは、一粒子ポテンシャル散乱問題で知られているような振る舞い [70, 71, 72] とは異なる。このことは、散乱長の逆数 $1/a$ や有効距離 r_{eff} を含む低エネルギー有効距離公式 (7.1) を用いて弱束縛な $2s_{1/2}$ 軌道が受ける対相関効果を理解することが困難であることを表す。

$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$1/a$ [fm^{-1}]	0.0790	0.0650	0.00825	-0.2074	-0.9279	0.4394	0.3160
r_{eff} [fm]	5.373	3.831	-1.478	-45.341	-109.617	-156.011	-69.521

表 7.3: 散乱長 a と有効距離 r_{eff} の $\bar{\Delta}$ 依存性。

7.3.2 S 行列の極を用いた分析

次に、複素波数平面で求めた S 行列の極の振る舞いを通して対相関効果を調べてみる。図 7.4 は複素波数平面における、 $\bar{\Delta} = 0.0, 1.0, 1.5$ MeV のときに対する S 行列 $S_{s_{1/2}}(k_1)$ の極である。対相関効果を考えない ($\bar{\Delta} = 0.0$ MeV) 場合、着目している $2s_{1/2}$ 軌道は弱束縛軌道であるため、 $\text{Im}(k_1) > 0$ の虚軸上に束縛軌道に対応する極が一つ存在する。

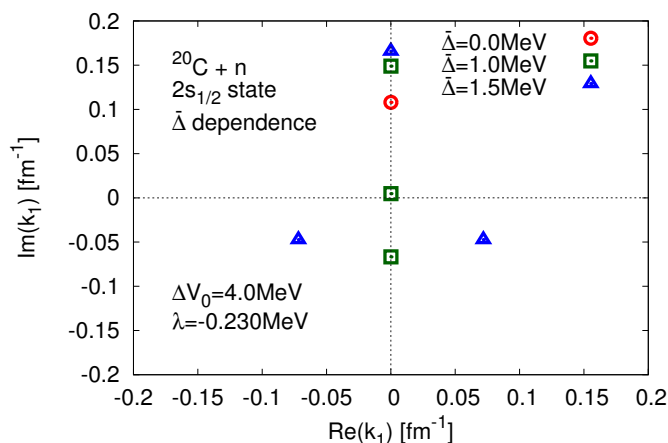


図 7.4: S 行列の極の $\bar{\Delta}$ 依存性 ($\bar{\Delta} = 0.0, 1.0, 1.5$ MeV)。

$\bar{\Delta} = 1.0$ MeV になると、元々の束縛軌道の極が $\bar{\Delta}$ の効果により原点から遠ざかることに加え、虚軸上に新たな二つの極が出現する。対相関の存在 ($\bar{\Delta} = 1.0$ MeV) によって新たに生じたこれ

らの極が原点付近の虚軸上に位置することは、図 7.3 の青色破線に見える弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の virtual state 的な振る舞いと関係していると推測される。

同様に $\bar{\Delta} = 1.5$ MeV の場合も考える。このときも、元々の束縛軌道の極が $\bar{\Delta}$ の効果により原点から遠ざかることに加え、新たな二つの極が出現する。ただしこの場合は、より強い対相関の存在 ($\bar{\Delta} = 1.5$ MeV) によって極が共鳴状態および反共鳴状態に対応する位置に現れている。このことが、図 7.3 のピンク色破線に現れている弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の共鳴的な振る舞いをもたらしていると推測される。

対相関効果による新たな極の出現と弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の振る舞いの関係を調べるために、実軸付近に極があると近似した場合の S 行列 $S^{\text{pole}}(k)$ を用いて計算した弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ を数値計算結果と比較する。このことにより、対相関効果による新たな極の出現の重要性を定性的に確認することができる。

式 (7.11) には $S^{\text{pole}}(k)$ の具体的な表式を示す。式 (7.11a) は束縛状態もしくは virtual state の極が $\bar{k}_b = (0, \kappa_{bv})$ にあるとき、つまりは極が虚軸上に一つあるときの $S^{\text{pole}}(k)$ 、式 (7.11b) は共鳴状態の極が $\bar{k}_r = (k_r, -k_i)$ にあるときの $S^{\text{pole}}(k)$ である。

$$S_{bv}^{\text{pole}}(k) = \frac{\kappa_{bv} - ik}{\kappa_{bv} + ik} \quad (7.11a)$$

$$S_r^{\text{pole}}(k) = \frac{k - k_r + ik_i}{k - k_r - ik_i} \cdot \frac{k + k_r + ik_i}{k + k_r - ik_i} \quad (7.11b)$$

共鳴状態を考える際は、S 行列の対称性 ($S^*(k^*)S(k) = S(-k)S(k) = 1$) を満たすように、反共鳴状態の極 $\bar{k}_{ar} = (-k_r, -k_i)$ を同時に考慮せねばならない。弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ および位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ は、それぞれと S 行列との関係式 ($\sigma_{s_{1/2}}(k_1) = (\pi/k^2) |S_{s_{1/2}}(k_1) - 1|^2$ および $\delta_{s_{1/2}}(k_1) = \arccos(\text{Re}(S_{s_{1/2}}(k_1)))$) を用いて計算した。結果を図 7.5~図 7.8 に示す。またここでは、元々の束縛軌道に対応する極を「bound pole」、対相関によって新たに生じた極を二つ合わせて「pairing pole」と呼ぶことにする。

図 7.5 は図 7.4 から $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV に対する計算結果のみを抜き出した図である。このときは、対相関の影響を受けた bound pole (図中の \bar{k}_b) と pairing pole (図中の \bar{k}_p と $\bar{k}_{p'}$) の三つが全て虚軸上に存在する。二つの pairing pole に関しては、一つ (\bar{k}_p) が正の虚軸上に位置し、もう一つ ($\bar{k}_{p'}$) は負の虚軸上に位置する。

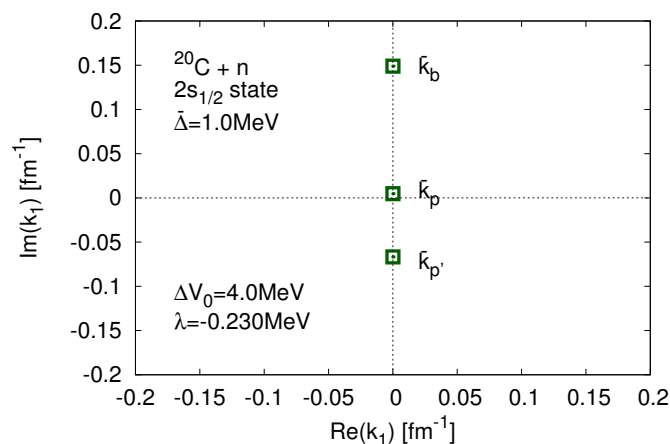


図 7.5: S 行列の極 ($\bar{\Delta} = 1.0$ MeV)。

図 7.5 のような状況に対応する $S^{\text{pole}}(k)$ は式 (7.11) を用いたそれぞれの極からの影響の積

$$S^{\text{pole}}(k) = \frac{\text{Im}(\bar{k}_b) - ik}{\text{Im}(\bar{k}_b) + ik} \cdot \frac{\text{Im}(\bar{k}_p) - ik}{\text{Im}(\bar{k}_p) + ik} \cdot \frac{\text{Im}(\bar{k}_{p'}) - ik}{\text{Im}(\bar{k}_{p'}) + ik} \quad (7.12)$$

で表すことができる。図 7.6 は近似式 (7.12) を用いて計算した弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の計算結果である。ここでは、bound pole (\bar{k}_b) のみを考慮したときの計算結果「bound pole」、pairing pole (\bar{k}_p と $\bar{k}_{p'}$) のみを考慮したときの計算結果「pairing pole」、そして、bound pole と pairing pole の両者を考慮した結果「both」を数値計算結果「calc.」と比較した。その結果より、bound pole と pairing pole を全て考慮した結果が数値計算結果を定性的に再現することが確認できる。特に、pairing pole の寄与が散乱断面積の 0 エネルギーでの発散、つまりは virtual state 的な振る舞いをもたらしていることが分かる。このことは、 $s_{1/2}$ 波散乱が受ける対相関効果を理解するためには、pairing pole と bound pole を合わせて考慮せねばならないことを表す。

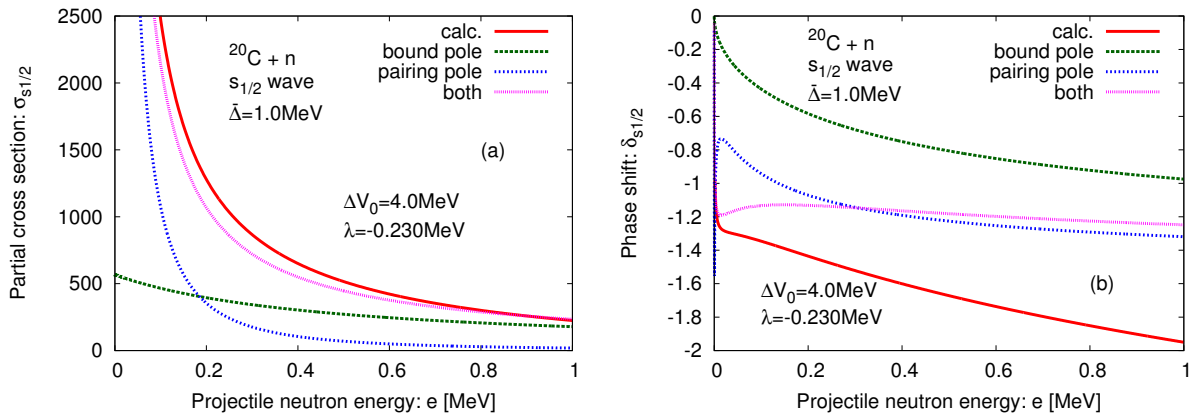


図 7.6: $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV に対する近似式 (7.12) を用いた計算結果。(a) は弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ に対する結果。(b) は位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ に対する結果。図中の「calc.」は数値計算結果を示す。

図 7.7 は図 7.4 から $\bar{\Delta} = 1.5$ MeV に対する計算結果のみを抜き出した図である。このときも、対相関の影響を受けた bound pole (\bar{k}_b) と pairing pole (\bar{k}_p と $\bar{k}_{p'}$) が存在する。bound pole (\bar{k}_b) はより強い対相関効果のため、原点からより遠ざかる。pairing pole (\bar{k}_p と $\bar{k}_{p'}$) はより強い対相関効果によって、共鳴状態および反共鳴状態へと変化している。

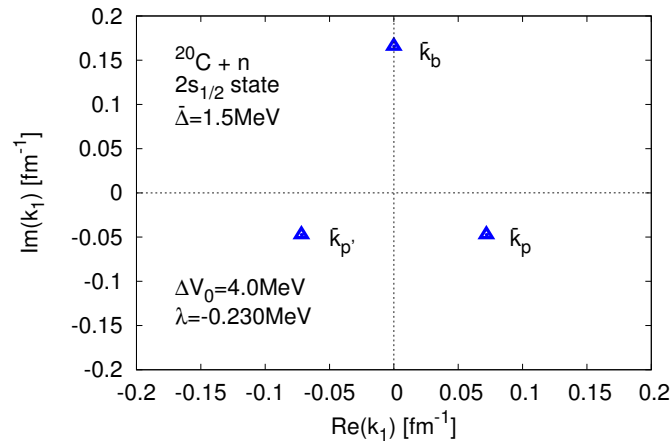


図 7.7: S 行列の極 ($\bar{\Delta} = 1.5$ MeV)。

図 7.8 は $\bar{\Delta} = 1.5$ MeV の結果 (図 7.7) に対する S 行列の近似式

$$S^{\text{pole}}(k) = \frac{\text{Im}(\bar{k}_b) - ik}{\text{Im}(\bar{k}_b) + ik} \cdot \frac{k - \text{Re}(\bar{k}_p) + \text{Im}(\bar{k}_p)}{k - \text{Re}(\bar{k}_p) - \text{Im}(\bar{k}_p)} \cdot \frac{k + \text{Re}(\bar{k}_{p'}) + \text{Im}(\bar{k}_{p'})}{k + \text{Re}(\bar{k}_{p'}) - \text{Im}(\bar{k}_{p'})} \quad (7.13)$$

から計算した弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の計算結果である。比較は $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV の場合 (図 7.6) と同様である。この計算結果からも、図 7.6 同様、bound pole と pairing pole を同時に考えることで数値計算結果が定性的に再現されることが読み取れる。特に、pairing pole の寄与が散乱断面積のピーク構造、つまりは共鳴的な振る舞いをもたらしていることが分かる。

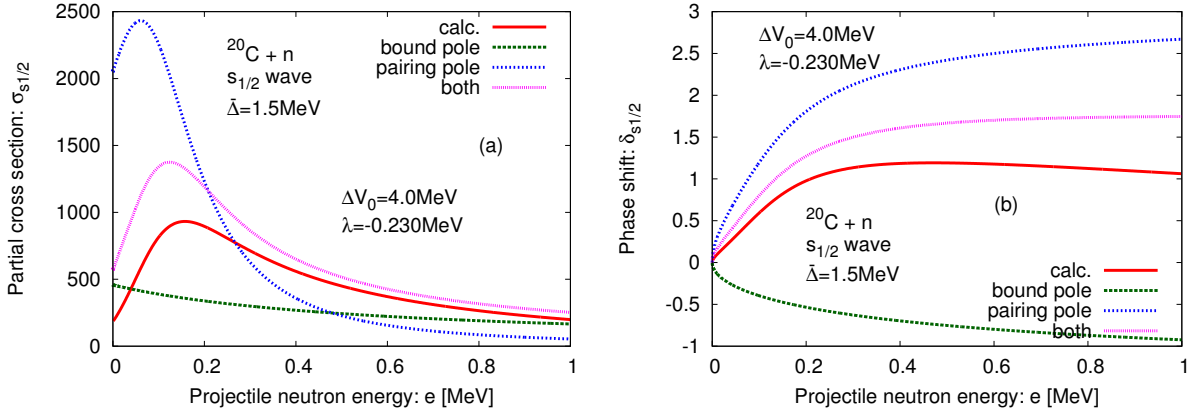


図 7.8: $\bar{\Delta} = 1.5$ MeV に対する近似式 (7.13) を用いた計算結果。(a) は弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ に対する結果。(b) は位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ に対する結果。図中の「calc.」は数値計算結果を示す。

ここまでの分析結果をまとめる。超流動原子核における $s_{1/2}$ 波準粒子散乱での弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ は対相関効果 $\bar{\Delta}$ により、virtual state 的な振る舞いを見せる場合もあれば、共鳴的な振る舞いを見せる場合もある。これらの振る舞いは、対相関効果 $\bar{\Delta}$ によって新たに生ずる S 行列の極の性質により理解することができる。そして、このような新たな極の存在が、散乱長の逆数 $1/a$ や有効距離 r_{eff} での従来の理解を超えた振る舞いをもたらすと考えられる。

ここまでの $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV と $\bar{\Delta} = 1.5$ MeV に対する分析の続きとして、 $\bar{\Delta}$ を連続的に変化させた場合の S 行列の極の軌跡を図 7.9 に示す。

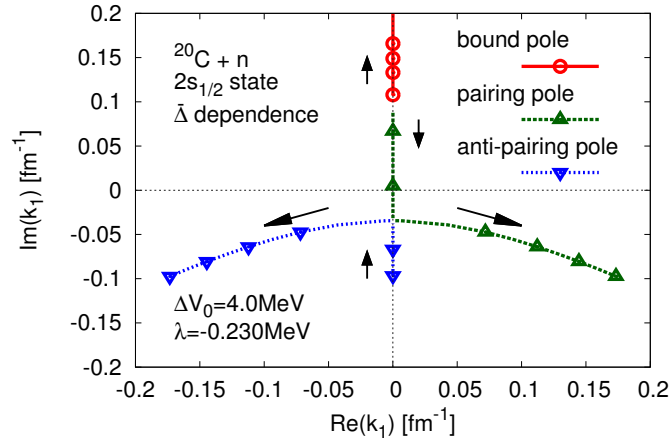


図 7.9: S 行列の極の $\bar{\Delta}$ 依存性。 $\bar{\Delta}$ の変化が 0.5 MeV ごとに点を示した。

この結果の中には図 7.4 での計算結果も含まれている。 $\bar{\Delta}$ の変化の範囲は $\bar{\Delta} = 0.0 \sim 3.0$ MeV

とした。なお、図中では対相関効果によって新たに生ずる二つ pairing pole を「pairing pole」と「anti-pairing pole」と区別した。

$\bar{\Delta}$ が有限の値を持つと、元々の束縛状態に対応する極 (bound pole) に加え、二つの新たな極 (pairing pole と anti-pairing pole) が生ずる。今の場合、pairing pole と anti-pairing pole は共に虚軸上に生ずる。 $\bar{\Delta}$ が増大していくと、bound pole は原点から遠ざかっていく。それに対し、pairing pole と anti-pairing pole は $\bar{\Delta}$ の増大と共に互いに近づいていき、 $k = (0.0, -0.034)$ で合流する。その後は、共鳴状態および反共鳴状態の領域へと分離していく。

図 7.9 の中では $\bar{\Delta}$ の変化が 0.5 MeV ごとに点を示した。これらの場合の極の値を近似式 (7.11) に用いて計算した弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ を図 7.10 に示す。この計算結果では $\bar{\Delta} = 0.0 \sim 2.0$ MeV において、数値計算結果から得た弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性 (図 7.3) を定性的に再現する。この結果からも、対相関効果による極の振る舞いから弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の対相関依存性を理解できることが確認できる。なお、 $\bar{\Delta} = 2.5, 3.0$ MeV では bound pole が消えてしまい、計算の中に考慮されていない。このことが弾性散乱断面積および位相のずれの再現性に影響を与えていると推測される。

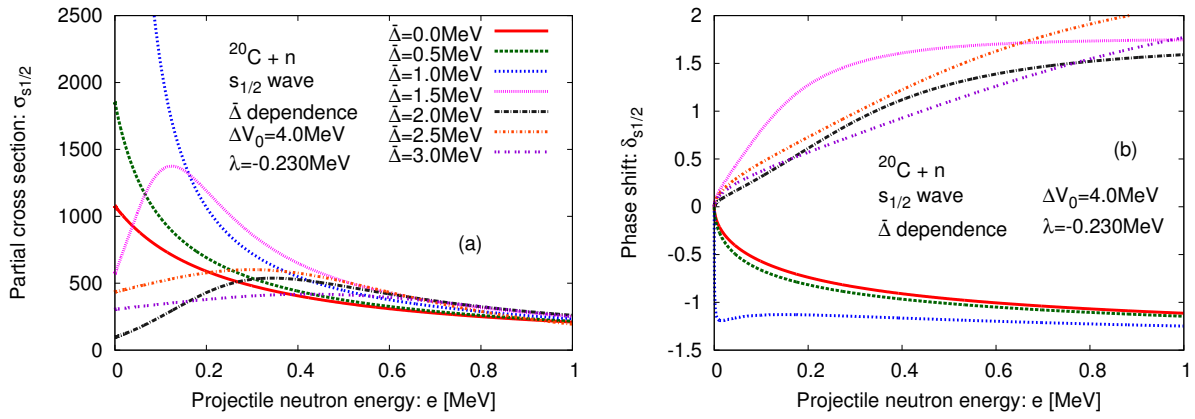


図 7.10: $\bar{\Delta} = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ MeV に対する近似式 (7.11) を用いた計算結果。(a) は弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ に対する結果。(b) は位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ に対する結果。

この節の最後に S 行列の極の ΔV_0 依存性を示す。図 7.11 は $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV と $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV のときに対する S 行列の極の ΔV_0 依存性である。 ΔV_0 の変化は 0.0 ~ 15.0 MeV とした。

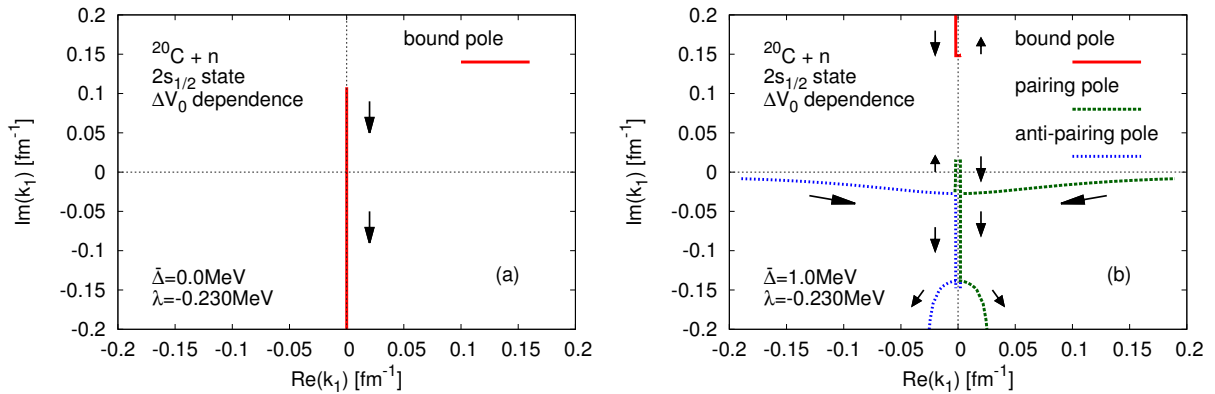


図 7.11: S 行列の極の ΔV_0 依存性 ($\lambda = -0.230$ MeV)。(a) が $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV のときの結果で (b) が $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV のときの結果。 ΔV_0 の変化は 0.0 ~ 15.0 MeV。

$\bar{\Delta} = 0.0$ MeV での結果 (図 7.11(a)) は図 7.2 に示したような一粒子ポテンシャル散乱の典型的

な振る舞いを見せる。この場合は、 $k = (0, -0.5)$ 付近で極が第3象限と第4象限へと分離する。

一方の $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV に対する結果 (図 7.11(b)) は $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV のときに比べ非常に複雑な振る舞いを見せる。bound pole は ΔV_0 の増加と共に、はじめは原点に向かっていき、 $k = (0, 0.148)$ で方向転換し、その後は原点から遠ざかっていく。pairing pole と anti-pairing pole は共鳴状態および反共鳴状態の位置から ΔV_0 の増加と共に互いに近づいていき、 $k = (0, -0.028)$ で合流をした後、互いに虚軸上の正と負の方向へと離れていく。pairing pole はその後、 $k = (0, 0.016)$ まで虚軸上を正の方向へ移動して、今度は虚軸上の負の方向へ下降する。anti-pairing pole の方は $k = (0, -0.028)$ での合流の後、虚軸上を負の方向へ下降し、 $k = (0, -0.148)$ で上昇に転ずる。虚軸上を上昇し始めた anti-pairing pole は下降してきた pairing pole と $k = (0, -0.139)$ で再度合流する。その後、それぞれは第3象限と第4象限へと分離していく。

bound pole が最も原点に近づいた $k = (0, 0.148)$ と、pairing pole が下降へと転じる $k = (0, 0.016)$ の間には状態が存在せず、これが $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV によるエネルギーギャップに対応することが推測される。図 7.11(b) のような振る舞いや複素波数平面でのエネルギーギャップの存在の是非については、より詳しい分析が必要となる。

7.4 弱束縛な $2s_{1/2}$ 軌道が受ける対相関効果 ($\lambda = -0.60$ MeV)

弱束縛な $2s_{1/2}$ 軌道が受ける対相関効果の分析として、前節の分析と並んで $\lambda = -0.60$ MeV の場合を調べる。ここでは、Woods-Saxon ポテンシャルのパラメータを元々の値 [9] ($\Delta V_0 = 0.0$ MeV) に戻して分析を行う。 $\Delta V_0 = 0.0$ MeV での $2s_{1/2}$ 軌道のエネルギーは $e_{2s_{1/2}} = -1.131$ MeV となり、前節の状況 ($e_{2s_{1/2}} = -0.250$ MeV) と比べて深い束縛状態を考える。

図 7.12 には、弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の対相関効果 $\bar{\Delta}$ 依存性を示した。 $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV のときには、着目している $2s_{1/2}$ 軌道は束縛状態であるため、弾性散乱断面積や位相のずれはエネルギーの増大と共に緩やかに減少する振る舞いを見せる。

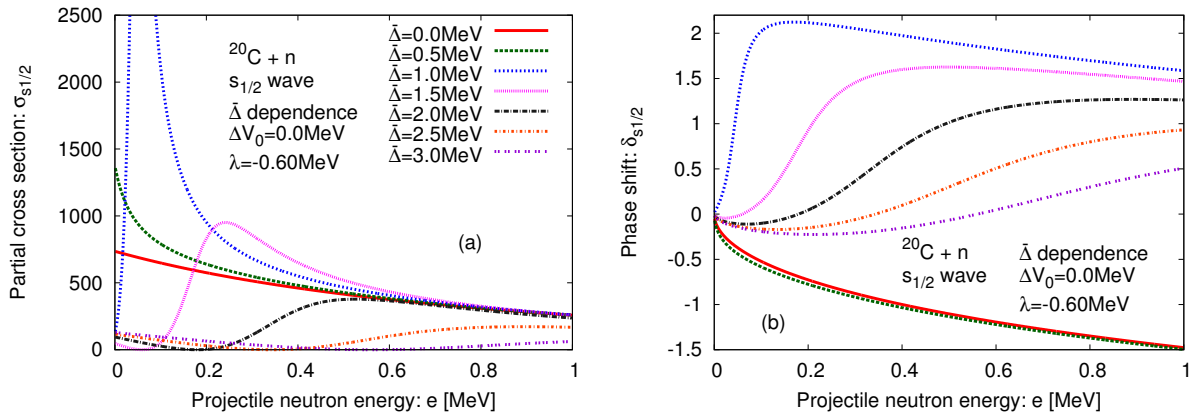


図 7.12: (a) $s_{1/2}$ 波に対する弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。(b) $s_{1/2}$ 波に対する位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。このときの $2s_{1/2}$ 軌道のエネルギーは $e_{2s_{1/2}} = -1.131$ MeV。

対相関効果が有限になると、図 7.12 の中でも特徴的な振る舞いが現れる。例えば、 $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV のときには、弾性散乱断面積が鋭いピーク構造を持つ共鳴的な振る舞いとなる。その共鳴的なピークは $\bar{\Delta}$ が大きくなるにつれて、その幅とエネルギーを上昇させていく。

図 7.13 には、S 行列の極の $\bar{\Delta}$ 依存性を示した。ここでの極の振る舞いは図 7.9 と同様であることが分かる。 $\bar{\Delta}$ の増加によって、bound pole は原点から遠ざかる。pairing pole と anti-pairing pole は虚軸上で近づいていき、 $k = (0, 0.008)$ で合流した後、第4象限と第3象限へと分離していく。

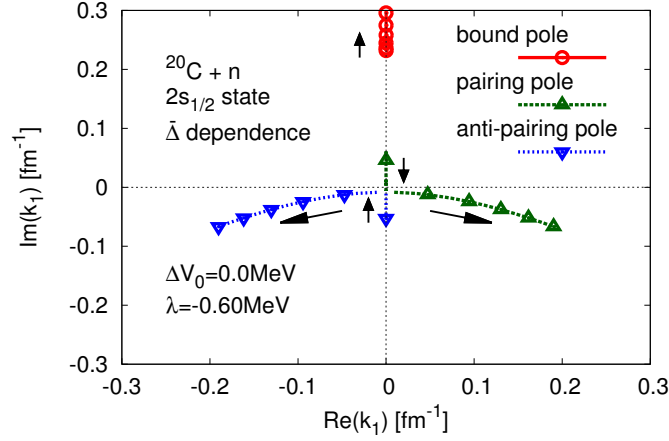


図 7.13: S 行列の極の $\bar{\Delta}$ 依存性 ($\Delta V_0 = 0.0$ MeV, $\lambda = -0.60$ MeV)。 $\bar{\Delta}$ の変化は $0.0 \sim 3.0$ MeV。 $\bar{\Delta}$ の変化が 0.5 MeV ごとに点を示した。

図 7.13 からは、 $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV のときには pairing pole が共鳴状態および反共鳴状態に位置すること読み取れる。これらの極が散乱断面積において、ピーク構造をもたらしている。そして、 $\bar{\Delta} > 1.0$ MeV でそれらが共鳴幅と共鳴エネルギーを増大させていく方向へと移動していくことも弾性散乱断面積および位相のずれの振る舞い (図 7.12) と矛盾しない。これらの結果により、 $\Delta V_0 = 0.0$ MeV で $\lambda = -0.60$ MeV の場合においても、弾性散乱断面積の対相関依存性が対相関効果によって生ずる新たな極の性質から理解できることを確認できる。

図 7.13 の $\bar{\Delta} = 0.5$ 間隔の各点の値を近似式 (7.11) に用いて計算した弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ を図 7.14 に示す。この計算結果からは、数値計算結果から得た弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性 (図 7.12) を定性的に再現することが分かる。

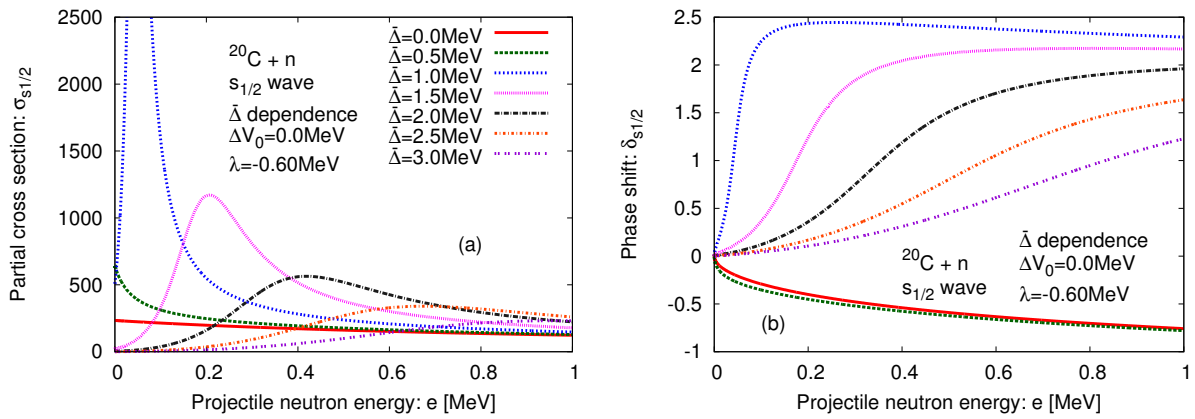


図 7.14: $\bar{\Delta} = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ MeV に対する近似式 (7.11) を用いた計算結果。(a) は弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ に対する結果。(b) は位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ に対する結果。

図 7.15 には $\lambda = -0.60$ MeV における、S 行列の極の ΔV_0 依存性を示した。ここで得られた結果も $\lambda = -0.230$ MeV における結果 (図 7.11) と同様である。

$\bar{\Delta} = 1.0$ MeV に対する結果 (図 7.15(b)) では図 7.11(b) と同様に複雑な振る舞いが見える。ここでの bound pole は $k = (0, 0.219)$ で方向転換する。pairing pole と anti-pairing pole は共鳴状態および反共鳴状態の位置から ΔV_0 の増加と共に互いに近づいていき、 $k = (0, -0.013)$ で一度目の合流をする。pairing pole は $k = (0, 0.100)$ まで虚軸上を正の方向へ移動した後、虚軸上の負の

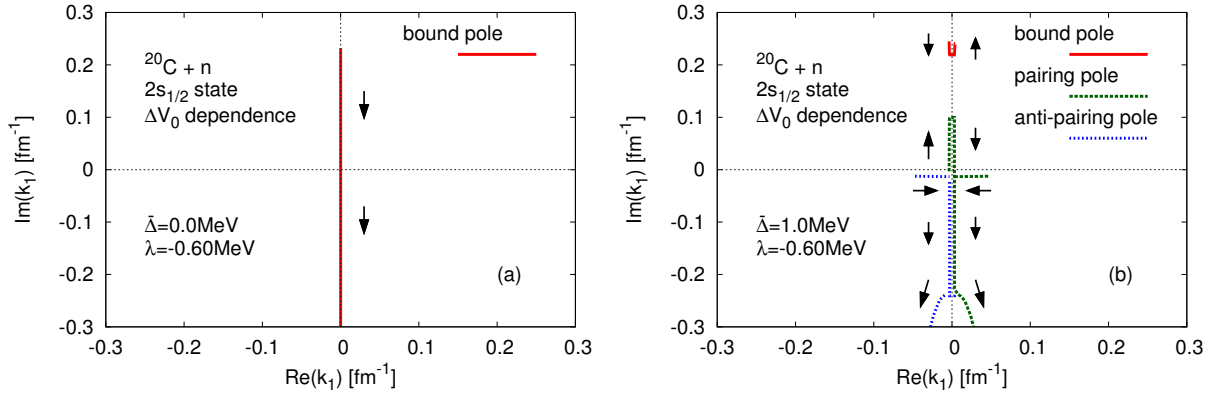


図 7.15: S 行列の極の ΔV_0 依存性 ($\lambda = -0.60$ MeV)。(a) が $\bar{\Delta} = 0.0$ MeV のときの結果で (b) が $\bar{\Delta} = 1.0$ MeV のときの結果。 ΔV_0 の変化は $0.0 \sim 15.0$ MeV。

方向へ下降する。anti-pairing pole の方は $k = (0, -0.241)$ まで虚軸上を負の方向へ下降した後を上昇に転ずる。pairing pole と anti-pairing pole は $k = (0, -0.233)$ で再度合流した後、第 4 象限と第 3 象限へと分離していく。

以上の振る舞いは、前節に示した $\lambda = -0.230$ MeV に対するものとほぼ同じである。すなわち、前節および本節で示した結果は、Fermi エネルギーの多少の違いには依らない、弱束縛 $2s_{1/2}$ 軌道で共通に現れる性質であると言える。

7.5 virtual state に対する対相関効果

本章の最後に virtual state に対する対相関効果を調べる。Woods-Saxon ポテンシャルの底を 7.0 MeV 上昇させる ($\Delta V_0 = 7.0$ MeV) ことで、 $2s_{1/2}$ 軌道を virtual state にすることができる。そのときの $2s_{1/2}$ 軌道のエネルギーは $e_{2s_{1/2}} = 3.8 \times 10^{-6}$ MeV (3.8 eV) となり、非常に原点に近い非束縛状態となっている。

図 7.16 には、この状況下における $s_{1/2}$ 波準粒子散乱に対する弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ と位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の対相関効果 $\bar{\Delta}$ 依存性を示した。

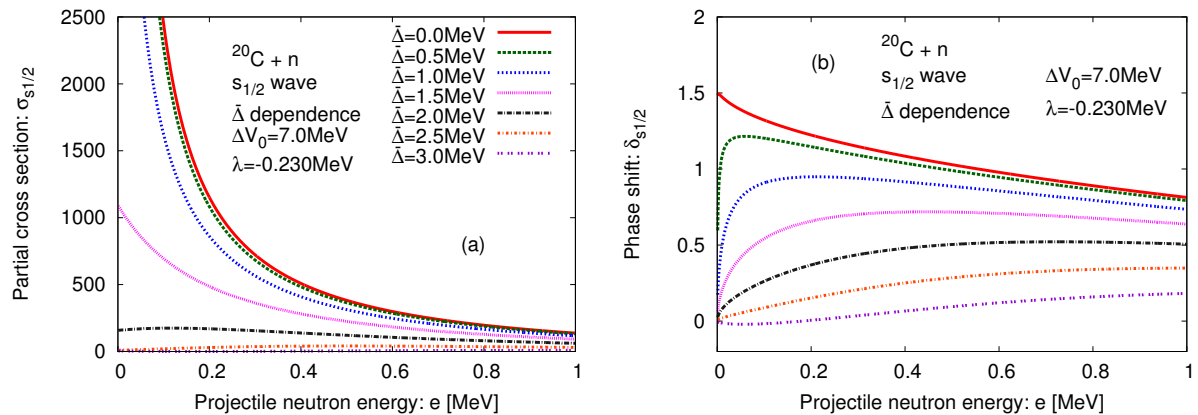


図 7.16: (a) $s_{1/2}$ 波に対する弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。(b) $s_{1/2}$ 波に対する位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ の $\bar{\Delta}$ 依存性。このときの $2s_{1/2}$ 軌道のエネルギーは $e_{2s_{1/2}} = 3.8 \times 10^{-6}$ MeV (3.8 eV)。

$\bar{\Delta} = 0.0$ MeV のときの弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ を見ると、 0 エネルギーで発散していることが分かる。この振る舞いが virtual state に対応する。このときの位相のずれ $\delta_{s_{1/2}}$ は 0 から $\pi/2$ へと急激

に上昇し、その後はエネルギーの上昇と共に緩やかに減少していく振る舞いを見せる。

対相関効果 $\bar{\Delta}$ を増大させていくと、弾性散乱断面積 $\sigma_{s_{1/2}}$ の 0 エネルギーでの発散が抑えられていくことが分かる。この現象は、非束縛波動関数に対する pairing anti-halo 効果と理解できる可能性がある。この振る舞いを理解すべく、ここでも S 行列の極が受ける対相関依存性を調べる。

図 7.17 は S 行列の極の $\bar{\Delta}$ 依存性である。対相関効果がない場合は元々の virtual state に対応する極が原点のすぐ下の虚軸上に位置する。この極を「virtual pole」とする。

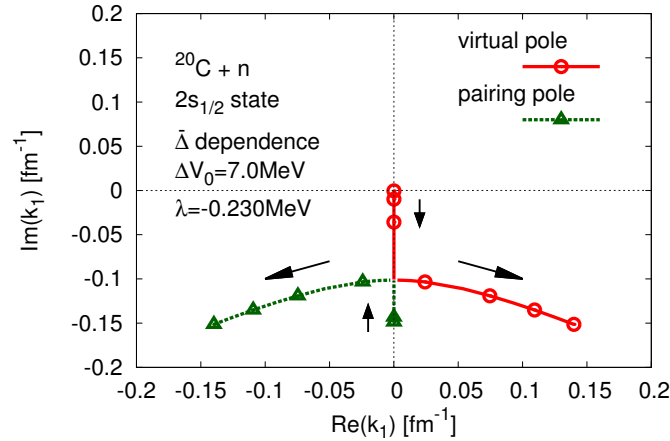


図 7.17: S 行列の極の $\bar{\Delta}$ 依存性。 ($\Delta V_0 = 7.0$ MeV, $\lambda = -0.230$ MeV)。 $\bar{\Delta}$ の変化は 0.0 ~ 3.0 MeV。 $\bar{\Delta}$ の変化が 0.5 MeV ごとに点を示した。

対相関効果が有限になると、virtual pole に加え、対相関の存在によって生ずる pairing pole が虚軸上の負の領域に生ずる。それらは対相関効果の増大と共に近づいていき、 $k = (0.0, -0.101)$ で合流する。その後は、共鳴状態および反共鳴状態の領域へと分離していく。virtual pole の対相関依存性に着目すると、対相関効果の増大に伴って原点から遠ざかっていくことが分かる。この振る舞いが非束縛波動関数に対する pairing anti-halo 効果をもたらす可能性がある。

このような極の振る舞いと pairing anti-halo 効果との関係は、より詳しい分析が必要である。また、この場合に anti-pairing pole は存在するか否か、またそれが弾性散乱断面積および位相のずれにどのような影響を与えるのかを調べる必要もある。

第8章 結論と展望

【本論文の結論】

超流動状態にある中性子過剰核における低エネルギーの中性子弾性散乱問題を座標空間表示 Hartree-Fock-Bogoliubov 理論を用いて記述した。本研究では、そこで生ずる低エネルギーの準粒子共鳴や virtual state に対する対相関効果を分析した。分析を行った ^{46}Si における $p_{1/2}$ 波準粒子散乱問題および ^{20}C における $s_{1/2}$ 波準粒子散乱問題から得た結論は以下である。

^{46}Si における $p_{1/2}$ 波準粒子散乱問題

低エネルギー $p_{1/2}$ 波準粒子共鳴の共鳴幅と共鳴エネルギーが受ける対相関効果の分析を行った。対相関強度および $2p_{1/2}$ 軌道の位置を操作した系統的分析により、着目する $2p_{1/2}$ 軌道が hole-like な場合に生ずる準粒子共鳴 (hole-like 準粒子共鳴) と $2p_{1/2}$ 軌道が particle-like な場合に生ずる準粒子共鳴 (particle-like 準粒子共鳴) では受ける対相関効果が異なることを明らかにした。それは、対相関には hole-like 準粒子共鳴の共鳴幅を広げ、particle-like 準粒子共鳴の共鳴幅を狭める効果を持つというものである。hole-like 準粒子共鳴に対する効果は先行研究 [37, 38] で議論されている性質と一致する。一方の particle-like 準粒子共鳴に対する効果はこれまでの研究では言及されていない効果であり、本研究で初めて明らかにした性質である。

さらに本研究では、この性質のメカニズムを原子核付近に局在する準粒子波動関数の下成分 ($v(r)$) の対相関依存性より理解することにも成功した。particle-like 準粒子共鳴の $v(r)$ は対相関効果の増大によりその振幅を増大させる。一方の hole-like 準粒子共鳴の $v(r)$ は対相関効果によりその振幅を減少させる。これらの $v(r)$ の振幅の増減は、原子核付近に位置する波動関数の存在確率の増減に対応するため、共鳴状態の寿命 (共鳴幅) の増減を理解できる。

^{20}C における $s_{1/2}$ 波準粒子散乱問題

$s_{1/2}$ 波準粒子散乱に対する S 行列の極が受ける対相関効果を分析した。 $s_{1/2}$ 波準粒子散乱の弾性散乱断面積や位相のずれは対相関効果により、virtual state 的にも共鳴的にもなる。これらの振る舞いは一粒子ポテンシャル散乱問題で知られる散乱長や有効距離では理解が困難で、S 行列の極の分析が不可欠であった。その分析からは、対相関効果の存在により S 行列の中に新たな極が生じ、それらの極の性質から弾性散乱断面積や位相のずれの振る舞いを説明できることを明らかにした。対相関によって生ずる極が virtual state 的な位置を占める場合は弾性散乱断面積の 0 エネルギーでの発散をもたらす、その極が共鳴的な位置を占める場合は弾性散乱断面積にピーク構造をもたらす。特に、ピーク構造をつくる非束縛 s 波状態の存在は、最近の ^{21}C の実験結果 [69] と矛盾せず、準粒子共鳴を用いた実験データの解釈につながる可能性がある。

$s_{1/2}$ 波準粒子散乱では着目する $2s_{1/2}$ 軌道が virtual state にある状況での対相関効果の分析も行った。その分析からは、対相関効果によって弾性散乱断面積の 0 エネルギーでの発散が抑えられること、そして、その振る舞いが対相関効果によって virtual state に対応する元々の S 行列の極が原点から遠ざかることに起因することを明らかにした。この性質は、非束縛波動関数に対する pairing anti-halo 効果と言える可能性がある。

【今後の展望】

非束縛中性子に対する pairing anti-halo 効果の自己無撞着計算を用いた分析

第7章の最後に非束縛波動関数に対する pairing anti-halo 効果について言及した。まずはその議論を深め、現象論な Woods-Saxon ポテンシャルを用いた場合での非束縛波動関数に対する pairing anti-halo 効果を S 行列の極の分析で理解する。

pairing anti-halo 効果に関しては、近年、北京のグループを中心に自己無撞着計算を用いた分析が進められている [23, 24, 25]。そこでは、pairing anti-halo 効果を議論する際の自己無撞着計算の重要性が強調されている。本研究の場合、Woods-Saxon ポテンシャル部分に自己無撞着計算から得た HF ポテンシャルおよびペアポテンシャルを用いることで、自己無撞着計算を用いた S 行列の分析が可能となる。これまでの pairing anti-halo の分析には S 行列を用いたものはないため、pairing anti-halo 効果の S 行列の極からの理解を付け加える研究ができる。

準粒子共鳴が中性子捕獲現象に及ぼす影響の分析

これまでに低エネルギーの $s_{1/2}$ 波と $p_{1/2}$ 波に対する準粒子共鳴の分析を進めてきた背景には、超流動原子核における中性子捕獲現象への応用があった。中性子捕獲現象では、 s 波や p 波という低角運動量波が主要な寄与をもたらすことが知られている [53]。加えて、重元素合成の主要経路である r-process では中性子過剰核の低エネルギー ($E \lesssim 1.0$ MeV) の中性子捕獲が主となる [73, 74] ため、この研究からは中性子捕獲現象への準粒子共鳴の影響のみならず、r-process への新しい知見の提供も期待できる。

共鳴状態が中性子捕獲現象に及ぼす影響の先行研究の例としては、Pygmy 共鳴などと呼ばれる不安定核の粒子放出閾値近傍に出現する低エネルギー双極子共鳴が中性子捕獲反応に与える影響の理論的な分析がある [75, 76, 77]。このような研究からは、Pygmy 共鳴のような低エネルギー領域に現れる準粒子共鳴が中性子捕獲現象に影響を与えることが予想される。

また、偶-奇核が中性子を捕獲し偶-偶核になるような中性子捕獲に対しては、原子核の超流動性および励起状態の効果を含めた連続状態 QRPA 理論を用いた研究 [78] がある一方で、偶-偶核が中性子捕獲し偶-奇核になるような過程の研究は少ない。このような過程を記述する上では、これまでに本研究が行ってきたような散乱波境界条件を用いた研究が有効となる。そこから得た散乱準粒子波動関数と超流動原子核内の束縛準粒子波動関数を用いた遷移確率を計算することで、中性子捕獲現象に対応する光吸収断面積を計算する。

準粒子共鳴が分解反応や核子ロックアウトに及ぼす影響の分析

中性子ハロー核などのドリップライン近傍核やその付近に位置する非束縛核の励起スペクトルの実験的分析には分解反応や核子ロックアウト反応が用いられる。最近の実験対象の中性子ハロー核としては ^{22}C がある。 ^{22}C は C 同位体のドリップライン核であり、 s 波の 2 中性子ハローであることが知られている。 ^{22}C は Borromean 核でもあるため、 ^{22}C の性質を理解するためには、その部分系である ^{21}C の性質の理解が不可欠となる。実際に最近の理論計算では、 ^{21}C の性質により、 ^{22}C の分解反応断面積が影響を受けることが指摘されている [79]。

本研究で見出した ^{21}C ($^{20}\text{C}+n$) の対相関による共鳴状態や virtual state が ^{22}C の分解反応断面積や核子ロックアウト反応断面積にどのように影響を及ぼすのかを分析することは実験データの解釈に対しても新たな知見をもたらすことが期待できる。加えて、原子核の超流動を踏まえた核構造論と核反応論の接合、という点でも興味深い。

謝辞

この博士論文を執筆する過程では、多くの方々にお世話になりました。指導教員である松尾正之先生からは丁寧な指導と助言を学部生のときから頂くことができました。それに加え、数え切れないほど多くのチャンスを与えて下さりました。そのおかげで、自らの学びを広げることも、深めることもできました。吉田賢市先生からは日ごろの研究指導はもちろんのこと、研究との向き合い方や研究者としての振る舞いの助言も多く頂きました。小池裕司先生、大坪隆先生、大野義章先生には博士論文をまとめる過程で貴重な意見を頂きました。渡邊慎さん、関澤一之さん、福井徳朗さん、水山一仁さん、緒方一介先生には、研究生活の中での励ましの言葉を多く頂きました。

大学院に進学し、国内外の多くの核物理研究者と会うことができました。そのことが研究と向き合う上での励みであり、何物にも変えられない喜びでもありました。ありがとうございました。

最後に、私が物理学科に転科する以前から応援し続けてくれている家族と親友に感謝いたします。

2017年2月
小林良彦

Appendix

ここでは「平方井戸型ポテンシャルを用いた準粒子波動関数の解析的な分析」「非束縛波動関数の規格化係数の導出」「Fermi の黄金則および BCS 理論を用いた数値計算結果」の三つを載せる。

「平方井戸型ポテンシャルを用いた準粒子波動関数の解析的な分析」では、散乱状態にある Bogoliubov 準粒子の波動関数の平方井戸型ポテンシャル問題での表式を示す。さらに、ペアポテンシャルの効果を摂動とみなしたときの準粒子波動関数から particle-like および hole-like 準粒子共鳴での波動関数に対する対相関効果を分析する。

「非束縛波動関数の規格化係数の導出」では、Fermi の黄金則を用いた共鳴幅の見積もりの式を計算する際に必要となる非束縛波動関数の規格化係数の導出を行う。その上で、次元解析による導出結果の正当性の確認もする。

「Fermi の黄金則および BCS 理論を用いた数値計算結果」では、本論の hole-like 準粒子共鳴に対する分析で行った Fermi の黄金則と BCS 理論を用いた数値計算結果を示す。

A 平方井戸型ポテンシャルを用いた準粒子波動関数の解析的な分析

平方井戸型ポテンシャル問題での Bogoliubov 準粒子波動関数

本章では HF ポテンシャルおよびペアポテンシャルを平方井戸型ポテンシャルとみなす。

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & (r \leq R) \\ 0 & (r > R) \end{cases}, \quad \Delta(r) = \begin{cases} \Delta_0 & (r \leq R) \\ 0 & (r > R) \end{cases} \quad (\text{A-1})$$

ここでの R は井戸の半径を表す。なお、簡単のためにスピン軌道ポテンシャルは無視している。さらに、系を球対称なものに制限すると、Bogoliubov 準粒子波動関数 $\phi_i(\vec{r})$ は

$$\phi_i(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}(\vec{r}) \\ \varphi_{2,i}(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (\text{A-2})$$

と表される。このときの $(\mathcal{U}_l(r), \mathcal{V}_l(r))^T$ が従う座標空間表示 HFB 方程式は

$$\begin{pmatrix} h(r) - \lambda & \Delta(r) \\ \Delta(r) & -h(r) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} \quad (\text{A-3})$$

と書かれる。 λ は Fermi エネルギー、 E は準粒子エネルギーである。ここでのハミルトニアン $h(r)$ は遠心力ポテンシャルを含み、以下のように表される。

$$h(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\hbar^2}{mr} \frac{d}{dr} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \quad (\text{A-4})$$

これ以降の議論を非束縛な正の準粒子スペクトル内 ($E > -\lambda$) に限定し、その領域内での Bogoliubov 準粒子波動関数の性質を調べる。まずは、井戸の外側 ($V(r) = 0$ and $\Delta(r) = 0$) である。そこでの波動関数は

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D j_l(k_1 r) + F n_l(k_1 r) \\ G h_l^{(1)}(i\kappa_2 r) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \cos \delta_l j_l(k_1 r) - \sin \delta_l n_l(k_1 r) \\ G' h_l^{(1)}(i\kappa_2 r) \end{pmatrix} \quad (\text{A-5})$$

と書ける。このときの波数 k_1 と κ_2 はそれぞれ

$$k_1 = \sqrt{\frac{2m(\lambda + E)}{\hbar^2}}, \quad \kappa_2 = \sqrt{-\frac{2m(\lambda - E)}{\hbar^2}} \quad (\text{A-6})$$

である。なお、ここでの位相のずれ δ_l の定義は $\tan \delta_l = -F/D$ である。

次に、井戸の内側 ($V(r) = -V_0$ and $\Delta(r) = \Delta_0$) である。このときの波動関数は

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} j_l(k_+r) \\ \beta j_l(k_+r) \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \beta j_l(k_-r) \\ j_l(k_-r) \end{pmatrix} \quad (\text{A-7})$$

と表される。この解は原点で正則である。ここでの波数 k_{\pm} は

$$k_{\pm} = \sqrt{\frac{2m(\lambda + V_0 \pm \sqrt{E^2 - \Delta_0^2})}{\hbar^2}} \quad (\text{A-8})$$

である。また、particle 成分と hole 成分の混じり具合を示す β は

$$\beta = \frac{\Delta_0}{E + \sqrt{E^2 - \Delta_0^2}} \quad (\text{A-9})$$

という E と Δ_0 に依存する関数である。もし $\Delta_0 \rightarrow 0$ ならば、 $\beta \rightarrow 0$ であるため、準粒子波動関数 (A-7) の particle 成分と hole 成分は分離される。

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} j_l(k_+r) \\ 0 \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} 0 \\ j_l(k_-r) \end{pmatrix} \quad (\text{A-10})$$

ここで、無限に深い井戸 ($V(r) = 0$ and $\Delta(r) = 0$ for $r \geq R$) を考える。このときの境界条件は $\phi_i(\vec{r})|_{r=R} = 0$ であるため、式 (A-7) を用いると

$$A \begin{pmatrix} j_l(k_+R) \\ \beta j_l(k_+R) \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \beta j_l(k_-R) \\ j_l(k_-R) \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A-11})$$

という表式を得ることができる。そして、非自明な準粒子波動関数の存在条件

$$\det \begin{pmatrix} j_l(k_+R) & \beta j_l(k_+R) \\ \beta j_l(k_-R) & j_l(k_-R) \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A-12})$$

より、以下の関係式を得る。

$$j_l(k_+R)j_l(k_-R)(1 - \beta^2) = 0 \quad (\text{A-13})$$

この関係式より、まずは $1 - \beta^2 = 0$ の場合が考えられるが、ここから得られる準粒子エネルギーは $E = \pm \Delta_0$ の二つのみであり、物理的に不自然となる。そのため、この解は不適である。一方の $j_l(k_+R) = 0$ の場合からは

$$V_0 + \lambda + \sqrt{E^2 - \Delta_0^2} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mR^2} \quad (\text{A-14})$$

を得る。 n は自然数である。また、ここでは簡単のために $l = 0$ の場合 ($\sin(k_+R) = 0$) を考えている。これと同様に $j_0(k_-R) = 0$ からは

$$V_0 + \lambda - \sqrt{E^2 - \Delta_0^2} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mR^2} \quad (\text{A-15})$$

を得ることができる。一粒子問題の場合 ($\sin(k_{\text{sp}}R) = 0$) の解の存在条件

$$V_0 + e_{\text{sp}} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mR^2} \quad (\text{A-16})$$

と比較すると、解となる非自明な準粒子エネルギー E が

$$E^2 = (e_{\text{sp}} - \lambda)^2 + \Delta_0^2 \quad (\text{A-17})$$

となることが分かる。これは BCS 理論での準粒子エネルギーの式に等しい。つまり、無限井戸型ポテンシャル中の HFB 方程式の解は BCS 理論での解に一致することになる。

Bogoliubov 準粒子波動関数の摂動論的な分析

式 (A-10) では、井戸の内側の準粒子波動関数 (A-7) が $\Delta_0 \rightarrow 0$ の極限で particle 成分と hole 成分が分離することを確認した。以下では、 $E \gg \Delta_0$ と仮定し、 Δ_0 を摂動とみなしたときの準粒子波動関数 (A-7) における particle 成分と hole 成分の混じり具合を調べる。

まずは $E \gg \Delta_0$ での β と k_{\pm} の振る舞いを調べる。 β は $E \gg \Delta_0$ において

$$\beta = \left(\frac{\Delta_0}{E} \right) \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta_0}{E} \right)^2}} \simeq \left(\frac{\Delta_0}{2E} \right) \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta_0}{E} \right)^2 \right)^{-1} \simeq \left(\frac{\Delta_0}{2E} \right) \left(1 + \left(\frac{\Delta_0}{2E} \right)^2 \right) \quad (\text{A-18})$$

と振舞う。一方の k_{\pm} は

$$k_{\pm} = \sqrt{\frac{2m \left(V_0 + \lambda \pm E \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta_0}{E} \right)^2} \right)}{\hbar^2}} \simeq \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} \left(V_0 + \lambda \pm E - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_0}{E} \right)^2 \right)} \quad (\text{A-19})$$

のように振る舞う。この k_{\pm} は $\Delta_0 \rightarrow 0$ の極限で、 $k_{\text{sp}} = \sqrt{2m(V_0 + e_{\text{sp}})/\hbar^2}$ と一致すべきであるので、以降では

$$k_{\pm}|_{\Delta_0 \rightarrow 0} \begin{cases} k_{\text{scatt}} = \sqrt{2m(\lambda + E)/\hbar^2} \\ k_{\text{bound}} = \sqrt{2m(\lambda - E)/\hbar^2} \end{cases} \quad (\text{A-20})$$

という表記を用いる。

Particle-like 準粒子波動関数と Hole-like 準粒子波動関数の摂動論的な表式

particle-like な準粒子波動関数を考える場合、 $\Delta_0 \rightarrow 0$ での particle 成分が $\mathcal{U}_l(r) = A j_l(k_{\text{scatt}} r)$ となるため、式 (A-7) での係数 A と B の Δ_0 依存性は、 (Δ_0/E) の 1 次まで考えた場合、

$$A = \mathcal{O}(\Delta_0^0), \quad B = \mathcal{O}(\Delta_0^1) \quad (\text{A-21})$$

となるはずである。これを用いると、摂動 Δ_0 による particle-like な準粒子波動関数の振る舞いは

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} j_l(k_+ r) \\ \beta j_l(k_+ r) \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \beta j_l(k_- r) \\ j_l(k_- r) \end{pmatrix} \\ \xrightarrow{(\Delta_0/E) \ll 1} \underbrace{\begin{pmatrix} A j_l(k_{\text{scatt}} r) \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{O}(\Delta_0^0)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ A \beta j_l(k_{\text{scatt}} r) + B j_l(k_{\text{bound}} r) \end{pmatrix}}_{\mathcal{O}(\Delta_0^1)} \quad (\text{A-22})$$

と表される。この式 (A-22) は、いわば particle-like 準粒子共鳴における準粒子波動関数の摂動論的な表式とも理解することができる。これにより、particle-like 準粒子共鳴の振る舞いを摂動論的

に理解できる。この場合、 Δ_0 の存在により波動関数の hole 成分 $\mathcal{V}_l(r)$ の割合が増えていくことが分かる。この hole 成分 $\mathcal{V}_l(r)$ は $E > -\lambda$ の場合は常に原子核付近に局在する波動関数であるために、 Δ_0 の存在による原子核付近での存在確率の増加をもたらす。このことが共鳴幅の狭まりを意味する。

同様に、hole-like な準粒子波動関数の摂動論的な振る舞いより、hole-like 準粒子共鳴の共鳴幅の振る舞いを理解できる。hole-like な準粒子波動関数を考える場合は、 $\Delta_0 \rightarrow 0$ での hole 成分が $\mathcal{V}_l(r) = B j_l(k_{\text{bound}} r)$ となるはずなので、式 (A-7) での係数 A と B の Δ_0 依存性は

$$A = \mathcal{O}(\Delta_0^1), \quad B = \mathcal{O}(\Delta_0^0) \quad (\text{A-23})$$

となる。したがって、摂動 Δ_0 による hole-like な準粒子波動関数の振る舞いは

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathcal{U}_l(r) \\ \mathcal{V}_l(r) \end{pmatrix} &= A \begin{pmatrix} j_l(k_+ r) \\ \beta j_l(k_+ r) \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \beta j_l(k_- r) \\ j_l(k_- r) \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{(\Delta_0/E) \rightarrow 0} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ B j_l(k_{\text{bound}} r) \end{pmatrix}}_{\mathcal{O}(\Delta_0^0)} + \underbrace{\begin{pmatrix} A j_l(k_{\text{scatt}} r) + B \beta j_l(k_{\text{bound}} r) \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{O}(\Delta_0^1)} \end{aligned} \quad (\text{A-24})$$

と書ける。この場合、 Δ_0 の存在により波動関数の particle 成分 $\mathcal{U}_l(r)$ の割合が増えていくことが分かる。これは原子核付近に局在する $\mathcal{V}_l(r)$ の減少を意味し、 Δ_0 による原子核付近での存在確率の減少をもたらす。これが共鳴幅の広がりを生み出す。

B 非束縛波動関数の規格化係数の導出

Fermi の黄金則と共鳴幅

固有値 E_i の始状態 $|i\rangle$ と固有値 E_f の終状態 $|f\rangle$ という二つの状態間における摂動 V による単位時間当たりの遷移確率は「Fermi の黄金則」と呼ばれる式で表される。ここでは終状態 $|f\rangle$ が連続状態である場合を考える。終状態付近の準位密度を ρ_f とすると、Fermi の黄金則は

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f|V|i\rangle|^2 \rho_f \quad (\text{B-25})$$

となる。連続状態の規格化を $\langle f'|f\rangle = \delta(E_{f'} - E_f)$ とすると、準位密度を $\rho_f = 1$ とすることができ。そして、遷移確率から求められる始状態 $|i\rangle$ の寿命 τ_i は

$$\tau_i = \frac{1}{W_{i \rightarrow f}} = \left[\frac{2\pi}{\hbar} |\langle f|V|i\rangle|^2 \right]^{-1} \quad (\text{B-26})$$

となる。さらに、寿命 τ_i と共鳴幅 Γ_i の関係 $\Gamma_i = \hbar/\tau_i$ を用いると、共鳴幅 Γ_i が

$$\Gamma_i = \frac{\hbar}{\tau_i} = 2\pi |\langle f|V|i\rangle|^2 \quad (\text{B-27})$$

と求まる。この式を波動関数を用いて書き直すと

$$\Gamma_i = 2\pi \left| \int d\vec{r} \varphi_i(\vec{r}) \Delta(\vec{r}) \varphi_\epsilon(\vec{r}) \right|^2 \quad (\text{B-28})$$

と表すことができる。 $\varphi_i(\vec{r})$ は一粒子エネルギーが $\lambda - E_i$ の深い束縛状態の波動関数であり、 $\varphi_\epsilon(\vec{r})$ は一粒子エネルギーが $\lambda + E_i$ の非束縛波動関数である。

非束縛波動関数の規格化係数

式 (B-28) を計算する際には、非束縛波動関数 $\varphi_\epsilon(\vec{r})$ の規格化係数が必要になる。本研究において、非束縛波動関数は準粒子エネルギー E のデルタ関数により規格化する。この規格化は文献 [37, 38] と同じである。

$$\int d\vec{r} \varphi_\epsilon(\vec{r}) \varphi_{\epsilon'}(\vec{r}) = \delta(E - E') \quad (\text{B-29})$$

以下では非束縛波動関数の規格化係数を解析的に求める。まずは非束縛波動関数 $\varphi_\epsilon(\vec{r})$ を

$$\varphi_\epsilon(\vec{r}) = U_{lj}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (\text{B-30})$$

と変数分離する。すると、規格化条件 (B-29) を

$$\begin{aligned} \delta(E - E') &= \int d\vec{r} \varphi_\epsilon(\vec{r}) \varphi_{\epsilon'}(\vec{r}) = \int dr U_{l_j, k'}^*(r) U_{l_j, k}(r) r^2 \int d\Omega Y_{l_m}^*(\theta, \varphi) Y_{l_m}(\theta, \varphi) \\ &= \int dr U_{l_j, k'}^*(r) U_{l_j, k}(r) r^2 \end{aligned} \quad (\text{B-31})$$

と書き直すことができる。ここでは、考える二つの波動関数は同じ角運動量を持っていることを前提としている。この点を厳密に表現するならば、(B-29) 式の左辺は、 $\delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\sigma\sigma'} \delta(E - E')$ と書ける。なお、ここでの k は波数であり、動径波動関数の具体形は

$$U_{l_j, k_1}(r) = \frac{u_{l_j, k_1}(r)}{r} = C [\cos \delta_{l_j} j_l(k_1 r) - \sin \delta_{l_j} n_l(k_1 r)] \quad (\text{B-32})$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2m(\lambda + E)}{\hbar^2}} \quad (\text{B-33})$$

である。(B-31) 式を計算するために、まず、 $U_{lj,k'_1}^*(r)U_{lj,k_1}(r)$ を計算する。

$$\begin{aligned} U_{lj,k'_1}^*(r)U_{lj,k_1}(r) &= |C|^2 [\cos \delta_{lj} j_l(k'_1 r) - \sin \delta_{lj} n_l(k'_1 r)]^* [\cos \delta_{lj} j_l(k_1 r) - \sin \delta_{lj} n_l(k_1 r)] \\ &= |C|^2 \{ \cos^2 \delta_{lj} j_l(k'_1 r) j_l(k_1 r) - \sin \delta_{lj} \cos \delta_{lj} j_l(k'_1 r) n_l(k_1 r) \\ &\quad - \sin \delta_{lj} \cos \delta_{lj} n_l(k'_1 r) j_l(k_1 r) + \sin^2 \delta_{lj} n_l(k'_1 r) n_l(k_1 r) \} \end{aligned} \quad (\text{B-34})$$

次に、得られた上式を動径方向で積分すると

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty U_{lj,k'_1}^*(r)U_{lj,k_1}(r)r^2 dr \\ &= |C|^2 \int_0^\infty [\cos \delta_{lj} j_l(k'_1 r) - \sin \delta_{lj} n_l(k'_1 r)] [\cos \delta_{lj} j_l(k_1 r) - \sin \delta_{lj} n_l(k_1 r)] r^2 dr \\ &= |C|^2 \left\{ \cos^2 \delta_{lj} \int_0^\infty j_l(k'_1 r) j_l(k_1 r) r^2 dr - \sin \delta_{lj} \cos \delta_{lj} \int_0^\infty j_l(k'_1 r) n_l(k_1 r) r^2 dr \right. \\ &\quad \left. - \sin \delta_{lj} \cos \delta_{lj} \int_0^\infty n_l(k'_1 r) j_l(k_1 r) r^2 dr + \sin^2 \delta_{lj} \int_0^\infty n_l(k'_1 r) n_l(k_1 r) r^2 dr \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-35})$$

となる。ここで、以下のような関係式 (文献 [80])

$$\frac{2a^2}{\pi} \int_0^\infty j_n(ar) j_n(br) r^2 dr = \delta(a-b) \quad (\text{B-36})$$

$$n_l(z) = (-1)^{l+1} j_{-l-1}(z) \quad (\text{B-37})$$

を用いると

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty U_{lj,k'_1}^*(r)U_{lj,k_1}(r)r^2 dr \\ &= |C|^2 \left\{ \cos^2 \delta_{lj} \int_0^\infty j_l(k'_1 r) j_l(k_1 r) r^2 dr + \sin^2 \delta_{lj} \int_0^\infty n_l(k'_1 r) n_l(k_1 r) r^2 dr \right\} \\ &= |C|^2 \left\{ \cos^2 \delta_{lj} \int_0^\infty j_l(k'_1 r) j_l(k_1 r) r^2 dr + (-1)^{2(l+1)} \sin^2 \delta_{lj} \int_0^\infty j_{-l-1}(k'_1 r) j_{-l-1}(k_1 r) r^2 dr \right\} \\ &= |C|^2 \left\{ \frac{\pi}{2k_1^2} \delta(k'_1 - k_1) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-38})$$

と計算できる。式 (B-38) の最終行での計算を説明する。波数と準粒子エネルギーの間の関係は $k_1^2 = 2m(\lambda + E)/\hbar^2$ を用いると

$$E' - E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_1'^2 - k_1^2) \quad (\text{B-39})$$

と表される。この点に留意し、準粒子エネルギーに関するデルタ関数を計算すると

$$\begin{aligned} \delta(E' - E) &= |C|^2 \left\{ \frac{\pi}{2k_1^2} \delta(k'_1 - k_1) \right\} \\ \frac{2m}{\hbar^2} \delta(k_1'^2 - k_1^2) &= |C|^2 \left\{ \frac{\pi}{2k_1^2} \delta(k'_1 - k_1) \right\} \\ \frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{\delta(k'_1 - k_1) + \delta(k'_1 + k_1)}{2k_1} \right) &= |C|^2 \left\{ \frac{\pi}{2k_1^2} \delta(k'_1 - k_1) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-40})$$

が得られる。ここで、デルタ関数の性質

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x), \quad \delta(x^2 - a^2) = \frac{1}{|a|} \{ \delta(x - |a|) + \delta(x + |a|) \} \quad (\text{B-41})$$

を用いた。(B-40) 式より、 $|C|^2$ が

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{2k_1^2}|C|^2 &= \frac{m}{\hbar^2 k_1} \\ |C|^2 &= \frac{2m}{\hbar^2 \pi} k_1\end{aligned}\quad (\text{B-42})$$

と求まる。したがって、非束縛波動関数の規格化係数 C は

$$C = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 \pi} k_1}\quad (\text{B-43})$$

と取ることができる。

求めたい非束縛波動関数の規格化係数を得られた。この結果は文献 [40] とは異なるが文献 [41] とは一致する（両者もエネルギーのデルタ関数で規格化を行っている）。そこで、結果の正否を判断するために、得られた非束縛波動関数の規格化係数の次元を求め、Fermi の黄金則と無矛盾なことを確かめる。

デルタ関数 $\delta(x)$ の次元が $[x]^{-1}$ であることを用いると、 $[\varphi_\epsilon]$ は (B-29) 式より

$$\begin{aligned}[\varphi_\epsilon]^2 L^3 &= [E]^{-1} \\ [\varphi_\epsilon] &= M^{-1/2} L^{-5/2} T\end{aligned}\quad (\text{B-44})$$

と求めることができる。同様に、束縛波動関数の次元 $[\varphi_i]$ を求める。規格化条件は

$$\int d\vec{r} \varphi_i^*(\vec{r}) \varphi_i(\vec{r}) = 1\quad (\text{B-45})$$

である。この規格化条件より、 $[\varphi_i]$ は

$$\begin{aligned}[\varphi_i]^2 L^3 &= 1 \\ [\varphi_i] &= L^{-3/2}\end{aligned}\quad (\text{B-46})$$

となる。最後に、Fermi の黄金則から見積もった共鳴幅 (B-28) の次元 $[\Gamma_i]$ を求める。これは

$$\begin{aligned}[\Gamma_i] &= \left[\int d\vec{r} \varphi_i(\vec{r}) \Delta(\vec{r}) \varphi_\epsilon(\vec{r}) \right]^2 \\ &= ([\varphi_\epsilon] [E] [\varphi_i] L^3)^2 \\ &= \left((M^{-1/2} L^{-5/2} T) (ML^2 T^{-2}) (L^{-3/2}) L^3 \right)^2 = (M^{1/2} L T^{-1})^2 = [E]\end{aligned}\quad (\text{B-47})$$

と求まり、エネルギーの次元になっていることが確認できる。

以上の結果より、求めた規格化係数 (B-43) の次元が非束縛波動関数の次元 (B-44) と一致していなければ、Fermi の黄金則と矛盾してしまうことが分かる。実際に規格化係数 (B-43) の次元を計算すると

$$\begin{aligned}[C] &= \left[\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 \pi} k_1} \right] \\ &= [m]^{1/2} [\hbar]^{-1} [k_1]^{1/2} \\ &= M^{1/2} ([E] T)^{-1} L^{-1/2} \\ &= M^{1/2} (ML^2 T^{-2} T)^{-1} L^{-1/2} \\ &= M^{-1/2} L^{-5/2} T\end{aligned}\quad (\text{B-48})$$

となる。これは式 (B-44) と一致し、式 (B-43) の結果が Fermi の黄金則と無矛盾であることが確認できる。

C Fermi の黄金則および BCS 理論を用いた数値計算結果

摂動論 (Fermi の黄金則) の適用範囲

本論 6.4 節の hole-like 準粒子共鳴に対する分析では、対相関効果を摂動的に扱った (Fermi の黄金則を用いた) 準粒子共鳴の共鳴幅の見積もり

$$\Gamma_{lj} = 2\pi \left| \int dr v_{lj}^*(\vec{r}) \Delta(r) u_{lj}(r) \right|^2 \quad (\text{C-49})$$

の適用範囲を探った。そこでの数値計算結果を表 C-1 と表 C-2 に示した。以下の 3 点は表 C-1 についての補足である。なお、結果は全て $(lj) = p_{1/2}$ に対するものなので、その表記は省略した。

- 「Calc.」: 数値計算により得られた共鳴幅と共鳴エネルギー。
- 「Fermi 1」: 共鳴幅の式 (C-49) の中で、束縛波動関数 $v(r)$ を考えている状況に対応する波動関数に固定する。 $u(r)$ は共鳴エネルギー $e_R^0 = |e_{\text{sp}}| - 2|\lambda|$ での散乱波動関数に固定する。その状況で、 $\bar{\Delta}$ を変化させたときの結果。
- 「Fermi 2」: 共鳴幅の式 (C-49) の中で、束縛波動関数 $v_{lj}(r)$ を考えている状況に対応する波動関数に固定する (これは「Fermi 1」と共通)。 $u_{lj}(r)$ は各 $\bar{\Delta}$ に対する数値計算により得られた共鳴エネルギーでの散乱波動関数を用いる。したがって、共鳴エネルギーは数値計算結果「Calc.」と同じ値となる。そして、 $\bar{\Delta}$ を変化させたときの結果。

摂動論を用いない数値計算結果「Calc.」と二つの摂動論的な計算結果「Fermi 1」「Fermi 2」が誤差 10% 以内に収まる条件を考える。計算結果からその条件を満たす場合を抜き出すことで、式 (C-49) の適用範囲を、Fermi エネルギー λ 、一粒子エネルギー e_{sp} 、そして、平均ペアギャップ強度 $\bar{\Delta}$ の関係式として表す。ここでの Fermi エネルギーの値は $\lambda = -0.269$ MeV である。結果は以下のように表される。

$$\lambda - e_{\text{sp}} \gtrsim 0.5\bar{\Delta} \quad (\text{C-50})$$

この関係式は、摂動論を用いた式 (C-49) が 10% の誤差内で機能できる範囲が、 $e_{\text{sp}} \sim \mathcal{O}(-10$ MeV) の深い軌道に限らないことを示している。

次に、この適用範囲を準粒子波動関数の particle 成分 $u(r)$ と hole 成分 $v(r)$ の混じり具合で表す。そのために、準粒子波動関数の各成分の核半径までの積分値

$$\bar{u}^2 = \int_0^R |u(r)|^2 dr, \quad \bar{v}^2 = \int_0^R |v(r)|^2 dr \quad (\text{C-51})$$

を定義する。ここで考えている ^{46}Si の核半径は $R = 4.550$ fm である。これを用いると、摂動論が 10% の誤差内で機能できる範囲は

$$\bar{u}^2/\bar{v}^2 \lesssim 0.1 \quad (\text{C-52})$$

と表すことができる。計算結果の詳細は表 C-2 である。

原子核における BCS 理論の概要とそれを用いた分析

原子核構造論における BCS 理論をまとめる。ここではまず、独立粒子近似により得られた固有値と固有状態 $(\epsilon_j, |jm\rangle)$ を考える。 j は全角運動量であり、 m はその z 成分を表す。独立粒子準位 (j, m) に対し、状態に依らない強さ G を持つ対相互作用を残留相互作用として加える。つまり、以下のようなハミルトニアンを考える。

$$H = \sum_{jm} \epsilon_j a_{jm}^\dagger a_{jm} - G \sum_{jj', mm' > 0} a_{j'm'}^\dagger a_{j', -m'}^\dagger a_{j, -m} a_{jm} \quad (\text{C-53})$$

ここで、 $|jm\rangle$ と $|j, -m\rangle$ は Kramers 縮退した二つの状態 ($|j, -m\rangle = T|jm\rangle$) となっている。そして、後の変分計算のための BCS 試行関数

$$|\text{BCS}\rangle = \prod_j \prod_{m>0} \left(u_j + v_j a_{jm}^\dagger a_{j,-m}^\dagger \right) |0\rangle \quad (\text{C-54})$$

を導入する。Lagrange の未定乗数 λ と共に、ハミルトニアン $H' = H - \lambda N$ の期待値に対する変分計算 ($\delta\langle\text{BCS}|H'|\text{BCS}\rangle=0$) をすることで、諸々の関係式を得ることができる。ここでの粒子数演算子は $\hat{N} = \sum_{jm} a_{jm}^\dagger a_{jm}$ である。ペアギャップ Δ と占有確率 v_j^2 と u_j^2 は

$$\Delta = G \sum_{j,m>0} u_{jm} v_{jm} = \frac{G}{2} \sum_j (2j+1) u_j v_j = \frac{G}{4} \sum_j (2j+1) \frac{\Delta}{\sqrt{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2}} \quad (\text{C-55})$$

$$v_j^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_j - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right), \quad u_j^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\epsilon_j - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right) \quad (\text{C-56})$$

となる。ここでのペアギャップ Δ は偶-偶核におけるエネルギーギャップの半分値に対応する。 v_j^2 と u_j^2 の間には、 $v_j^2 + u_j^2 = 1$ 成り立つ。準粒子エネルギー E_j は

$$E_j = \sqrt{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (\text{C-57})$$

と表される。また、未定乗数 λ は Fermi エネルギーに対応し、粒子数方程式

$$N = \langle\text{BCS}|N|\text{BCS}\rangle = 2 \sum_{j,m>0} v_{jm}^2 = \sum_j (2j+1) v_j^2 = \sum_j \frac{2j+1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_j - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right) \quad (\text{C-58})$$

により指定される。

本論では、式 (C-56) を用いた分析を行った。そこでは、

$$v_{\text{BCS}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{e_{\text{sp}} - \lambda}{E} \right), \quad u_{\text{BCS}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{e_{\text{sp}} - \lambda}{E} \right) \quad (\text{C-59})$$

という表式を用いて、 v_{BCS}^2 と u_{BCS}^2 の比を求めた。ここでの準粒子の共鳴エネルギーは $E = \sqrt{(e_{\text{sp}} - \lambda)^2 + \Delta^2}$ を通して計算される。なお、Fermi エネルギーの値は $\lambda = -0.269$ MeV である。

表 C-3 が hole-like 準粒子共鳴に対する計算結果で、表 C-4 が particle-like 準粒子共鳴に対する計算結果である。それらでは、式 C-51 を用いて計算された \bar{u}^2 と \bar{v}^2 の計算結果も載せてある。

$\Delta V_0 = -2.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -0.618 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Calc. [MeV]	0.0127	0.0781	0.2110	0.4082	0.6647	0.9795
Fermi 1 [MeV]	0.0074	0.0296	0.0666	0.1183	0.1849	0.2663
Fermi 2 [MeV]	0.0139	0.0941	0.2663	0.5246	0.8589	1.2603
Calc.-Fermi 1	0.0053	0.0485	0.1444	0.2899	0.4798	0.7132
Calc.-Fermi 2	<u>0.0012</u>	0.0160	0.0553	0.1164	0.1942	0.2808
$\Delta V_0 = -3.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -0.966 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Calc. [MeV]	0.0216	0.0921	0.2192	0.4056	0.6513	0.9548
Fermi 1 [MeV]	0.0210	0.0840	0.1891	0.3361	0.5252	0.7563
Fermi 2 [MeV]	0.0222	0.0991	0.2461	0.4697	0.7687	1.1390
Calc.-Fermi 1	<u>0.0064</u>	<u>0.0081</u>	0.0301	0.0695	0.1261	0.1985
Calc.-Fermi 2	<u>0.0005</u>	<u>0.0069</u>	0.0269	0.0641	0.1174	0.1842
$\Delta V_0 = -4.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -1.347 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Calc. [MeV]	0.0240	0.0976	0.2242	0.4062	0.6459	0.9346
Fermi 1 [MeV]	0.0238	0.0953	0.2145	0.3813	0.5958	0.8579
Fermi 2 [MeV]	0.0242	0.1010	0.2386	0.4435	0.7185	1.0631
Calc.-Fermi 1	<u>0.0001</u>	<u>0.0023</u>	<u>0.0097</u>	<u>0.0249</u>	<u>0.0501</u>	<u>0.0767</u>
Calc.-Fermi 2	<u>0.0003</u>	<u>0.0034</u>	<u>0.0144</u>	<u>0.0373</u>	0.0726	0.1285
$\Delta V_0 = -5.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -1.756 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Calc. [MeV]	0.0246	0.0994	0.2263	0.4074	0.6444	0.9384
Fermi 1 [MeV]	0.0247	0.0988	0.2223	0.3952	0.6174	0.8891
Fermi 2 [MeV]	0.0249	0.1016	0.2350	0.4301	0.6901	1.0166
Calc.-Fermi 1	<u>0.0001</u>	<u>0.0006</u>	<u>0.0040</u>	<u>0.0122</u>	<u>0.0270</u>	<u>0.0493</u>
Calc.-Fermi 2	<u>0.0003</u>	<u>0.0022</u>	<u>0.0087</u>	<u>0.0227</u>	<u>0.0457</u>	<u>0.0782</u>
$\Delta V_0 = -10.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -4.127 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Calc. [MeV]	0.0261	0.1046	0.2363	0.4222	0.6640	0.9637
Fermi 1 [MeV]	0.0260	0.1040	0.2340	0.4160	0.6499	0.9358
Fermi 2 [MeV]	0.0260	0.1043	0.2356	0.4209	0.6611	0.9569
Calc.-Fermi 1	<u>0.0001</u>	<u>0.0006</u>	<u>0.0037</u>	<u>0.0062</u>	<u>0.0141</u>	<u>0.0279</u>
Calc.-Fermi 2	<u>0.0001</u>	<u>0.0003</u>	<u>0.0007</u>	<u>0.0013</u>	<u>0.0029</u>	<u>0.0068</u>

表 C-1: 数値計算から得た hole-like 準粒子共鳴の共鳴幅と Fermi の黄金則 (C-49) から得た共鳴幅の比較結果。それらの間の誤差が 10% 以内に収まった結果に下線を引いた。その結果より、Fermi の黄金則 (C-49) の適用範囲が $\lambda - e_{\text{sp}} \gtrsim 0.5\bar{\Delta}$ と表されることが分かる (表 C-2 参照)。

$\Delta V_0 = -2.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -0.618 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta} [\text{MeV}]$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$(\lambda - e_{\text{sp}})/\bar{\Delta}$	0.698	0.349	0.233	0.175	0.140	0.116
\bar{u}^2	0.058	0.132	0.176	0.202	0.220	0.234
\bar{v}^2	0.942	0.868	0.824	0.798	0.780	0.766
\bar{u}^2/\bar{v}^2	0.062	0.152	0.214	0.254	0.283	0.306
$\Delta V_0 = -3.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -0.966 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta} [\text{MeV}]$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$(\lambda - e_{\text{sp}})/\bar{\Delta}$	<u>1.349</u>	<u>0.697</u>	0.465	0.349	0.279	0.232
\bar{u}^2	<u>0.017</u>	<u>0.057</u>	0.096	0.127	0.153	0.174
\bar{v}^2	<u>0.983</u>	<u>0.943</u>	0.904	0.873	0.847	0.826
\bar{u}^2/\bar{v}^2	<u>0.017</u>	<u>0.060</u>	0.106	0.146	0.182	0.211
$\Delta V_0 = -4.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -1.347 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta} [\text{MeV}]$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$(\lambda - e_{\text{sp}})/\bar{\Delta}$	<u>2.156</u>	<u>1.078</u>	<u>0.719</u>	<u>0.539</u>	0.431	0.359
\bar{u}^2	<u>0.008</u>	<u>0.030</u>	<u>0.057</u>	<u>0.083</u>	0.108	0.130
\bar{v}^2	<u>0.992</u>	<u>0.970</u>	<u>0.942</u>	<u>0.917</u>	0.892	0.870
\bar{u}^2/\bar{v}^2	<u>0.008</u>	<u>0.031</u>	<u>0.060</u>	<u>0.091</u>	0.121	0.149
$\Delta V_0 = -5.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -1.756 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta} [\text{MeV}]$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$(\lambda - e_{\text{sp}})/\bar{\Delta}$	<u>2.974</u>	<u>1.487</u>	<u>0.991</u>	<u>0.744</u>	<u>0.595</u>	<u>0.496</u>
\bar{u}^2	<u>0.005</u>	<u>0.018</u>	<u>0.037</u>	<u>0.058</u>	<u>0.079</u>	<u>0.099</u>
\bar{v}^2	<u>0.995</u>	<u>0.982</u>	<u>0.963</u>	<u>0.942</u>	<u>0.921</u>	<u>0.901</u>
\bar{u}^2/\bar{v}^2	<u>0.005</u>	<u>0.019</u>	<u>0.039</u>	<u>0.062</u>	<u>0.086</u>	<u>0.110</u>
$\Delta V_0 = -10.0 \text{ MeV}, e_{\text{sp}} = -4.127 \text{ MeV}$						
$\bar{\Delta} [\text{MeV}]$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$(\lambda - e_{\text{sp}})/\bar{\Delta}$	<u>7.716</u>	<u>3.858</u>	<u>2.572</u>	<u>1.929</u>	<u>1.543</u>	<u>1.286</u>
\bar{u}^2	<u>0.001</u>	<u>0.005</u>	<u>0.012</u>	<u>0.021</u>	<u>0.031</u>	<u>0.043</u>
\bar{v}^2	<u>0.999</u>	<u>0.995</u>	<u>0.988</u>	<u>0.979</u>	<u>0.969</u>	<u>0.957</u>
\bar{u}^2/\bar{v}^2	<u>0.001</u>	<u>0.005</u>	<u>0.012</u>	<u>0.021</u>	<u>0.032</u>	<u>0.045</u>

表 C-2: hole-like 準粒子共鳴に対する \bar{u}^2 と \bar{v}^2 の計算結果。Fermi の黄金則 (C-49) からの結果が数値計算結果と比べ誤差 10%以内に収まっている状況に下線を引いてある。

Hole-like 準粒子共鳴 $e_R = 1.00$ MeV			
$\bar{\Delta}$ [MeV]	1.0	2.0	3.0
ΔV_0 [MeV]	-4.183	-3.223	-1.078
Γ [MeV]	0.098	0.404	1.039
e_{sp} [MeV]	-1.420	-1.048	-0.332
\bar{u}^2	0.928	0.857	0.706
\bar{v}^2	32.425	6.512	1.613
\bar{u}^2/\bar{v}^2	0.029	0.132	0.438
u_{BCS}^2	0.046	0.193	0.475
v_{BCS}^2	0.954	0.807	0.525
$u_{\text{BCS}}^2/v_{\text{BCS}}^2$	0.048	0.239	0.905
Hole-like 準粒子共鳴 $e_R = 1.25$ MeV			
$\bar{\Delta}$ [MeV]	1.0	2.0	3.0
ΔV_0 [MeV]	-4.826	-4.037	-2.456
Γ [MeV]	0.099	0.406	0.962
e_{sp} [MeV]	-1.683	-1.362	-0.772
\bar{u}^2	0.785	0.735	0.670
\bar{v}^2	37.935	8.170	2.600
\bar{u}^2/\bar{v}^2	0.021	0.090	0.258
u_{BCS}^2	0.035	0.140	0.334
v_{BCS}^2	0.965	0.860	0.666
$u_{\text{BCS}}^2/v_{\text{BCS}}^2$	0.036	0.163	0.501
Hole-like 準粒子共鳴 $e_R = 1.50$ MeV			
$\bar{\Delta}$ [MeV]	1.0	2.0	3.0
ΔV_0 [MeV]	-5.429	-4.745	-3.469
Γ [MeV]	0.100	0.407	0.945
e_{sp} [MeV]	-1.940	-1.649	-1.141
\bar{u}^2	0.732	0.668	0.614
\bar{v}^2	43.089	9.683	3.435
\bar{u}^2/\bar{v}^2	0.017	0.069	0.179
u_{BCS}^2	0.028	0.110	0.254
v_{BCS}^2	0.972	0.890	0.746
$u_{\text{BCS}}^2/v_{\text{BCS}}^2$	0.029	0.124	0.340

表 C-3: hole-like 準粒子共鳴に対する BCS 理論（式 (C-59)）を用いた計算結果。

Particle-like 準粒子共鳴 $e_R = 0.30$ MeV			
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.0	0.728	1.477
ΔV_0 [MeV]	2.373	2.0	0.0
Γ [MeV]	0.387	0.361	0.244
e_{sp} [MeV]	0.30	0.251	-0.056
\bar{u}^2	1.523	1.679	1.947
\bar{v}^2	0.0	0.117	1.734
\bar{v}^2/\bar{u}^2	0.0	0.069	0.891
u_{BCS}^2	1.0	0.957	0.687
v_{BCS}^2	0.0	4.306	0.313
$v_{\text{BCS}}^2/u_{\text{BCS}}^2$	0.0	0.045	0.456
Particle-like 準粒子共鳴 $e_R = 0.375$ MeV			
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.0	1.246	1.688
ΔV_0 [MeV]	2.982	2.0	0.0
Γ [MeV]	0.582	0.500	0.338
e_{sp} [MeV]	0.375	0.251	-0.056
\bar{u}^2	1.106	1.280	1.571
\bar{v}^2	0.0	0.239	1.576
\bar{v}^2/\bar{u}^2	0.0	0.187	1.003
u_{BCS}^2	1.0	0.937	0.665
v_{BCS}^2	0.0	9.627	0.335
$v_{\text{BCS}}^2/u_{\text{BCS}}^2$	0.0	0.107	0.503
Particle-like 準粒子共鳴 $e_R = 0.45$ MeV			
$\bar{\Delta}$ [MeV]	0.0	1.634	1.897
ΔV_0 [MeV]	3.678	2.0	0.0
Γ [MeV]	0.854	0.652	0.453
e_{sp} [MeV]	0.450	0.251	-0.056
\bar{u}^2	0.807	1.032	1.303
\bar{v}^2	0.0	0.306	1.442
\bar{v}^2/\bar{u}^2	0.0	0.297	1.107
u_{BCS}^2	1.0	0.862	0.648
v_{BCS}^2	0.0	0.138	0.352
$v_{\text{BCS}}^2/u_{\text{BCS}}^2$	0.0	0.161	0.543

表 C-4: particle-like 準粒子共鳴に対する BCS 理論 (式 (C-59)) を用いた計算結果。

関連図書

- [1] Chart of the Nuclides, <http://wwwndc.jaea.go.jp/CN14/> (2014).
- [2] I. Tanihata, H. Savajols and R. Kanungo, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 68, 215 (2013).
- [3] I. Tanihata, H. Hamagaki, O. Hashimoto, Y. Shida, N. Yoshikawa and N. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* 55, 2676 (1985).
- [4] P. G. Hansen and B. Jonson, *Europhys. Lett.* 4, 409 (1987).
- [5] T. Kobayashi, O. Yamakawa, K. Omata, K. Sugimoto, T. Shimoda, N. Takahashi, and I. Tanihata, *Phys. Rev. Lett.* 60, 2599 (1988).
- [6] M. G. Mayer, *Phys. Rev.* 75, 1969 (1949).
- [7] O. Haxel, J. H. D. Jensen and H. E. Suess, *Phys. Rev.* 75, 1766 (1949).
- [8] M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, *Elementary theory of nuclear shell structure* (Wiley, 1955).
- [9] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, 1975), Vol. I.
- [10] J. Dobaczewski, N. Michel, W. Nazarewicz, M. Płoszajczak and J. Rotureau, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 59, 432 (2007).
- [11] M. Matsuo and T. Nakatsukasa, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 37, 064017 (2010).
- [12] J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* 108, 1175 (1957).
- [13] A. Bohr, B. R. Mottelson, D. Pines, *Phys. Rev.* 110, 936 (1958).
- [14] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).
- [15] D. M. Brink and R. A. Broglia, *Nuclear Superfluidity* (Cambridge University Press, UK, 2005).
- [16] M. V. Zhukov, B. V. Danilin, D. V. Fedorov, J. M. Bang, I. J. Thompson and J. S. Vaagen, *Phys. Rep.* 231, 150 (1993).
- [17] G. F. Bertsch and H. Esbensen, *Ann. Phys. (NY)* 209, 327 (1991).
- [18] J. Meng and P. Ring, *Phys. Rev. Lett.* 77, 3963 (1996).
- [19] F. Barranco, P. F. Bortignon, R. A. Broglia, G. Coló, and E. Vigezzi, *Eur. Phys. J. A* 11, 385 (2001).
- [20] T. Myo, S. Aoyama, K. Katō, and K. Ikeda, *Prog. Theor. Phys.* 108, 133 (2002).

- [21] J. Meng, H. Toki, S. -G. Zhou, S. Q. Zhang, W. H. Long, and L. S. Geng, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 57, 470 (2006).
- [22] K. Bennaceur, J. Dobaczewski and M. Płoszajczak, *Phys. Lett. B* 496, 154 (2000).
- [23] Y. Chen, P. Ring and J. Meng, *Phys. Rev. C* 89, 014312 (2014).
- [24] J. Meng and S. G. Zhou, *J. Phys. G* 42, 093101 (2015).
- [25] Y. Zhang, Y. Chen, J. Meng and P. Ring, *Phys. Rev. C* 95, 014316 (2017).
- [26] M. Matsuo, K. Mizuyama, and Y. Serizawa, *Phys. Rev. C* 71, 064326 (2005).
- [27] M. Matsuo, *Phys. Rev. C* 73, 044309 (2009).
- [28] K. Hagino and H. Sagawa, *Phys. Rev. C* 72, 044321 (2005).
- [29] N. Pillet, N. Sandulescu and P. Schuck, *Phys. Rev. C* 76, 024310 (2007).
- [30] Y. Zhang, M. Matsuo and J. Meng, *Phys. Rev. C* 90, 034313 (2014).
- [31] D. Vautherin and D. M. Brink, *Phys. Rev. C* 5, 626 (1972).
- [32] J. Dobaczewski, H. Flocard and J. Treiner, *Nuclear Physics A*, 422, 103 (1984).
- [33] J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, T. R. Werner, J. F. Berger, C. R. Chinn and J. Dechargé, *Phys. Rev. C* 53, 2809 (1996).
- [34] M. Matsuo, *Nuclear Physics A*, 696, 371 (2001).
- [35] M. Bender, P. -H. Heenen and P. -G. Reinhard, *Rev. Mod. Phys.* 75, 121 (2003).
- [36] T. Nakatsukasa, K. Matsuyanagi, M. Matsuo and K. Yabana, *Rev. Mod. Phys.* 88, 045004 (2016).
- [37] S. T. Belyaev, A. V. Smirnov, S. V. Tolokonnikov and S. A. Fayans, *Sov. J. Nucl. Phys.* 45, 783 (1987).
- [38] A. Bulgac, [nucl-th/9907088](https://arxiv.org/abs/nucl-th/9907088).
- [39] S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov and D. Zawischa, *Phys. Lett. B* 491, 245 (2000).
- [40] M. Grasso, N. Sandulescu, N. V. Giai and R. J. Liotta, *Phys. Rev. C* 64, 064321 (2001).
- [41] I. Hamamoto and B. R. Mottelson, *Phys. Rev. C* 68, 034312 (2003).
- [42] I. Hamamoto and B. R. Mottelson, *Phys. Rev. C* 69, 064302 (2004).
- [43] N. Michel, K. Matsuyanagi and M. Stoitsov, *Phys. Rev. C* 78, 044319 (2008).
- [44] J. C. Pei, A. T. Kruppa and W. Nazarewicz, *Phys. Rev. C* 84, 024311 (2011).
- [45] Y. Zhang, M. Matsuo and J. Meng, *Phys. Rev. C* 83, 054301 (2011).
- [46] Y. Zhang, M. Matsuo and J. Meng, *Phys. Rev. C* 86, 054318 (2012).
- [47] H. Oba and M. Matsuo, *Phys. Rev. C* 80, 024301 (2009).

- [48] J. C. Pei, Y. N. Zhang and F. R. Xu, Phys. Rev. C 87, 051302(R) (2013).
- [49] Y. N. Zhang, J. C. Pei and F. R. Xu, Phys. Rev. C 88, 054305 (2013).
- [50] N. Sandulescu, N. V. Giai and R. J. Liotta, Phys. Rev. C 61, 061301(R) (2000).
- [51] N. Sandulescu, L. S. Geng, H. Toki and G. C. Hillhouse, Phys. Rev. C 68, 054323 (2003).
- [52] R. Id Betan, N. Sandulescu, T. Vertse, Nucl. Phys. A 771, 93 (2006).
- [53] S. Raman, R. F. Carlton, J. C. Wells, E. T. Jurney and J. E. Lynn, Phys. Rev. C 32, 1 (1985).
- [54] G. F. Bertsch, P. F. Bortignon and R. A. Broglia, Rev. Mod. Phys. 55, 1 (1983).
- [55] Y. Kobayashi and M. Matsuo, Prog. Theor. Exp. Phys. 013D01 (2016).
- [56] M. V. Stoitsov, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, S. Pittel, and D. J. Dean, Phys. Rev. C 68, 054312 (2003).
- [57] T. R. Werner, J. A. Sheikh, M. Misu, W. Nazarewicz, J. Rikovska, K. Heeger, A. S. Umar and M. R. Strayer, Nucl. Phys. A 597, 327 (1996).
- [58] J. Terasaki, H. Flocard, P. -H. Heene and P. Bonche, Nucl. Phys. A 621, 706 (1997).
- [59] M. Thoennessen, At.Data Nucl.Data Tables 98, 933 (2012).
- [60] M. Thoennessen, At.Data Nucl.Data Tables 98, 43 (2012).
- [61] W. Horiuchi and Y. Suzuki, Phys. Rev. C 74, 034311 (2006).
- [62] K. Tanaka *et al.*, Phys. Rev. Lett. 104, 062701 (2010).
- [63] N. Kobayashi *et al.*, Phys. Rev. C 86, 054604 (2012).
- [64] Y. Togano *et al.*, Phys. Lett. B 761, 412 (2016).
- [65] I. Hamamoto, Phys. Rev. C 76, 054319 (2007).
- [66] M. Stanoiu *et al.*, Phys. Rev. C 78, 034315 (2008).
- [67] T. Kobayashi *et al.*, Nucl. Instr. Methods B 317, 294 (2013).
- [68] H. Shimuzu *et al.*, Nucl. Instr. Methods B 317, 793 (2013).
- [69] T. Nakamura, N. A. Orr and S. Leblond, private communication.
- [70] A. Messiah, *Quantum Mechanics* (North Holland, Amsterdam, 1962).
- [71] J. R. Taylor, *Scattering Theory* (Krieger Pub. Co., 1983).
- [72] A. G. Sitenko, *Scattering Theory* (Springer-Verlag, 1991).
- [73] R. Surman, J. Engel, J.R. Bennett and B.S. Meyer, Phys. Rev. Lett. 79, 1809 (1997).
- [74] M. R. Mumpower, R. Surman, G. C. McLaughlin and A. Aprahamian, Prog. Part. Nucl. Phys. 86, 86 (2016).

- [75] S. Goriely, Phys. Lett. B 436, 10 (1988).
- [76] S. Goriely and E. Khan, Nucl. Phys. A 706, 217 (2002).
- [77] N. Tsoneva, S. Goriely, H. Lenske and R. Schwenger, Phys. Rev. C 91, 044318 (2015).
- [78] M. Matsuo, Phys. Rev. C 91, 034604 (2015).
- [79] E. C. Pinilla and P. Descouvemont, Phys. Rev. C 94, 024620 (2016).
- [80] G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical Methods For Physicists* (Academic press, 1966).