

博士論文の要旨及び審査結果の要旨

氏名 齋藤 裕
 学位 博士 (理学)
 学位記番号 新大院博 (理) 第 413 号
 学位授与の日付 平成 28 年 9 月 20 日
 学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当
 博士論文名 Study on scalarization methods in set-valued optimization
 (集合値最適化におけるスカラー化手法についての研究)

論文審査委員 主査 教授・田中 環
 副査 教授・山田 修司
 副査 教授・家富 洋
 副査 准教授・蛭川 潤一
 副査 准教授・劉 雪峰

博士論文の要旨

本論文は、集合値最適化（および集合最適化）で最近良く利用されている、集合に対する非線形スカラー化関数について、ある種の錐凸性を持つ集合値写像との合成関数が持つ性質とそれらを利用した Fan-Takahashi のミニマックス不等式の集合値写像への一般化に関する研究を行っている。従来の集合値最適化問題における集合の最適性規準は、ベクトル最適化の延長線上にあり、集合族に対するある種の半順序のような二項関係に対して必ずしも望むべき解になっているとは限らない状況であった。最近では、このようなベクトル同士の有効性の代わりに、集合間の直接的な比較法とその二項関係を保存するような非線形のスカラー化関数が複数提案されて利用されている。そこで、これらのスカラー化関数の持つ性質について、集合値写像の持つ錐凸性・錐準凸性がどの程度保存されるのかを調査・研究し、それらの全体像を明らかにすることに成功した。それを利用して Ricceri の定理の集合値写像版を導き出すことができた。集合に対する非線形スカラー化の手法は、ベクトルに対する非線形スカラー化関数の考え方に基づいているが、これは元々、1990 年に Gerth (Tammer)・Weidner によって紹介され、凸でない集合に対する分離定理に応用されたものであり、Hamel・Löhne はさらにその手法を一般化した方法を用いている。それらを Kuwano・Tanaka・Yamada が統一的に定義することに成功し、最近良く利用されるようになった。本論文では、それらの非線形スカラー化関数と集合値写像の合成写像が凸性や準凸性を持つための必要条件・十分条件を体系的に研究し、その結果を利用して、集合値写像に対する Ricceri の定理を 2 通りに一般化した。

本論文の構成は、次のようになっている。第 2 章で、順序線形位相空間におけるいくつかの基礎概念と性質、及び実ベクトル空間における、二つの集合間の直接的な比較法について紹介し、その集合間の二項関係 (set-relation) の性質について調査を行っている。また、集合値写像の持つ錐凸性・錐準凸性といくつかの半連続性も紹介している。第 3 章では、順序単調性を保存する、集合に対するスカラー化関数と集合値写像の合成写像が凸性

又は準凸性を持つための必要条件・十分条件を体系的にまとめている。そして、Kuвано・Tanaka・Yamada が導入した統一的非線形スカラー化関数に当てはめて、有用な性質をたくさん導き出している。これらの性質を利用して、第4章では先行研究とは異なる手法で、実数値関数に対する Fan-Takahashi のミニマックス不等式に対応する、集合値写像版の Ricceri の定理という斬新な研究成果を与えている。なお、その証明には、実数値関数に対する Ricceri の定理を導くのに使用されていた(複雑な)定理に帰着できるように、技巧的に合成写像を構成して利用されている。これが本学位論文のもっともオリジナルな部分とも言える。

審査結果の要旨

本論文は、集合値最適化(および集合最適化)における、集合に対する(順序単調性を保存する)スカラー化関数と集合値写像の合成写像が準凸性を持つための必要条件・十分条件に関する研究とその応用研究をまとめたものである。先行研究で提案された、集合に対する非線形スカラー化関数の持つ様々な性質を一般的に体系化して証明している。また、この非線形関数族を利用して、古典的な実数値関数やベクトル値関数に対する非線形解析学的内容を集合値写像の場合に拡張した結果を得ている。特に、集合値写像に対する Fan-Takahashi の不等式の(2通りの) Ricceri 型の結果は大変斬新である。これらの発表内容から本論文が新規性に富んでいることが確認できた。このような取り組みは、数理科学的に独創性、新規性、有効性の高いものと認められ、今後のこの分野の発展に貢献が期待できる。また、申請論文の内容の一部はすでに3編の学術論文として査読付国際雑誌に掲載されている。このことから、本学位申請論文が当該分野において評価される研究であることを確認できた。

よって、上記の内容に基づき本論文が博士(理学)の博士論文として十分であると認定した。