

平成 27 年度 博士論文

**Violation of Lepton Universality
by Heavy Neutral Leptons**
(重い中性レプトンによるレプトン普遍性の破れ)

武田 一浩

F13J006H

新潟大学大学院自然科学研究科 博士後期課程
数理物質科学専攻 物理学コース

素粒子論研究室

目次

| | | |
|-------|--|----|
| 第 1 章 | 導入 | 7 |
| 1.1 | 素粒子標準模型 | 7 |
| 1.2 | 標準模型を超える物理 | 9 |
| 1.2.1 | ニュートリノ振動 | 9 |
| 1.2.2 | 宇宙暗黒物質 | 9 |
| 1.2.3 | 宇宙バリオン数非対称性 | 9 |
| 1.3 | 本研究の目的と概要 | 10 |
| 1.4 | 本論文の構成 | 11 |
| 第 2 章 | ν MSM | 13 |
| 2.1 | 右巻きニュートリノの導入 | 13 |
| 2.2 | シーソー機構とニュートリノの質量固有状態 | 14 |
| 2.3 | 重い中性レプトンの相互作用 | 16 |
| 2.4 | 暗黒物質候補の生成機構 | 16 |
| 2.4.1 | ドーデルソン・ウィドロウ生成機構 | 16 |
| 2.4.2 | シー・フューラー生成機構 | 19 |
| 2.4.3 | N_1 に対する制限 | 21 |
| 2.4.4 | N_2, N_3 の崩壊によるエントロピー生成 | 21 |
| 2.5 | 右巻きニュートリノの振動を通じたバリオン数生成機構 | 22 |
| 第 3 章 | 混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ とその制限 | 23 |
| 3.1 | N_2 と N_3 の湯川結合定数 | 23 |
| 3.1.1 | カサス-イバーラのパラメトリゼーション | 23 |
| 3.1.2 | ν MSM における湯川結合定数の構造 | 24 |
| 3.1.3 | $N_{2,3}$ の相互作用を決定するパラメータ | 28 |
| 3.2 | ν MSM における混合成分 $ \Theta_{\alpha I} ^2$ ($\alpha = e, \mu, \tau; I = 2, 3$) | 29 |
| 3.2.1 | 混合成分 $ \Theta_{\alpha I} ^2$ の展開 | 29 |
| 3.2.2 | 混合成分 $ \Theta_{\alpha I} ^2$ におけるキャンセレーション | 31 |
| 3.3 | 重い中性レプトンの直接探索とその制限の ν MSM における再解釈 | 33 |
| 3.3.1 | PS191 実験 | 33 |
| 3.3.2 | BNL E949 実験 | 34 |

| | | |
|-------|--|----|
| 3.3.3 | KEK E89, E104 実験 | 35 |
| 3.3.4 | TRIUMF 実験 | 35 |
| 3.3.5 | PIENU 実験 | 35 |
| 3.3.6 | NuTeV 実験 | 38 |
| 3.3.7 | IHEP-JINR 実験 | 39 |
| 3.3.8 | BEBC 実験 | 40 |
| 3.3.9 | LEP 実験における DELPHI 検出器 | 41 |
| 3.4 | 宇宙論から与えられる混合成分 Θ の下限 | 43 |
| 3.5 | シーソー機構から与えられる混合成分 Θ の下限 | 43 |
| 第 4 章 | ν MSM におけるレプトン普遍性の破れ | 47 |
| 4.1 | レプトン普遍性 | 47 |
| 4.2 | 中間子の 2 体崩壊におけるレプトン普遍性の破れ | 47 |
| 4.2.1 | Δr_K について | 49 |
| 4.2.2 | Δr_K が大きい領域における帰結 | 51 |
| 4.2.3 | Δr_π について | 54 |
| 4.2.4 | Δr_{D_s} について | 55 |
| 4.3 | W ボソンの 2 体崩壊におけるレプトン普遍性 | 56 |
| 4.4 | τ の 2 体崩壊と中間子の 2 体崩壊を用いたレプトン普遍性 | 59 |
| 第 5 章 | 結論 | 63 |
| 付録 A | ニュートリノ物理 | 66 |
| A.1 | ニュートリノの予言と発見 | 66 |
| A.2 | ニュートリノ振動現象 | 66 |
| A.2.1 | 真空中のニュートリノ振動 | 66 |
| A.2.2 | 物質中のニュートリノ振動 | 69 |
| A.2.3 | ニュートリノ質量の問題 | 76 |
| 付録 B | 重い中性レプトンの崩壊率と生成率 | 79 |
| B.1 | 重い中性レプトンのそれぞれのモードに対する崩壊率 | 79 |
| B.2 | 重い中性レプトンのそれぞれのモードに対する生成率 | 81 |
| B.3 | 2 体崩壊における位相積分 | 82 |
| B.4 | 3 体崩壊における位相積分 | 83 |
| 参考文献 | | 84 |

表目次

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | 標準模型に現れる場のスピンとゲージチャージ | 8 |
| 4.1 | τ の 2 体崩壊および中間子の 2 体崩壊によるレプトン普遍性の観測 [56] | 60 |
| A.1 | 3 世代のニュートリノ間における振動解析の結果 [6] | 77 |

目次

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | $\sin^2 2\theta_M$ と宇宙温度 T のグラフ | 18 |
| 2.2 | γ/H と宇宙温度 T のグラフ | 18 |
| 2.3 | それぞれの質量におけるエントロピー生成率 | 22 |
| 3.1 | $\xi = 1$ の場合の A_μ/A_e の等高線 | 30 |
| 3.2 | $\xi = -1$ の場合の A_μ/A_e の等高線 | 30 |
| 3.3 | $\xi = 1$ の場合の A_τ/A_μ の等高線 | 30 |
| 3.4 | $\xi = -1$ の場合の A_τ/A_μ の等高線 | 30 |
| 3.5 | $\xi = 1$ の場合の A_τ/A_e の等高線 | 31 |
| 3.6 | $\xi = -1$ の場合の A_τ/A_e の等高線 | 31 |
| 3.7 | $\xi = 1$ の場合の B_μ/B_e の等高線 | 31 |
| 3.8 | $\xi = -1$ の場合の B_μ/B_e の等高線 | 31 |
| 3.9 | $\xi = 1$ の場合の B_τ/B_μ の等高線 | 32 |
| 3.10 | $\xi = -1$ の場合の B_τ/B_μ の等高線 | 32 |
| 3.11 | $\xi = 1$ の場合の B_τ/B_e の等高線 | 32 |
| 3.12 | $\xi = -1$ の場合の B_τ/B_e の等高線 | 32 |
| 3.13 | NH の場合の $ \Theta ^2$ の上限 | 44 |
| 3.14 | IH の場合の $ \Theta ^2$ の上限 | 45 |
| 3.15 | NH の場合の $ \Theta ^2$ の許される領域 | 46 |
| 3.16 | IH の場合の $ \Theta ^2$ の許される領域 | 46 |
| 4.1 | 各質量 M_N に対する $G_{\alpha I}^K$ | 50 |
| 4.2 | 各質量 M_N に対する $G_{\alpha I}^\pi$ | 50 |
| 4.3 | 各質量 M_N に対する $G_{\alpha I}^{D_s}$ | 50 |
| 4.4 | NH における Δr_K | 51 |
| 4.5 | IH における Δr_K | 51 |
| 4.6 | $M_N = 175\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面 | 52 |
| 4.7 | $M_N = 455\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面 | 52 |
| 4.8 | $M_N = 175\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面 | 52 |
| 4.9 | $M_N = 455\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面 | 52 |
| 4.10 | $M_N = 175\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面 | 53 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.11 | $M_N = 455\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面 | 53 |
| 4.12 | $M_N = 183\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面 | 53 |
| 4.13 | $M_N = 460\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面 | 53 |
| 4.14 | $M_N = 183\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面 | 54 |
| 4.15 | $M_N = 460\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面 | 54 |
| 4.16 | $M_N = 183\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面 | 54 |
| 4.17 | $M_N = 460\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面 | 54 |
| 4.18 | NH における Δr_π | 55 |
| 4.19 | IH における Δr_π | 55 |
| 4.20 | NH における Δr_{D_s} | 57 |
| 4.21 | IH における Δr_{D_s} | 57 |
| 4.22 | M_N に対する $G_{\alpha I}^W$ | 58 |
| 4.23 | M_N に対する G_{MN}^τ | 60 |
| 4.24 | NH における $\Delta r_{\tau e}^\pi$ | 61 |
| 4.25 | IH における $\Delta r_{\tau e}^\pi$ | 61 |
| 4.26 | NH における $\Delta r_{\tau e}^K$ | 61 |
| 4.27 | IH における $\Delta r_{\tau e}^K$ | 61 |
| 4.28 | NH における $\Delta r_{\tau\mu}^\pi$ | 62 |
| 4.29 | IH における $\Delta r_{\tau\mu}^\pi$ | 62 |
| 4.30 | NH における $\Delta r_{\tau\mu}^K$ | 62 |
| 4.31 | IH における $\Delta r_{\tau\mu}^K$ | 62 |
| A.1 | V_{CC} を生成する散乱 | 69 |
| A.2 | V_{NC} を生成する散乱 | 69 |
| A.3 | θ_M と N_e/N_A のグラフ | 76 |
| A.4 | 有効質量の 2 乗 $m_{m1,2}^2$ と電子数 N_e | 76 |

第 1 章

導入

この章では、導入としてまず素粒子標準模型について述べ、次にこの模型の枠組みでは説明することができない 3 つの問題を記す。そして最後に本研究の目的と概要について述べる。

1.1 素粒子標準模型

素粒子標準模型 [1] は物質を構成する最も基本的な粒子と、その間に働く重力相互作用を除く相互作用について記述する模型である。素粒子間に働く相互作用には強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用があり、それらはゲージ対称性を表す群 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ により記述される。また、湯川相互作用はスカラー場-左巻きフェルミオン場-右巻きフェルミオン場の 3 点相互作用である。この節では、素粒子標準模型について説明する。

標準模型において記述される場とそれらのスピン、 $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ のゲージチャージを表 1.1 に示す。表 1.1 において添字 A は $SU(3)_C$ のカラーチャージであるレッド、ブルー、グリーンを表し、添字 $\alpha = 1, 2, 3$ は世代を表す。また添字 L, R はそれぞれ左巻き、右巻きを表す。これらはガンマ行列 γ^5 を作用させて、その固有値で区別できる。カイラル表示の γ^5 をとると、その固有値が -1 の状態を左巻き、 $+1$ の状態を右巻きという。

$$\gamma^5 \psi_L = -\psi_L, \quad \gamma^5 \psi_R = +\psi_R. \quad (1.1)$$

ここで ψ_L が左手型場、 ψ_R が右手型場を表す。またこれらの状態は以下の射影演算子 P_L, P_R を場 ψ に作用させることでも区別される。

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}. \quad (1.2)$$

表 1.1 での添字 $\mu = 0, 1, 2, 3$ はローレンツ対称性に対する添字である。 $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ のそれぞれのゲージ場を G_μ^a ($a = 1, \dots, 8$), A_μ^p ($p = 1, 2, 3$), B_μ で表す。

標準模型のラグランジアンはゲージ固定項を無視すると、以下のように与えられる。

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_G, \quad (1.3)$$

| 場 | スピン | $SU(3)_C$ | $SU(2)_L$ | $U(1)_Y$ |
|--|---------------|-----------|-----------|----------------|
| $Q_{L\alpha}^A = \begin{pmatrix} u_{L\alpha}^A \\ d_{L\alpha}^A \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{2}$ | 3 | 2 | $\frac{1}{6}$ |
| $u_{R\alpha}^A$ | $\frac{1}{2}$ | 3 | 1 | $\frac{2}{3}$ |
| $d_{R\alpha}^A$ | $\frac{1}{2}$ | 3 | 1 | $-\frac{1}{3}$ |
| $L_{L\alpha} = \begin{pmatrix} \nu_{L\alpha} \\ e_{L\alpha} \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | $-\frac{1}{2}$ |
| $e_{R\alpha}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 1 | -1 |
| $\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ | 0 | 1 | 2 | $\frac{1}{2}$ |
| G_μ^a | 1 | 8 | 1 | 0 |
| A_μ^p | 1 | 1 | 3 | 0 |
| B_μ | 1 | 1 | 1 | 0 |

表 1.1 標準模型に現れる場のスピンとゲージチャージ

$$\text{フェルミオン場: } \mathcal{L}_F = \sum \bar{\psi}_\alpha [iD_\mu \gamma^\mu] \psi_\alpha, \quad \psi_\alpha = \{Q_L, u_R, d_R, L_L, e_R\}_\alpha, \quad (1.4)$$

$$\text{ヒッグス場: } \mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{\lambda}{2} (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.5)$$

$$\text{湯川相互作用: } \mathcal{L}_Y = -F_{\alpha\beta}^{(d)} \bar{Q}_{L\alpha} \Phi d_{R\beta} - F_{\alpha\beta}^{(u)} \bar{Q}_{L\alpha} \tilde{\Phi} u_{R\beta} - F_\alpha^{(e)} \bar{L}_{L\alpha} \Phi e_{R\alpha} + h.c., \quad (1.6)$$

$$\text{ゲージ場: } \mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} (G_{\mu\nu}^a)^2 - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^p)^2 - \frac{1}{4} (A_{\mu\nu})^2. \quad (1.7)$$

ここで $\tilde{\Phi} \equiv i\sigma_2 \Phi^*$ であり, σ_2 は虚数単位を含むパウリ行列である. また, $F_{\alpha\beta}^{(i)}$ ($i = d, u$), $F_\alpha^{(e)}$ は湯川結合定数である. 荷電レプトンに対する湯川結合定数 $F_\alpha^{(e)}$ は対角化された基底をとる. 式 (1.4), (1.5) における D_μ は共変微分と呼ばれ, $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ のゲージ場を考慮すると次式で与えられる.

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 \hat{T}_3 G_\mu^\alpha - ig_2 \hat{T}_2 A_\mu^p - ig_1 Y B_\mu. \quad (1.8)$$

g_3, g_2, g_1 はそれぞれ $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ のゲージ結合定数であり, \hat{T}_3, \hat{T}_2 はそれぞれ $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ の生成子である. Y はハイパーチャージを表す.

また, $G_{\mu\nu}^a, F_{\mu\nu}^p, A_{\mu\nu}$ は $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ のそれぞれのゲージ場の強さを表し, 以下のように表される.

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_3 f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \quad (1.9)$$

$$F_{\mu\nu}^p = \partial_\mu A_\nu^p - \partial_\nu A_\mu^p + g_2 \varepsilon_{pqr} A_\mu^q A_\nu^r, \quad (1.10)$$

$$A_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (1.11)$$

$f_{abc}, \varepsilon_{pqr}$ は構造定数と呼ばれ ε は 3 階完全反対称テンソルであり, f は次のように与えられる.

$$f_{abc} = -2i \text{Tr}([\hat{T}_a, \hat{T}_b] \hat{T}_c). \quad (1.12)$$

1.2 標準模型を超える物理

2012年のヒッグス粒子発見 [2] により、標準模型で予言される粒子は全て実験によって発見された。また標準模型は、過去行われた高エネルギー実験の結果を精度良く説明できる成功した模型であった。しかし、実験精度または観測技術の向上に伴い、標準模型では説明できない問題が報告されてきた。以下ではその中でもニュートリノ振動、宇宙暗黒物質、宇宙バリオン数非対称性について簡単に紹介する。

1.2.1 ニュートリノ振動

ニュートリノ振動とは伝搬するニュートリノが自身の世代を変化させる現象で、1950年代後半から1960年代前半にかけてポンテコルボや牧-中川-坂田により提唱された [3, 4]。実験では、日本の神岡鉱山で行われたスーパーカミオカンデ実験にて初めて確認された [5]。振動確率はニュートリノの質量二乗差により決定される (A.8)。これまでの太陽ニュートリノ、大気ニュートリノの観測により2種類の質量二乗差のスケールが報告されている [6]。これらによりニュートリノには少なくとも縮退していない質量をもつ世代が2つ存在することが要請される。標準模型ではニュートリノの質量はゼロと見なされており、他のフェルミオンと異なり左巻きニュートリノ ν_L のみ模型内に含まれるので、ディラック質量項を組むことができない。以上により非常に微小だが有限であるニュートリノ質量を標準模型では説明することができない。ニュートリノ振動現象の表式は付録にて詳しく述べる。

1.2.2 宇宙暗黒物質

宇宙暗黒物質は宇宙の発展を理解する上においても重要となる物質である。1930年代にツビッキーによってその存在が示唆されて以来 [7]、銀河の回転曲線 [8] や重力レンズ [9]、宇宙マイクロ波背景放射 [10] などによりその存在は強く示唆されている。現在では宇宙のエネルギー組成比の約27%が暗黒物質により占められていると考えられている。その正体は未だに解明されていないが、新種の素粒子と考える説が有力である。現在までの観測により暗黒物質候補は以下の性質をもつと考えられている。

- 安定、もしくは少なくとも宇宙年齢138億年よりも長寿命である。
- 電磁相互作用をせず、相互作用をすると仮定しても弱い相互作用以下の強さである。
- 非バリオン、非相対論的にふるまう。

標準模型で上記の性質をもつ粒子が存在していないことから、暗黒物質を説明するためには標準模型に新粒子を導入する必要がある。

1.2.3 宇宙バリオン数非対称性

素粒子物理学では物質と反物質は対称的に生成される。しかし観測可能な宇宙の範囲ではほとんど全てが物質で構成されており、反物質がほとんど存在していないことが知られている。バリオン粒子に+1、反バリオン粒子に-1を割り当てるようなバリオン数を定義すると、バリオン数の非対称性は観測より、光子の数密度と比較して 10^{-10} 程度であることがわかっている [10]。この観測値はビッグバン元

素合成の予言と精度よく一致している。

宇宙論より強く支持されているインフレーション理論を仮定すると、宇宙のインフレーション時期は真空のエネルギーが支配的であり、それ以前に存在していたバリオン数は希釈されゼロと見なすことができる。したがって現在観測されているバリオン数はインフレーション後から元素合成の開始時期までに生成されたと考えられる。バリオン数生成が実現するためには以下のサハロフの3条件が満たされなければならない。

- バリオン数が破れる反応が存在する。
- C 対称性, CP 対称性の両方が破れている。
- 熱平衡状態から離脱している。

ここで C , P は荷電共役とパリティを表す。標準模型ではこれらの条件は満たされないので、標準模型の枠組みでは宇宙バリオン数非対称性は説明することができない。

1.3 本研究の目的と概要

本研究では上記の標準模型を超えた3つの問題を説明するために拡張模型 ν MSM (Neutrino Minimal Standard Model)[11, 12] を考える。この模型は標準模型にマヨラナ質量をもつ3つの右巻きニュートリノを導入した模型である。この模型において、仮定としてニュートリノのディラック質量はマヨラナ質量に比べて非常に小さく、マヨラナ質量は電弱スケール $\Lambda_{\text{EM}} = \mathcal{O}(100\text{GeV})$ よりも小さいとする。ディラック質量とマヨラナ質量間の仮定の下でシーソー機構が働き、質量固有状態として3つの質量が小さい状態 ν_1, ν_2, ν_3 及び3つの質量が大きい状態 N_1, N_2, N_3 が現れる。本論文では、前者をアクティブニュートリノ、後者を重い中性レプトンと呼ぶ。重い中性レプトンの中で質量が最も小さい N_1 が暗黒物質候補になり、 N_2, N_3 がニュートリノ振動とバリオン数生成の起源を説明する。新粒子である重い中性レプトンはそれらの質量の小ささから直接探索による検証が可能であるが、未だに見られていない。

本研究の目的は、 ν MSM においてニュートリノ振動とバリオン数生成の起源として重要になる重い中性レプトン N_2, N_3 を実験的に検証するための理論予言を行うことである。そのために本研究ではレプトン普遍性の破れに注目する。レプトン普遍性とは、標準模型においてレプトンの世代が異なる場合でもそれらに働く弱い相互作用は全て等しい強さであることを意味する。レプトン普遍性は例として、荷電中間子が電子やミュオンに崩壊する確率の比を測定することで確認されている。崩壊率の比をとることで中間子の崩壊定数などのハドロン物理の不確定性が相殺されることで、精度よく理論計算をすることができ、実験的にも精度よく確認することができる。そのため、レプトン普遍性の破れは標準模型を超える物理を検証する上で非常に役立つ。本論文では、 M^+ を荷電中間子、 l_α^+ を荷電レプトンとし

た場合

$$R_M = \frac{\Gamma(M^+ \rightarrow e^+\nu)}{\Gamma(M^+ \rightarrow \mu^+\nu)}, \quad (1.13)$$

$$R_{\alpha\beta}^W = \frac{\Gamma(W^+ \rightarrow l_\alpha^+\nu)}{\Gamma(W^+ \rightarrow l_\beta^+\nu)}, \quad (1.14)$$

$$R_{\tau l_\alpha}^M = \frac{\Gamma(\tau^+ \rightarrow M^+\nu)}{\Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+\nu)}, \quad (1.15)$$

という量を議論する。標準模型では弱い相互作用の強さがレプトンの世代によって変わらないため、 R_M , $R_{\alpha\beta}^W$, $R_{\tau l_\alpha}^M$ はそれぞれの崩壊過程に登場する粒子の質量にのみ依存する。一方 ν MSM では崩壊過程としてアクティブニュートリノ ν_i ($i = 1, 2, 3$) と重い中性レプトン N_I ($I = 1, 2, 3$) が生成される過程が考えられる。また、レプトンの世代によって弱い相互作用の強さが変化し得るので、レプトン普遍性の破れが大きくなる可能性がある。

重い中性レプトンは混合を通じて弱い相互作用する。その弱い相互作用の強さを決めるパラメータが混合成分であり、直接探索によりそれらの上限がつけられている。また ν MSM の枠組みで宇宙バリオン数非対称性を説明するために混合成分に上限がつけられる。一方で宇宙論やシーソー機構から混合成分に下限がつけられる。これらをまとめて混合成分の許される領域を示す。そして許されるパラメータ領域を用いて ν MSM において上記のような量を用いてレプトン普遍性の破れを議論し、現在または将来の実験精度と比較する。

許されるパラメータ領域をもとに、 ν MSM における $K \rightarrow e + \nu, N$ と $K \rightarrow \mu + \nu, N$ の崩壊率の比 R_K の標準模型からのずれ Δr_K の预言領域を評価する。その結果、質量が 200MeV および 450MeV 近辺で Δr_K が最大で 10^{-3} 程度となることが判明した。このような大きな Δr_K が预言された理由は、 $K \rightarrow e + N_{2,3}$ の崩壊率は混合成分の二乗で抑制されるが、ヘリシティ抑制の効果により $N_{2,3}$ の質量と電子質量の二乗比だけ崩壊率が大きくなるためである。CERN での NA62 実験や J-PARC での TREK/E36 実験は 10^{-3} の精度での測定が計画されているため、 ν MSM が预言する Δr_K が検証可能である。さらに、この Δr_K が将来の実験で確認された場合の模型への影響を調べた。その結果、アクティブニュートリノの混合行列に含まれるディラック位相およびマヨラナ位相と呼ばれる 2 つの CP 対称性を破る位相が特定の値のみに限定されることを示した。

本研究ではまた、 ν MSM における $K \rightarrow \mu + \nu, N$ と $K \rightarrow e + \nu, N$ の崩壊率の比 $R_{\tau e}^K$ の標準模型からのずれ $\Delta r_{\tau e}^K$ を評価し、その最大値は 10^{-4} 程度であることを示した。現在の実験での精度が 10^{-2} 程度であるため、将来実験精度が 100 倍以上向上した場合、検証が可能となる。

1.4 本論文の構成

本論文の構成は次の通りである。第 2 章では拡張模型 ν MSM について紹介し、ニュートリノ質量を説明するシーソー機構について述べる。またこの模型における重い中性レプトンの相互作用と役割について解説する。第 3 章ではニュートリノの湯川結合定数のパラメトリゼーションと構造を述べて、重い中性レプトンの弱い相互作用の強さを表す混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ について見ていく。さらに $\Theta_{\alpha I}$ に課せられる上限と下限についても説明する。第 4 章では間接検証として注目するレプトン普遍性について述べ、 ν MSM の枠組みにおけるレプトン普遍性の破れを定量的に議論する。第 5 章に本論文の結論を述べる。

付録 A ではニュートリノの歴史を簡単に述べた後, 真空中と物質中でのニュートリノ振動の表式を示す. 付録 B では重い中性レプトンのそれぞれの崩壊率と生成率の表式を示す.

第2章

ν MSM

2.1 右巻きニュートリノの導入

ニュートリノ振動, 宇宙暗黒物質, 宇宙バリオン数非対称性の問題を解決するために本研究では素粒子標準模型の拡張模型として ν MSM (Neutrino Minimal Standard Model) を考える [11, 12]. この模型は, 標準模型にマヨラナ質量をもつ3つの右巻きニュートリノ $\nu_{R1}, \nu_{R2}, \nu_{R3}$ をゲージ1重項として導入した模型である. そのラグランジアンは次のように表される.

$$\mathcal{L}_{\nu\text{MSM}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \overline{\nu_{RI}} i \partial_\mu \gamma^\mu \nu_{RI} - F_{\alpha I} \overline{L_\alpha} \tilde{\Phi} \nu_{RI} - \frac{1}{2} (M_M)_{IJ} \overline{\nu_{RI}^c} \nu_{RJ} + h.c.. \quad (2.1)$$

ここで \mathcal{L}_{SM} は標準模型のラグランジアンである. レプトン2重項 $L_\alpha (\alpha = e, \mu, \tau)$ とヒッグス2重項 Φ は次のように与えられる.

$$L_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_{L\alpha} \\ e_{L\alpha} \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} (\phi^0)^* \\ -\phi^- \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

ここで $(\phi^+)^* = \phi^-$ である. ラグランジアンにおける ν_R^c は右巻きニュートリノの荷電共役を表し, 演算子 $C = i\gamma_2\gamma_0$ を用いて次のように表される.

$$\nu_R^c = C(\overline{\nu_R})^T. \quad (2.3)$$

また, $F_{\alpha I}$ は湯川結合定数であり, M_M はマヨラナ質量行列である. ここでは, 荷電レプトンと右巻きニュートリノの質量行列は対角行列とする.

$$(M_M)_{IJ} = M_{MI} \delta_{IJ} = \text{diag}(M_{M1}, M_{M2}, M_{M3}). \quad (2.4)$$

ここで一般性を失うことなく $M_{M1,2,3}$ は正の実数とした. ヒッグス場のゼロではない真空期待値, $\langle \phi^0 \rangle = v/\sqrt{2} \simeq 174 \text{ GeV}$, によりラグランジアンにおけるニュートリノ質量項は次のように与えられる.

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}} = (M_D)_{\alpha I} \overline{\nu_{L\alpha}} \nu_{RI} + \frac{1}{2} (M_M)_{IJ} \overline{\nu_{RI}^c} \nu_{RJ} + h.c.. \quad (2.5)$$

ここで $(M_D)_{\alpha I} = F_{\alpha I} v/\sqrt{2}$ はディラック質量である. 式 (2.5) を $\overline{\nu_R} \nu_L = \overline{\nu_L^c} \nu_R^c$ の関係式を用いてニュートリノ質量項を次のように書き直す.

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2} (\overline{\nu_L}, \overline{\nu_R^c}) \hat{M} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c.. \quad (2.6)$$

ここで \hat{M} は 6×6 の質量行列であり, 次式で表される.

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_M \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

この質量行列 \hat{M} は対称行列であることに注意しなければならない.

2.2 シーソー機構とニュートリノの質量固有状態

ν MSM では右巻きニュートリノの存在により, ニュートリノが質量を持つ. また, $|M_D| \ll M_M$ の仮定により, シーソー機構 [13] が働く. ここでは, そのシーソー機構について議論していく.

ニュートリノ質量行列 \hat{M} が対称行列であるので, \hat{M} を対角化するには, ユニタリー行列 \hat{U} を質量行列の左右から作用させればよい.

$$\hat{U}^\dagger \hat{M} \hat{U}^* = \hat{M}^{\text{diag}}. \quad (2.8)$$

この \hat{M}^{diag} は対角行列である. このとき, ニュートリノ質量固有状態として ν_i ($i = 1, 2, 3$) と N_I ($I = 1, 2, 3$) は次のように与えられる.

$$\begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} = \hat{U}^* \begin{pmatrix} \nu_i^c \\ N_I \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

ν MSM ではマヨラナ質量 M_M とディラック質量 M_D に次のように仮定されている.

$$|(M_D)_{\alpha I}| \ll M_{MI} < \Lambda_{\text{EW}} \approx \mathcal{O}(100)\text{GeV}. \quad (2.10)$$

ここで Λ_{EW} は電弱エネルギースケールである. これから, $|(M_D)_{\alpha I}| \ll M_{MI}$ を用いて \hat{M} を近似的に対角化していく. まずは, ブロック対角化を行う.

$$\hat{U}_1^\dagger \hat{M} \hat{U}_1^* = \begin{pmatrix} M_\nu & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

ここで行列 \hat{U}_1 次のように表す.

$$\hat{U}_1 = \begin{pmatrix} 1_3 & \Theta \\ -\Theta^\dagger & 1_3 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

ここでの 1_3 は 3×3 単位行列を表し, Θ は 3×3 複素行列を表す. ここでは $|\Theta_{\alpha I}| \ll 1$ と仮定する. 行列 \hat{U}_1 のユニタリー条件は $\mathcal{O}(\Theta)$ まで成り立つ.

$$\hat{U}_1 \hat{U}_1^\dagger = \hat{U}_1^\dagger \hat{U}_1 = \begin{pmatrix} 1_3 + \Theta\Theta^\dagger & 0 \\ 0 & 1_3 + \Theta\Theta^\dagger \end{pmatrix} = 1_6 + \mathcal{O}(\Theta^2). \quad (2.13)$$

1_6 は 6×6 単位行列である. 式 (2.11) の左辺を行列 \hat{U}_1 の成分を用いて計算し, その非対角成分はゼロになることから行列 Θ はディラック質量 M_D とマヨラナ質量 M_M で表される.

$$\Theta \approx M_D M_M^{-1}. \quad (2.14)$$

また \hat{M}^{diag} に含まれる M_ν と M_N も次のように表される.

$$M_\nu \approx -M_D M_M^{-1} M_D^T, \quad (2.15)$$

$$M_N \approx M_M. \quad (2.16)$$

M_{MI} は要素が正の実数で対角行列なので, M_N はすでに対角化されている. 一方 M_ν は 3×3 複素行列であるが, その対角化は成されていない. M_ν を対角するためにユニタリー行列 U をその左右から作用させる.

$$U^\dagger M_\nu U^* = M_\nu^{\text{diag}} = \text{diag}(m_1, m_2, m_3). \quad (2.17)$$

この作用させる行列 U はポンテコルボ-牧-中川-坂田 (PMNS) 行列と呼ばれる. M_N はすでに対角化されているので, $\hat{U}_1^T \hat{M} \hat{U}_1$ の左右から 6×6 行列の \hat{U}_2 を作用する.

$$\hat{U}_2 = \begin{pmatrix} U & 0 \\ 0 & 1_3 \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

式 (2.8) における対角化された質量行列 \hat{M}^\dagger を考えると,

$$\begin{aligned} \hat{M}^{\text{diag}} &= \hat{U}_2^\dagger \hat{U}_1^\dagger \hat{M} \hat{U}_1^* \hat{U}_2^* = \hat{U}_2^\dagger \begin{pmatrix} M_\nu & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix} \hat{U}_2^* = \begin{pmatrix} M_\nu^{\text{diag}} & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix} \\ &= \text{diag}(m_1, m_2, m_3, M_1, M_2, M_3). \end{aligned} \quad (2.19)$$

これにより, ニュートリノ質量行列 \hat{M} を対角するためのユニタリー行列 \hat{U} はユニタリー行列 \hat{U}_1 と \hat{U}_2 を用いて表される.

$$\hat{U} = \hat{U}_1 \hat{U}_2 = \begin{pmatrix} U & \Theta \\ -\Theta^* U & 1_3 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

このようにして, ニュートリノ質量行列 \hat{M} を近似的に対角化することができた. この対角化に伴い, ニュートリノのフレーバー固有状態はユニタリー行列 \hat{U} の成分と質量固有状態 ν_i, N_I を用いて以下のように表すことができる.

$$\nu_{L\alpha} = U_{\alpha i} \nu_i + \Theta_{\alpha I} N_I^c, \quad (2.21)$$

$$\nu_{RI}^c = N_I^c - \Theta_{\alpha I}^* U_{\alpha i} \nu_i. \quad (2.22)$$

質量固有状態 ν_i, N_I はそれぞれ質量 m_i, M_{NI} を持つ. 以後 ν_i, N_I をそれぞれアクティブニュートリノ, 重い中性レプトンと呼ぶことにする. 最初に $|(M_D)_{\alpha I}| \ll M_{MI}$ を仮定したが, これが混合成分の条件 $|\Theta_{\alpha I}| \ll 1$ を導く. これはアクティブニュートリノ-重い中性レプトンの混合が抑制されていることを意味している.

2.3 重い中性レプトンの相互作用

この節では、重い中性レプトンの相互作用について述べる。重い中性レプトンのラグランジアンは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{N_I} = & \frac{g_2}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \Theta_{\alpha I}^\dagger \bar{N}_I^c \gamma^\mu P_L l_\alpha + W_\mu^- \Theta_{\alpha I} \bar{l}_\alpha \gamma^\mu P_L N_I^c] \\ & + \frac{g_Z}{2} Z_\mu [\Theta_{\alpha I}^\dagger U_{\alpha i} \bar{N}_I^c \gamma^\mu P_L \nu_i + U_{\alpha i}^\dagger \Theta_{\alpha I} \bar{\nu}_i \gamma^\mu P_L N_I^c + |\Theta_{\alpha I}|^2 \bar{N}_I^c \gamma^\mu P_L N_I^c] \\ & - F_\alpha^L [\Theta_{\alpha I}^\dagger \bar{N}_I^c \phi^+ P_R l_\alpha + \Theta_{\alpha I} \bar{l}_\alpha \phi^- P_L N_I^c] \\ & - F_{\alpha I} [U_{\alpha i}^\dagger \bar{\nu}_i \phi^{0*} N_I + \Theta_{\alpha I}^\dagger \bar{N}_I^c \phi^{0*} N_I - |\Theta_{\alpha I}|^2 U_{\alpha i}^\dagger \bar{N}_I^c \phi^{0*} \nu_i^c - \bar{l}_\alpha \phi^- P_R N_I] + h.c.. \end{aligned} \quad (2.23)$$

ここで第 1, 2 段目は N_I の弱い相互作用を表す。ニュートリノ混合により N_I の弱い相互作用の大きさは混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ によって決定される。第 3 段目において F_α^L は標準模型で対角化された荷電レプトンの湯川結合定数を表す。第 4 段目は ν MSM において新たに導入したニュートリノの湯川相互作用項である。

2.4 暗黒物質候補の生成機構

ν MSM では質量が最も小さい N_1 を温かい暗黒物質候補 (Warm Dark Matter) とする。この節では、暗黒物質候補である N_1 の生成機構について述べる。まずはニュートリノ振動を用いるドーデルソン・ウイドロー機構について説明し、次にレプトン非対称性があるために起きる共鳴を用いるシー・フューラー機構について述べる。また、現在の観測から与えられる制限について述べ、最後に N_2, N_3 の崩壊によるエントロピー生成について述べる。

2.4.1 ドーデルソン・ウイドロー生成機構

この小節ではドーデルソン・ウイドロー生成機構について説明する [14]。 N_1 の分布関数 f_N と数密度 n_{N_1} の関係は以下の通りである。

$$n_{N_1} = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3p f(\mathbf{p}). \quad (2.24)$$

f_N に対するボルツマン方程式は以下のように与えられる。

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - E_N H \frac{\partial}{\partial E_N} \right] f_N(E_N, t) = A_p + A_d. \quad (2.25)$$

ここで, A_p, A_d はそれぞれ N_1 を生成させる過程と消滅させる過程に起因する項を表し, その具体形は次式のようになる.

$$A_p \equiv + \frac{1}{2E_N} \int d\Pi_a \cdots d\Pi_i \cdots (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_N + p_a + p_b + \cdots - p_i - p_j \cdots) |\mathcal{M}|^2 \times [f_i f_j \cdots (1 \pm f_a) \cdots (1 \pm f_N)], \quad (2.26)$$

$$A_d \equiv - \frac{1}{2E_N} \int d\Pi_a \cdots d\Pi_i \cdots (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_N + p_a + p_b + \cdots - p_i - p_j \cdots) |\mathcal{M}|^2 \times [f_a f_b \cdots f_N (1 \pm f_i) (1 \pm f_j) \cdots]. \quad (2.27)$$

初期条件として $f_N(t=0) = 0$, つまり N_1 は初期時刻において存在しないと仮定すると, $f_N \ll 1$ のとき $A_p \gg A_d$ であり, 式 (2.25) の右辺は A_p が支配的になる. 以後 $A_p \gg A_d$ の温度領域を考え, 質量の小さいニュートリノは熱平衡状態にあるとする. このときの分布関数の時間変化は次のように与えられる.

$$\begin{aligned} \frac{df_N}{dt} &\sim \Gamma_\nu^p P(\nu \rightarrow N_1) = \Gamma_\nu^d f_\nu P(\nu \rightarrow N_1) \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_M \Gamma_\nu^d f_\nu. \end{aligned} \quad (2.28)$$

ここで, $\Gamma_\nu^p, \Gamma_\nu^d$ はそれぞれアクティブニュートリノの生成率と崩壊率であり, f_ν はアクティブニュートリノの分布関数である. 最初の等号ではアクティブニュートリノが熱平衡状態にあるためにその分布関数の時間変化は無視できると仮定している. また, 2番目の等号において物質中のニュートリノ振動を考慮し, $P(\nu \rightarrow N_1) = \sin^2 2\theta_M/2$ を用いている. θ_M は物質中における N_1 の振動角を表す. これらより分布関数 f_N のボルツマン方程式は次のように書き直せる.

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - E_N H \frac{\partial}{\partial E_N} \right] f_N = \left[\frac{1}{2} \sin^2 2\theta_M \Gamma_\nu^d \right] f_\nu. \quad (2.29)$$

ここでは, 崩壊率として $\Gamma_\nu^d \simeq 7\pi G_F^2 T^4 E_\nu$ を用いる. $G_F = 1.17 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ はフェルミ定数である.

$r \equiv n_N/n_\nu$ とし内部自由度がスケール因子 R に依らないと仮定すると, f_N のボルツマン方程式は次のように書き直せる.

$$\frac{dr}{d \ln R} = \frac{\gamma}{H} \quad (2.30)$$

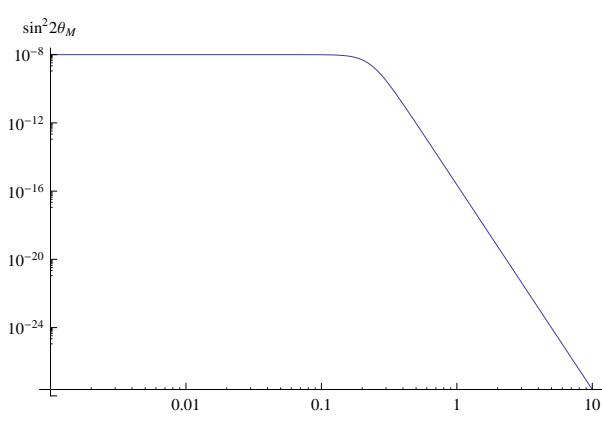
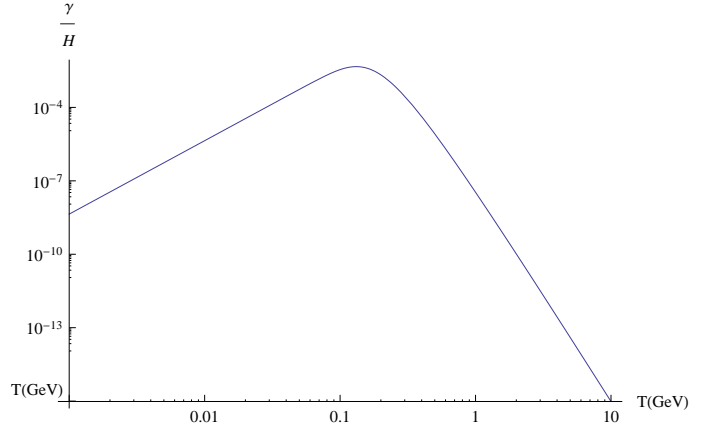
$$\gamma = \frac{1}{n_\nu} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sin^2 2\theta_M \Gamma_\nu^d f_\nu. \quad (2.31)$$

γ/H は N_1 の生成率を表す.

図 2.1, 2.2 により N_1 は宇宙温度が 130 MeV 程度の時に最も有効に生成される. f_N のボルツマン方程式を解くと,

$$f_N = 1.8 \left(\frac{M_D}{1 \text{eV}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{keV}}{M_N} \right) f_\nu. \quad (2.32)$$

これより, f_N は f_ν と定数倍だけ違うが同じ運動量の依存性も持つことがわかる. またアクティブ

図 2.1 $\sin^2 2\theta_M$ と宇宙温度 T のグラフ図 2.2 γ/H と宇宙温度 T のグラフ

ニュートリノは熱平衡にあるので、フェルミ-ディラック統計の分布に従う.

$$\begin{aligned} n_N &= 1.8 \left(\frac{M_D}{1\text{eV}} \right)^2 \left(\frac{1\text{keV}}{M_N} \right) n_\nu \\ &= 0.3 \left(\frac{M_D}{1\text{eV}} \right)^2 \left(\frac{1\text{keV}}{M_N} \right) T^3. \end{aligned} \quad (2.33)$$

ここで熱平衡状態におけるアクティブニュートリノの数密度

$$n_\nu = \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2} T^3, \quad (2.34)$$

を用いた. 式 (2.33) の両辺をエントロピー密度

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T) T^3 \quad (2.35)$$

で割ると,

$$\begin{aligned} \frac{n_N}{s} &= 0.07 \left(\frac{M_D}{1\text{eV}} \right)^2 \left(\frac{1\text{keV}}{M_N} \right) \\ &= \frac{n_N(T_0)}{s(T_0)}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

ここで, 内部自由度 $g_{*s} = 10.8$ である. これにより, $\Omega_N h^2$ は次のように評価される.

$$\Omega_N h^2 = \frac{\rho_N(T_0)}{\rho_{\text{cr}}/h^2} = \frac{M_N n_N(T_0)/s(T_0)}{\rho_{\text{cr}}/(s(T_0)h^2)} \quad (2.37)$$

$$= 17 \left(\frac{M_D}{1\text{eV}} \right)^2 \approx 0.11. \quad (2.38)$$

これより Ω_N は暗黒物質の質量に依らず, ニュートリノディラック質量 M_D により決定される. このディラック質量はニュートリノの湯川結合定数 $F_{\alpha I}$ によって決められる. ディラック質量 $M_D \approx 0.08\text{eV}$ の場合, 湯川結合定数は $F_{\alpha 1} = 3.3 \times 10^{-13}$ と求まる.

2.4.2 シー・フューラー生成機構

この小節ではもう1つの生成機構であるシー・フューラー機構について説明する [15]. この機構では先在するレプトン数の非対称性で生じる共鳴により N_1 の生成は増強される.

この生成機構は密度行列により定量化される. ニュートリノの遷移は4元ベクトル (P_0, \mathbf{P}) によって記述される. P_0, \mathbf{P} は密度行列によって表される.

$$\rho_\nu = \begin{pmatrix} \rho_{ii} & \rho_{iN} \\ \rho_{Ni} & \rho_{NN} \end{pmatrix} = \frac{P_0 \mathbf{1} + \mathbf{P} \cdot \vec{\sigma}}{2}. \quad (2.39)$$

$\vec{\sigma}$ はパウリ行列である. 添字 i, N はそれぞれアクティブニュートリノと N_1 を表す. これらの数密度は次のように表される.

$$n_i = \frac{P_0 + P_z}{2}, \quad n_N = \frac{P_0 - P_z}{2}. \quad (2.40)$$

P_0 と \mathbf{P} の発展は以下の微分方程式によって与えられる.

$$\dot{P}_0 = \sum_{\nu_\beta; \beta \neq \alpha} \langle \Gamma(\nu_\alpha \bar{\nu}_\alpha \rightarrow e \bar{e}) \rangle (n_e n_{\bar{e}} - n_{\nu_\alpha} n_{\bar{\nu}_\alpha}), \quad (2.41)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{V} \times \mathbf{P} + \dot{P}_0 \hat{z} - D \mathbf{P}_\perp. \quad (2.42)$$

ここで $\mathbf{P}_\perp = p_x \hat{x} + p_y \hat{y}$ である. D 項は混合状態をフレーバー固有状態へ変化させ振動を抑制するように働く. 数値的に $D = \mathcal{O}(1) G_F^2 T^5$ である. \mathbf{V} は振動の有効ポテンシャルであり, その成分は以下のようになる.

$$V_x = \frac{\delta m^2}{2E} \sin 2\theta, \quad V_y = 0, \quad (2.43)$$

$$V_z = -\frac{\delta m^2}{2E} \cos 2\theta + V_\alpha^L + V_\alpha^T, \quad (2.43)$$

$$\delta m^2 \equiv M_1^2 - m_{\nu_\alpha}^2 \approx M_1^2. \quad (2.44)$$

ここで θ は真空の混合角であり, E はエネルギーである. 有効ポテンシャル V_α^L は次のように与えられる [16].

$$V_\alpha^L \approx 0.35 G_F T^3 \left[L_0 + 2L_{\nu_\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} L_{\nu_\beta} \right]. \quad (2.45)$$

ここで L_0 はバリオン非対称性と電子-反電子の非対称性からの寄与を表し, オーダーとして $\sim 10^{-10}$ である. また, L_{ν_β} はフレーバーが $\beta \neq \alpha$ である軽いニュートリノにおける非対称性を与える. 以降では簡単のために $\mathcal{L} \equiv 2L_{\nu_\alpha} + \sum_{\alpha \neq \beta} L_{\nu_\beta}$ とする. 熱的ニュートリノバックグラウンドからの寄与は $V_\alpha^T \sim -10^2 G_F^2 E T^4$ で与えられる [16].

ゼロではないレプトン非対称性のため軽いニュートリノと重いニュートリノ間の振動で共鳴が起きる. このときの温度 T_{res} は次で与えられる.

$$T_{\text{res}} \approx 9 \left(\frac{M_1}{100 \text{eV}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\mathcal{L}}{0.1} \right)^{-\frac{1}{4}} \epsilon^{-\frac{1}{4}} \text{MeV}. \quad (2.46)$$

ここで $\epsilon \equiv E/T$ である. $T \sim T_{\text{res}}$ のとき, V_α^T は無視できる.

次式は共鳴エネルギー ϵ_{res} における断熱条件である.

$$V_x^2 \left| \frac{d\epsilon_{\text{res}}}{dV_z} \right| \left| \frac{d\epsilon_{\text{res}}}{dt} \right|^{-1} > 1. \quad (2.47)$$

ここで, $|V_x|$ は遷移率であり $|V_x(d\epsilon_{\text{res}}/dV_z)|$ は共鳴のエネルギー幅を表す. また, $|d\epsilon_{\text{res}}/dt|$ は共鳴エネルギーがニュートリノのスペクトラムを横切る速さである. 式 (2.44) により

$$|V_x \frac{d\epsilon_{\text{res}}}{dV_z}| \approx \epsilon_{\text{res}} \sin 2\theta. \quad (2.48)$$

また式 (2.46) により,

$$\frac{d\epsilon_{\text{res}}}{dt} \approx \epsilon_{\text{res}} \left[4H - \frac{d\mathcal{L}/dt}{\mathcal{L}} \right]. \quad (2.49)$$

ここで $H \approx 5.5T^2/m_{pl}$ であり, H, m_{pl} はそれぞれハッブル膨張率とプランク質量である. したがって, 断熱条件は以下のように書き換えられる.

$$4 \times 10^9 \left(\frac{M_1}{100\text{eV}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\mathcal{L}}{0.1} \right)^{\frac{3}{4}} \epsilon_{\text{res}}^{-\frac{1}{4}} \times \sin^2 2\theta \left[\frac{1}{1 - (d\mathcal{L}/dt)/4H\mathcal{L}} \right] > 1. \quad (2.50)$$

断熱共鳴を通してニュートリノが発展すると仮定すると,

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = f(\epsilon_{\text{res}}) \frac{d\epsilon_{\text{res}}}{dt} = f(\epsilon_{\text{res}}) \epsilon_{\text{res}} \left[4H - \frac{1}{\mathcal{L}} \cdot \frac{d\mathcal{L}}{dt} \right] \quad (2.51)$$

ここで $f(\epsilon_{\text{res}})$ はアクティブニュートリノの分布関数である. それゆえ, \mathcal{L} の初期値を $\mathcal{L}^{\text{init}}$ で表すと $\mathcal{L} = \mathcal{L}^{\text{init}} - \int_0^{\epsilon_{\text{res}}} f(\epsilon) d\epsilon$ である. 結果として $|(d\mathcal{L}/dt)/\mathcal{L}| \leq H$ は $|\mathcal{L}| \ll |\mathcal{L}^{\text{init}}|$ でない限り常に成り立つ. これは軽いニュートリノと重いニュートリノの真空における混合角があまり小さくなければ断熱条件 (2.50) は成り立つ. 共鳴変換過程の後では $\mathcal{L} \sim 0$ である. このとき, $\nu_\alpha - \bar{\nu}_\alpha$ における非対称性の全変化分は $\Delta L_{\nu_\alpha} \approx \mathcal{L}^{\text{init}}/2$ である. この変化分は完全にアクティブニュートリノから N_1 への遷移によるもので, 生成された N_1 の数密度はアクティブニュートリノの数密度 F を用いて表される.

$$F \approx \frac{4}{3} \Delta L_{\nu_\alpha}. \quad (2.52)$$

これより N_1 のエネルギー組成比 Ω_{N_1} は以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} \Omega_{N_1} &\approx F \left(\frac{M_1}{91.5h^2\text{eV}} \right) \\ &\approx \left(\frac{M_1}{343\text{eV}} \right) \left(\frac{h}{0.5} \right)^{-2} \times \left(\frac{2L_{\nu_\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} L_{\nu_\alpha}}{0.1} \right). \end{aligned} \quad (2.53)$$

ここで全てのニュートリノ非対称性はその初期値と等しいと仮定した.

2.4.3 N_1 に対する制限

暗黒物質候補である N_1 は、軽いニュートリノと X 線に 2 体崩壊することができる。それぞれの銀河において X 線の観測を行うことで、 N_1 の質量に対する混合成分に制限がつけられている [17]。具体的に、質量 $\mathcal{O}(10\text{keV})$ の N_1 の混合成分に対して $\mathcal{O}(10^{-11})$ の上限がつけられている。その他の制限としてフェルミオンの暗黒物質候補ということで質量下限が与えられている [18]。さらに宇宙の構造形成により制限が付けられている [19]。この制限により N_1 の質量は 8keV よりも大きくなければならない。

2.4.4 N_2, N_3 の崩壊によるエントロピー生成

ここでは N_2, N_3 が相対論的粒子に崩壊することで、宇宙のエントロピーが新たに生成され得ることを示す [20]。特に多くのエントロピー生成が期待できる場合を考える。宇宙の熱史において、 $N_{2,3}$ の反応率 Γ がハッブル定数 H よりも大きいときには $N_{2,3}$ は熱平衡状態にある。 $\Gamma \sim H$ となると、 $N_{2,3}$ は熱浴から脱結合しその数量は変化しなくなる。 $N_{2,3}$ が相対論的に振る舞う場合は、それらのエネルギー密度は宇宙の膨張に伴いスケール因子の -4 乗で発展していく。その後非相対論的に振る舞い $N_{2,3}$ の寿命が十分長いならば、それらのエネルギー密度が放射のエネルギー密度を上回り、宇宙のエネルギー密度において支配的になる。この期間に相対論的粒子に崩壊することで、 $N_{2,3}$ のエネルギー密度が放射エネルギー密度に変わる。このとき、崩壊がない場合と比べて新たにエントロピーが生成される。崩壊によりエントロピーが新たに生成された場合の最終的なエントロピーを S_f 、崩壊がない場合のエントロピーを S_i とすると、それらの比である ΔS の近似式は以下ようになる [21]。

$$\Delta S = \frac{S_f}{S_i} \sim \left[1 + \left(\frac{1.14\tau_N}{M_{pl}} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\langle g_* \rangle \rho_{N_i}}{g_*(T_i)} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{m_{N_i} Y_{N_i}}{T_i} \right]^{\frac{3}{4}}. \quad (2.54)$$

ここで $M_{pl} = m_{pl}/\sqrt{8\pi}$, $Y_i = n_{N_i}/s_i$, を用いた。 s はエントロピー密度である。エントロピーが生成されると宇宙の温度の発展が変化する。崩壊が終了したときの温度を T_{RH} とすると、その時点でのハッブル定数 H は次式で与えられる。

$$H^2 \simeq \frac{8\pi}{3m_{pl}} \frac{\pi^2 g_*}{30} T_{RH}^4 \simeq \frac{1}{4} \tau_N^{-2}. \quad (2.55)$$

ここでは放射エネルギーが宇宙をまた支配し始めるので、 $H \simeq 1/2t^{-1}$ を用いた。これより再加熱温度 T_{RH} は次のように決定される。

$$T_{RH} \simeq 0.55 g_*^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{m_{pl}}{\tau_N} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.56)$$

$N_{2,3}$ の可能な崩壊モードを考慮し、寿命の上限を 0.1 秒とした場合の ΔS を図 2.3 に示す。赤の実線が ΔS の上限値を表し、青い点線は寿命の上限を考慮しない場合の ΔS の上限を表す。エントロピー生成が起きると、それ以前から存在していた粒子の数密度は ΔS だけ希釈される。またアクティブニュートリノの温度が $\Delta S^{\frac{1}{3}}$ だけ再加熱されるために、暗黒物質候補の自由運動スケールはエントロピー生成がない場合と比較して、 $\Delta S^{\frac{1}{3}}$ で抑制されている。その結果エントロピー生成がある場合、宇宙の構造形成より与えられる暗黒物質の質量下限は $\Delta S^{\frac{1}{3}}$ だけ緩まる。

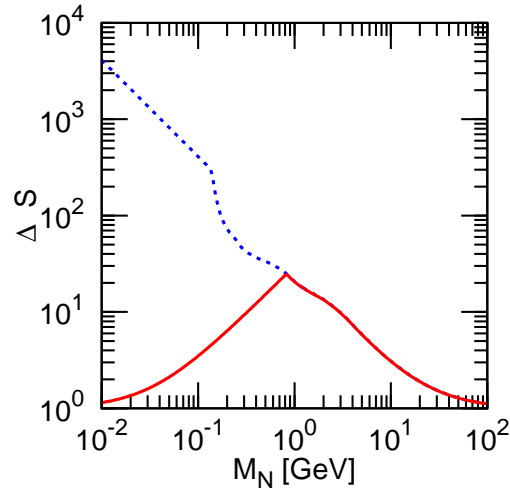


図 2.3 それぞれの質量におけるエントロピー生成率

2.5 右巻きニュートリノの振動を通じたバリオン数生成機構

この節では拡張模型 ν MSM において採用されている、右巻きニュートリノの振動を通じたバリオン数生成機構について説明する [12]. ここでは $N_{2,3}$ が重要な役割を果たす.

バリオン数生成を実現するためにはサハロフの 3 条件を満たさなければならない. ν MSM において新たに導入されたニュートリノの湯川結合定数 $F_{\alpha I}$ のため、これらの条件を満たすことが可能になる. 注目する $N_{2,3}$ の質量領域では、シーソー機構によりニュートリノの質量を説明する湯川結合定数 $F_{\alpha I}$ は他のフェルミオンの湯川結合定数に比べて非常に抑制されている. ν MSM ではニュートリノの湯川結合定数により混合成分は決まるので、混合を通じて行う弱い相互作用も抑制される. したがって $N_{2,3}$ の相互作用が非常に抑制されるため初期宇宙において熱平衡状態から脱結合することができる. またこのニュートリノ湯川結合定数に含まれる CP 位相により、宇宙バリオン数非対称性の観測を説明するために必要な CP 対称性の破れを実現することができる. この CP 対称性の破れにより熱平衡状態から脱結合している右巻きニュートリノと熱浴中の左巻きニュートリノにそれぞれ反対符号のレプトン数が蓄えられる. ここでレプトン数はレプトン粒子に +1, 反レプトン粒子に -1 を割り当てた数と定義される. 左巻きニュートリノに蓄えられたレプトン数の一部がスファレロン過程によりバリオン数に転換され、現在の観測されているバリオン数非対称性を実現する.

レプトン数の生成は、右巻きニュートリノの振動が担う. 十分なレプトン数を生成するためには、振動を活発にするために N_2 と N_3 の質量が準縮退することが要求される. 一方で 2 つの質量の縮退が強くなるほど、 $N_{2,3}$ の振動時期が遅くなり生成されるバリオン数が減少してしまうので、縮退に下限がつけられる [22].

第3章

混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ とその制限

この章では、重い中性レプトン N_I の弱い相互作用の大きさを決める重要な量である混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ について詳細に見ていく。まずはじめに混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ を決めている湯川結合定数 $F_{\alpha I}$ のパラメトリゼーションを示す。次に ν MSM における混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ の表式とキャンセレーションが起きる条件について述べる。ここでキャンセレーションとは混合成分に含まれるパラメータ間にある関係式が成り立つと混合成分が抑制されて非常に小さな値になることである。最後に混合成分 $\Theta_{\alpha I}$ に対して課せられる制限を示す。

3.1 N_2 と N_3 の湯川結合定数

3.1.1 カサス-イバーラのパラメトリゼーション

重い中性レプトンの相互作用はアクティブニュートリノとの混合成分を通して表される。したがって、重い中性レプトンにおいてこの混合成分の理解は非常に重要になってくる。

上記したように重い中性レプトン-アクティブニュートリノの混合成分は次のように与えられる。

$$\Theta_{\alpha I} = \frac{(M_D)_{\alpha I}}{M_I} = \frac{vF_{\alpha I}}{M_I}. \quad (3.1)$$

v はヒッグスのゼロではない真空期待値であり、 $v/\sqrt{2} \simeq 174\text{GeV}$ である。この表式の中で、特にニュートリノ湯川結合定数 F の構造の理解が必要である。この節ではニュートリノ湯川結合定数の一般的な表式 [23] を導出し、 ν MSM における湯川結合定数のパラメータの取り方について説明する。

まずは、シーソー機構により与えられるアクティブニュートリノ質量行列から議論を始める。

$$M_\nu = -M_D M_M^{-1} M_D^T = -v^2 F M_M^{-1} F^T. \quad (3.2)$$

PMNS 行列 U による M_ν の対角化を考えて

$$U^\dagger M_\nu U^* = \text{diag}(m_1, m_2, m_3) \equiv D_\nu, \quad (3.3)$$

と定義し、 $m_i \geq 0$ と選ぶ。PMNS 行列 U は具体的に次のように表される。

$$U = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{-i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times \text{diag}(e^{-im_1}, e^{-im_2}, 1). \quad (3.4)$$

ここで, "c" は cos を, "s" は sin を表し, c, s に付いている添字 "12", "13", "23" はアクティブニュートリノ間の混合角 θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} を表す. また, " δ " はディラック位相, " η_1 ", " η_2 " はマヨラナ位相と呼ばれる複素位相を表すパラメータである.

また重い中性レプトンの質量行列は対角化されているマヨラナ質量行列であり, 次のように定義しておく.

$$M_N = M_M = \text{diag}(M_1, M_2, M_3) \equiv D_N. \quad (3.5)$$

これにより, M_ν を書き直してみると以下のようになる.

$$\begin{aligned} D_\nu &= -v^2 U^\dagger F D_N^{-1} F^T U^* \\ &= -v^2 U^\dagger F D_N^{-\frac{1}{2}} D_N^{-\frac{1}{2}} F^T U^*. \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここでは, 次のような表記をしている.

$$D_N^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{M_1}, \frac{1}{M_2}, \frac{1}{M_3}\right). \quad (3.7)$$

式 (3.6) 両辺の左右から $D_\nu^{-\frac{1}{2}}$ を掛けると,

$$\begin{aligned} \mathbf{1} &= -v^2 D_\nu^{-\frac{1}{2}} U^\dagger F D_N^{-\frac{1}{2}} D_N^{-\frac{1}{2}} F^T U^* D_\nu^{-\frac{1}{2}} \\ &\equiv \Omega \Omega^T. \end{aligned} \quad (3.8)$$

ここでは $\Omega \equiv -iv D_\nu^{-\frac{1}{2}} U^\dagger F D_N^{-\frac{1}{2}}$ と定義した. 行列 Ω は 3×3 の直交行列であり, 自由度勘定により 3 つの複素パラメータによって記述される. これより, ニュートリノ湯川結合定数は以下のように表される.

$$F = \frac{i}{v} U D_\nu^{\frac{1}{2}} \Omega D_N^{\frac{1}{2}}. \quad (3.9)$$

これより, ニュートリノ湯川結合定数は PMNS 行列のパラメータ θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , δ , η_1 , η_2 とアクティブニュートリノの質量 m_1 , m_2 , m_3 , 重い中性レプトンの質量 M_1 , M_2 , M_3 に加えて任意の 3×3 の直交行列 Ω の 3 つの複素パラメータによって記述される.

3.1.2 ν MSM における湯川結合定数の構造

ν MSM において, 3 つの重い中性レプトンの中で最も軽い N_1 が宇宙暗黒物質候補となるとき, その相互作用は標準模型における相互作用に比べて非常に小さくならなければならない. このとき, N_1 の湯川結合定数は N_2 , N_3 のそれと比べてゼロと見なすことが出来る.

$$F_{\alpha 1} \sim 0. \quad (3.10)$$

本論文では議論を簡単にするために, $F_{\alpha 1}$ を厳密にゼロとして扱うことにする. このとき, ニュートリノ湯川結合行列 F は次のようになる.

$$F = \begin{pmatrix} 0 & F_{e2} & F_{e3} \\ 0 & F_{\mu 2} & F_{\mu 3} \\ 0 & F_{\tau 2} & F_{\tau 3} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

以後ニュートリノの湯川結合行列 F を次のように 3×2 行列として扱う.

$$F = \begin{pmatrix} F_{e2} & F_{e3} \\ F_{\mu 2} & F_{\mu 3} \\ F_{\tau 2} & F_{\tau 3} \end{pmatrix} \quad (I = 2, 3). \quad (3.12)$$

また $F_{\alpha 1} = 0$ によりディラック質量 $(M_D)_{\alpha 1} = F_{\alpha 1}v/\sqrt{2} = 0$ となり, $\det \hat{M} = 0$ である. したがって, 対角化されたニュートリノ質量行列 \hat{M}^{diag} の行列式 $\det \hat{M}^{\text{diag}}$ はゼロになる.

$$\det \hat{M}^{\text{diag}} = 0. \quad (3.13)$$

これより, ニュートリノの質量は少なくとも1つはゼロでなければならない. 重い中性レプトンはシーソー機構によりアクティブニュートリノよりも重くなければならないので, 質量がゼロになるのはアクティブニュートリノである.

アクティブニュートリノの3つの質量は, その大小関係が確定されていないために, 順階層性 (NH) と逆階層性 (IH) の2つの場合に分けて考えることが出来る.

まず, 順階層性の場合を考える. このとき, アクティブニュートリノの質量の大小関係は以下のようになる.

$$0 = m_1 < m_2 < m_3. \quad (3.14)$$

以降では重い中性レプトンの質量行列を M'_N とし次のように 2×2 行列で考える.

$$M'_N = \begin{pmatrix} M_2 & 0 \\ 0 & M_3 \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

このとき, 対角化されたアクティブニュートリノの質量行列 M_ν^{diag} は

$$\begin{aligned} M_\nu^{\text{diag}} &= D'_\nu = \text{diag}(0, m_2, m_3) \\ &= -v^2 U^\dagger F M_N'^{-\frac{1}{2}} M_N'^{-\frac{1}{2}} F^T U^* \\ &\equiv X X^T. \end{aligned} \quad (3.16)$$

このとき, $X = -ivU^\dagger F M_N'^{-\frac{1}{2}}$ は 3×2 行列である. 式 (3.16) により行列 X は次式のように表される.

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

x_{ij} は任意の複素パラメータである. 式 (3.16) の両辺に左右から $D_\nu'^{-\frac{1}{2}}$ を掛けると,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} &= -v^2 D_\nu'^{-\frac{1}{2}} U^\dagger F M_N'^{-\frac{1}{2}} M_N'^{-\frac{1}{2}} F^T U^* D_\nu'^{-\frac{1}{2}} = D_\nu'^{-\frac{1}{2}} X X^T D_\nu'^{-\frac{1}{2}} \\ &= \Omega_{\text{NH}} \Omega_{\text{NH}}^T. \end{aligned} \quad (3.18)$$

ここで $\Omega_{\text{NH}} = D_\nu'^{-\frac{1}{2}} X$ と定義し, その成分を次のように表す.

$$\Omega_{\text{NH}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} \\ \omega_{31} & \omega_{32} \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

湯川結合定数 F について解くと,

$$F = \frac{i}{v} U D_\nu'^{\frac{1}{2}} \Omega_{\text{NH}} M_N'^{\frac{1}{2}}. \quad (3.20)$$

更に,

$$\begin{aligned} D_\nu'^{\frac{1}{2}} \Omega_{\text{NH}} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{m_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} \\ \omega_{31} & \omega_{32} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{21}\sqrt{m_2} & \omega_{22}\sqrt{m_2} \\ \omega_{31}\sqrt{m_3} & \omega_{32}\sqrt{m_3} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

また,

$$\begin{aligned} U D_\nu'^{\frac{1}{2}} \Omega_{\text{NH}} &= \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{-i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{21}\sqrt{m_2} & \omega_{22}\sqrt{m_2} \\ \omega_{31}\sqrt{m_3} & \omega_{32}\sqrt{m_3} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

より, 湯川結合定数 F はマヨラナ位相 $\eta_1 = 0, \eta_2 = \eta$ とする.

これより直交行列 Ω_{NH} について更に詳細に調べる. 新たに Ω_{NH} の 2, 3 行を 2×2 行列 $\tilde{\Omega}_{\text{NH}}$ として定義すると,

$$\tilde{\Omega}_{\text{NH}} = \begin{pmatrix} \omega_{21} & \omega_{22} \\ \omega_{31} & \omega_{32} \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

式 (3.18) により $\tilde{\Omega}_{\text{NH}}$ も直交行列なので,

$$\begin{aligned} \mathbf{1} &= \tilde{\Omega}_{\text{NH}} \tilde{\Omega}_{\text{NH}}^T \\ &= \begin{pmatrix} \omega_{21}^2 + \omega_{22}^2 & \omega_{21}\omega_{31} + \omega_{22}\omega_{32} \\ \omega_{21}\omega_{31} + \omega_{22}\omega_{32} & \omega_{31}^2 + \omega_{32}^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

$\tilde{\Omega}_{\text{NH}}$ を以下のように表す.

$$\tilde{\Omega}_{\text{NH}} = \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \xi \sin \omega & \xi \cos \omega \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

ここで, ω は複素パラメータであり, ξ は符号パラメータである. ω の実部, 虚部を頭を書くとき,

$$\tilde{\Omega}_{\text{NH}} = \begin{pmatrix} \cos(\text{Re}\omega) & -\sin(\text{Re}\omega) \\ \xi \sin(\text{Re}\omega) & \xi \cos(\text{Re}\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh(\text{Im}\omega) & -i \sinh(\text{Im}\omega) \\ i \sinh(\text{Im}\omega) & \cosh(\text{Im}\omega) \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

以上により, Ω_{NH} は次の形になる.

$$\Omega_{\text{NH}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos \omega & -\sin \omega \\ \xi \sin \omega & \xi \cos \omega \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

よって順階層性の場合, 湯川結合定数 F が依存するパラメータはアクティブニュートリノ質量 m_2, m_3 , 混合角 $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$, 位相パラメータ δ, η , 重い中性レプトン質量 M_2, M_3 , 複素パラメータ ω , 符号パラメータ ξ である.

次に逆階層性の場合について議論する. このとき, アクティブニュートリノの質量の大小関係は以下のようになる.

$$0 = m_3 < m_1 < m_2. \quad (3.28)$$

アクティブニュートリノの質量行列の対角化を考えると,

$$\begin{aligned} M_\nu^{\text{diag}} &= D_\nu'' = \text{diag}(m_1, m_2, 0) \\ &= -v^2 U^\dagger F M_N'^{-\frac{1}{2}} M_N'^{-\frac{1}{2}} F^T U^* \\ &= Y Y^T. \end{aligned} \quad (3.29)$$

ここで $Y \equiv -iv U^\dagger F M_N'^{-\frac{1}{2}}$ と定義し, その成分を次のように表す.

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

y_{ij} 任意の複素パラメータである. $D_\nu''^{-\frac{1}{2}}$ を式 (3.29) の両辺に左右から掛けると,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= D_\nu''^{-\frac{1}{2}} Y Y^T D_\nu''^{-\frac{1}{2}} \\ &= \Omega_{\text{IH}} \Omega_{\text{IH}}^T \end{aligned} \quad (3.31)$$

このとき $\Omega_{\text{IH}} \equiv D_\nu''^{-\frac{1}{2}} Y$ と定義し, Ω_{IH} について書き下すと次のようになる.

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{IH}} &= D_\nu''^{-\frac{1}{2}} Y = -iv D_\nu''^{-\frac{1}{2}} U^\dagger F M_N'^{-\frac{1}{2}} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{m_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{m_2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \omega'_{11} & \omega'_{12} \\ \omega'_{21} & \omega'_{22} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

湯川結合定数 F について解くと, $F = \frac{i}{v} U D_\nu''^{\frac{1}{2}} \Omega M_N'^{\frac{1}{2}}$ となる. また,

$$\begin{aligned} D_\nu''^{\frac{1}{2}} \Omega &= \begin{pmatrix} \sqrt{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega'_{11} & \omega'_{12} \\ \omega'_{21} & \omega'_{22} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \omega'_{11} \sqrt{m_1} & \omega'_{12} \sqrt{m_1} \\ \omega'_{21} \sqrt{m_2} & \omega'_{22} \sqrt{m_2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

更に, U のマヨラナ位相の取り方をこれまでのものと変えることで,

$$UD_V^{\prime\prime\frac{1}{2}}\Omega_{\text{IH}} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{-i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\eta_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega'_{11}\sqrt{m_1} & \omega'_{12}\sqrt{m_1} \\ \omega'_{21}\sqrt{m_2} & \omega'_{22}\sqrt{m_2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

から逆階層性においても $\eta_1 = 0, \eta_2 = \eta$ とする. したがって, 順階層性の場合と同様,

$$U = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{-i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

と表記し取り扱う.

さて, 直交行列 Ω_{IH} の詳細について調べるために, 新たに Ω_{IH} の 1, 2 行を 2×2 行列 $\tilde{\Omega}_{\text{IH}}$ として定義する.

$$\tilde{\Omega} = \begin{pmatrix} \omega'_{11} & \omega'_{12} \\ \omega'_{21} & \omega'_{22} \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

このとき順階層性の場合と同様, $\tilde{\Omega}_{\text{IH}}$ は次のように表される.

$$\tilde{\Omega}_{\text{IH}} = \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \xi \sin \omega & \xi \cos \omega \end{pmatrix}. \quad (3.37)$$

以上によって, 逆階層性の場合の Ω_{IH} は以下ようになる.

$$\Omega_{\text{IH}} = \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \xi \sin \omega & \xi \cos \omega \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.38)$$

3.1.3 $N_{2,3}$ の相互作用を決定するパラメータ

ここでは $N_{2,3}$ の相互作用を決定するパラメータについて見る. 湯川結合定数 $F_{\alpha I}$ には 13 個のパラメータが存在し, そのうち 6 個が観測から決まるパラメータであり, その他 7 個が自由パラメータである. その中に $N_{2,3}$ の質量 M_2, M_3 がある. この 13 個のパラメータで $N_{2,3}$ の相互作用を決定する.

観測から決まるパラメータはアクティブニュートリノの混合角である $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ とその質量の m_1, m_2, m_3 である. また, 自由なパラメータはディラック位相 δ , マヨラナ位相 η , 符号パラメータ ξ , 複素パラメータ ω における $\text{Re}\omega, \text{Im}\omega, N_{2,3}$ の質量 M_2, M_3 である. $\text{Im}\omega$ は次のように $X\omega$ に書き直して用いる.

$$X\omega = \exp[\text{Im}\omega] \quad (X\omega \geq 1). \quad (3.39)$$

3.2 ν MSM における混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2 (\alpha = e, \mu, \tau; I = 2, 3)$

3.2.1 混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ の展開

混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ は $X_\omega^2, X_\omega^0, X_\omega^{-2}$ の項に分割できることが知られている [24]. NH の場合で $\mathcal{O}(X_\omega^2)$ における $|\Theta_{\alpha I}|^2$ は以下のように表される.

$$|\Theta_{\alpha I}|^2 |_{X_\omega^2} = \frac{X_\omega^2 m_3}{4M_I} A_\alpha, \quad (3.40)$$

$$A_e = \cos^2 \theta_{13} [\tan^2 \theta_{13} + 2r_{23}\xi \sin(\delta + \eta) \sin \theta_{12} \tan \theta_{13} + r_{23}^2 \sin^2 \theta_{12}], \quad (3.41)$$

$$A_\mu = \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} + r_{23}\xi [\cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin \eta - \sin \theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin^2 \theta_{23} \sin(\delta + \eta)] \quad (3.42)$$

$$+ r_{23}^2 [\cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{23} + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} - \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \cos \delta],$$

$$A_\tau = \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} - r_{23}\xi [\cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin \eta + \sin \theta_{12} \sin 2\theta_{13} \cos^2 \theta_{23} \sin(\delta + \eta)] \quad (3.43)$$

$$+ r_{23}^2 [\cos^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{23} + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} + \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \cos \delta].$$

ここで $r_{23} \equiv (m_2/m_3)^{1/2}$ である. マヨラナ位相 δ, η を変化させて $A_\alpha/A_\beta (\alpha \neq \beta)$ の等高線を図 3.1 ~ 3.6 に示す. ここでアクティブニュートリノの混合角 $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ と質量二乗差 $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2$ の観測値はフォレロらの解析 [6] の中心値を用いた. A_μ/A_e の等高線は 0 から 150 までの線を 1.5 数値が変化することに示し, $\xi = 1$ の場合は $\eta = \pi/2, \delta = \pi$ の点で最大値となり, $\xi = -1$ の場合は $\eta = 3\pi/2, \delta = \pi$ の点で最大値となる. A_τ/A_μ の等高線は 0 から 3.5 までの線を 0.05 数値が変化することに示し, $\xi = 1$ の場合は $\eta = 3\pi/2, \delta = \pi$ の点で最大値となり, $\xi = -1$ の場合は $\eta = \pi/2, \delta = \pi$ の点で最大値となる. A_τ/A_e の等高線は 0 から 130 までの線を 1 数値が変化することに示し, $\xi = 1$ の場合は $\eta = 3\pi/2, \delta = 0, 2\pi$ の点で最大値となり, $\xi = -1$ の場合は $\eta = \pi/2, \delta = 0, 2\pi$ の点で最大値となる.

一方, IH の場合は以下のように表される.

$$|\Theta_{\alpha I}|^2 |_{X_\omega^2} = \frac{X_\omega^2 m_2}{4M_I} B_\alpha, \quad (3.44)$$

$$B_e = \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} [\tan^2 \theta_{12} - 2r_{12}\xi \sin \eta \tan \theta_{12} + r_{12}^2], \quad (3.45)$$

$$B_\mu = \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{23} + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} - \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \cos \delta \quad (3.46)$$

$$+ r_{12}\xi [(\cos 2\theta_{12} \cos \delta \sin \eta - \sin \delta \cos \eta) \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \\ + \sin 2\theta_{12} (\cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} + \cos 2\theta_{23}) \sin \eta] \quad (3.47)$$

$$+ r_{12}^2 [\sin^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{23} + \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} + \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13}],$$

$$B_\tau = \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{23} + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} + \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \cos \delta \quad (3.48)$$

$$+ r_{12}\xi [(-\cos 2\theta_{12} \cos \delta \sin \eta + \sin \delta \cos \eta) \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13} \\ + \sin 2\theta_{12} (\cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} - \cos 2\theta_{23}) \sin \eta] \quad (3.49)$$

$$+ r_{12}^2 [\sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{23} + \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} - \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \theta_{13}].$$

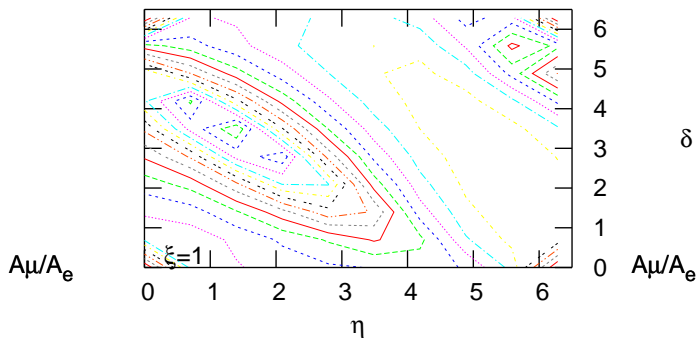


図 3.1 $\xi = 1$ の場合の A_μ/A_e の等高線

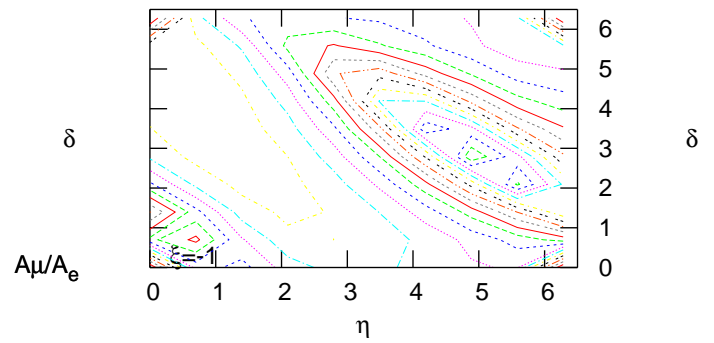


図 3.2 $\xi = -1$ の場合の A_μ/A_e の等高線

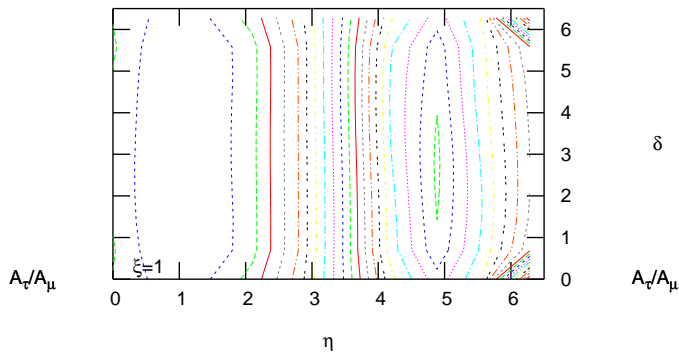


図 3.3 $\xi = 1$ の場合の A_τ/A_μ の等高線

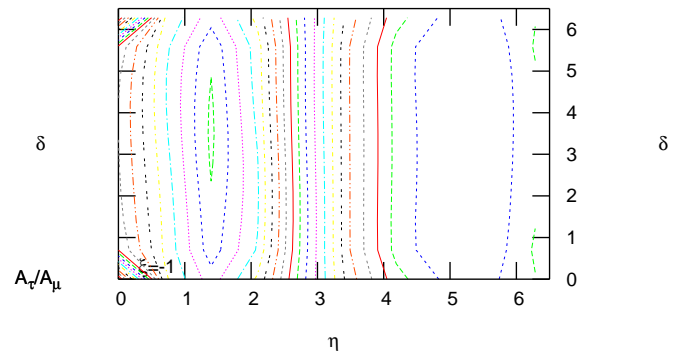
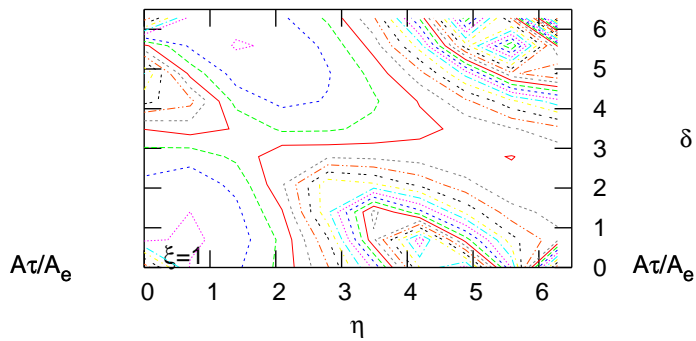
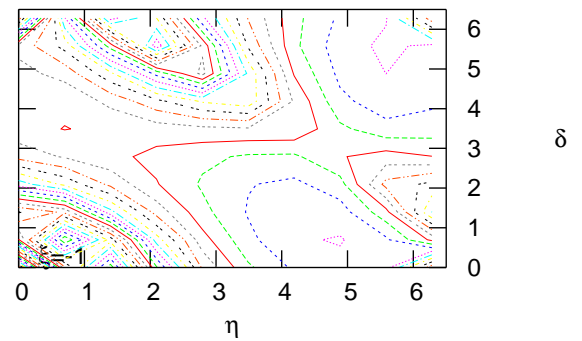
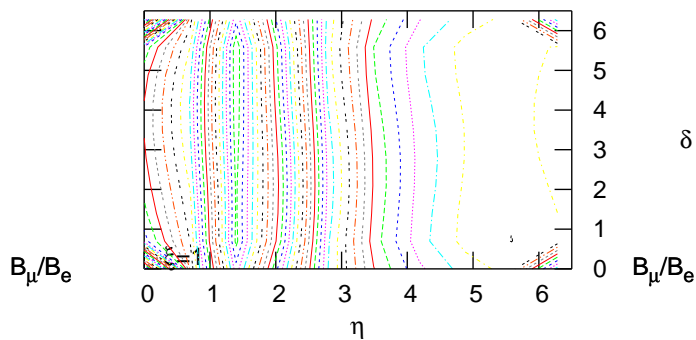
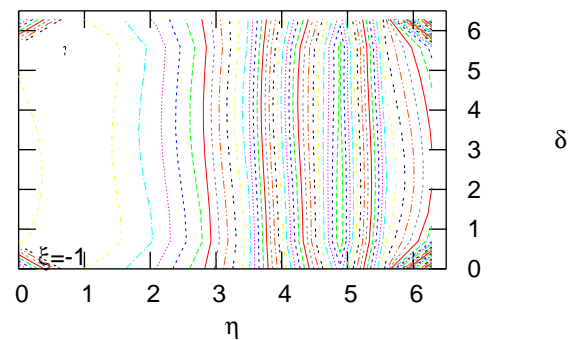


図 3.4 $\xi = -1$ の場合の A_τ/A_μ の等高線

ここで $r_{12} \equiv (m_1/m_2)^{1/2}$ である。マヨラナ位相 δ, η を変化させて $B_\alpha/B_\beta (\alpha \neq \beta)$ の等高線を図 3.7 ~ 3.12 に示す。 B_μ/B_e の等高線は 0 から 15 までの線を 0.1 数値が変化することに示し、 $\xi = 1$ の場合は $\eta = \pi/2, \delta = \pi$ の点で最大値となり、 $\xi = -1$ の場合は $\eta = 3\pi/2, \delta = \pi$ の点で最大値となる。 B_τ/B_μ の等高線は 0 から 10870 までの線を 2 数値が変化することに示し、 $\xi = 1$ の場合は $\eta = 3\pi/2, \delta = 0, 2\pi$ の点で最大値となり、 $\xi = -1$ の場合は $\eta = \pi/2, \delta = 0, 2\pi$ の点で最大値となる。 B_τ/B_e の等高線は 0 から 24 までの線を 0.3 数値が変化することに示し、 $\xi = 1$ の場合は $\eta = \pi/2, \delta = 0, 2\pi$ の点で最大値となり、 $\xi = -1$ の場合は $\eta = 3\pi/2, \delta = 0, 2\pi$ の点で最大値となる。

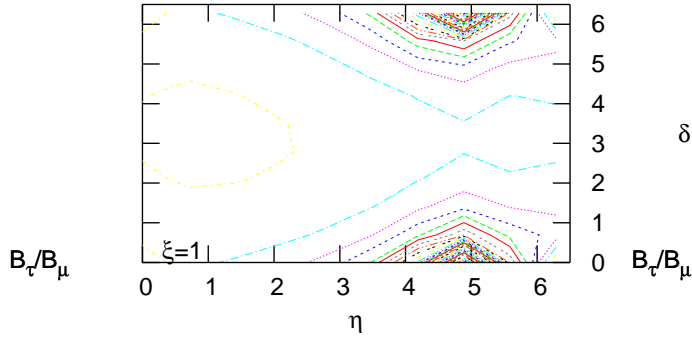
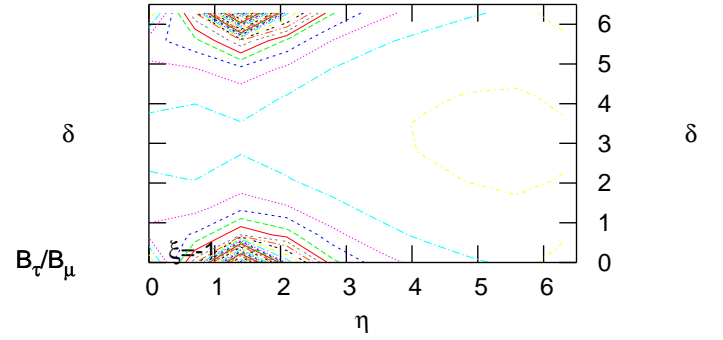
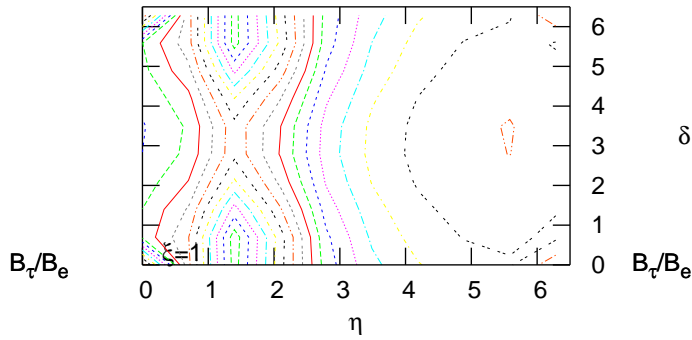
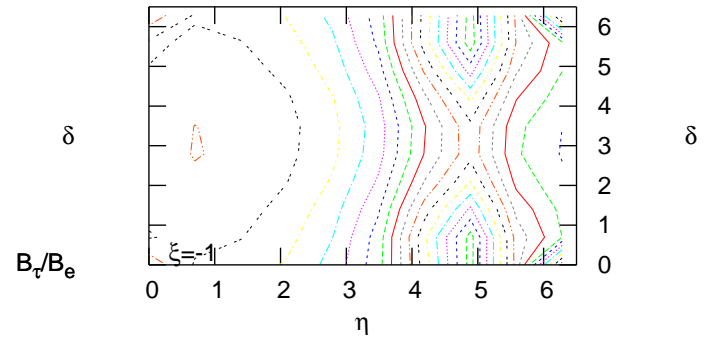
図 3.5 $\xi = 1$ の場合の A_τ/A_e の等高線図 3.6 $\xi = -1$ の場合の A_τ/A_e の等高線図 3.7 $\xi = 1$ の場合の B_μ/B_e の等高線図 3.8 $\xi = -1$ の場合の B_μ/B_e の等高線

3.2.2 混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ におけるキャンセレーション

順階層性と逆階層性のそれぞれにおいて混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ に対して $X_\omega \gg 1$ の領域でキャンセレーションが起き得ることが報告されている [24, 25]. 順階層性では混合成分 $|\Theta_{eI}|^2$ にキャンセレーションが起きる可能性がある. その相殺条件は, 以下ようになる.

$$\xi \sin(\delta + \eta) = -1, \quad (3.50)$$

$$\tan \theta_{13} = r_e \sin \theta_{12}. \quad (3.51)$$

図 3.9 $\xi = 1$ の場合の B_τ/B_μ の等高線図 3.10 $\xi = -1$ の場合の B_τ/B_μ の等高線図 3.11 $\xi = 1$ の場合の B_τ/B_e の等高線図 3.12 $\xi = -1$ の場合の B_τ/B_e の等高線

ここで $r_c = (m_2/m_3)^{1/2}$ である。一方逆階層性では混合成分 $|\Theta_{\mu I}|^2$, $|\Theta_{\tau I}|^2$ にキャンセレーションが起きる可能性がある。このとき相殺条件が複雑になるため $\delta = 0, \eta = 3\pi/2, \xi = 1$ と固定すると、 $|\Theta_{\mu I}|^2$ に対する相殺条件は次のようになる。

$$\frac{r'_c - \tan \theta_{12}}{r'_c \tan \theta_{12} + 1} = \sin \theta_{13} \tan \theta_{23}. \quad (3.52)$$

ここで $r'_c = (m_2/m_1)^{1/2}$ である。また、 $|\Theta_{\tau I}|^2$ に対する相殺条件は次のようになる。

$$\frac{r'_c - \tan \theta_{12}}{r'_c \tan \theta_{12} + 1} = \frac{\sin \theta_{13}}{\tan \theta_{23}}. \quad (3.53)$$

フォレロらの解析 [6] の中心値を用いると, 上記の相殺条件が満たされずキャンセレーションは実現しないことが確認される. しかし, 3σ の領域では IH における $|\Theta_{\mu I}|^2$ と $|\Theta_{\tau I}|^2$ の混合成分に対するキャンセレーションが実現する領域が存在する.

3.3 重い中性レプトンの直接探索とその制限の ν MSM における再解釈

この節ではそれぞれの直接探索実験結果を ν MSM に適用するための混合成分に対する再解釈表式を示す. 再解釈表式を示す上で, 重い中性レプトンがマヨラナ粒子であることと, それらの荷電カレント相互作用だけでなく中性カレント相互作用も考慮した. また重い中性レプトンの対応する崩壊過程を考慮した.

3.3.1 PS191 実験

PS191 実験は欧州原子核研究機構 (CERN) にて行われたビームダンプ実験である [26]. 重い中性レプトンによるイベントは観測されず, その混合成分に上限が与えられた. この実験により与えられた混合成分の上限の評価では, 質量を持つニュートリノはディラック粒子であり, 荷電カレントの寄与のみが考慮された. この節では報告された PS191 実験の結果より ν MSM の枠組みの中で各質量における混合成分に対して上限値をつけるための再解釈表式について述べていく. また本研究における解析では [27] の結果を用いた.

混合成分 $|U_e U_e|$ の上限

この小節では実験で与えられた混合成分 $|U_e U_e|$ の上限を再解釈していく. この上限は3つの反応により与えられた.

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow e^+ N \rightarrow e^+(e^- e^+ \nu_e), \\ K^+ &\rightarrow e^+ N \rightarrow e^+(e^- e^+ \nu_e)\end{aligned}\quad (3.54)$$

の反応において再解釈を行うと, 以下のようになる.

$$\begin{aligned}\sum_{I=2,3} 2|\Theta_{eI}|^2 [a|\Theta_{eI}|^2 + b(|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2)] &< |U_e U_e|_{\text{UB}}^2, \\ a &= \frac{1 + 4 \sin^2 \theta_w + 8 \sin^4 \theta_w}{4}, \\ b &= \frac{1 - 4 \sin^2 \theta_w + 8 \sin^4 \theta_w}{4}.\end{aligned}$$

一方で

$$K^+ \rightarrow e^+ N \rightarrow e^+(e^- \pi^+), \quad (3.55)$$

の反応により得られる再解釈された混合成分は以下の通りである.

$$\sum_{I=2,3} 2|\Theta_{eI}|^2 |\Theta_{eI}|^2 < |U_e U_e|_{\text{UB}}^2. \quad (3.56)$$

混合成分 $|U_e U_\mu|$ の上限

この小節では混合成分 $|U_e U_\mu|$ の上限に対して再解釈を行っていく。この上限も3つの反応により与えられた。

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ N \rightarrow \mu^+(e^- e^+ \nu_e), \\ K^+ &\rightarrow \mu^+ N \rightarrow \mu^+(e^- e^+ \nu_e)\end{aligned}\quad (3.57)$$

の反応において再解釈を行うと、以下ようになる。

$$\sum_{I=2,3} 2|\Theta_{\mu I}|^2 [a|\Theta_{eI}|^2 + b(|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2)] < |U_e U_\mu|_{\text{UB}}^2. \quad (3.58)$$

また

$$K^+ \rightarrow e^+ N \rightarrow e^+(\mu^- \pi^+), \quad (3.59)$$

の反応により得られる再解釈された混合成分は以下の通りである。

$$\sum_{I=2,3} 2|\Theta_{eI}|^2 |\Theta_{\mu I}|^2 < |U_e U_\mu|_{\text{UB}}^2. \quad (3.60)$$

混合成分 $|U_\mu U_\mu|$ の上限

この小節では混合成分 $|U_\mu U_\mu|$ の上限に対して再解釈を行っていく。この混合成分の上限は2つの反応により与えられた。まず

$$K^+ \rightarrow \mu^+ N \rightarrow \mu^+(\mu^- e^+ \nu_e) \quad (3.61)$$

の反応の再解釈では、制限される混合成分は以下ようになる。

$$\sum_{I=2,3} 2|\Theta_{\mu I}|^2 [|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\mu I}|^2] < |U_\mu U_\mu|_{\text{UB}}^2. \quad (3.62)$$

次に

$$K^+ \rightarrow \mu^+ N \rightarrow \mu^+(\mu^- \pi^+), \quad (3.63)$$

の反応により得られる再解釈された混合成分は以下で与えられる。

$$\sum_{I=2,3} 2|\Theta_{\mu I}|^2 |\Theta_{\mu I}|^2 < |U_\mu U_\mu|_{\text{UB}}^2. \quad (3.64)$$

3.3.2 BNL E949 実験

BNL E949 実験はアメリカのブルックヘブン国立研究所で行われたピークサーチ実験である [28]。この実験により混合成分 $|U_{\mu H}|^2$ に上限が与えられた。この上限を νMSM の枠組みで再解釈を行うと、以下ようになる。

$$\sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 < |U_{\mu H}|_{\text{UB}}^2. \quad (3.65)$$

3.3.3 KEK E89, E104 実験

これらの実験は高エネルギー加速器研究機構 (KEK) で行われた実験で重い中性レプトンを探索したピークサーチ実験である [29]. $K^+ \rightarrow \mu^+ N$ のモードにおいて再解釈された混合成分は以下のようになる.

$$\sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 < |U_{\mu H}|_{\text{UB}}^2. \quad (3.66)$$

3.3.4 TRIUMF 実験

この実験はカナダのオタワで行われたピークサーチであり, 1992 年に実験結果が報告された [30]. ここでは混合成分の $|\Theta_{ei}|^2$ に対して上限が与えられた. 実験の上限に対する再解釈表式は以下の通りである.

$$\sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 < |U_{ei}|_{\text{UB}}^2. \quad (3.67)$$

3.3.5 PIENU 実験

これは TRIUMF 実験の後継実験である [31]. ここでは混合成分の $|\Theta_{ei}|^2$ に対して上限が与えられた. 実験の上限に対する再解釈表式は以下の通りである.

$$\sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 < |U_{ei}|_{\text{UB}}^2. \quad (3.68)$$

CHARM 1983

この小節では 1983 年に発表された実験結果 [32] について再解釈を行っていく. ここでは 2 つの実験が行われた. 1 つが beam-dump 実験で, もう 1 つが wide-band 実験である. どちらの実験解析も重い中性レプトンは荷電カレント相互作用のみを通じて崩壊すると仮定している. 2 つの実験では混合成分の上限値は 90% の信頼度で得られた.

まず beam-dump 実験について見ていく. この実験は 400GeV の陽子をターゲットに衝突させて F 中間子を生成させ, その崩壊により ν_τ を生成する. この ν_τ は主に 1 つの重い中性レプトンと結合すると仮定する. つまり実験の解析では $|U_{\tau i}|^2 \simeq 1$ と見なされている. その後重い中性レプトンが崩壊した先の $e^+e^-\nu_e$ のチャンネルのイベントを捉える. このときのイベントの期待数 \tilde{N} は以下のように入れられる.

$$\tilde{N} = N_F P(F \rightarrow \nu_i) A P(\nu_i \rightarrow e^+e^-\nu_e) \quad (3.69)$$

ここで N_F は F 中間子の数, $P(F \rightarrow \nu_i)$ は F 中間子が重い中性レプトンに崩壊する確率, A は重い中性レプトンのフラクシオン, $P(\nu_i \rightarrow e^+e^-\nu_e)$ は重い中性レプトンが検出器内で注目するチャンネルに崩壊する確率である. これより 10 – 250MeV の質量領域において混合成分 $|U_{ei}|^2$ に上限が与えられ

た. ここで i は重い中性レプトンの添字である. このとき ν MSM において制限される混合成分を再解釈すると以下ようになる.

$$\sum_I 2|\Theta_{\tau I}|^2 [C_1|\Theta_{eI}|^2 + C_3(|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2)] < |U_{ei}|_{UB}^2 \quad (3.70)$$

$$C_1 = \frac{1 + 4\sin^2\theta_w + 8\sin^4\theta_w}{4},$$

$$C_3 = \frac{1 - 4\sin^2\theta_w + 8\sin^4\theta_w}{4}.$$

次に wide-band 実験について見ていく. この実験は 400GeV の陽子をターゲットに衝突させて π , K 中間子を生成させ, その崩壊により重い中間子とレプトン (電子またはミュオン) を生成する. その後重い中性レプトンが崩壊した先の $e^+e^-\nu_e$ のチャンネルのイベントを捉える. このときのイベントの期待数 \tilde{N} は以下のように与えられる.

$$\tilde{N} = [N_\pi P(\pi \rightarrow \nu_i)A_\pi + N_K P(K \rightarrow \nu_i)A_K]P(\nu_i \rightarrow e^+e^-\nu_e)\epsilon \quad (3.71)$$

ここで $N_M (M = \pi, K)$ はそれぞれの中間子の数, $P(M \rightarrow \nu_i)$ はそれぞれの中間子が重い中性レプトンに崩壊する確率, A_M は重い中性レプトンのフラクシオン, ϵ は解析に用いられたカット能率である. これより 10 – 490MeV の質量領域において混合成分 $|U_{ei}|^2$ に, また 10 – 380MeV の質量に対して混合成分 $|U_{ei}U_{\mu i}|$ にそれぞれ上限が与えられた. このとき ν MSM において制限される混合成分を再解釈すると以下ようになる.

$$\sum_I 2|\Theta_{eI}|^2 [C_1|\Theta_{eI}|^2 + C_3(|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2)] < |U_{ei}|_{UB}^4$$

$$\sum_I 2|\Theta_{\mu I}|^2 [C_1|\Theta_{eI}|^2 + C_3(|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2)] < |U_{ei}|_{UB}^2 |U_{\mu i}|_{UB}^2 \quad (3.72)$$

CHARM 1986

この小節では 1986 年に発表された実験結果 [33] について再解釈を行っていく. ここでも beam-dump 実験と wide-band 実験の 2 つの実験が行われた. このとき混合成分の上限値は 90% の信頼度で得られた. しかし wide-band 実験により与えられる混合成分の上限値は他の実験結果に比べ大きいので, ここでは beam-dump 実験のみを見ていく. この実験の解析では重い中性レプトンは D 中間子により生成され, $e^+e^-\nu_e$, $\mu^+e^-\nu_e$, $e^+\mu^-\nu_e$, $\mu^+\mu^-\nu_\mu$ に荷電カレント相互作用のみを通じて崩壊すると仮定されている. イベントの期待数 \tilde{N} は以下ようになる.

$$\tilde{N} = N_D P(D \rightarrow \nu_i) A P(\nu_i \rightarrow l'^+ l^- \nu_l) \epsilon \quad (3.73)$$

ここで N_D は D 中間子の数, $P(D \rightarrow \nu_i)$ は D 中間子がレプトン (電子またはミュオン) と重い中性レプトンに崩壊する確率, A は重い中性レプトンのフラクシオン, $P(\nu_i \rightarrow l'^+ l^- \nu_l)$ は重い中性レプトンがレプトン 3 体に崩壊する確率, ϵ は解析に用いられたカット能率である.

まずは $|U_{ei}|^2$ に対する再解釈について見ていく. D 中間子の崩壊より (陽) 電子と重い中性レプトンが生成され, 重い中性レプトンは $e^+e^-\nu_e + h.c.$, $e^-\mu^+\nu_\mu + h.c.$ に崩壊する. $h.c.$ はそれぞれの反応の

エルミート共役な反応を表す. ν MSM において制限される混合成分を再解釈すると以下ようになる.

$$\sum_I 2 \frac{|\Theta_{eI}|^2 [(C_1 + T)|\Theta_{eI}|^2 + (C_3 + T)|\Theta_{\mu I}|^2 + C_3|\Theta_{\tau I}|^2]}{K} < |U_{ei}|_{UB}^4 \quad (3.74)$$

$$K \equiv 2 - 8x_\mu^2 + 8x_\mu^6 - x_\mu^8 - 12x_\mu^4 \ln x_\mu^2$$

$$T \equiv 1 - 8x_\mu^2 + 8x_\mu^6 - x_\mu^8 - 12x_\mu^4 \ln x_\mu^2$$

次に $|U_{\mu i}|^2$ に対する再解釈について見ていく. D 中間子の崩壊より (反) ミューオンと重い中性レプトンが生成され, 重い中性レプトンは $\mu^+ \mu^- \nu_\mu + h.c.$, $\mu^- e^+ \nu_e + h.c.$ に崩壊する. ν MSM において制限される混合成分を再解釈すると以下ようになる.

$$\sum_I 2 \frac{|\Theta_{\mu I}|^2 [(C_1 \delta + 4C_2 \gamma + T)|\Theta_{\mu I}|^2 + (C_3 \delta + 4C_4 \gamma + T)|\Theta_{eI}|^2 + (C_3 \delta + 4C_4 \gamma)|\Theta_{\tau I}|^2]}{\delta + T} < |U_{\mu i}|_{UB}^4 \quad (3.75)$$

$$\delta \equiv A_\mu (1 - 14x_\mu^2 - 2x_\mu^4 - 12x_\mu^6) + 12x_\mu^4 (x_\mu^4 - 1) L_\mu,$$

$$\gamma \equiv x_\mu^2 (2 + 10x_\mu^2 - 12x_\mu^4) A_\mu + 6x_\mu^4 (1 - 2x_\mu^2 + 2x_\mu^4) L_\mu,$$

$$T \equiv 1 - 8x_\mu^2 + 8x_\mu^6 - x_\mu^8 - 12x_\mu^4 \ln x_\mu^2,$$

$$C_1 \equiv \frac{1 + 4 \sin^2 \theta_w + 8 \sin^4 \theta_w}{4},$$

$$C_2 \equiv \frac{1}{2} \sin^2 \theta_w (2 \sin^2 \theta_w + 1),$$

$$C_3 \equiv \frac{1 - 4 \sin^2 \theta_w + 8 \sin^4 \theta_w}{4},$$

$$C_4 \equiv \frac{1}{2} \sin^2 \theta_w (2 \sin^2 \theta_w - 1),$$

$$x_i \equiv \frac{m_i}{M_I}, \quad A_\alpha \equiv \sqrt{1 - 4x_\alpha^2}, \quad L_\alpha \equiv \ln \frac{(1 - A_\alpha)[1 - 3x_\alpha^2 - (1 - x_\alpha^2)A_\alpha]}{4x_\alpha^4} \quad (3.76)$$

CHARM 1995

この小節では 1995 年に発表された実験結果 [34] について再解釈を行っていく. この実験の解析でも重い中性レプトンの崩壊過程は荷電カレント相互作用のみ考慮されている. 重い中性レプトンは中性カレント相互作用により生成され, $\mu^+ \mu^- \nu_\mu$ に崩壊すると仮定されている. 実験結果としての混合成分の上限値は 90% の信頼度で与えられた. 重い中性レプトンのイベントの期待数 \tilde{N} は以下ようになる.

$$\tilde{N} = N_{\nu_i} P(\nu_i \rightarrow \mu^+ \mu^- \nu_\mu) \epsilon \quad (3.77)$$

ここで N_{ν_i} は重い中性レプトンの数, $P(\nu_i \rightarrow \mu^+ \mu^- \nu_\mu)$ は重い中性レプトンが $\mu^+ \mu^- \nu_\mu$ に崩壊する確率, ϵ は解析に用いられた識別能率である. ν MSM において制限される混合成分を再解釈すると以下の

ようになる.

$$\sum_I 2 \frac{|\Theta_{\mu I}|^2 [(C_1\delta + 4C_2\gamma)|\Theta_{\mu I}|^2 + (C_3\delta + 4C_4\gamma)(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2)]}{\delta} < |U_{\mu i}|_{UB}^4 \quad (3.78)$$

$\delta, \gamma, C_a (a = 1, 2, 3, 4)$ は式 (3.76) と同様である.

3.3.6 NuTeV 実験

NuTeV 実験はフェルミ国立加速器研究所にて行われた [35]. この実験ではまず 800GeV の陽子をターゲットに衝突させ荷電中間子を生成する. 次に中間子の崩壊から重い中性レプトンを生成し, 重い中性レプトンの崩壊先を検出する. 崩壊先の終状態としてミューオンを伴う $\mu e\nu, \mu\mu\nu, \mu\pi, \mu\rho$ が現れるチャンネルを探索した. 実験解析では荷電カレント相互作用と中性カレント相互作用の両方の寄与が考慮されており, 質量領域 0.25 – 2.0GeV において混合成分 $|U_\mu|^2$ の上限値が 90% の信頼度で与えられている. 重い中性レプトンの質量において解析に含められる崩壊モードが異なる. 以後それぞれの質量領域での ν MSM における混合成分に対する再解釈表式を記す. $\delta, \gamma, T, C_a (a = 1, 2, 3, 4)$ は式 (3.76) と同様である.

$$\cdot m_\mu + m_e < M_I < 2m_\mu$$

$$\sum_I 2(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\mu I}|^2) < |U_\mu|_{UB}^2 \quad (3.79)$$

$$\cdot 2m_\mu < M_I < m_\mu + m_\pi$$

$$\sum_I 2 \frac{T(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\mu I}|^2) + (C_1\delta + 4C_2\gamma)|\Theta_{\mu I}|^2 + (C_3\delta + 4C_4\gamma)(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2)}{C_1\delta + 4C_2\gamma + T} < |U_\mu|_{UB}^2 \quad (3.80)$$

$$\cdot m_\mu + m_\pi < M_I < m_\mu + m_\rho$$

$$\begin{aligned} \sum_I \frac{2}{\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} (C_1\delta + 4C_2\gamma + T) + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi} P_\pi} \times & \left[\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \left(T(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\mu I}|^2) + (C_1\delta + 4C_2\gamma)|\Theta_{\mu I}|^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + (C_3\delta + 4C_4\gamma)(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2) \right) \right. \\ & \left. + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi} |\Theta_{\mu I}|^2 P_\pi \right] \\ & < |U_\mu|_{UB}^2 \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$P_\pi \equiv |V_{ud}|^2 f_\pi^2 [(1 - x_\mu^2)^2 - x_\pi^2 (1 + x_\mu^2)] \sqrt{[1 - (x_\pi - x_\mu)^2][1 - (x_\pi + x_\mu)^2]} \quad (3.82)$$

$$\cdot m_\mu + m_\rho < M_I$$

$$\begin{aligned} \sum_I \frac{2}{\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3}(C_1\delta + 4C_2\gamma + T) + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi}(P_\pi + P_\rho)} \times & \left[\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \left(T(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\mu I}|^2) + (C_1\delta + 4C_2\gamma)|\Theta_{\mu I}|^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + (C_3\delta + 4C_4\gamma)(|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2) \right) \right. \\ & \left. + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi} |\Theta_{\mu I}|^2 (P_\pi + P_\rho) \right] \\ & < |U_\mu|_{\text{UB}}^2 \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$P_\rho \equiv |V_{\text{ud}}|^2 f_\rho^2 [(1 - x_\mu^2)^2 + x_\rho^2(1 + x_\mu^2 - 2x_\rho^2)] \sqrt{[1 - (x_\rho - x_\mu)^2][1 - (x_\rho + x_\mu)^2]} \quad (3.84)$$

3.3.7 IHEP-JINR 実験

IHEP-JINR 実験はロシアの 70GeV のセルブホフ加速器で行われた [36]. この実験では陽子とターゲットとの衝突で生成された π , K 中間子が崩壊し, レプトン (電子またはミューオン) と重い中性レプトンが生成される. さらに重い中性レプトンが $e^+e^-\nu_e$ に崩壊する. 解析では重い中性レプトンの崩壊過程では荷電カレント相互作用のみが寄与していると仮定されている. 質量領域 5 – 493MeV で $|U_{ei}|^2$ の上限値が, また質量領域 3 – 388MeV で $|U_{ei}||U_{\mu i}|$ の上限値が信頼度 90% で得られた. 検出される重い中性レプトンの期待数 \tilde{N} は以下で与えられる.

$$\tilde{N} = N_{\text{prot}} N_M D_M \text{BR}(M \rightarrow l\nu_i) \times D_i \text{BR}(\nu_i \rightarrow e^+e^-\nu_e) \Omega \epsilon \quad (3.85)$$

M は π または K 中間子を表し, N_{prot} はターゲットにおける初期イベント数, N_M は中間子の数, D_M は中間子が相互作用するまえに崩壊する確率, $\text{BR}(M \rightarrow l\nu_i)$ は中間子がレプトン, 重い中性レプトンに崩壊する分岐比, D_i は重い中性レプトンが検出器内で崩壊する確率, $\text{BR}(\nu_i \rightarrow e^+e^-\nu_e)$ は重い中性レプトンが $e^+e^-\nu_e$ に崩壊する分岐比, Ω は検出器のアクセプタンス, ϵ は電磁シャワーに対する再現能率を表す.

質量領域 5 – 493MeV における $|U_{ei}|^2$ に対する再解釈表式は以下のようになる.

$$\sum_I 2 \frac{|\Theta_{eI}|^2 [|\Theta_{eI}|^2 (C_1\delta' + 4C_2\gamma') + (|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2) (C_3\delta' + 4C_4\gamma')]}{\delta'} < |U_{ei}|_{\text{UB}}^4 \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} \delta' &\equiv A_e(1 - 14x_e^2 - 2x_e^4 - 12x_e^6) + 12x_e^4(x_e^4 - 1)L_e, \\ \gamma' &\equiv x_e^2(2 + 10x_e^2 - 12x_e^4)A_e + 6x_e^4(1 - 2x_e^2 + 2x_e^4)L_e, \end{aligned}$$

$$(3.87)$$

C_a ($a = 1, 2, 3, 4$) は式 (3.76) と同様である. 一方, 質量領域 3 – 388MeV における $|U_{ei}||U_{\mu i}|$ に対

する再解釈表式は以下ようになる.

$$\sum_I 2 \frac{|\Theta_{\mu I}|^2 [|\Theta_{eI}|^2 (C_1 \delta' + 4C_2 \gamma') + (|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2) (C_3 \delta' + 4C_4 \gamma')]}{\delta'} < |U_{ei}|_{\text{UB}}^2 |U_{\mu i}|_{\text{UB}}^2 \quad (3.88)$$

δ', γ' は式 (3.87), $C_a (a = 1, 2, 3, 4)$ は式 (3.76) と同様である.

3.3.8 BEBC 実験

BEBC 実験は欧州原子核研究機構 (CERN) で行われた [37]. この実験も CHARM 実験や IHEP-JINR 実験と同様, beam-dump 実験に分類される. 実験の解析には中性レプトン相互作用の寄与は含まれておらず, 荷電相互作用のみを考慮している. ここでは質量領域 $1 - 1800 \text{ MeV}$ において混合成分 $|U_{ei}|^2, |U_{\mu i}|^2$ に対する上限値が信頼度 90% で与えられている. まずは $|U_{ei}|^2$ についての再解釈表式について見ていく. 上限値は (A), (B) の 2 種類ある. 上限値 (A) に対しての再解釈表式は以下のようになる.

$$\begin{aligned} \sum_I \frac{2|\Theta_{eI}|^2}{\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} (\delta' + T) + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi} |\Theta_{eI}|^2 P'_\pi} \times & \left[\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \left(|\Theta_{eI}|^2 (C_1 \delta' + 4C_2 \gamma' + T) \right. \right. \\ & \left. \left. + |\Theta_{\mu I}|^2 (C_3 \delta' + 4C_4 \gamma' + T) + |\Theta_{\tau I}|^2 (C_3 \delta' + 4C_4 \gamma') \right) \right. \\ & \left. + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi} |\Theta_{eI}|^2 P'_\pi \right] \\ & < |U_{ei}|_{\text{UB}}^4 \end{aligned} \quad (3.89)$$

$$P'_\pi \equiv |V_{ud}|^2 f_\pi^2 [(1 - x_e^2)^2 - x_\pi^2 (1 + x_e^2)] \sqrt{[1 - (x_\pi - x_e)^2][1 - (x_\pi + x_e)^2]} \quad (3.90)$$

δ' と γ' は式 (3.87), T と $C_a (a = 1, 2, 3, 4)$ は式 (3.76) で与えられる. 一方, 上限値 (B) に対しての再解釈表式は以下ようになる. 但し, 重い中性レプトンの質量領域によってその崩壊モードが変わる.

$$\cdot 2m_e < M_I < m_e + m_\mu$$

$$\begin{aligned} \sum_I \frac{2|\Theta_{\tau I}|^2}{\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \delta'} \times & \left[\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \left(|\Theta_{eI}|^2 (C_1 \delta' + 4C_2 \gamma') \right. \right. \\ & \left. \left. + (|\Theta_{\mu I}|^2 + |\Theta_{\tau I}|^2) (C_3 \delta' + 4C_4 \gamma') \right) \right] \\ & < |U_{ei}|_{\text{UB}}^2 \end{aligned} \quad (3.91)$$

$$\bullet m_e + m_\mu < M_I < m_e + m_\pi$$

$$\begin{aligned} \sum_I \frac{2|\Theta_{\tau I}|^2}{\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3}(\delta' + T)} \times \left[\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \left(|\Theta_{eI}|^2(C_1\delta' + 4C_2\gamma' + T) \right. \right. \\ \left. \left. + |\Theta_{\mu I}|^2(C_3\delta' + 4C_4\gamma' + T) + |\Theta_{\tau I}|^2(C_3\delta' + 4C_4\gamma') \right) \right] \\ < |U_{ei}|_{\text{UB}}^2 \end{aligned} \quad (3.92)$$

$$\bullet m_e + m_\pi < M_I$$

$$\begin{aligned} \sum_I \frac{2|\Theta_{\tau I}|^2}{\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3}(\delta' + T) + \frac{G_F^2 M_I^3 P'_\pi}{16\pi}} \times \left[\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \left(|\Theta_{eI}|^2(C_1\delta' + 4C_2\gamma' + T) \right. \right. \\ \left. \left. + |\Theta_{\mu I}|^2(C_3\delta' + 4C_4\gamma' + T) + |\Theta_{\tau I}|^2(C_3\delta' + 4C_4\gamma') \right) \right] \\ + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi} |\Theta_{eI}|^2 P'_\pi \\ < |U_{ei}|_{\text{UB}}^2 \end{aligned} \quad (3.93)$$

δ' と γ' は式 (3.87), T と C_a ($a = 1, 2, 3, 4$) は式 (3.76), P'_π は式 (3.90) で与えられる.

次に $|U_{\mu i}|^2$ についての再解釈表式について見ていく. ここでも上限値は (A), (B) の 2 種類ある. 上限値 (A) に対しての再解釈表式は以下ようになる.

$$\begin{aligned} \sum_I \frac{2|\Theta_{\mu I}|^2}{\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3}(\delta + T) + \frac{G_F^2 M_I^3 P_\pi}{16\pi}} \times \left[\frac{G_F^2 M_I^5}{192\pi^3} \left(|\Theta_{eI}|^2(C_3\delta + 4C_4\gamma + T) \right. \right. \\ \left. \left. + |\Theta_{\mu I}|^2(C_1\delta + 4C_2\gamma + T) + |\Theta_{\tau I}|^2(C_3\delta + 4C_4\gamma) \right) \right] \\ + \frac{G_F^2 M_I^3}{16\pi} |\Theta_{\mu I}|^2 P_\pi \\ < |U_{\mu i}|_{\text{UB}}^4 \end{aligned} \quad (3.94)$$

δ, γ, T, C_a ($a = 1, 2, 3, 4$) は式 (3.76) で, P_π は式 (3.82) で与えられる. 一方, 上限値 (B) に対しての再解釈表式は以下ようになる.

$$\sum_I 2|\Theta_{\tau I}|^2 (|\Theta_{eI}|^2 + |\Theta_{\mu I}|^2) < |U_{\mu i}|_{\text{UB}}^2 \quad (3.95)$$

3.3.9 LEP 実験における DELPHI 検出器

DELPHI 検出器は CERN での LEP 実験にて用いられた検出器である [38]. この検出器により, Z ボソン崩壊により生成される重い中性レプトンが探索された. 探索で用いられた Z の崩壊課程は

$Z \rightarrow N\nu_\alpha$ であり, 混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2 (\alpha = e, \mu, \tau)$ について再解釈表式は次のようになる.

$$2 \sum_I |\Theta_{\alpha I}|^2 < |U|_{\text{UB}}^2 \quad (3.96)$$

一方で宇宙バリオン数非対称性を説明するために, 混合成分に上限がつけられる [39].

以上の実験より与えられる混合成分の上限および宇宙バリオン数非対称性を説明するために要請される混合成分の上限を図 3.13, 3.14 に示す.

これからの直接探索としては CERN にて現在稼働している大型ハドロン衝突型加速器 (LHC)[40], 予定されている FCC-ee[41], SHiP[42] により, 質量が $\mathcal{O}(1\text{GeV})$ の重い中性レプトンが検証される.

3.4 宇宙論から与えられる混合成分 Θ の下限

この節では, 宇宙論より混合成分に下限が与えられることを示す. 混合成分が小さくなるほど, N_I の相互作用が弱くなっていく. N_I の寿命は相互作用の強さの逆数に比例するため, 相互作用が弱くなると寿命は非常に長くなる.

現在の宇宙論ではビッグバン理論における元素合成の予言は, 現存する軽元素の観測値を精度良く説明することができる. N_I が十分長寿命である場合, この成功した予言を壊してしまうため, N_I の寿命に上限が与えられる. ν_μ, ν_τ と混合し $M_N > 140\text{MeV}$ の質量をもつ重い中性レプトンの場合, その寿命の上限値は約 0.1 秒である [43, 44]. 本研究では N_I の可能な崩壊モードを考慮し, 平均質量 M_N に対する N_2 と N_3 のそれぞれの寿命 τ_{N_2} と τ_{N_3} の長い方が 0.1 秒を下回るという条件, つまり

$$\text{Max}[\tau_{N_2}, \tau_{N_3}] < 0.1\text{sec}, \quad (3.97)$$

を満たすパラメータ領域を示した.

3.5 シーソー機構から与えられる混合成分 Θ の下限

この節ではニュートリノ質量を説明するためにシーソー機構を採用した場合, 混合成分に下限が与えられることを述べる. 混合成分はニュートリノのディラック質量と右巻きニュートリノのマヨラナ質量の比により与えられる. ニュートリノのディラック質量はニュートリノの湯川結合定数とヒッグス場の真空期待値の積で与えられる. これよりマヨラナ質量を固定し混合成分を小さくすることは, 湯川結合定数が小さくなることに対応する. 一方, ニュートリノ質量はディラック質量の二乗をマヨラナ質量で割ることで与えられる. 湯川結合定数が小さすぎると現在までに報告されているニュートリノの質量二乗差のスケールを説明することができなくなる. したがって湯川結合定数には下限が与えられ, マヨラナ質量を固定したときその下限は混合成分の下限に書き直される.

$$|\Theta_{\alpha I}|^2 > \frac{|F_{\alpha I}|_{\text{LB}}^2 v^2}{M_I^2}. \quad (3.98)$$

以上で示した混合成分に対する制限をまとめたのが図 3.15, 3.16 である. このとき N_2 と N_3 の質量は簡略化のため, 縮退しているとして数値計算を行った. 図の縦軸はそれぞれの混合成分の和を表し, 赤色の実線で囲まれている領域が許されている. $M_N = 270\text{MeV}$ までの質量が小さい領域はブルックヘブン国立研究所で行われた E949 実験が最も厳しい上限を与えており, $M_N = 270\text{MeV}$ から 490MeV までの質量領域は欧州原子核研究機構で行われた PS191 実験の制限がもっとも厳しい. それより大きい質量領域では直接探索から与えられる制限が緩まるため, 許される混合成分の領域は大きくなる. 質量が 1GeV を超えた領域では, 宇宙バリオン数非対称性を説明するために課せられる制限が最も厳しい上限を与える. 質量が小さい領域における下限はビッグバン元素合成からの制限より与えられる. 質量が大きくなると下限はシーソー機構により与えられる. NH の場合では $M_N = 900\text{MeV}$, IH の場合では $M_N = 800\text{MeV}$ 程度で厳しい下限を与える制限が移り変わる.

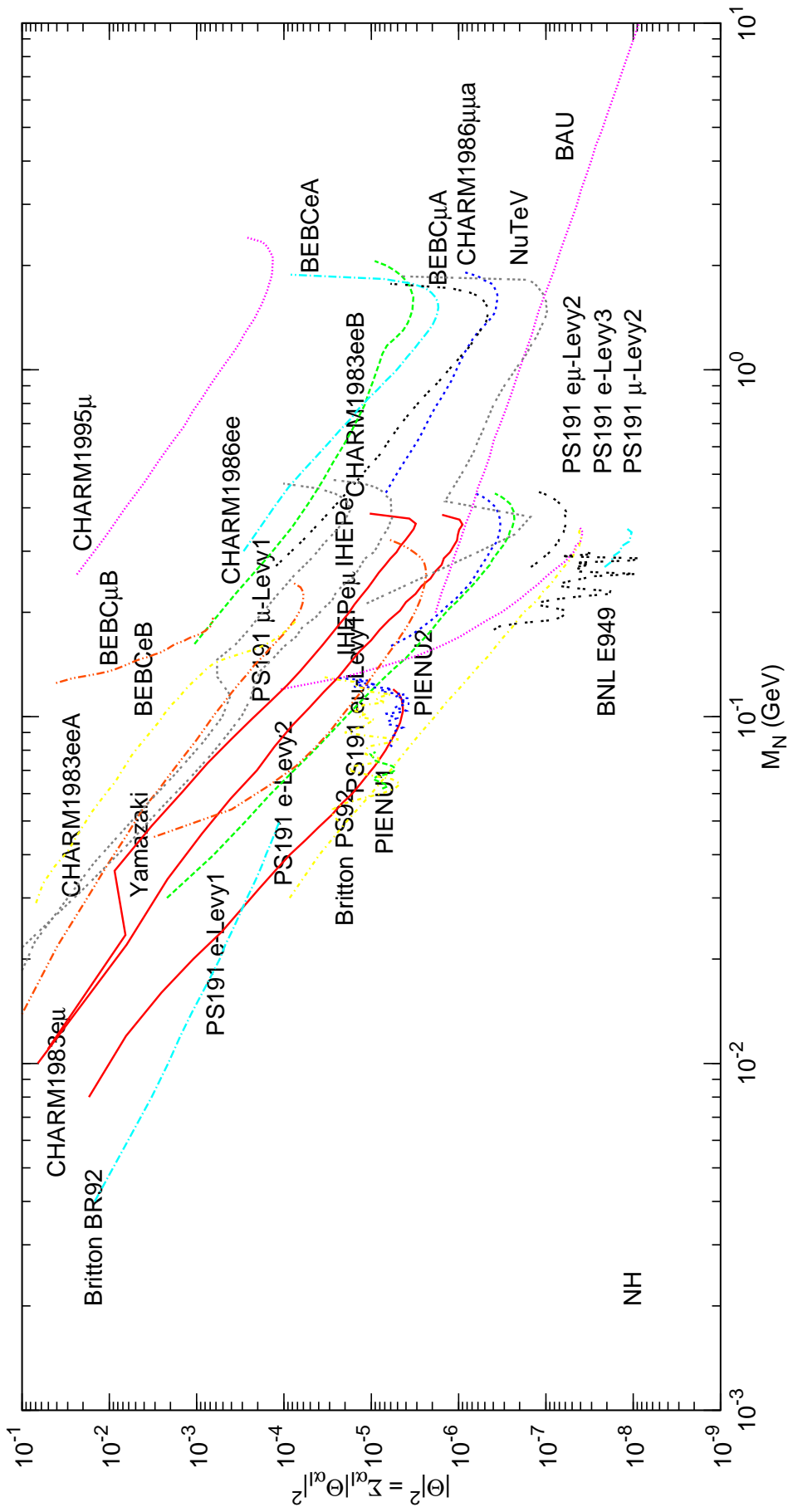


図 3.13 NH の場合の $|\Theta|^2$ の上限

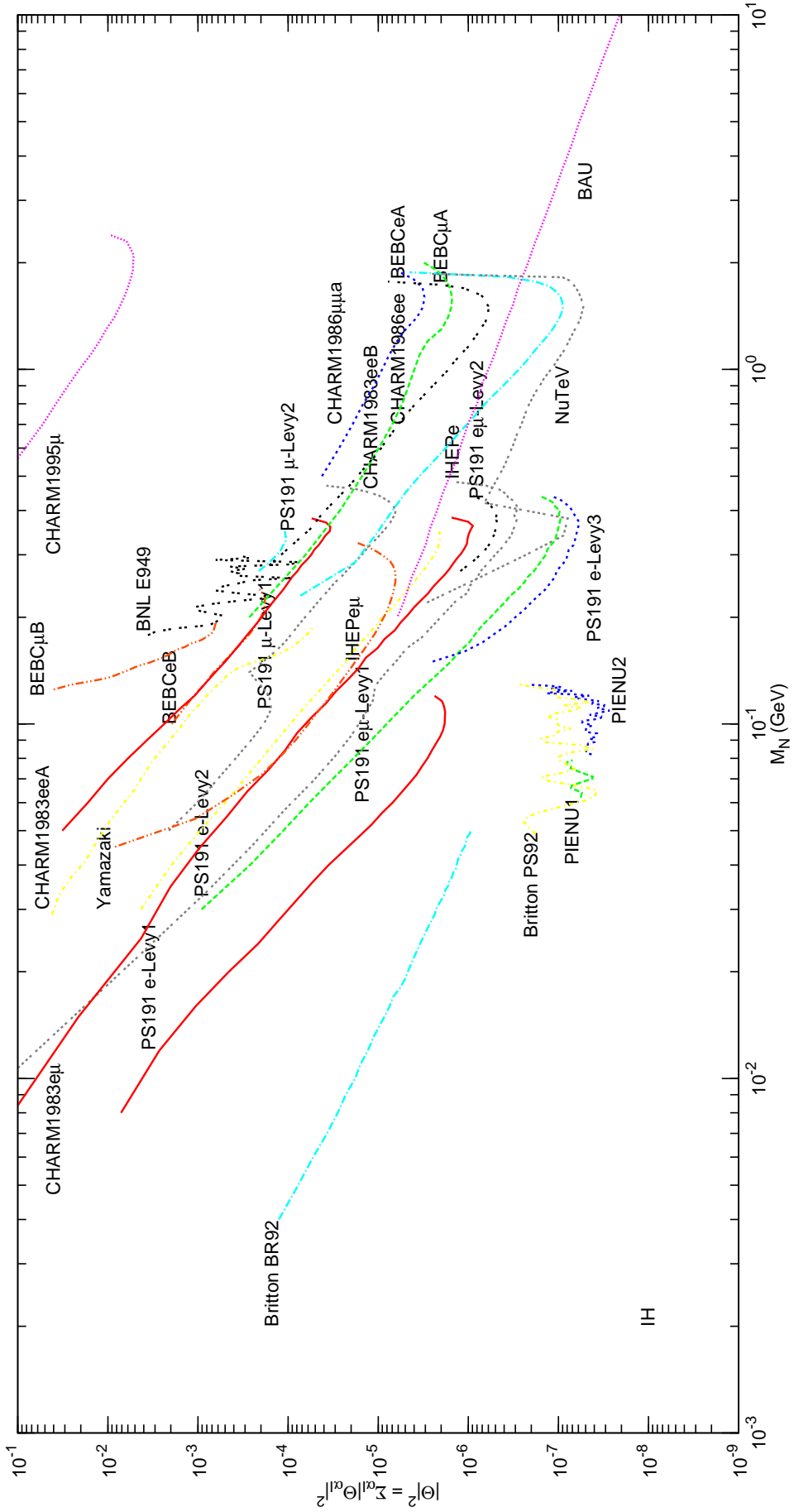


図 3.14 IH の場合の $|\Theta|^2$ の上限

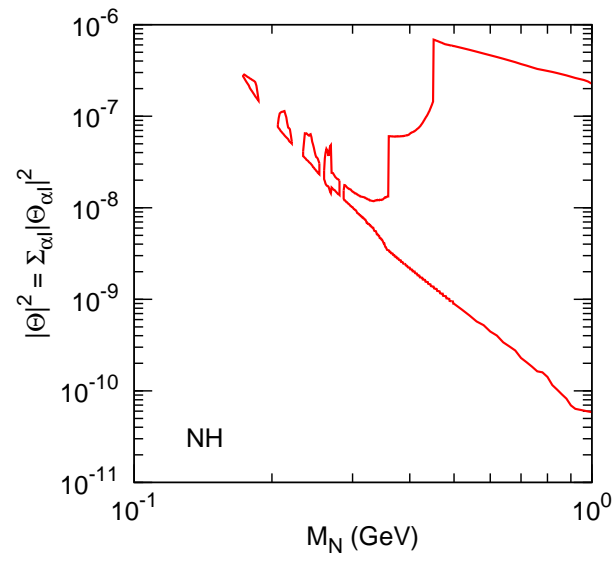


図 3.15 NH の場合の $|\Theta|^2$ の許される領域

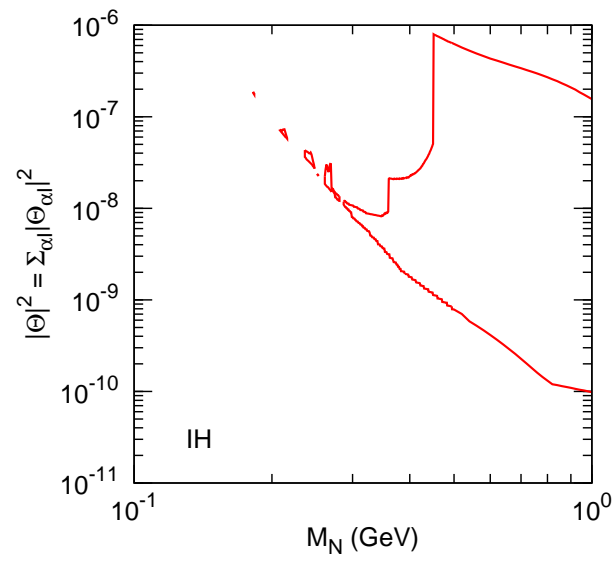


図 3.16 IH の場合の $|\Theta|^2$ の許される領域

第 4 章

ν MSM におけるレプトン普遍性の破れ

4.1 レプトン普遍性

素粒子標準模型では, $SU(2)_L, U(1)_Y$ のそれぞれのゲージ結合定数 g_2, g_1 は電子, ミューオン, タウオンの全てに対して等しい. このためレプトンに対する弱い相互作用の強さは全て等しくなる. これをレプトン普遍性という. この章ではレプトン普遍性の破れについて拡張模型 ν MSM の枠組みで議論する [45]. ν MSM において, $N_{2,3}$ が生成される過程が新たに追加され得る. また混合成分により, 荷電レプトンの世代により弱い相互作用強さが変わる. これらにより, レプトン普遍性の破れが大きくなる可能性がある. このとき, 3.3 節で述べた N の直接探索からの混合成分に対する制限, ν MSM における宇宙バリオン数非対称性を説明するための制限, 3.4 節で述べた N の寿命が 0.1 秒を超えないという制限, 3.5 節で述べたシーソー機構が与える制限より, レプトン普遍性の破れの許される領域を示す.

4.2 中間子の 2 体崩壊におけるレプトン普遍性の破れ

荷電中間子 M^+ が荷電レプトン l_α^+ とニュートリノ ν に崩壊する確率の比を次式のようにとることで, レプトン普遍性を議論する [46, 47]. 崩壊率の比を取ることで, 中間子の崩壊定数などのハドロン物理の不確定性が相殺され, 精度良く理論計算を行うことができる. また分母分子で異なる荷電レプトンが考慮されているので, レプトン普遍性の破れの指標となる.

$$R_M = \frac{\Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+ \nu)}{\Gamma(M^+ \rightarrow l_\beta^+ \nu)}, \quad (M^+ = \pi^+, K^+, \dots; \alpha \neq \beta). \quad (4.1)$$

素粒子標準模型からのずれを見やすくするため, 次の量を定義する.

$$\Delta r_M = \frac{R_M}{R_M^{\text{SM}}} - 1. \quad (4.2)$$

ν MSM において, 中間子 M の崩壊からアクティブニュートリノだけでなく, 質量が小さい重い中性

レプトンも生成される可能性がある。そのため、式 (4.1) は次のように書き直される。

$$R_M = \frac{\sum_{i=1,2,3} \Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+ \nu_i) + \sum_{I=1,2,3} \Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+ N_I)}{\sum_{i=1,2,3} \Gamma(M^+ \rightarrow l_\beta^+ \nu_i) + \sum_{I=1,2,3} \Gamma(M^+ \rightarrow l_\beta^+ N_I)}. \quad (4.3)$$

このとき Δr_M は PMNS 行列要素 $|U_{\alpha i}|^2$ と混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ により次のように表される。

$$\Delta r_M = \frac{\sum_{i=1,2,3} |U_{\alpha i}|^2 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2 G_{\alpha I}^M}{\sum_{i=1,2,3} |U_{\beta i}|^2 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\beta I}|^2 G_{\beta I}^M} - 1. \quad (4.4)$$

ここで $G_{\alpha I}^M$ は次のように定義される。

$$G_{\alpha I}^M \equiv \begin{cases} \frac{r_\alpha + r_I - (r_\alpha - r_I)^2}{r_\alpha(1-r_\alpha)^2} \sqrt{1 - 2(r_\alpha + r_I) + (r_\alpha - r_I)^2} & (M_I < m_{M^+} - m_{l_\alpha}) \\ 0 & (m_{M^+} - m_{l_\alpha} < M_I) \end{cases} \quad (4.5)$$

シーソー機構により、アクティブニュートリノと重い中性レプトンの混合成分は次のユニタリティ条件を満たす。

$$\sum_{i=1,2,3} |U_{\alpha i}|^2 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2 = 1. \quad (4.6)$$

条件 (4.6) により、式 (4.4) は次のように書き換えられる。

$$\Delta r_M = \frac{1 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2 [G_{\alpha I}^M - 1]}{1 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\beta I}|^2 [G_{\beta I}^M - 1]} - 1. \quad (4.7)$$

中間子 M から重い中性レプトン N_I が生成される過程は、 N_I の質量により実現する否かが決まる。それぞれの質量領域により Δr_M の表式が異なってくる。 $m_{l_\alpha} < m_{l_\beta}$ と仮定した場合、各質量領域における表式を以下で示す。

- $M_I < m_M - m_{l_\beta}$ の領域

この質量域では $\Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+ N_I) \neq 0$, $\Gamma(M^+ \rightarrow l_\beta^+ N_I) \neq 0$ であり、 l_α, l_β を伴う N_I の生成が実現するので、このときの Δr_M の表式は式 (4.7) と同じである。

- $m_M - m_{l_\beta} < M_I < m_M - m_{l_\alpha}$ の領域

この質量域では $\Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+ N_I) = 0$, $\Gamma(M^+ \rightarrow l_\beta^+ N_I) \neq 0$ であり、 l_α を伴う N_I の生成過程のみが実現する。したがって、 Δr_M の表式は以下ようになる。

$$\Delta r_M = \frac{1 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2 [G_{\alpha I}^M - 1]}{1 - \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\beta I}|^2} - 1. \quad (4.8)$$

- $m_M - m_{l_\alpha} < M_I$ の領域

この質量域では $\Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+ N_I) = 0$, $\Gamma(M^+ \rightarrow l_\beta^+ N_I) = 0$ であり、 N_I の生成過程が実現しない。寄与するのは、アクティブニュートリノの生成過程のみであるから Δr_M の表式は以下のようになる。

$$\Delta r_M = \frac{1 - \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2}{1 - \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\beta I}|^2} - 1. \quad (4.9)$$

以下では具体的な中間子と荷電レプトンを考慮し、それぞれの Δr_M の許される領域を示す。このとき、暗黒物質候補である N_1 の許される混合成分 $|\Theta_{\alpha 1}|^2$ は $\mathcal{O}(10^{-11})$ であり、 N_2 と N_3 に対する混合成分に比べて非常に抑制されているため、 Δr_M に対する寄与は無視する。また、 $M_2 = M_3 \equiv M_N$ と仮定する。荷電中間子 M^+ から重い中性レプトン N_I が生成される反応率は式 (B.18) に示す。

4.2.1 Δr_K について

最初に $M^+ = K^+$, $l_\alpha^+ = e^+$, $l_\beta^+ = \mu^+$ の場合を考える。

$$R_K = \frac{\Gamma(K^+ \rightarrow e^+\nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+\nu)}. \quad (4.10)$$

標準模型における R_K の予言値 [48, 49] と最新の実験値 [50] は次のようになる。

$$R_K^{\text{SM}} = (2.477 \pm 0.001) \times 10^{-5}, \quad (4.11)$$

$$R_K^{\text{exp}} = (2.488 \pm 0.010) \times 10^{-5}. \quad (4.12)$$

これより R_K^{exp} は、 R_K^{SM} と 1σ レベルで無矛盾である。このとき Δr_K は次のようになる。

$$\Delta r_K = (4 \pm 4) \times 10^{-3}. \quad (4.13)$$

これから、 $N_{2,3}$ のそれぞれの質量領域に対する Δr_K の表式を示す。また K 中間子が崩壊するときの $G_{\alpha I}^K$ を図 4.1 に図示する。

まず $M_N < m_K - m_\mu$ の領域では、 Δr_K は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta r_K &= \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 [G_{eI}^K - 1] - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 [G_{\mu I}^K - 1]}{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 [G_{\mu I}^K - 1]} \\ &\simeq \sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 \frac{M_N^2}{m_e^2} \left(1 - \frac{M_N^2}{m_K^2}\right)^2. \end{aligned} \quad (4.14)$$

最後の近似式の導出においては、 $|\Theta_{\mu I}|^2 [G_{\mu I}^K - 1] \ll 1$, $G_{eI}^K \sim r_I(1 - r_I)^2/r_e$ を考慮した。つまり、 Δr_K の大きさは混合成分 $|\Theta_{eI}|^2$ とヘリシティ抑制の効果の因子 M_N^2/m_e^2 により決まる。混合成分の寄与だけではずれは非常に小さいが、 $M_N^2/m_e^2 \sim \mathcal{O}(10^5)$ の因子により大きいずれが期待できる。また $m_K - m_\mu < M_N < m_K - m_e$ の領域では、 Δr_K は次のようになり、 $M_N < m_K - m_\mu$ の領域と同様に振る舞う。

$$\begin{aligned} \Delta r_K &= \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 [G_{eI}^K - 1] + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2}{1 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2} \\ &\simeq \sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 \frac{M_N^2}{m_e^2} \left(1 - \frac{M_N^2}{m_K^2}\right)^2. \end{aligned} \quad (4.15)$$

$m_K - m_e < M_N$ の領域では、 K の崩壊により N_I は生成されないため、 Δr_K は次のようになる。

$$\Delta r_K = \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2}{1 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2} \simeq \sum_{I=2,3} (|\Theta_{\mu I}|^2 - |\Theta_{eI}|^2). \quad (4.16)$$

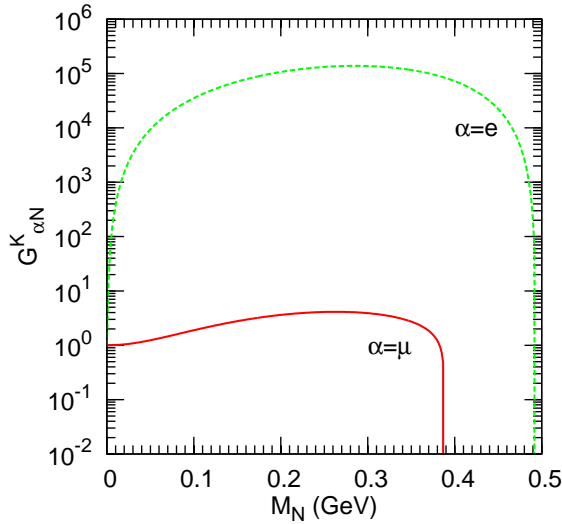


図 4.1 各質量 M_N に対する $G_{\alpha I}^K$

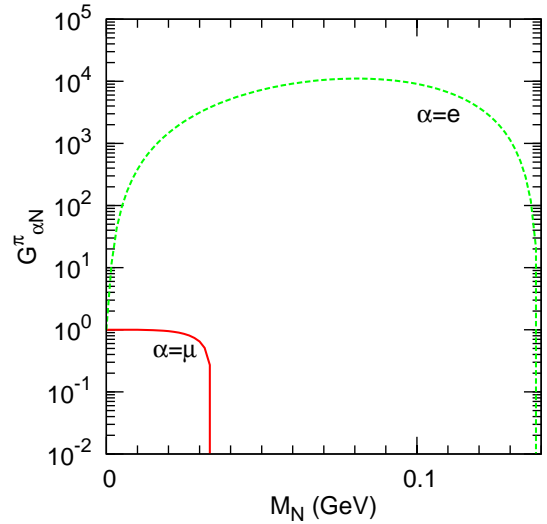


図 4.2 各質量 M_N に対する $G_{\alpha I}^\pi$

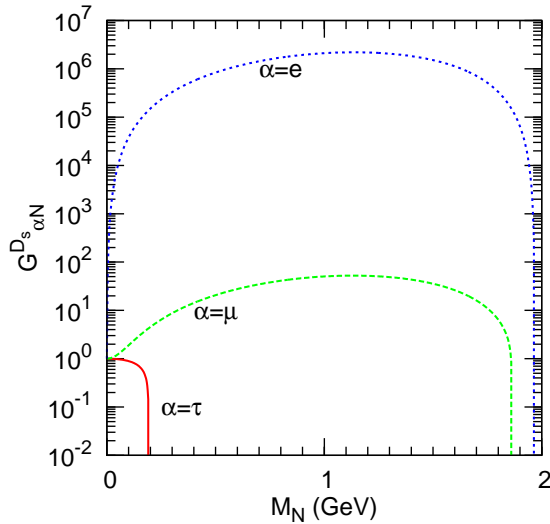
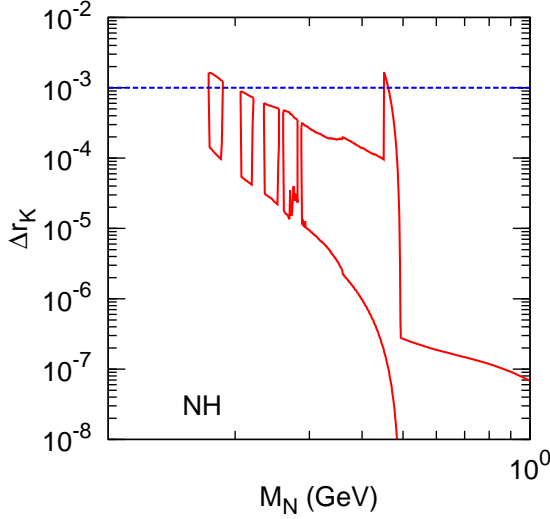
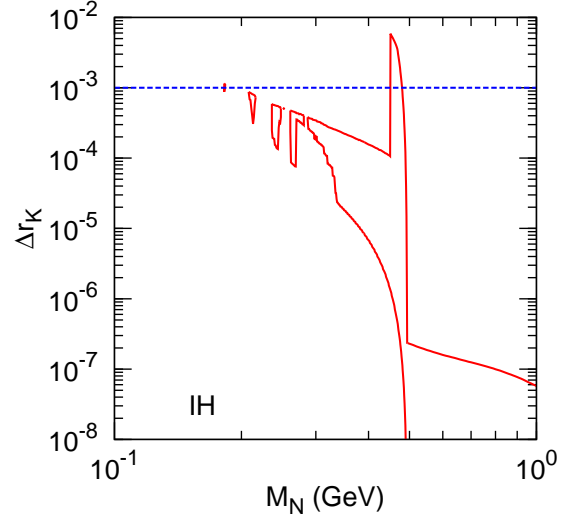


図 4.3 各質量 M_N に対する $G_{\alpha I}^{D_s}$

$M_N = [0.1 - 10]$ GeV までの質量領域で Δr_K を図示したものが図 4.4, 4.5 である. この解析において N_2, N_3 の質量は縮退しているとし, 湯川結合定数の自由なパラメータを変化させて数値計算を行った. 図の赤色の実線に囲まれた領域が許されている预言領域であり, 青色の破線は予定されている実験が到達する精度を表している [51, 52].

$M_N = 450$ MeV までの領域では N の直接探索実験である PS191 実験と BNL-E949 実験からの制限により, Δr_K の上限が決まっている. $M_N = 450$ MeV 周辺で Δr_K の上限が上がっているのは, この質量領域より直接探索による混合成分に対する制限が緩まるからである. $M_N = 500$ MeV から重い領域では, 関数 G_{eI}^K による増加効果が消え, 混合成分だけで Δr_K が決まるために値が急激に小さくなっている.

図 4.4 NH における Δr_K 図 4.5 IH における Δr_K

4.2.2 Δr_K が大きい領域における帰結

実験精度が 10^{-3} まで到達する予定であることから、予言領域が検証され始めることが分かる。ここで $\Delta r_K \geq 10^{-3}$ を満たすパラメータ領域を以下に示す。まずは NH の場合について見ていく。このとき質量を $M_N = 175\text{MeV}$ と 455MeV と固定した。 $\delta - \eta$ 平面を図 4.6, 4.7 に示し、 $X_\omega - \eta$ 平面を図 4.8, 4.9 に示す。また $X_\omega - \delta$ 平面を図 4.10, 4.11 に示す。 $\text{Re}\omega$ は $0 - 2\pi$ の全領域が許される。

$M_N = 175\text{MeV}$ では、PS191 実験や E949 実験により混合成分 $|\Theta_{eI}|^2$ と $|\Theta_{\mu I}|^2$ が厳しい上限を与えられる。 $|\Theta_{\mu I}|^2$ の近似式

$$|\Theta_{\mu I}|^2 \sim \frac{\text{MeV}}{M_I} \times 1.23895 \times 10^{-8} \times \left[0.509006 - 0.0716675 \cos[\delta] \right. \\ \left. + 0.992172\xi \{ 0.386488 \sin[\eta] + 0.153259(-\cos[\eta] \sin[\delta] + 0.354 \cos[\delta] \sin[\eta]) \} \right] X_\omega^2, \quad (4.17)$$

から、主に η に制限がつけられて、 $|\Theta_{eI}|^2$ の近似式

$$|\Theta_{eI}|^2 \sim \frac{\text{MeV}}{M_I} \times 1.24499 \times 10^{-8} \times (0.0786205 + 0.0718932\xi \sin[\delta + \eta]) X_\omega^2, \quad (4.18)$$

を通して δ も制限されることが分かる。

現在の 3 世代ニュートリノ振動解析 [6] により δ の最良適合値と 1σ における値が報告されている。この値は現在 MINOS 実験と T2K 実験により与えられている。最良適合値は NH の場合で 1.34π 、IH の場合で 1.48π である。NH の場合 1σ レベルで値は制限されているが、 2σ 、 3σ レベルでは制限されていない。一方 IH の場合は 2σ レベルで値は制限されているが、 3σ レベルでは制限されていない。ニュートリノビーム実験や原子炉ニュートリノ観測実験の相補性より、 δ の値は 3σ レベルで制限されると期待される。将来 Δr_K が大きさ 10^{-3} 程度で確認され δ の値が精度良く決定されると、マヨラナ位相 η の許される領域が限定される。マヨラナ位相はアクティブニュートリノがマヨラナ粒子であるとした場

合にあらわれる位相である。現在ニュートリノがディラック粒子なのかマヨラナ粒子なのかという問題は解決されていない。 η がゼロでない値に決まると、ニュートリノのマヨラナ性が強く示唆される。

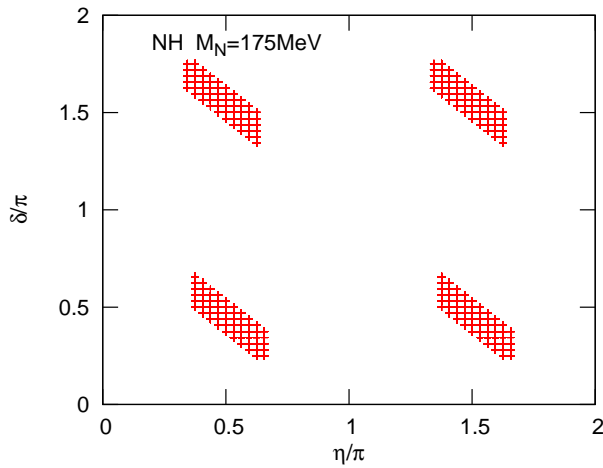


図 4.6 $M_N = 175\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面

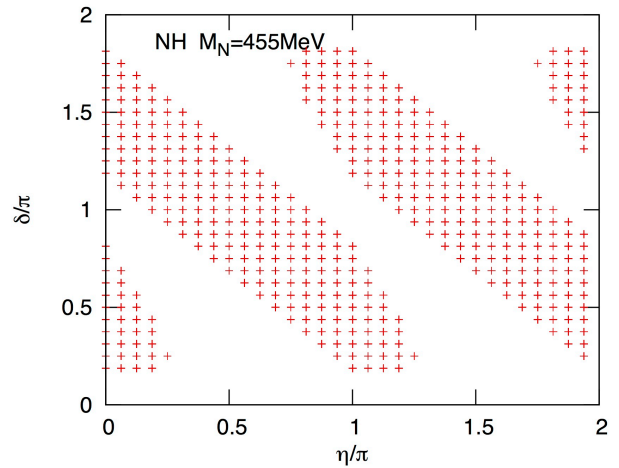


図 4.7 $M_N = 455\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面

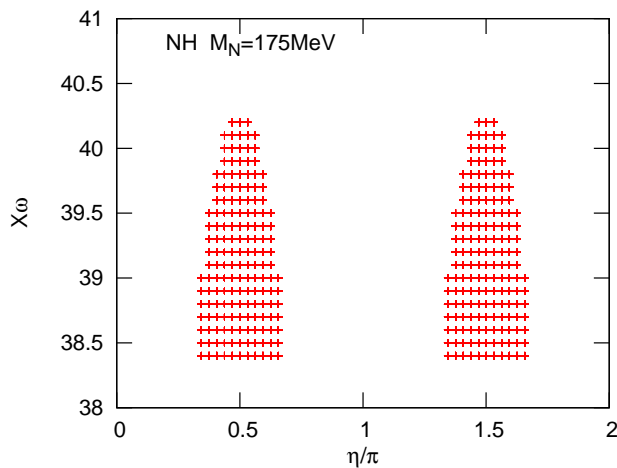


図 4.8 $M_N = 175\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面

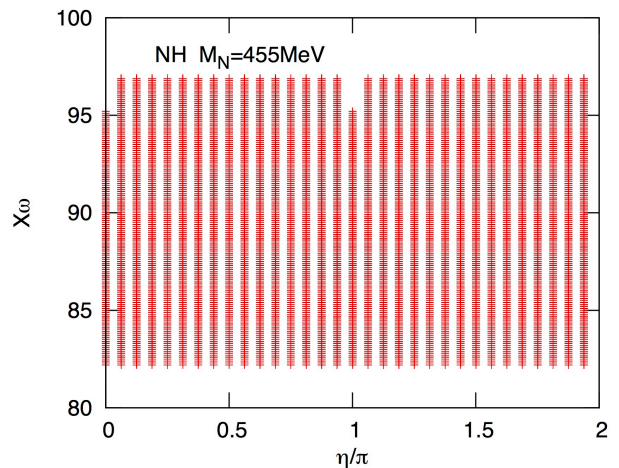


図 4.9 $M_N = 455\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面

次に IH の場合について見ていく。このとき質量を $M_N = 183\text{MeV}$ と 460MeV と固定した。 $\delta - \eta$ 平面を図 4.12, 4.13 に示し、 $X_\omega - \eta$ 平面を図 4.14, 4.15 に示す。図 4.13 が示すように $M_N = 460\text{MeV}$ では δ, η は制限されない。また $X_\omega - \delta$ 平面を図 4.16, 4.17 に示す。 $\text{Re}\omega$ は $0 - 2\pi$ の全領域が許される。NH の場合と同様に大きさ 10^{-3} 程度の Δr_K が確認されると、 δ が測定されるとともに η の領域が

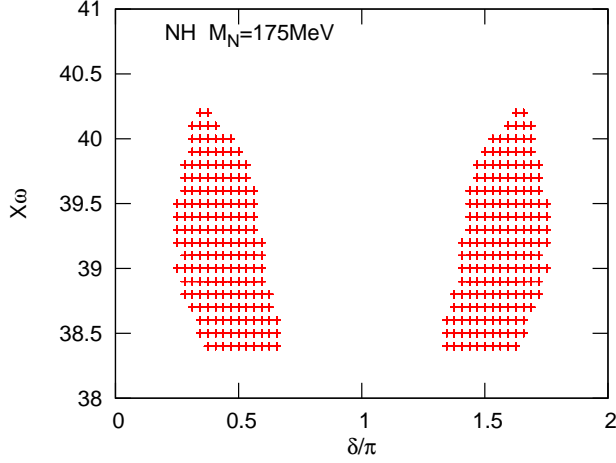


図 4.10 $M_N = 175\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面

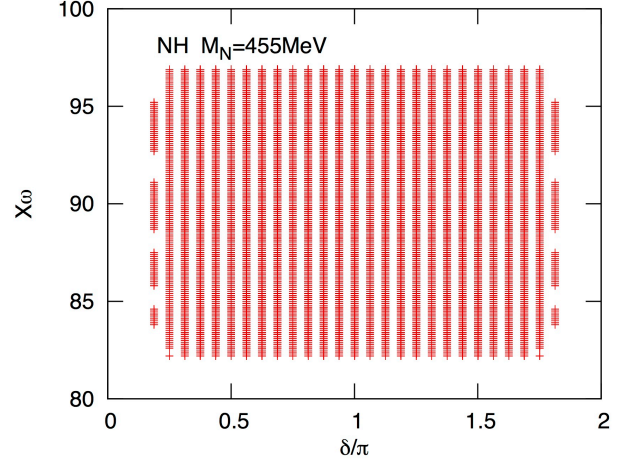


図 4.11 $M_N = 455\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面

限定される可能性がある. IH の場合の混合成分 $|\Theta_{eI}|^2$, $|\Theta_{\mu I}|^2$ の近似式は次式のようになる.

$$|\Theta_{eI}|^2 \sim \frac{\text{MeV}}{M_I} \times 1.23895 \times 10^{-8} \times (0.965696 - 0.905655\xi \sin[\eta]) X_\omega^2, \quad (4.19)$$

$$|\Theta_{\mu I}|^2 \sim \frac{\text{MeV}}{M_I} \times 1.23895 \times 10^{-8} \times [0.509006 - 0.0716675 \cos[\delta] + 0.992172\xi \{0.386488 \sin[\eta] + 0.153259(-\cos[\eta] \sin[\delta] + 0.354 \cos[\delta] \sin[\eta])\}] X_\omega^2. \quad (4.20)$$

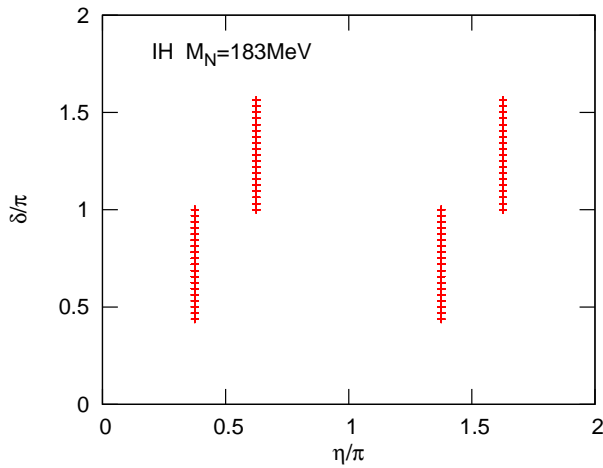


図 4.12 $M_N = 183\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面

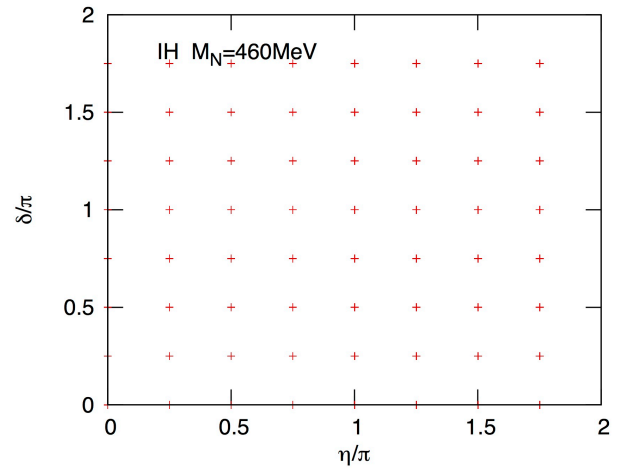


図 4.13 $M_N = 460\text{MeV}$ における $\delta - \eta$ 平面

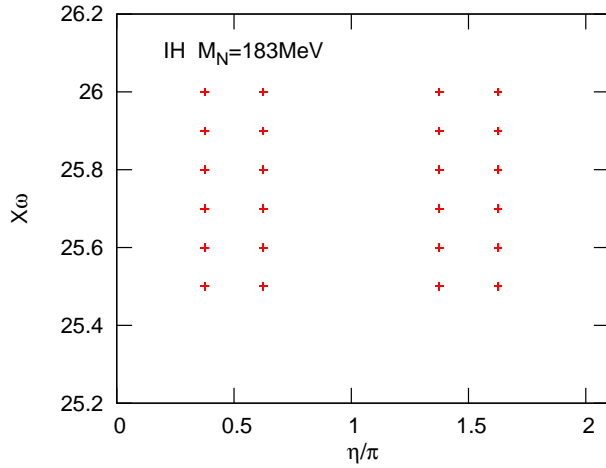


図 4.14 $M_N = 183\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面

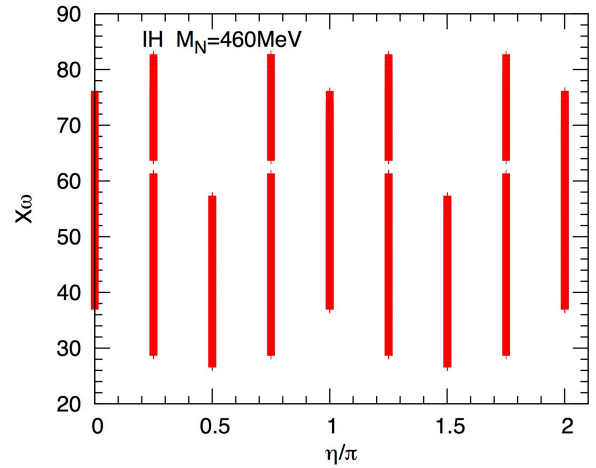


図 4.15 $M_N = 460\text{MeV}$ における $X_\omega - \eta$ 平面

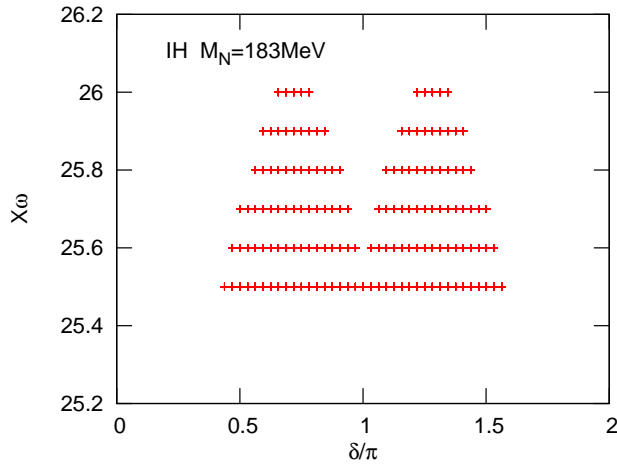


図 4.16 $M_N = 183\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面

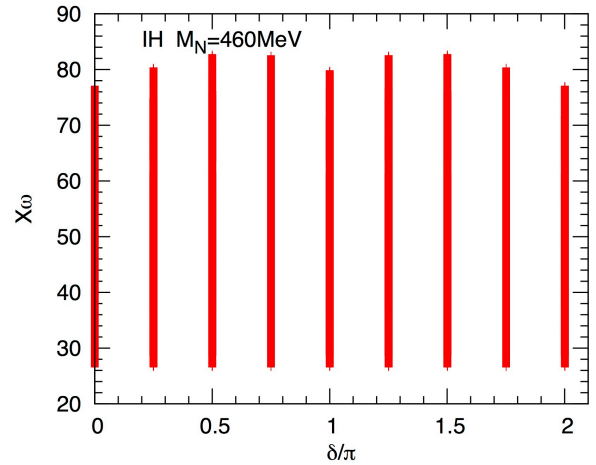


図 4.17 $M_N = 460\text{MeV}$ における $X_\omega - \delta$ 平面

4.2.3 Δr_π について

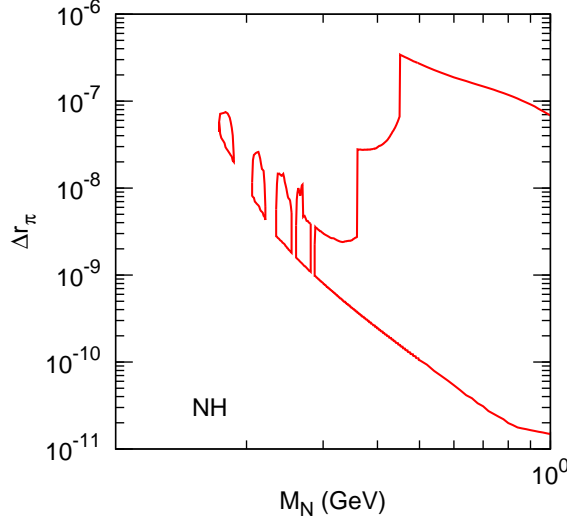
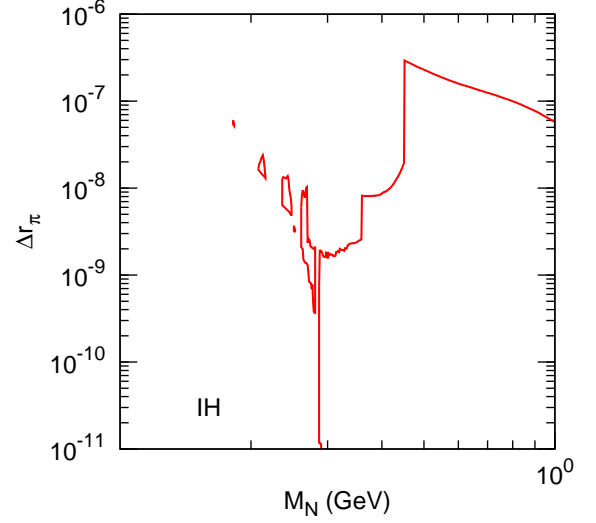
次に $M^+ = \pi^+$, $l_\alpha^+ = e^+$, $l_\beta^+ = \mu^+$ の場合を考える.

$$R_\pi = \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+\nu)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu)}. \quad (4.21)$$

標準模型における R_π の予言値 [49] と実験値 [53] は次のようになる.

$$R_\pi^{\text{SM}} = (1.2352 \pm 0.001) \times 10^{-4}, \quad (4.22)$$

$$R_\pi^{\text{exp}} = (1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}. \quad (4.23)$$

図 4.18 NH における Δr_π 図 4.19 IH における Δr_π

これより Δr_π は次の値が得られる.

$$\Delta r_\pi = (-4 \pm 3) \times 10^{-3}. \quad (4.24)$$

これから, N_I のそれぞれの質量領域に対する Δr_π の表式を示す. π 中間子が崩壊するときの $G_{\alpha I}^\pi$ を図 4.2 に図示する. ν MSM では, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ N_{2,3}$ の過程が実現されないため, まず $M_N < m_\pi - m_e$ の領域を考える. この質量領域では, $\pi^+ \rightarrow e^+ N_{2,3}$ の過程が実現するので, Δr_π の表式は次のようになる.

$$\begin{aligned} \Delta r_\pi &= \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 [G_{eI}^\pi - 1] + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2}{1 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2} \\ &\simeq \sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2 \frac{M_N^2}{m_e^2} \left(1 - \frac{M_N^2}{m_\pi^2}\right)^2. \end{aligned} \quad (4.25)$$

次に $m_\pi - m_e < M_N$ の領域を考える. この領域では $\pi^+ \rightarrow e^+ N_{2,3}$ の過程も禁止されるため Δr_π は Δr_K と同様に振る舞う.

$$\Delta r_\pi = \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{eI}|^2}{1 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2} \simeq \sum_{I=2,3} (|\Theta_{\mu I}|^2 - |\Theta_{eI}|^2). \quad (4.26)$$

ν MSM における許される混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ の領域は $m_\pi - m_e < M_N$ の領域に相当し, Δr_π の上限は混合成分の上限より与えられる. $M_N = [0.1 - 10] \text{ GeV}$ までの質量領域で Δr_π を図示したものが図 4.18, 4.19 である.

4.2.4 Δr_{D_s} について

次に $M^+ = D_s^+$, $l_\alpha^+ = \tau^+$, $l_\beta^+ = \mu^+$ の場合を考える.

$$R_{D_s} = \frac{\Gamma(D_s^+ \rightarrow \tau^+ \nu)}{\Gamma(D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu)}. \quad (4.27)$$

標準模型における R_{D_s} の予言値 [54] と実験値 [53] は次のように与えられている.

$$R_{D_s}^{\text{SM}} = 9.76, \quad (4.28)$$

$$R_{D_s}^{\text{exp}} = (10.0 \pm 0.6). \quad (4.29)$$

これより Δr_{D_s} は次のようになる.

$$\Delta r_{D_s} = (2.46 \pm 6.15) \times 10^{-2}. \quad (4.30)$$

$\Gamma(D_s^+ \rightarrow \mu^+ N_I) \neq 0$, $\Gamma(D_s^+ \rightarrow \tau^+ N_I) \neq 0$ の場合, Δr_{D_s} の表式は次のようになる.

$$\Delta r_{D_s} = \frac{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\tau I}|^2 [G_{\tau I}^{D_s} - 1]}{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 [G_{\mu I}^{D_s} - 1]} - 1. \quad (4.31)$$

それぞれの質量に対する $G_{\alpha I}^{D_s}$ を図示したのが図 4.3 である.

これまでの $m_{l_\alpha} < m_{l_\beta}$ の関係ではないので, それぞれの N_I の質量領域における Δr_{D_s} の表式は $M = K, \pi$ の場合と異なる. まず $M_N < m_{D_s} - m_\tau$ の領域では, τ かつ μ を伴う N_I の生成が実現するので Δr_{D_s} の表式は次のようになる.

$$\Delta r_{D_s} = \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{\tau I}|^2 [G_{\tau I}^{D_s} - 1] - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 [G_{\mu I}^{D_s} - 1]}{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 [G_{\mu I}^{D_s} - 1]}. \quad (4.32)$$

次に $m_{D_s} - m_\tau < M_N < m_{D_s} - m_\mu$ の領域を考える. この領域では μ を伴う N_I の生成のみが実現するので Δr_{D_s} の表式は次のようになる.

$$\Delta r_{D_s} = \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 [1 - G_{\mu I}^{D_s}] - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\tau I}|^2}{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 [G_{\mu I}^{D_s} - 1]}. \quad (4.33)$$

$m_{D_s} - m_\mu < M_N$ の領域では, N_I の生成は実現しないので Δr_{D_s} の表式は次のようになる.

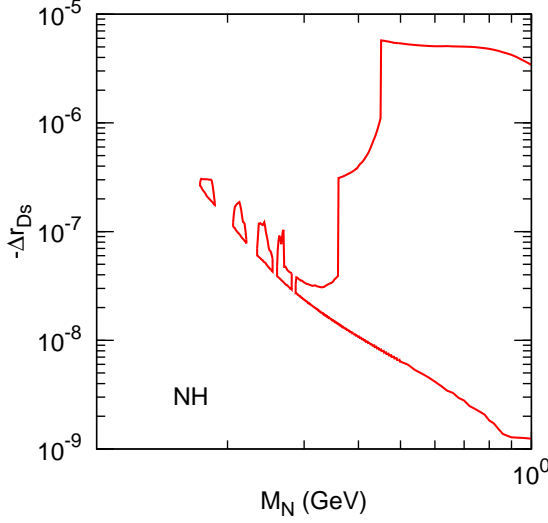
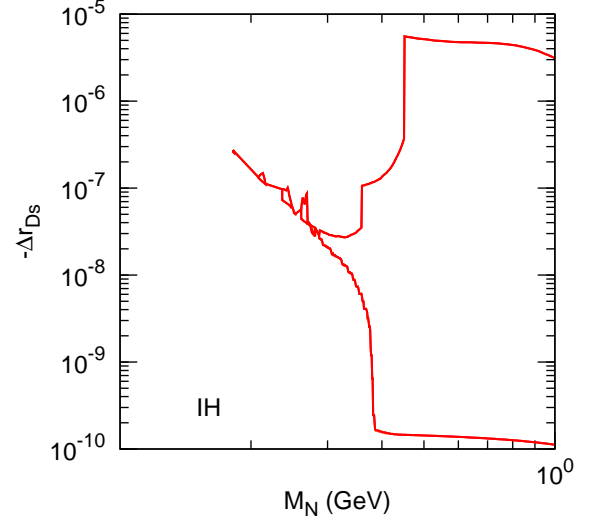
$$\Delta r_{D_s} = \frac{\sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\tau I}|^2}{1 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\mu I}|^2}. \quad (4.34)$$

$M_N = [0.1 - 10] \text{ GeV}$ までの質量領域で Δr_{D_s} を図示したものが図 4.20, 4.21 である. $M_N = 2 \text{ GeV}$ までの質量領域では, 関数 $G_{\mu I}^{D_s}$ の増加効果が働き, 混合成分のみの寄与よりも値が約 10 倍大きくなる. それよりも質量が重い領域は, 混合成分 $|\Theta_{\mu I}|^2$ と $|\Theta_{\tau I}|^2$ の上限により $|\Delta r_{D_s}|$ の上限が決まる. 残念ながら, $|\Delta r_{D_s}|$ の上限は現在報告されている実験値に比べて約 4 桁ほど小さいので, 実験にて検証することは厳しいと考えられる.

4.3 W ボソンの 2 体崩壊におけるレプトン普遍性

次に W ゲージボソンの 2 体崩壊について, レプトン普遍性を議論する. レプトン普遍性を確かめるために次のような比を考える.

$$R_{\alpha\beta}^W \equiv \frac{\Gamma(W^+ \rightarrow l_\alpha^+ \nu)}{\Gamma(W^+ \rightarrow l_\beta^+ \nu)}. \quad (4.35)$$

図 4.20 NH における Δr_{D_s} 図 4.21 IH における Δr_{D_s}

この比は ν MSM では次のように書き換えられる. 重い中性レプトンの生成率は式 (B.19) に示す.

$$R_{\alpha\beta}^W \equiv \frac{\sum_{i=1,2,3} \Gamma(W^+ \rightarrow l_\alpha^+ \nu_i) + \sum_{I=1,2,3} \Gamma(W^+ \rightarrow l_\alpha^+ N_I)}{\sum_{i=1,2,3} \Gamma(W^+ \rightarrow l_\beta^+ \nu_i) + \sum_{I=1,2,3} \Gamma(W^+ \rightarrow l_\beta^+ N_I)} \quad (\alpha \neq \beta). \quad (4.36)$$

ここで $x_\alpha = m_{l_\alpha}^2/m_W^2$, $x_N = M_N^2/m_W^2$ とすると, 標準模型によるツリーレベルの予言値は以下で与えられる.

$$R_{\alpha\beta}^W |_{\text{SM}} = \frac{(2 - x_\alpha - x_\alpha^2)(1 - x_\alpha)}{(2 - x_\beta - x_\beta^2)(1 - x_\beta)}. \quad (4.37)$$

により, 標準模型の予言値からのずれを見るために次の $\Delta r_{\alpha\beta}^W$ を定義する.

$$\Delta r_{\alpha\beta}^W \equiv \frac{R_{\alpha\beta}^W}{R_{\alpha\beta}^W |_{\text{SM}}} - 1, \quad (4.38)$$

$$= \frac{\sum_{i=1,2,3} |U_{\alpha i}|^2 + |\Theta_{\alpha I}|^2 G_{\alpha N}^W}{\sum_{i=1,2,3} |U_{\beta i}|^2 + |\Theta_{\beta I}|^2 G_{\beta N}^W} - 1. \quad (4.39)$$

ここで $G_{\alpha N}^W$ は以下のように定義され, それぞれの M_N に対して図 4.22 のように振る舞う.

$$G_{\alpha N}^W \equiv \frac{[2 - x_\alpha - x_N - (x_\alpha - x_N)^2] \sqrt{(1 - x_\alpha - x_N)^2 - 4x_\alpha x_N}}{(2 - x_\alpha - x_\alpha^2)(1 - x_\alpha)}. \quad (4.40)$$

ユニタリティ条件 (4.6) により, 式 (4.39) は次のように書き換えられる.

$$\Delta r_{\alpha\beta}^W = \frac{1 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2 [G_{\alpha N}^W - 1]}{1 + \sum_{I=1,2,3} |\Theta_{\beta I}|^2 [G_{\beta N}^W - 1]} - 1 \approx \frac{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2}{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\beta I}|^2} - 1 \approx \sum_{I=2,3} |\Theta_{\alpha I}|^2 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\beta I}|^2. \quad (4.41)$$

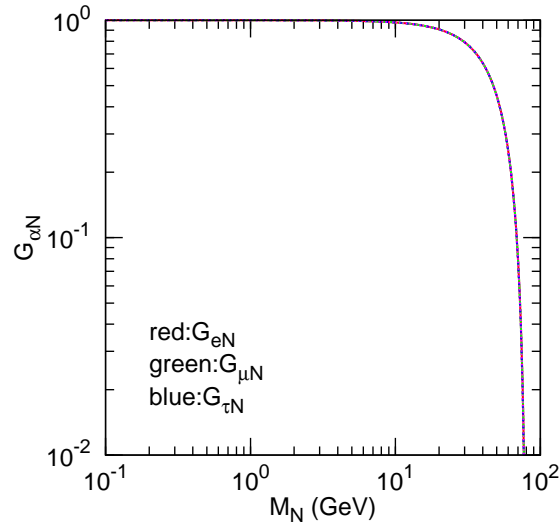


図 4.22 M_N に対する $G_{\alpha I}^W$

ここで暗黒物質候補に対する混合成分 $|\Theta_{\alpha 1}|^2$ の寄与は無視した。標準模型における $R_{\alpha\beta}^W$ の予言値 [55] と実験値 [53] は次のようになる。

$$R_{\mu e}^W |_{\text{SM}} = 1.000, \quad (4.42)$$

$$R_{\tau e}^W |_{\text{SM}} = 0.999, \quad (4.43)$$

$$R_{\tau\mu}^W |_{\text{SM}} = 0.999, \quad (4.44)$$

$$R_{\mu e}^W |_{\text{exp}} = 0.993 \pm 0.019, \quad (4.45)$$

$$R_{\tau e}^W |_{\text{exp}} = 1.063 \pm 0.027, \quad (4.46)$$

$$R_{\tau\mu}^W |_{\text{exp}} = 1.071 \pm 0.035. \quad (4.47)$$

これらより、標準模型からのずれは以下のように与えられる。

$$\Delta r_{\mu e}^W = (-7 \pm 19) \times 10^{-3}, \quad (4.48)$$

$$\Delta r_{\tau e}^W = (6.4 \pm 2.7) \times 10^{-2}, \quad (4.49)$$

$$\Delta r_{\tau\mu}^W = (7.2 \pm 3.5) \times 10^{-2}. \quad (4.50)$$

注目する質量領域は W ゲージボソンの質量に比べて小さく、ヘリシティ抑制の効果が働かない。したがって νMSM におけるレプトン普遍性の破れは混合成分のみで決まる。それぞれの混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ は直接探索からその上限を $\mathcal{O}(10^{-9} - 10^{-7})$ に制限されている。そのために許される $\Delta r_{\alpha\beta}^W$ は非常に抑制され、実験で検証することは難しいと考えられる。

4.4 τ の 2 体崩壊と中間子の 2 体崩壊を用いたレプトン普遍性

次に, τ の 2 体崩壊と中間子の 2 体崩壊のそれぞれのモードを用いてレプトン普遍性を検証する. ここでは次のような比を考える.

$$R_{\tau\alpha}^M \equiv \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow M^- \nu)}{\Gamma(M^- \rightarrow l_\alpha^- \nu)} \quad (M = \pi, K; l_\alpha = e, \mu) \quad (4.51)$$

$R_{\tau\alpha}^M$ は分母と分子で同一の中間子を考えるため, 中間子の崩壊定数などのハドロンの物理による不確定性を相殺できる. ν MSM での $R_{\tau\alpha}^M$ は以下のような崩壊モードが含まれる.

$$R_{\tau\alpha}^M \equiv \frac{\sum_{i=1,2,3} \Gamma(\tau^- \rightarrow M^- \nu_i) + \sum_{I=1,2,3} \Gamma(\tau^- \rightarrow M^- N_I)}{\sum_{i=1,2,3} \Gamma(M^- \rightarrow l_\alpha^- \nu_i) + \sum_{I=1,2,3} \Gamma(M^- \rightarrow l_\alpha^- N_I)} \quad (4.52)$$

このとき, 荷電中間子 M^- およびタウオン τ が重い中性レプトン N_I に崩壊する反応率は式 (B.18), (B.19) に示す. 上記までのレプトン普遍性の議論と同様に標準模型からのずれを次のように表す.

$$\Delta r_{\tau\alpha}^M \equiv \frac{R_{\tau\alpha}^M}{R_{\tau\alpha}^M|_{\text{SM}}} - 1 \quad (4.53)$$

N の質量領域により可能な崩壊モードが異なるので, 以後 ν MSM の枠組みにおいてそれぞれの質量領域での $\Delta r_{\tau\alpha}^M$ を示す. 結果はユニタリティ条件 (4.6) により, 混合成分 $|\Theta_{\alpha I}|^2$ でまとめている. また, ここでは次のような変数または関数を用いる.

$$x_M \equiv \frac{m_M^2}{m_\tau^2}, \quad x_N \equiv \frac{M_N^2}{m_\tau^2}, \quad (4.54)$$

$$y_\alpha \equiv \frac{m_{l_\alpha}^2}{m_M^2}, \quad y_N \equiv \frac{M_N^2}{m_M^2}, \quad (4.55)$$

$$G_{MN}^\tau \equiv \frac{(1 - x_N)^2 - x_M(1 + x_N)}{(1 - x_M)^2} \sqrt{(1 - x_M - x_N)^2 - 4x_M x_N}, \quad (4.56)$$

$$G_{\alpha N}^M \equiv \frac{y_\alpha + y_N - (y_\alpha - y_N)^2}{y_\alpha(1 - y_\alpha)^2} \sqrt{(1 - y_\alpha - y_N)^2 - 4y_\alpha y_N}. \quad (4.57)$$

それぞれの M_N に対する関数 G_{MN}^τ を図 4.23 に図示する.

- $M_N < m_M - m_{l_\alpha}$ の場合

この質量領域では式 (4.52) における崩壊モードが全て実現可能である.

$$\Delta r_{\tau\alpha}^M = \frac{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\tau I}|^2 (G_{MN}^\tau - 1)}{1 + \sum_{J=2,3} |\Theta_{\alpha J}|^2 (G_{\alpha N}^M - 1)} - 1 \quad (4.58)$$

- $m_M - m_{l_\alpha} < M_N < m_\tau - m_M$ の場合

この質量領域では, $\Gamma(M^- \rightarrow l_\alpha^- N_I) = 0$ であるから, $\Delta r_{\tau\alpha}^M$ は次のようになる.

$$\Delta r_{\tau\alpha}^M = \frac{1 + \sum_{I=2,3} |\Theta_{\tau I}|^2 (G_{MN}^\tau - 1)}{1 - \sum_{J=2,3} |\Theta_{\alpha J}|^2} - 1 \quad (4.59)$$

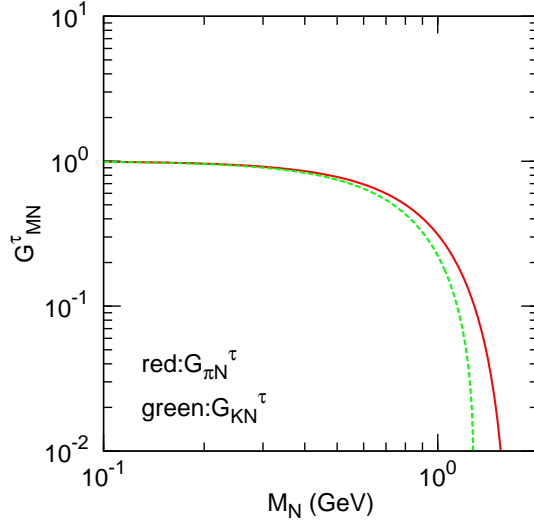


図 4.23 M_N に対する G_{MN}^{τ}

| 観測量 | 標準模型による予言値 | 実験値 |
|----------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| $R_{\tau e}^{\pi}$ | $(7.91 \pm 0.01) \times 10^7$ | $(7.89 \pm 0.05) \times 10^7$ |
| $R_{\tau e}^K$ | $(1.940 \pm 0.004) \times 10^7$ | $(1.89 \pm 0.03) \times 10^7$ |
| $R_{\tau \mu}^{\pi}$ | 9771 ± 14 | 9704 ± 56 |
| $R_{\tau \mu}^K$ | 480 ± 1 | 469 ± 7 |

表 4.1 τ の 2 体崩壊および中間子の 2 体崩壊によるレプトン普遍性の観測 [56]

- $m_{\tau} - m_M < M_N$ の場合

この質量領域では、 $\Gamma(\tau^- \rightarrow M^- N_I) = \Gamma(M^- \rightarrow l_{\alpha}^- N_I) = 0$ であるから、 $\Delta r_{\tau\alpha}^M$ は次のようになる。

$$\Delta r_{\tau\alpha}^M = \frac{1 - \sum_{I=2,3} |\Theta_{\tau I}|^2}{1 - \sum_{J=2,3} |\Theta_{\alpha J}|^2} - 1 \quad (4.60)$$

具体的なモードでは $M = \pi, K, l_{\alpha} = e, \mu$ の 4 通りが考えられる。それぞれの $R_{\tau\alpha}^M$ の標準模型における予言値と実験値を示したのが表 4.1 である。表 4.1 より、それぞれの標準模型からのずれ $\Delta r_{\tau\alpha}^M$ は、次のようになる。

$$\Delta r_{\tau e}^{\pi} = (-2.52 \pm 7.58) \times 10^{-3}, \quad (4.61)$$

$$\Delta r_{\tau e}^K = (-2.58 \pm 1.75) \times 10^{-2}, \quad (4.62)$$

$$\Delta r_{\tau \mu}^{\pi} = (-6.85 \pm 7.15) \times 10^{-3}, \quad (4.63)$$

$$\Delta r_{\tau \mu}^K = (-2.29 \pm 1.66) \times 10^{-2}. \quad (4.64)$$

$M_N = [0.1 - 10] \text{ GeV}$ までの質量領域で νMSM における $\Delta r_{\tau e}^{\pi}$ を図示したものが図 4.24, 4.25 である。左側が NH の場合で、右側が IH の場合である。次に各 M_N に対して $-\Delta r_{\tau e}^K$ を図示したものが

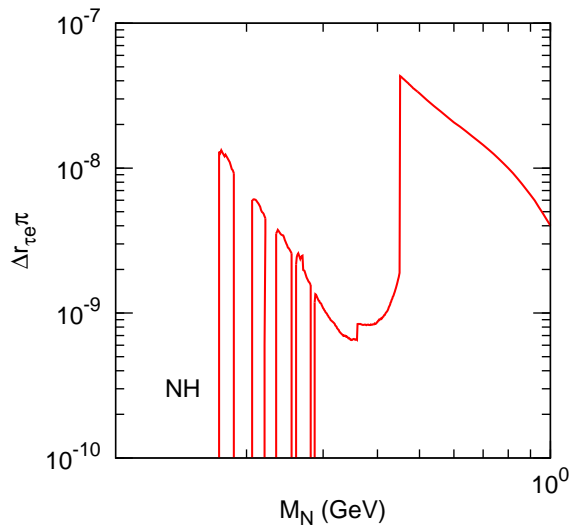
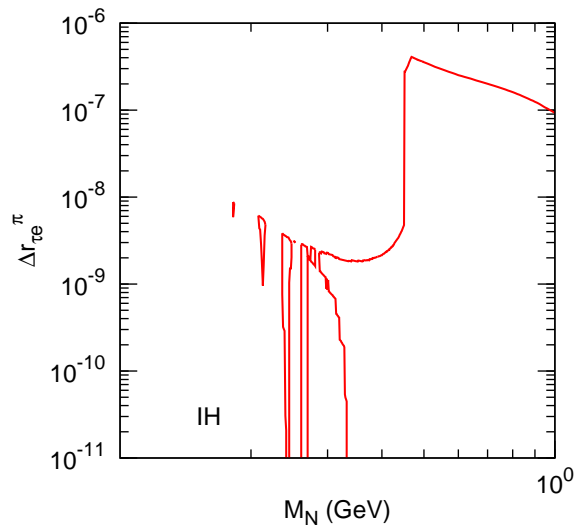
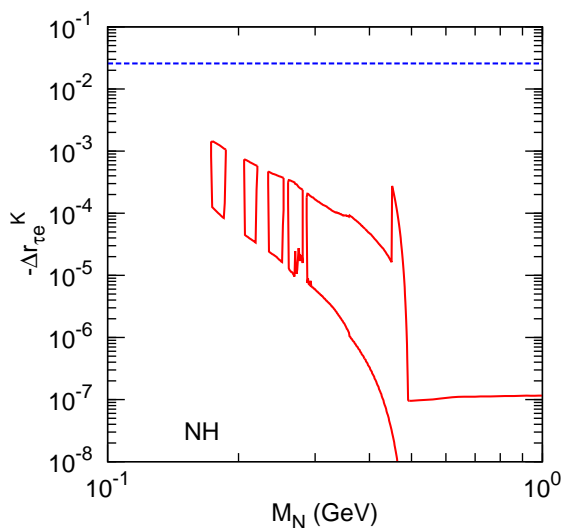
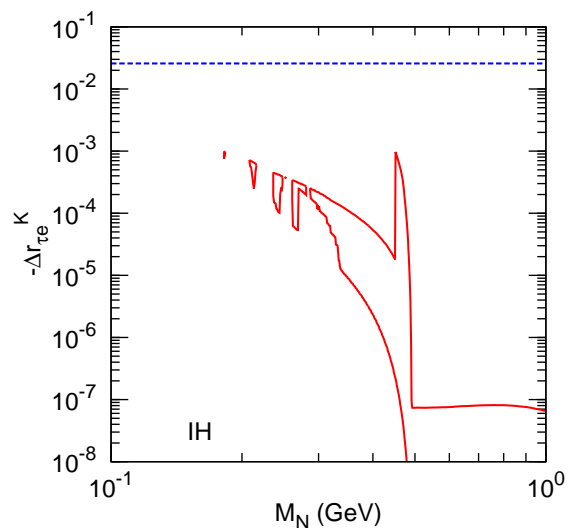
図 4.24 NH における $\Delta r_{\tau e}^{\pi}$ 図 4.25 IH における $\Delta r_{\tau e}^{\pi}$ 図 4.26 NH における $\Delta r_{\tau e}^K$ 図 4.27 IH における $\Delta r_{\tau e}^K$

図 4.26, 4.27 である。次に $\Delta r_{\tau\mu}^{\pi}$ を図 4.28, 4.31 に示す。また $-\Delta r_{\tau\mu}^K$ は図 4.28, 4.31 にて示される。 $\Delta r_{\tau e}^{\pi}$, $\Delta r_{\tau\mu}^{\pi}$, $\Delta r_{\tau\mu}^K$ はヘリシティ抑制の効果働かないので、標準模型からのずれは混合成分の上限程度で、これらの破れを実験的に検証することは厳しい。

$\Delta r_{\tau e}^K$ は $M_N < m_K - m_e$ の領域でヘリシティ抑制効果のために、その最大値は $\mathcal{O}(10^{-4})$ になる。現在の実験精度が $\mathcal{O}(10^{-2})$ なので、実験精度がおよそ 1 桁から 2 桁向上した場合、この質量領域でレプトン普遍性の破れが観測される可能性がある。しかし、 $\Delta r_{\tau e}^K$ が現在の中心値の大きさで確認された場合、 ν MSM の枠組みでそれを説明することはできない。

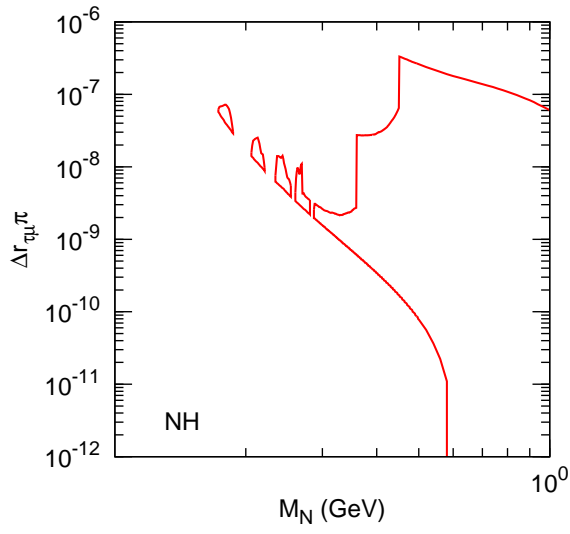


図 4.28 NH における $\Delta r_{\tau\mu}^{\pi}$

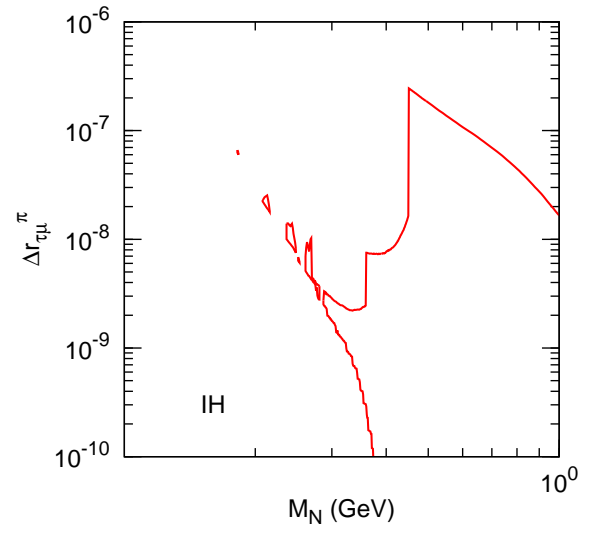


図 4.29 IH における $\Delta r_{\tau\mu}^{\pi}$

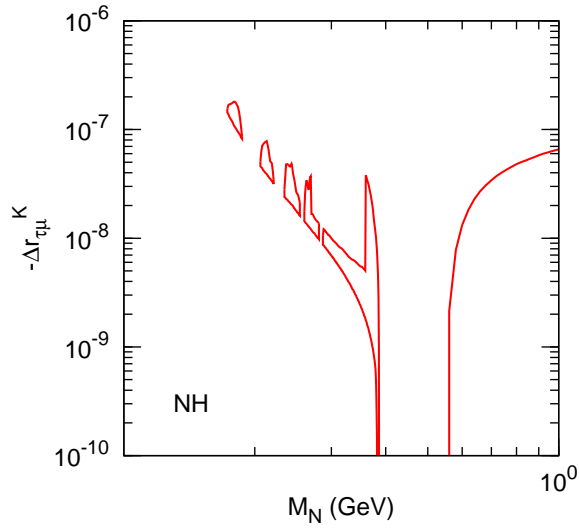


図 4.30 NH における $\Delta r_{\tau\mu}^K$

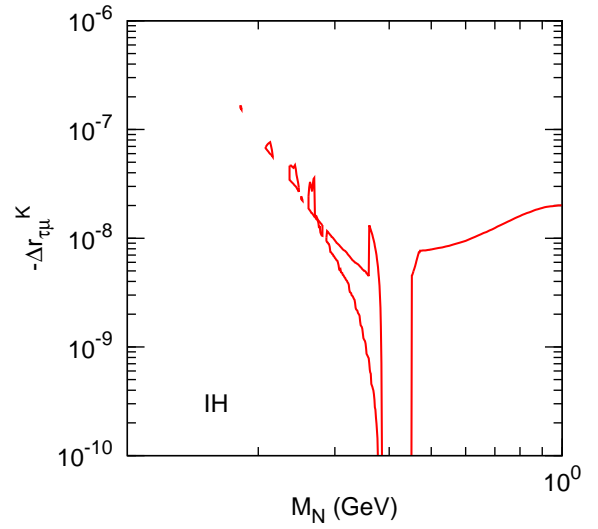


図 4.31 IH における $\Delta r_{\tau\mu}^K$

第 5 章

結論

本研究では、ニュートリノ振動、宇宙暗黒物質、宇宙バリオン数非対称性を説明するために拡張模型 ν MSM を考えた。この模型は標準模型にマヨラナ質量をもつ 3 つの右巻きニュートリノを導入した模型であり、ニュートリノディラック質量 $|M_D|$ とマヨラナ質量 M_M および電弱スケール Λ_{EW} に $|M_D| \ll M_M < \Lambda_{EW}$ という大小関係を仮定する。ディラック質量とマヨラナ質量における仮定の下でシーソー機構が働き、観測されているニュートリノ質量二乗差を説明する 3 つの質量固有状態 ν_1, ν_2, ν_3 および質量が右巻きニュートリノのマヨラナ質量程度である 3 つの質量固有状態 N_1, N_2, N_3 が現れる。またマヨラナ質量が電弱スケールより小さいことで、右巻きニュートリノの直接検証が可能である点がこの模型の特徴的な点である。 $N_I (I = 1, 2, 3)$ を本論文では重い中性レプトンと呼んでいる。重い中性レプトンのうち最も質量が小さい N_1 が宇宙暗黒物質候補となり、 N_2 と N_3 がニュートリノ振動と宇宙バリオン数非対称性を説明する役割を担う。

本研究目的はニュートリノ質量とバリオン数生成の起源を説明する N_2, N_3 を実験的に検証するための理論予言を行うことである。検証方法には直接検証と間接検証があるが、本研究では特に、間接検証である ν MSM におけるレプトン普遍性の破れに注目した。標準模型では弱い相互作用の強さはレプトンの世代に依らない。これをレプトン普遍性と呼ぶ。レプトン普遍性は、例として中間子が電子およびミューオンに崩壊する確率の比を測定することで確認されている。レプトン普遍性の破れに注目した理由は、崩壊率の比をとることでハドロン物理の不確定性が除かれるため精度よく理論計算ができ、実験的にも精度よく測定されているので、標準模型を超える物理を検証する上で役立つからである [57]。 ν MSM の枠組みでは、中間子が重い中性レプトンに崩壊する可能性があり、標準模型の予言からずれると期待される。 ν MSM におけるレプトン普遍性を議論した先行研究はなかったため、本研究で、荷電中間子、タウオン、W ゲージボソンが $N_{2,3}$ へ崩壊する過程に注目し、レプトン普遍性の破れを検討した。

重い中性レプトンの弱い相互作用の強さは、アクティブニュートリノに比べて混合成分だけ小さくなる。 $N_{2,3}$ の過去の探索実験により混合成分に上限がつけられ、また宇宙バリオン数非対称性を説明するためにも上限がつけられる。一方で、宇宙論やシーソー機構から混合成分には下限もつけられる。そこで、模型内の自由パラメータを許される全ての領域において変化させ、混合成分に対する制限を課すことで、混合成分の許される領域を数値的に求めた。結果を図 3.15, 3.16 に示した。NH, IH の両方の場合で質量下限がそれぞれつけることができ、 $M_N = \mathcal{O}(1\text{GeV})$ に対して許される混合成分の値は $\mathcal{O}(10^{-10})$ から $\mathcal{O}(10^{-7})$ までの領域である。

この結果をもとに、 ν MSM におけるレプトン普遍性の破れを議論した。 $R_K = \Gamma(K^+ \rightarrow e^+ +$

$\nu, N)/\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu, N)$ の標準模型からのずれ Δr_K を評価すると, 図 4.4, 4.5 の示すように質量が 200MeV および 450MeV 近辺で最大値が $\mathcal{O}(10^{-3})$ 程度になることを示した. このような質量領域において大きな Δr_K が予言された理由は 2 つある. 1 つ目は直接探索から与えられる制限より混合成分の二乗が $\mathcal{O}(10^{-8})$ の大きさになるからである. 2 つ目は $K \rightarrow e + N_{2,3}$ の崩壊率は混合成分の 2 乗で抑制されるが, ヘリシティ抑制の効果により $N_{2,3}$ の質量と電子質量の 2 乗比, つまり $\mathcal{O}(10^5)$ だけ崩壊率が大きくなるためである. CERN での NA62 実験 [51] や J-PARC での TREK/E36 実験 [52] は 10^{-3} の精度での測定が計画されているため, ν MSM が予言する大きい Δr_K の領域が検証され始める.

また大きな Δr_K が確認された場合, 図 4.6, 4.12 が示すようにマヨラナ位相 η が制限され得ることが分かった. これは直接探索の制限と $\Delta r_K \geq 10^{-3}$ より混合成分 $|\Theta_{eI}|^2$ は上限を取るように, $|\Theta_{\mu I}|^2$ 小さくなるように制限され, それらを定めるディラック位相 δ とマヨラナ位相 η の許される領域が限定されるからである. また将来のニュートリノ振動実験によりディラック位相 δ の値が決定されると期待されるからである.

本研究では, $R_{\tau e}^K = \Gamma(\tau^+ \rightarrow K^+ + \nu, N)/\Gamma(K^+ \rightarrow e^+ + \nu, N)$ の標準模型からのずれ $\Delta r_{\tau e}^K$ も評価し, 図 4.26, 4.27 が示すようにその最大値が $\mathcal{O}(10^{-4})$ まで大きくなることを示した. 現在の実験精度が 10^{-2} 程度であるため, SuperKEKB のような実験等で精度が $\mathcal{O}(100)$ 倍向上すれば検証が可能である.

本論文ではレプトン普遍性の破れを用いた重い中性レプトンの間接検証を議論した. その結果, K 中間子の崩壊を用いた実験では模型の予言領域を探索することが可能となることが判明した. よって, 重い中性レプトンの間接検証を通じて, ニュートリノ振動で示唆されるニュートリノ質量の起源および宇宙バリオン数非対称性の起源を解明するための貴重な情報が得られると期待される.

謝辞

本論文作成にあたり私を全面的にご指導して下さった浅賀岳彦准教授に心から感謝致します。博士前期課程より私が研究を通して成長できたのは、浅賀准教授の熱いご指導のおかげであります。また、新潟大学素粒子論研究室の谷本盛光氏、中野博章准教授、江尻信司准教授にも数々のご指導やアドバイスを頂くことができ、深く感謝致します。

先輩でもあり、共同研究者である永島伸多郎氏には議論や質問に何度も付き合ってくださいました。先輩の石田裕之氏、清水勇介氏には物理の議論以外でも助けていただきました。優秀な後輩である露木孝尚くんには私の質問に数多く答えていただきました。後輩の金田佑哉くん、伊藤貴生くん、佐々木翔くんにも議論や質問に付き合ってくださいました。同期の吉川真樹くんには研究室配属からお世話になりました。皆様、ありがとうございました。

一方で私が研究に専念できたのは家族の支えがあったからです。父謙一からは数多くのアドバイスを頂きました。母厚子、姉薫からはいつも暖かい応援をしてもらい、励まされていました。

私がお世話になった皆様々に深く感謝致します。本当にありがとうございました。

付録 A

ニュートリノ物理

A.1 ニュートリノの予言と発見

ニュートリノの存在は、1930年にウォルフガング・パウリによって原子核の放射性崩壊の一種であるベータ崩壊のエネルギー保存から予言された。ベータ崩壊過程で電子と同様にスピン $1/2$ でかつ中性である粒子がエネルギー保存則の成立のために必要とされたからである。その2年後にはジェームズ・チャドウィックにより中性子が発見され [58]、エンリコ・フェルミによりニュートリノは4点結合による弱い相互作用理論に含められた [59]。当初は「ニュートロン」と呼ばれていたが中性子の発見により、フェルミが「ニュートリノ」という名称を付けた。

1956年にはフレッド・ライネスとクライド・カワンの原子炉を用いた実験により初めてニュートリノが観測された [60, 61]。このとき観測されたのは電子と対をなす電子ニュートリノであった。また1962年にはレオン・レーダーマン、メルヴィン・シュワーツ、ジャック・シュタインバーガーらによってミューニュートリノが検出され [62]、2000年にはタウニュートリノがフェルミ国立加速器研究所のDUNOT実験によって発見された [63]。今日まで以上3種類のニュートリノが発見されている。

ニュートリノは弱い相互作用のみ行うことが知られていたが、その質量を測定することができず素粒子標準模型ではその質量はゼロであると見なされている。ところが1970年代から1980年代にかけて太陽ニュートリノの問題が指摘された。これは太陽から飛来するニュートリノの量が理論予言の $1/3$ であったというものである [64]。1998年にスーパーカミオカンデによるニュートリノ振動の観測 [5] 以来、ニュートリノには非常に小さいが有限の質量があると見なされるようになった。ニュートリノ振動現象は1952年にブルーノ・ポンテコルボにより予測され [3]、1962年に坂田昌一・牧二郎・中川昌美によって、フレーバー間で振動する理論が定式化された [4]。このニュートリノ振動現象の発見により、太陽ニュートリノ問題は解決した。

A.2 ニュートリノ振動現象

A.2.1 真空中のニュートリノ振動

この小節では真空中におけるニュートリノ振動を説明する。ニュートリノ振動は、ニュートリノが伝搬しながら異なる世代に変化する現象である。この現象は太陽ニュートリノの観測をはじめ、大気

ニュートリノや原子炉から生成されるニュートリノの観測で確認されている。

質量がゼロのときは、ニュートリノのゲージ固有状態 $|\nu_\alpha\rangle$ と質量固有状態 $|\nu_i\rangle$ は同一である。ここで、それぞれの添字は固有状態の世代を表す。しかし、ニュートリノに質量がある場合、ゲージ固有状態は質量固有状態の線形和で表される。以後、ギリシャ文字の添字はゲージ固有状態の世代を、アルファベット文字の添字は質量固有状態の世代を表す。

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j U_{\alpha j} |\nu_j\rangle \quad (\text{A.1})$$

このとき、行列成分 $U_{\alpha j}$ は混合を表すユニタリ行列の成分である。ゲージ固有状態の時間発展は次のように表される。

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t)\rangle &= \sum_j U_{\alpha j} |\nu_j(t)\rangle = \sum_j U_{\alpha j} e^{-iE_j t} |\nu_j(0)\rangle \\ &= \sum_j U_{\alpha j} e^{-iE_j t} \sum_\beta U_{j\beta}^\dagger |\nu_\beta(0)\rangle \\ &= \sum_{j,\beta} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-iE_j t} |\nu_\beta(0)\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

式 (A.2) を用いて、異なるゲージ固有状態の遷移振幅を求めると、

$$\begin{aligned} \langle \nu_\beta(0) | \nu_\alpha(t) \rangle &= \langle \nu_\beta(0) | \sum_{j,\gamma} U_{\alpha j} U_{\gamma j}^* e^{-iE_j t} |\nu_\gamma(0)\rangle \\ &= \sum_{j,\gamma} U_{\alpha j} U_{\gamma j}^* e^{-iE_j t} \delta_{\beta\gamma} \\ &= \sum_j U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-iE_j t} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

ニュートリノが相対論的に伝搬するものとし、エネルギー E_j は ν_j の運動量 \mathbf{p} と m_j を用いて次のように近似できる。

$$E_j = \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m_j^2} \approx |\mathbf{p}| + \frac{m_j^2}{2|\mathbf{p}|} \quad (\text{A.4})$$

ここでは、異なる質量を持つニュートリノの運動量が等しいと仮定した。このとき、遷移確率は次のように求められる。

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle \nu_\beta(0) | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_{j,k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-i(E_j - E_k)t} \\ &\approx \sum_{j,k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{jk}^2}{2|\mathbf{p}|} t\right) \\ &= \delta_{\alpha\beta} + \sum_{j,k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \left[\exp\left(-i \frac{\Delta m_{jk}^2}{2|\mathbf{p}|} t\right) - 1 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

ここで、 $\Delta m_{jk}^2 \equiv m_j^2 - m_k^2$ 、かつ

$$\sum_{j,k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} = \sum_j U_{\alpha j} U_{j\beta}^\dagger \sum_k U_{\beta k} U_{k\alpha}^\dagger = \delta_{\alpha\beta} \quad (\text{A.6})$$

を用いた. 式 (A.5) により, ニュートリノ振動が起きる為には $\Delta m_{jk}^2 \neq 0$ でなければならない.

具体的にまずフレーバーが 2 種類のときを考える. このとき混合行列 U を次のようにおく.

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

ここで, θ は混合角を表し, その定義域を $\theta = [0, 2\pi]$ とする. ニュートリノが生成されて t 秒後の遷移確率 P は次のように与えられる.

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 t}{4E}\right) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right) \quad (\text{A.8})$$

ここで近似式 $|\mathbf{p}| \approx E$ を用いた. また L はニュートリノ振動においてニュートリノが移動する距離である. 振動が起きる条件は $\theta \neq 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ かつ $\Delta m^2 \neq 0$ である. 典型的な実験では $E = 0.5 \sim 0.7 \text{ GeV}$, $L \sim 300 \text{ km}$ となっている.

次にフレーバーが 3 種類のときを考える. このとき混合行列 U を表すために, ニュートリノがマヨラナフェルミオン粒子である可能性を考慮し, 3 つの混合角と 3 つの CP を破る位相を用意する. また, 遷移確率を求めるためにはそれぞれの質量二乗差 Δm_{12}^2 , Δm_{13}^2 , Δm_{23}^2 が必要となる.

混合行列 U は次のように表すことができる.

$$U = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{12} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

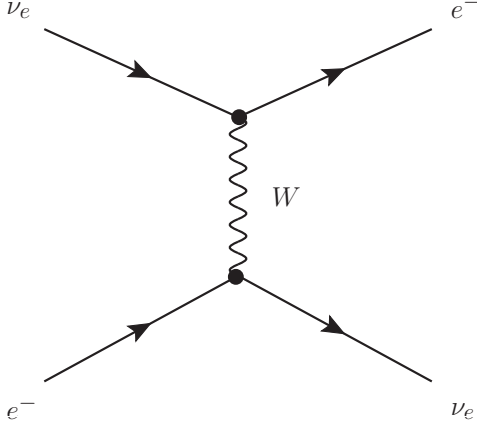
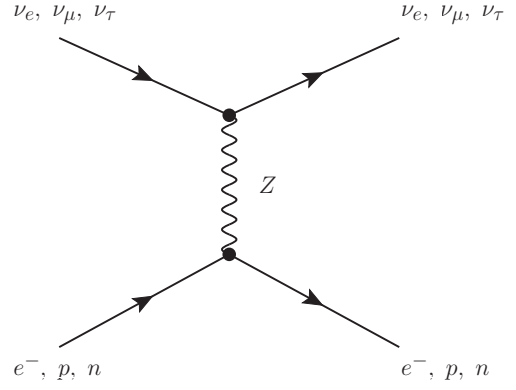
上式の c , s はそれぞれ \cos , \sin を表し, その添字の数字はニュートリノの混合角 θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} を表す. また δ , η_1 , η_2 はそれぞれディラック位相, マヨラナ位相と呼ばれる CP を破る位相パラメータである. U はポンテコルボ-牧-中川-坂田行列 (PMNS 行列) と呼ばれる [4]. このとき, $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ の遷移確率は次のように求まる.

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)(t) = & -s_{12}c_{12}^2c_{13}^2c_{23}(s_{12}c_{23} + c_{12}s_{13}s_{23}e^{-i\delta})(-E_{11} + E_{12}) \\ & -c_{12}s_{13}c_{13}s_{23}(s_{12}c_{23}e^{i\delta} + c_{12}s_{13}s_{23})(c_{12}E_{13} - c_{12}^2c_{13}E_{11} - s_{12}^2c_{13}E_{12}) \\ & + s_{12}^2c_{12}c_{13}^2c_{23}(c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{-i\delta})(-E_{21} + E_{22}) \\ & + s_{12}s_{13}c_{13}s_{23}(c_{12}c_{23}e^{i\delta} - s_{12}s_{13}s_{23})(c_{12}E_{23} - c_{12}^2c_{13}E_{21} - s_{12}^2c_{13}E_{22}) \\ & + s_{12}c_{12}^2s_{13}c_{13}c_{23}^2e^{-i\delta}(-E_{31} + E_{32}) \\ & + c_{12}s_{13}^2s_{23}c_{23}(c_{12}E_{33} - c_{12}^2c_{13}E_{31} - s_{12}^2c_{13}E_{32}) + s_{13}^2s_{23}(-c_{13}s_{23} + c_{12}c_{23}). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

ここで E_{ij} は次のように定義した.

$$E_{ij} \equiv \exp\left(-i\frac{\Delta m_{ij}^2 t}{2|\mathbf{p}|}\right) - 1. \quad (\text{A.11})$$

以上のことから, ニュートリノ振動が起こるための必要条件は, 異なる質量固有状態の質量二乗差がゼロでないことである. このことは素粒子標準模型ではニュートリノが質量を持つことが出来ないことに矛盾し, 素粒子標準模型が拡張されなければならないことを意味している.

図 A.1 V_{CC} を生成する散乱図 A.2 V_{NC} を生成する散乱

A.2.2 物質中のニュートリノ振動

この小節では、物質中のニュートリノ振動について説明する。物質中ではニュートリノのゲージ固有状態 ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$) は図 A.1, A.2 で示されるような散乱を行う。ここで物質中に存在する電子のために ν_e は荷電カレント相互作用と中性カレント相互作用を介する散乱を行うことができるが、 ν_μ と ν_τ は中性カレント相互作用を介する散乱のみ行う。

まずこれらの散乱からニュートリノ ν_α に対して作用する有効ポテンシャル V_{CC} , V_{NC} を導出する。低エネルギーにおける荷電カレント相互作用を表す有効ハミルトニアン $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{CC}}$ は以下で与えられる。

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{CC}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e] [\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e] = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e] [\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e]. \quad (\text{A.12})$$

2つ目の等号ではフィルツ変換を行った。背景電子に対して平均化を行った有効ハミルトニアン $\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}^{\text{CC}}$ は次式のようになる。

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}^{\text{CC}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e] \int d^3 k_e f(E_e, T) \times \frac{1}{2} \sum_{\text{helicity}=\pm 1} \langle e^-(k_e) | \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e | e^-(k_e) \rangle. \quad (\text{A.13})$$

ここで k_e と E_e はそれぞれ電子の運動量とエネルギー、また T は物質の温度を表し、 $f(E_e, T)$ は電子の分布関数を表す。簡略化のため運動量空間において有限体積 V を考えると、3次元運動量積分と運動量保存則は V を用いて以下のようになる。

$$\frac{d^3 k_e}{(2\pi)^3} \rightarrow \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}_e}, \quad (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_e - \vec{k}'_e) \rightarrow V \delta_{\vec{k}_e \vec{k}'_e}. \quad (\text{A.14})$$

ヘリシティ和の部分と k_e 積分は有限体積 V を用いて次式で表される。

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{helicity}=\pm 1} \langle e^-(k_e) | \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e | e^-(k_e) \rangle = \frac{k_e^\mu}{E_e V}, \quad (\text{A.15})$$

$$\int d^3 k_e f(k_e, T) \frac{k_e^\mu \gamma_\mu}{E_e} = N_e V \gamma^0.$$

これより、平均化された有効ハミルトニアン $\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}^{\text{CC}}$ は以下のようになる。

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}^{\text{CC}} = \sqrt{2}G_F N_e \overline{\nu}_e \gamma^0 \nu_e. \quad (\text{A.16})$$

以上により、荷電カレント相互作用に起因する有効ポテンシャル V_{CC} は次式で与えられる。

$$V_{\text{CC}} = \sqrt{2}G_F N_e. \quad (\text{A.17})$$

一方で低エネルギーにおける中性カレント相互作用を表す有効ハミルトニアン $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{CC}}$ は以下で与えられる。

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{NC}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} [\overline{\nu}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_\alpha] \sum_{\text{fermion}} [\overline{f} \gamma_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) f]. \quad (\text{A.18})$$

V_{CC} の導出と同様に、中性カレント相互作用に起因する有効ポテンシャル V_{NC} は散乱する相手粒子が f の場合に次式で与えられる。

$$V_{\text{NC}} = \sqrt{2}G_F N_f g_V^f. \quad (\text{A.19})$$

ここで電子 e^- 、陽子 p 、中性子 n のそれぞれの g_V^f は次のようになる。

$$\begin{aligned} g_V^{e^-} &= -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \\ g_V^p &= 2g_V^u + g_V^d = \frac{1}{2} - 2 \sin^2 \theta_W, \\ g_V^n &= g_V^u + 2g_V^d = -\frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

θ_W はワインバーグ角である。物質がほぼ中性になっている場合は電子と陽子の数密度が等しいことから、中性子のみの寄与だけ現れる。このとき V_{NC} は次のようになる。

$$V_{\text{NC}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F N_n. \quad (\text{A.21})$$

よって、物質中でニュートリノ ν_α に作用する有効ポテンシャル V_α をまとめると次式のようにになる。

$$V_\alpha = V_{\text{CC}} \delta_{\alpha e} + V_{\text{NC}} = \sqrt{2}G_F (N_e \delta_{\alpha e} - \frac{1}{2} N_n). \quad (\text{A.22})$$

次に真空におけるニュートリノ振動と同様に、ニュートリノの遷移振幅の発展方程式を導出する。ゲージ固有状態 $|\nu_\alpha\rangle$ を質量固有状態 $|\nu_j\rangle$ を用いて以下のように表す。ゲージ固有状態と質量固有状態は規格化されているものとする。

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j U_{\alpha j} |\nu_j\rangle. \quad (\text{A.23})$$

真空におけるハミルトニアンを \mathcal{H}_l 、有効ポテンシャルに対するハミルトニアンを \mathcal{H}_{eff} とし、それぞれを固有状態に作用すると次のようになる。ここで作用される固有状態が異なることに注意する。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 |\nu_j\rangle &= E_j |\nu_j\rangle, \\ \mathcal{H}_{\text{eff}} |\nu_\alpha\rangle &= V_\alpha |\nu_\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

物質中での全ハミルトニアン \mathcal{H} は, $\mathcal{H}_0, \mathcal{H}_{\text{eff}}$ を用いて次式で与えられる.

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{eff}}. \quad (\text{A.25})$$

$|\nu_\alpha\rangle, |\nu_j\rangle$ を時刻 $t = 0$ における固有状態であるとする, 時刻 t におけるゲージ固有状態 $|\nu_\alpha\rangle(t)$ は以下のように表される.

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_j U_{\alpha j} e^{-iE_j t} |\nu_j\rangle = \sum_\beta \left(\sum_j U_{\alpha j} e^{-iE_j t} U_{\beta j}^\dagger \right) |\nu_\beta\rangle. \quad (\text{A.26})$$

ゲージ固有状態 $|\nu_\alpha(t)\rangle$ の時間発展方程式は以下ようになる.

$$i \frac{d}{dt} |\nu_\alpha(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_\alpha(t)\rangle. \quad (\text{A.27})$$

$\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ の遷移振幅を $\phi_{\alpha\beta}(t) \equiv \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle$ すると, 遷移確率 $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)(t)$ は遷移振幅の二乗 $|\phi_{\alpha\beta}|^2$ で与えられる. 式 (A.27) により, 遷移振幅 $\phi_{\alpha\beta}$ の時間発展方程式は次式のようになる.

$$i \frac{d}{dt} \phi_{\alpha\beta}(t) = \sum_\rho \left(\sum_j U_{\beta j}^\dagger E_j U_{\rho j} + \delta_{\beta\rho} V_\beta \right) \phi_{\alpha\rho}(t). \quad (\text{A.28})$$

相対論的なニュートリノを考えると, そのエネルギー E_j は運動量 p と質量 m_j を用いて

$$E_j \approx p + \frac{m_j^2}{2E}, \quad (\text{A.29})$$

と表される. ここで $m_j \ll p$ により, ニュートリノのエネルギーを $E \approx p$ とした. また x をニュートリノの生成点からの距離とすると $t \approx x$ となる. これらの近似を用いると, 発展方程式 (A.28) は次のようになる.

$$i \frac{d}{dx} \phi_{\alpha\beta}(x) = \left(p + \frac{m_1^2}{2E} + V_{\text{NC}} \right) \phi_{\alpha\beta}(x) + \sum_\rho \left(\sum_j U_{\beta j}^\dagger \frac{\Delta m_{j1}^2}{2E} U_{\rho j} + \delta_{\beta e} \delta_{\rho e} V_{\text{CC}} \right) \phi_{\alpha\rho}(x). \quad (\text{A.30})$$

ここで質量固有状態 $|\nu_j\rangle$ と $|\nu_1\rangle$ の質量二乗差 $m_j^2 - m_1^2$ を Δm_{j1}^2 と表した. 式 (A.30) の右辺第一項は全てのフレーバーについて対して共通にあらわれるので, この項はフレーバー遷移に寄与しない. 以後遷移振幅 $\phi_{\alpha\beta}(x)$ を

$$\phi_{\alpha\beta}(x) \rightarrow \phi_{\alpha\beta}(x) e^{-i(p+m_1^2/2E)x - i \int dx' V_{\text{NC}}(x')}, \quad (\text{A.31})$$

と再定義することで, 式 (A.30) の右辺第一項からの寄与を無視する. 以上により, フレーバー遷移に寄与する部分の発展方程式は次式で与えられる.

$$i \frac{d}{dx} \phi_{\alpha\beta}(x) = \sum_\rho \left(\sum_j U_{\beta j}^\dagger \frac{\Delta m_{j1}^2}{2E} U_{\rho j} + \delta_{\beta e} \delta_{\rho e} V_{\text{CC}} \right) \phi_{\alpha\rho}(x). \quad (\text{A.32})$$

3世代の場合, 発展方程式 (A.32) を行列表示すると次のようになる.

$$i \frac{d}{dx} \Phi_\alpha(x) = \mathcal{H} \Phi_\alpha, \quad (\text{A.33})$$

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2E} (U^\dagger \Delta \mathbf{M}^2 U + \mathbf{W}),$$

$$\Phi_\alpha = \begin{pmatrix} \phi_{\alpha e} \\ \phi_{\alpha \mu} \\ \phi_{\alpha \tau} \end{pmatrix}, \quad \Delta \mathbf{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} W_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$W_{CC} = 2EV_{CC} = 2\sqrt{2}G_F E N_e.$$

これより, 簡略化のため2世代 $\nu_e, \nu_\mu (\nu_1, \nu_2)$ におけるフレーバー遷移を考える. $t=0$ で ν_e が生成されたとすると, 遷移振幅の時間発展方程式は次のようになる.

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{ee}(x) \\ \phi_{e\mu}(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta + W_{CC} & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta - W_{CC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{ee}(x) \\ \phi_{e\mu}(x) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.34})$$

ここで質量二乗差を $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ とし, ユニタリー行列 U を真空における混合角 θ を用いて次式として考える.

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (\text{A.35})$$

遷移振幅の初期条件は以下の通りである.

$$\begin{pmatrix} \phi_{ee}(0) \\ \phi_{e\mu}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.36})$$

有効ハミルトニアン \mathcal{H} は今, 次式で与えられている.

$$\mathcal{H} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta + W_{CC} & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta - W_{CC} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.37})$$

次に有効ハミルトニアン \mathcal{H} のユニタリー対角化を考える.

$$U_D^T \mathcal{H} U_D \equiv \mathcal{H}_D = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_m^2(x) & 0 \\ 0 & \Delta m_m^2(x) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.38})$$

ここでユニタリー行列 U_D は物質中の混合角 θ_m を用いて以下のように表される.

$$U_D(x) = \begin{pmatrix} \cos \theta_m(x) & \sin \theta_m(x) \\ -\sin \theta_m(x) & \cos \theta_m(x) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.39})$$

また対角化した有効ハミルトニアン \mathcal{H}_D の対角成分に含まれる物質中におけるニュートリノの質量2乗差 Δm_m^2 とユニタリー行列 U_D における物質中の混合角は, 真空における質量2乗差 Δm^2 と混合角 θ を用いて以下のように与えられる.

$$\Delta m_m^2(x) \equiv \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta - W_{CC}(x))^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}, \quad (\text{A.40})$$

$$\tan 2\theta_m(x) \equiv \frac{\tan 2\theta}{1 - \frac{W_{CC}(x)}{\Delta m^2 \cos \theta}}. \quad (\text{A.41})$$

ここで,

$$W_{\text{CC}}|_{\text{Res}} = \Delta m^2 \cos 2\theta, \quad (\text{A.42})$$

の場合, $\tan 2\theta_m(x)$ が発散し共鳴が起きる. また,

$$\begin{aligned} \cos 2\theta_m &= \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta - W_{\text{CC}}}{\Delta m_m^2}, \\ \sin 2\theta_m &= \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m_m^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

を用いて遷移振幅の発展方程式を $\Delta m_M^2, \theta_M$ で書き直すと, 次のようになる.

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{ee}(x) \\ \phi_{e\mu}(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_m^2 \cos 2\theta_m & \Delta m_m^2 \sin 2\theta_m \\ \Delta m_m^2 \sin 2\theta_m & \Delta m_m^2 \cos 2\theta_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{ee}(x) \\ \phi_{e\mu}(x) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.44})$$

有効ハミルトニアン \mathcal{H} の対角化により, 始状態がフレーバー固有状態の遷移振幅 $\phi_{e\alpha}(x)$ ($\alpha = e, \mu$) は始状態が質量固有状態の遷移振幅 $\phi_{ej}(x) = \langle \nu_\alpha | \nu_j(x) \rangle$ ($j = 1, 2$) に書き換えられる.

$$\begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} \equiv U_D^\dagger \begin{pmatrix} \phi_{ee} \\ \phi_{e\mu} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.45})$$

U_D の成分が x に依存しているため, dU_D/dx は次のようになる.

$$\frac{dU_D}{dx} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_m \frac{d\theta_m}{dx} & \cos \theta_m \frac{d\theta_m}{dx} \\ -\cos \theta_m \frac{d\theta_m}{dx} & -\sin \theta_m \frac{d\theta_m}{dx} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.46})$$

式 (A.45) を式 (A.44) に代入することで ϕ_{ej} ($j = 1, 2$) の発展方程式は次のようになる.

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_m^2 & -4Ei \frac{d\theta_m}{dx} \\ 4Ei \frac{d\theta_m}{dx} & \Delta m_m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.47})$$

ここで有効ハミルトニアン \mathcal{H}' は,

$$\mathcal{H}' \equiv \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_m^2 & -4Ei \frac{d\theta_m}{dx} \\ 4Ei \frac{d\theta_m}{dx} & \Delta m_m^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.48})$$

である. ϕ_{ei} に対する初期条件は, 次のようになる.

$$\begin{pmatrix} \phi_{e1}(0) \\ \phi_{e2}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_m(0) & -\sin \theta_m(0) \\ \sin \theta_m(0) & \cos \theta_m(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_m(0) \\ \sin \theta_m(0) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.49})$$

$\theta_m(0)$ はニュートリノが生成される点における混合角である. 式 (A.48) を見ると, 非対角成分に物質中の混合角 θ_m の微分がある. x 依存性は W_{CC} にあるため, 物質密度が一定, つまりこれら非対角成分が十分無視できる場合とできない場合に分けて考えていく.

まず物質密度が一定の場合を考える. このとき, $d\theta_M/dx = 0$ であり, 発展方程式 (A.47) は次のようになる.

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_m^2 & 0 \\ 0 & \Delta m_m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \frac{\Delta m_m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.50})$$

これを解くと、特殊解は

$$\begin{pmatrix} \phi_{e1}(x) \\ \phi_{e2}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{e1}(0) \exp \left[i \frac{\Delta m_m^2 x}{4E} \right] \\ \phi_{e2}(0) \exp \left[-i \frac{\Delta m_m^2 x}{4E} \right] \end{pmatrix}, \quad (\text{A.51})$$

となるため、フレーバー固有状態の遷移振幅 $\phi_{e\alpha}$ は以下ようになる。

$$\begin{pmatrix} \phi_{ee}(x) \\ \phi_{e\mu}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_m(0) \exp \left[\frac{\Delta m_m^2 x}{4E} \right] + \sin^2 \theta_m(0) \exp \left[-\frac{\Delta m_m^2 x}{4E} \right] \\ -\sin \theta_m(0) \cos \theta_m(0) \exp \left[\frac{\Delta m_m^2 x}{4E} \right] + \sin \theta_m(0) \cos \theta_m(0) \exp \left[-\frac{\Delta m_m^2 x}{4E} \right] \end{pmatrix}. \quad (\text{A.52})$$

したがって、 $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ の遷移確率 $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |\phi_{e\mu}|^2$ は次のように求まる。

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta_m) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_m^2 x}{4E} \right). \quad (\text{A.53})$$

真空における遷移振幅 (A.8) は質量二乗差 Δm^2 と混合角 θ に依っていたが、密度が一定の物質中での遷移確率は Δm_m^2 , θ_m に依存する。

次に物質密度が一定ではない場合、つまり \mathcal{H}' の非対角成分が無視できない場合を考える。この効果はミケーエフ-スミルノフ-ヴォルフエンシュタインにより提唱され、MSW 効果と呼ばれている [65, 66]。このとき、 $d \sin \theta_m(x)/dx$ は次のように与えられる。

$$\frac{d \sin \theta_m(x)}{dx} = \frac{\sin 2\theta_m(x)}{\Delta m_m^2(x)} \cos 2\theta_m(x) \frac{dW_{CC}(x)}{dx} = 2 \cos 2\theta_m(x) \frac{d\theta_m(x)}{dx}. \quad (\text{A.54})$$

したがって、 $d\theta_m(x)/dx$ は次のように与えられる。

$$\frac{d\theta_m(x)}{dx} = \frac{1}{2} \frac{\sin 2\theta_m(x)}{\Delta m_m^2(x)} \frac{dW_{CC}(x)}{dx}. \quad (\text{A.55})$$

発展方程式 (A.47) で $d\theta_m(x)/dx$ の項があるため、ニュートリノが伝搬する物質中において質量固有状態 ν_1, ν_2 における遷移が生じる。しかし、このような遷移は有効ハミルトニアン \mathcal{H}' の非対角成分が対角成分間の差よりもずっと小さいならば無視できる。対角成分と非対角成分の大小関係を評価するために、発展方程式 (A.47) における有効ハミルトニアン \mathcal{H}' のユニタリー対角化を考える。ここで用いるユニタリー行列 \tilde{U} を次のように表す。

$$\tilde{U} \equiv \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \tilde{\chi} & \sin \tilde{\chi} \\ -\sin \tilde{\chi} & \cos \tilde{\chi} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.56})$$

ここで $e^{i(\alpha-\beta)} = -i$ である。有効ハミルトニアン \mathcal{H}' をユニタリー対角化すると、次のようになる。

$$\tilde{U}^\dagger \mathcal{H}' \tilde{U} = \begin{pmatrix} -\Delta m_m^2 \cos^2 \tilde{\chi} - 4E \frac{d\theta_m}{dx} \sin 2\tilde{\chi} + \Delta m_m^2 \sin^2 \tilde{\chi} & -\Delta m_m^2 \sin 2\tilde{\chi} + 4E \frac{d\theta_m}{dx} \cos^2 \tilde{\chi} - 4E \frac{d\theta_m}{dx} \sin^2 \tilde{\chi} \\ -\Delta m_m^2 \sin 2\tilde{\chi} + 4E \frac{d\theta_m}{dx} \cos^2 \tilde{\chi} - 4E \frac{d\theta_m}{dx} \sin^2 \tilde{\chi} & -\Delta m_m^2 \sin^2 \tilde{\chi} + 4E \frac{d\theta_m}{dx} \sin 2\tilde{\chi} + \Delta m_m^2 \cos^2 \tilde{\chi} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.57})$$

対角化することで非対角成分がゼロになることから、 $\tan 2\tilde{\chi}$ は次のように求まる。

$$\tan 2\tilde{\chi} = \frac{4E d\theta_m(x)/dx}{\Delta m_m(x)}. \quad (\text{A.58})$$

ν_1 - ν_2 間の遷移を定量的に扱うための役立つパラメータは次の断熱性パラメータ γ である.

$$\gamma \equiv \frac{\Delta m_m^2(x)}{4E|d\theta_m(x)/dx|} = \frac{\Delta m_m^2(x)}{2E \sin 2\theta_m(x)|dW_{CC}(x)/dx|} \quad (\text{A.59})$$

もしニュートリノの伝播する軌道の全て点で, $\gamma \gg 1$ ならば, その発展は断熱的, つまり物質密度の変化が緩やかになることで ν_1 - ν_2 遷移は無視できる. 今は物質密度が一定ではない, つまり Δm_m が位置 x に依存するときを考えているので, この場合 ϕ_{ej} ($j = 1, 2$) はそれぞれ独立に発展する.

$$\begin{aligned} \phi_{e1}(x) &= \exp\left(i \int_0^x \frac{\Delta m_m^2(x')}{4E} dx'\right) \phi_{e1}(0), \\ \phi_{e2}(x) &= \exp\left(-i \int_0^x \frac{\Delta m_m^2(x')}{4E} dx'\right) \phi_{e2}(0). \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

このときゲージ固有状態 $|\nu_e\rangle$ として生成され, 検出点で同じ状態で検出する遷移振幅 $\phi_{ee}(x)$ により初期条件 (A.49) を適用すると遷移振幅 $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)_{\text{adiabatic}}$ は以下のように求められる.

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e)_{\text{adiabatic}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_m(0) \cos 2\theta_m^f - \frac{1}{2} \sin 2\theta_m(0) \sin 2\theta_m^f \cos \left[\int_0^x \frac{\Delta m_m^2(x')}{2E} dx' \right]. \quad (\text{A.61})$$

θ_m^f はニュートリノの検出点での有効混合角である. これより断熱的な遷移確率 $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)_{\text{adiabatic}}$ は,

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e)_{\text{adiabatic}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta_m^{(i)} \cos 2\theta_m^f - \frac{1}{2} \sin 2\theta_m^{(i)} \sin 2\theta_m^f \cos \left[\int_0^x \frac{\Delta m_m^2(x')}{2E} dx' \right]. \quad (\text{A.62})$$

実際に断熱的な発展は太陽ニュートリノまたは超新星ニュートリノのような星の内部で生成されるニュートリノの場合に実現され得る.

更に, ニュートリノの生成点と検出点が非常に離れているならば式 (A.62) の \cos における積分がとても大きくなる. 積分値が大きくなるほど生成点から検出点までにおける ν_1 - ν_2 の遷移回数が非常に多くなる. この場合関数 \cos の周期で平均をとるとゼロになるので, 平均化された確率は

$$\bar{P}(\nu_e \rightarrow \nu_e)_{\text{adiabatic}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta_m^{(i)} \cos 2\theta, \quad (\text{A.63})$$

となり, 生成点と検出点の距離に依存しなくなる.

図 A.3 は N_e の関数として θ_m を図示したものである. ここでは $\Delta m^2 = 7 \times 10^{-6} \text{eV}^2$, $\sin^2 \theta = 10^{-3}$, $E = 1 \text{MeV}$, N_A はアボガドロ定数とした. $\theta_m = 45^\circ$ のときの N_e を $N_e|_{\text{Res}}$ とするとそこで共鳴が起きる. このときの $N_e|_{\text{Res}}$ は

$$N_e|_{\text{Res}} = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta}{2\sqrt{2}EG_F}, \quad (\text{A.64})$$

と与えられる. 図 A.3 により, $N_e \ll N_e|_{\text{Res}}$ のとき $\theta_m \simeq \theta$, $N_e = N_e|_{\text{Res}}$ のとき θ_m は N_e に伴って急激に変化する. また, $N_e > N_e|_{\text{Res}}$ のとき θ_m は 90° に向かって増加する.

図 A.4 は次で与えられる m_{m1}^2 , m_{m2}^2 の振る舞いを示す.

$$m_{m1,2}^2 = \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2 + W_{CC} \pm \Delta m_m^2). \quad (\text{A.65})$$

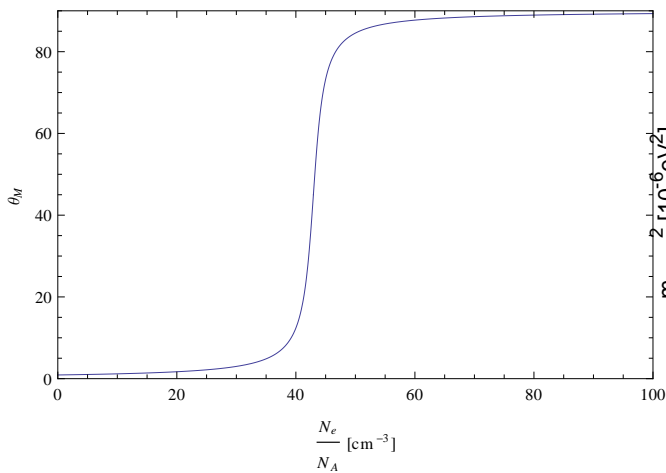
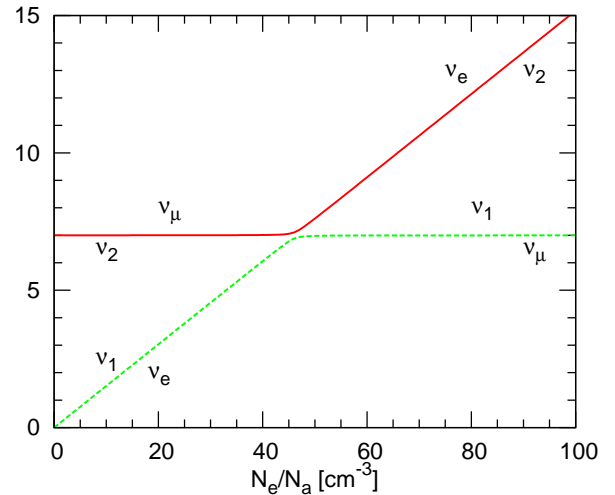
図 A.3 θ_M と N_e/N_A のグラフ図 A.4 有効質量の 2 乗 $m_{m1,2}^2$ と電子数 N_e

図 A.4 により, Δm_m^2 が共鳴点で最小値に達することがわかる. 恒星の中心などの環境で $N_e \gg N_e|_{Res}$ であれば, θ_m は実際的に 90° であり, ν_e はほぼ ν_2 として生成される. ニュートリノは伝搬しながら $N_e = N_e|_{Res}$ に近づきそこでは ν_1 と ν_2 のエネルギー差は最小になる. 更に, 共鳴が断熱的に起きるならば, ニュートリノは ν_2 を保ち $\nu_2 = \nu_e \sin \theta + \nu_\mu \cos \theta$ として太陽から出て行く. それは, θ が小さくてもほとんど ν_μ と等しくほぼ完全な $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ の遷移になる.

A.2.3 ニュートリノ質量の問題

ニュートリノ振動が起こるための条件は, 異なる質量固有状態の質量がゼロではなく, かつ縮退していないことである. このことは素粒子標準模型においてニュートリノが質量を持つことが出来ないことに矛盾し, 素粒子標準模型が拡張されなければならないことを意味している.

表 A.1 では現在のニュートリノの質量とゲージ固有状態と質量固有状態の混合角のフォレロらの解析結果 [6] を示す. ここで $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ は質量二乗差を表し, それぞれ次のように与えられる.

$$\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2, \quad (\text{A.66})$$

$$\Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2 \quad (\text{A.67})$$

ニュートリノの質量は $m_\nu = (m_1, m_2, m_3)$ とする. ここで, ニュートリノの質量の階層性について述べる. m_1, m_2, m_3 の大小関係は確定されていないため, 次の 2 つが考えられる.

$$\text{順質量階層: } m_1^2 < m_2^2 \ll m_3^2 \quad (\text{A.68})$$

$$\text{逆質量階層: } m_3^2 \ll m_1^2 < m_2^2 \quad (\text{A.69})$$

フォレロらの解析結果では, 順質量階層を NH, 逆質量階層を IH と表している.

| Parameter | Best fit | 1 σ range | 2 σ range | 3 σ range |
|---|----------|------------------|---------------------------|------------------|
| $\Delta m_{21}^2/10^{-5}\text{eV}^2$ (NH or IH) | 7.60 | 7.42 – 7.79 | 7.26 – 7.99 | 7.11 – 8.18 |
| $ \Delta m_{31}^2 /10^{-3}\text{eV}^2$ (NH) | 2.48 | 2.41 – 2.53 | 2.35 – 2.59 | 2.30 – 2.65 |
| $ \Delta m_{31}^2 /10^{-3}\text{eV}^2$ (IH) | 2.38 | 2.32 – 2.43 | 2.26 – 2.48 | 2.20 – 2.54 |
| $\sin^2 \theta_{12}/10^{-1}$ (NH or IH) | 3.23 | 3.07 – 3.39 | 2.92 – 3.57 | 2.78 – 3.75 |
| $\sin^2 \theta_{13}/10^{-2}$ (NH) | 2.34 | 2.14 – 2.54 | 1.95 – 2.74 | 1.77 – 2.94 |
| $\sin^2 \theta_{13}/10^{-2}$ (IH) | 2.40 | 2.21 – 2.59 | 2.02 – 2.78 | 1.83 – 2.97 |
| $\sin^2 \theta_{23}/10^{-1}$ (NH) | 5.67 | 4.39 – 5.99 | 4.13 – 6.23 | 3.92 – 6.43 |
| $\sin^2 \theta_{23}/10^{-1}$ (IH) | 5.73 | 5.30 – 5.98 | 4.32 – 6.21 | 4.03 – 6.40 |
| δ/π (NH) | 1.34 | 0.96 – 1.98 | 0.00 – 2.00 | 0.00 – 2.00 |
| δ/π (IH) | 1.48 | 1.16 – 1.82 | 0.00 – 0.41 & 0.81 – 2.00 | 0.00 – 2.00 |

表 A.1 3 世代のニュートリノ間における振動解析の結果 [6]

ニュートリノ振動現象からニュートリノの質量二乗差は測定されているが、ニュートリノの質量絶対値は未だ不明である。また、ニュートリノがディラック粒子であるのか、マヨラナ粒子であるのかも解明されていない。

付録 B

重い中性レプトンの崩壊率と生成率

この章では重い中性レプトン N_I の可能な崩壊過程と生成過程の反応率を示す。反応率を計算するために必要なアクティブニュートリノ ν_i と重い中性レプトン N_I の弱い相互作用は以下のラグランジアンにより与えられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & \frac{g_z}{2} Z_\mu [(\Theta^\dagger U)_{Ii} \bar{N}_I^c \gamma^\mu P_L \nu_i + (U^\dagger \Theta)_{iI} \bar{\nu}_i \gamma^\mu P_L N_I^c + |U_{\alpha i}|^2 \bar{\nu}_i \gamma^\mu P_L \nu_i + |\Theta_{\alpha I}|^2 \bar{N}_I^c \gamma^\mu P_L N_I^c] \\ & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ [U_{\alpha i}^\dagger \bar{\nu}_i \gamma^\mu P_L l_\alpha + \Theta_{\alpha I}^\dagger \bar{N}_I^c \gamma^\mu P_L l_\alpha] + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- [U_{\alpha i} \bar{l}_\alpha \gamma^\mu P_L \nu_i + \Theta_{\alpha I} \bar{l}_\alpha \gamma^\mu P_L N_I^c], \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$g_z = \sqrt{g_2^2 + g_1^2}. \quad (\text{B.2})$$

g_2, g_1 はそれぞれ $SU(2)_L, U(1)_Y$ のゲージ結合定数である。

B.1 重い中性レプトンのそれぞれのモードに対する崩壊率

$$\Gamma(N_I \rightarrow P^0 \nu_i) = \frac{G_F^2}{16\pi} \sum_\alpha |\Theta_{\alpha I}|^2 f_{P^0}^2 M_I^3 \left(1 - \frac{m_{P^0}}{M_I^2}\right)^2, \quad (\text{B.3})$$

$$(P^0 = \pi^0, \eta, \eta'). \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \Gamma(N_I \rightarrow P^+ l_\alpha) = & \frac{G_F^2}{8\pi} |\Theta_{\alpha I}|^2 |V_{\text{CKM}}|^2 f_{P^+}^2 M_I^3 \left[\left(1 - \frac{m_{l_\alpha}^2}{M_I^2}\right)^2 - \frac{m_{P^+}^2}{M_I^2} \left(1 + \frac{m_{l_\alpha}^2}{M_I^2}\right) \right] \\ & \times \sqrt{\left[1 - \frac{(m_{P^+} - m_{l_\alpha})^2}{M_I^2}\right] \left[1 - \frac{(m_{P^+} + m_{l_\alpha})^2}{M_I^2}\right]}, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$(P^+ = \pi^+, K^+, D^+, D_s^+, B^+, B_c^+).$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow V^0 \nu_i) = \frac{G_F^2}{16\pi} \sum_\alpha |\Theta_{\alpha I}|^2 f_{V^0}^2 M_I^3 \left(1 + \frac{2m_{V^0}}{M_I^2}\right) \left(1 - \frac{m_{V^0}^2}{M_I^2}\right)^2, \quad (\text{B.6})$$

$$(V^0 = \rho^0, \omega^0, \phi^0, J/\psi, \Upsilon, a_1^0). \quad (\text{B.7})$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow V^+ l_\alpha) = \frac{G_F^2}{8\pi} |\Theta_{\alpha I}|^2 |V_{\text{CKM}}|^2 f_{V^+}^2 M_I^3 \left[\left(1 - \frac{m_{l_\alpha}^2}{M_I^2}\right)^2 + \frac{m_{V^+}^2}{M_I^2} \left(1 + \frac{m_{l_\alpha}^2 - 2m_{V^+}^2}{M_I^2}\right) \right] \\ \times \sqrt{\left[1 - \frac{(m_{V^+} - m_{l_\alpha})^2}{M_I^2}\right] \left[1 - \frac{(m_{V^+} + m_{l_\alpha})^2}{M_I^2}\right]}, \quad (\text{B.8}) \\ (V^+ = \rho^+, a_1^+).$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow \gamma \nu_i) = \frac{\alpha_{FS} G_F^2}{128\pi^4} \sum_\alpha |\Theta_{\alpha I}|^2 M_I^5 \left(-\frac{3}{2} + \frac{3m_\tau^2}{4m_W^2} \right). \quad (\text{B.9})$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow \nu_i \nu_j \nu_j; i \neq j) = \frac{G_F^2 M_I^5}{96\pi^3} \sum_\alpha |\Theta_{\alpha I}|^2. \quad (\text{B.10})$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow l_\alpha^- l_\beta^+ \nu_i; \alpha \neq \beta) = \frac{G_F^2 M_I^5}{96\pi^3} (|\Theta_{\alpha I}|^2 + |\Theta_{\beta I}|^2) (1 - 8x_l^2 + 8x_l^6 - x_l^8 - 12x_l^4 \ln x_l^2), \quad (\text{B.11}) \\ x_l = \frac{\text{MAX}[m_{l_\alpha}, m_{l_\beta}]}{M_I^2}.$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow l_\alpha^- l_\alpha^+ \nu_i) = \frac{G_F^2 M_I^5}{96\pi^3} \left[|\Theta_{\alpha I}|^2 \left(\frac{1}{4} C_1 \{ (1 - 14x_\alpha - 2x_\alpha^2 - 12x_\alpha^6) A_\alpha + 12x_\alpha^4 (x_\alpha^4 - 1) L_\alpha \} \right. \right. \\ \left. \left. + 4C_2 \{ x_\alpha^2 (2 + 10x_\alpha^2 - 12x_\alpha^4) A_\alpha + 6x_\alpha (1 - 2x_\alpha^2 + 2x_\alpha^4) L_\alpha \} \right) \right. \\ \left. + \sum_{\beta \neq \alpha} |\Theta_{\beta I}|^2 \left(\frac{1}{4} C_3 \{ (1 - 14x_\alpha - 2x_\alpha^2 - 12x_\alpha^6) A_\alpha + 12x_\alpha^4 (x_\alpha^4 - 1) L_\alpha \} \right. \right. \\ \left. \left. + 4C_4 \{ x_\alpha^2 (2 + 10x_\alpha^2 - 12x_\alpha^4) A_\alpha + 6x_\alpha (1 - 2x_\alpha^2 + 2x_\alpha^4) L_\alpha \} \right) \right], \quad (\text{B.12}) \\ x_\alpha = \frac{m_{l_\alpha}}{M_I}, \quad A_\alpha = \sqrt{1 - 4x_\alpha^2}, \quad L_\alpha = \ln \left[\frac{1 - 3x_\alpha^2 - (1 - x_\alpha^2) A_\alpha}{x_\alpha^2 (1 + A_\alpha)} \right], \\ C_1 = 1 + 4 \sin^2 \theta_w + 8 \sin^4 \theta_w, \quad C_2 = \frac{1}{2} \sin^2 \theta_w (2 \sin^2 \theta_w + 1), \\ C_3 = 1 - 4 \sin^2 \theta_w + 8 \sin^4 \theta_w, \quad C_4 = \frac{1}{2} \sin^2 \theta_w (2 \sin^2 \theta_w - 1)$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow l_\alpha^- q_\rho \bar{q}_\sigma; \rho \neq \sigma) = \frac{G_F^2}{96\pi^3} |\Theta_{\alpha I}|^2 |V_{\text{CKM}}|^2 M_I^5 (1 - 8r^2 + 8r^6 - r^8 - 12r^4 \ln r^2), \\ r = \frac{\text{MAX}[m_{l_\alpha}, m_{q_\rho}, m_{q_\sigma}]}{M_I} \quad (\text{B.13})$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow \nu_i q_\rho \bar{q}_\rho) = \frac{G_F^2}{96\pi^3} |\Theta_{\alpha I}|^2 M_I^5 [(A^2 + B^2)K - 8ABT], \quad (\text{B.14})$$

$$K = (1 - 14x_\rho^2 - 2x_\rho^4 - 12x_\rho^6)A_\rho + 12x_\rho^4(x_\rho^4 - 1) \ln \left[\frac{1 - 3x_\rho^2 - (1 - x_\rho^2)A_\rho}{x_\rho^2(1 + A_\rho)} \right],$$

$$T = x_\rho^2 \left\{ (1 + 5x_\rho^2 - 6x_\rho^4)A_\rho + 3x_\rho^2(1 - 2x_\rho^2 + 2x_\rho^4) \ln \left[\frac{1 - 3x_\rho^2 - (1 - x_\rho^2)A_\rho}{x_\rho^2(1 + A_\rho)} \right] \right\},$$

$$x_\rho = \frac{m_{q_\rho}}{M_I}, \quad A_\rho = \sqrt{1 - 4x_\rho^2}.$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow \bar{N} \tilde{N} \nu_i; \tilde{N} \text{は核子}) = \frac{G_F^2}{96\pi^3} \sum_\alpha |\Theta_{\alpha I}|^2 M_I^5$$

$$\times \left[\frac{(g_V^{\tilde{N}})^2 + (g_A^{\tilde{N}})^2}{4} \{ (1 - 14x_{\tilde{N}}^2 - 2x_{\tilde{N}}^4 - 12x_{\tilde{N}}^6)A_{\tilde{N}} + 12x_{\tilde{N}}^4(x_{\tilde{N}}^4 - 1)L_{\tilde{N}} \} \right.$$

$$\left. + [(g_V^{\tilde{N}})^2 + (g_A^{\tilde{N}})^2]x_{\tilde{N}}^2 \{ (1 + 5x_{\tilde{N}}^2 - 6x_{\tilde{N}}^4)A_{\tilde{N}} + 3x_{\tilde{N}}^2(1 - 2x_{\tilde{N}}^2 + 2x_{\tilde{N}}^4)L_{\tilde{N}} \} \right], \quad (\text{B.15})$$

$$x_{\tilde{N}} = \frac{m_{\tilde{N}}}{M_I}, \quad A_{\tilde{N}} = \sqrt{1 - 4x_{\tilde{N}}^2}, \quad L_{\tilde{N}} = \ln \left[\frac{1 - 3x_{\tilde{N}}^2 - (1 - x_{\tilde{N}}^2)A_{\tilde{N}}}{x_{\tilde{N}}^2(1 + A_{\tilde{N}})} \right],$$

$$g_V^p = \frac{1}{2} - 2 \sin^2 \theta_w, \quad g_A^p = \frac{1}{2}, \quad g_V^n = -\frac{1}{2}, \quad g_A^n = -\frac{1}{2}$$

$$\Gamma(N_I \rightarrow \bar{n} p l_\alpha^-; m_{l_\alpha} = 0, m_p = m_n) = \frac{G_F^2}{384\pi^3} |\Theta_{\alpha I}|^2 |V_{\text{CKM}}|^2 M_I^5$$

$$\times \left[[1 + (g_A)^2] \{ (1 - 14x_p^2 - 2x_p^4 - 12x_p^6)A_p + 12x_p^4(x_p^4 - 1)L_p \} \right.$$

$$\left. + 4[1 - (g_A)^2]x_p^2 \{ (1 + 5x_p^2 - 6x_p^4)A_p + 3x_p^2(1 - 2x_p^2 + 2x_p^4)L_p \} \right], \quad (\text{B.16})$$

$$x_p = \frac{m_p}{M_I}, \quad A_p = \sqrt{1 - 4x_p^2}, \quad L_p = \ln \left[\frac{1 - 3x_p^2 - (1 - x_p^2)A_p}{x_p^2(1 + A_p)} \right],$$

$$g_A \approx 1.27$$

B.2 重い中性レプトンのそれぞれのモードに対する生成率

$$\Gamma(M^+ \rightarrow l_\alpha^+ N_I) = \frac{G_F^2 f_{M^+}^2 m_{M^+}^3}{8\pi} |\Theta_{\alpha I}|^2 |V_{\text{CKM}}|^2 [y_\alpha + y_I - (y_\alpha - y_I)^2] \sqrt{(1 - y_\alpha - y_I)^2 - 4y_\alpha y_I}, \quad (\text{B.17})$$

$$y_\alpha = \frac{m_{l_\alpha}^2}{m_{M^+}^2}, \quad y_I = \frac{M_I^2}{m_{M^+}^2}.$$

$$\Gamma(\tau^+ \rightarrow M^+ N_I) = \frac{G_F^2 f_{M^+}^2 m_\tau^3}{16\pi} |\Theta_{\tau I}|^2 |V_{CKM}|^2 [(1 - z_I)^2 - z_M(1 + z_I)] \sqrt{(1 - z_M - z_I)^2 - 4z_M z_I}, \quad (\text{B.18})$$

$$z_M = \frac{m_{M^+}^2}{m_\tau^2}, \quad z_I = \frac{M_I^2}{m_\tau^2}.$$

$$\Gamma(W^+ \rightarrow l_\alpha^+ N_I) = \frac{G_F^2 m_W^3}{12\sqrt{2}\pi} |\Theta_{\alpha I}|^2 [2 - h_I - h_\alpha - (h_I - h_\alpha)^2] \sqrt{(1 - h_\alpha - h_I)^2 - 4h_\alpha h_I}, \quad (\text{B.19})$$

$$h_\alpha = \frac{m_{l_\alpha}^2}{m_W^2}, \quad h_I = \frac{M_I^2}{m_W^2}.$$

B.3 2体崩壊における位相積分

この節では、終状態が2体の反応における位相積分について示す。親粒子の運動量を p 、子粒子の運動量を k_1, k_2 とし、位相積分を以下の表式から考える。

$$\begin{aligned} d\Phi_2 &= (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - k_1 - k_2) \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_2} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d^3 k_1}{2E_1} \delta((p - k_1)^2 - m_2^2). \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

ここで2つ目の等号では、 k_2 積分を実行した。親粒子の静止系を考え、それぞれの運動量を $p^\mu = (M, 0, 0, 0)$ 、 $k_i^\mu = (E_i, \mathbf{k}_i)$ ($i = 1, 2$) とすると、 $p \cdot k_i = M E_i$ となる。このときデルタ関数は以下のように書き換えられる。

$$\delta((p - k_1)^2 - m_2^2) = \frac{1}{2M} \delta\left(E_1 - \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}\right). \quad (\text{B.21})$$

一方、 $d^3 k_1$ を極座標表示すると、以下ようになる。

$$d^3 k_1 = d\tilde{k}_1 \tilde{k}_1^2 d\Omega = dE_1 E_1 \tilde{k}_1 d\Omega. \quad (\text{B.22})$$

ここで $\tilde{k}_1 = |\mathbf{k}_1|$ と表し、 $d\Omega$ は立体角の積分要素を表す。また、2つ目の等号では、 $\tilde{k}_1 d\tilde{k}_1 = E_1 dE_1$ を用いた。以上のことから式 (B.20) は次のようにまとめることができる。

$$\begin{aligned} d\Phi_2 &= \frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{2M} dE_1 \tilde{k}_1 d\Omega \delta\left(E_1 - \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}\right) \\ &= \frac{d\Omega}{16\pi^2 M} \tilde{k}_1 \Big|_{E_1 = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}}. \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

このとき \tilde{k}_1 はデルタ関数の積分より以下のように表される。

$$\tilde{k}_1 = \sqrt{E_1^2 - m_1^2} = \frac{M}{2} \sqrt{1 - \frac{2(m_1^2 + m_2^2)}{M^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{M^4}}. \quad (\text{B.24})$$

式 (B.24) を式 (B.23) にすると, 次の表式にまとめられる.

$$d\Phi_2 = \frac{d\Omega}{32\pi^2} \sqrt{1 - \frac{2(m_1^2 + m_2^2)}{M^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{M^4}}. \quad (\text{B.25})$$

被積分関数が立体角要素に依存しない場合は式 (B.25) は次式のようにになる.

$$d\Phi_2 = \frac{1}{8\pi} \sqrt{1 - \frac{2(m_1^2 + m_2^2)}{M^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{M^4}}. \quad (\text{B.26})$$

B.4 3 体崩壊における位相積分

この節では, 終状態が 3 体の反応における位相積分について示す. 親粒子の運動量を p , 子粒子の運動量を k_1, k_2, k_3 とし, 位相積分を以下の表式から考える.

$$\begin{aligned} d\Phi_3 &= (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - k_1 - k_2 - k_3) \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3 k_3}{(2\pi)^3 2E_3} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 k_1}{2E_1} \frac{d^3 k_2}{2E_2} \delta((p - k_1 - k_2)^2 - m_3^2). \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

ここで 2 つ目の等号では, k_3 積分を実行した. 親粒子の静止系を考え, それぞれの運動量を $p^\mu = (M, 0, 0, 0)$, $k_i^\mu = (E_i, \mathbf{k}_i)$ ($i = 1, 2, 3$) とすると, $p \cdot k_i = ME_i$ となる. このときデルタ関数は以下のように書き換えられる.

$$\begin{aligned} \delta((p - k_1 - k_2)^2 - m_3^2) &= \frac{1}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} \delta\left(\cos \theta_{12} - \frac{E_1 E_2}{\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} + \frac{M(E_1 + E_2)}{\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} - \frac{\mathcal{M}^2}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2}\right) \\ &= \frac{1}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} \delta(\cos \theta_{12} - \alpha), \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

$$\mathcal{M}^2 = M^2 + m_1^2 + m_2^2 - m_3^2, \quad (\text{B.29})$$

$$\alpha \equiv \frac{E_1 E_2}{\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} - \frac{M(E_1 + E_2)}{\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} + \frac{\mathcal{M}^2}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2}. \quad (\text{B.30})$$

ここで $\cos \theta_{12}$ は運動量 \mathbf{k}_1 と \mathbf{k}_2 のなす角であり, $\tilde{k}_i = |\mathbf{k}_i|$ ($i = 1, 2$) である.

$d^3 k_1$ と $d^3 k_2$ をそれぞれ極座標表示し, それを角度 θ_{12} で書き直すと次のようになる.

$$d^3 k_1 d^3 k_2 = 8\pi^2 dE_1 dE_2 E_1 E_2 \tilde{k}_1 \tilde{k}_2 d \cos \theta_{12} \quad (\text{B.31})$$

以上をまとめると, 位相積分測度 $d\Phi_3$ は次式になる.

$$d\Phi_3 = \frac{1}{32\pi^3} dE_1 dE_2 d \cos \theta_{12} \delta(\cos \theta_{12} - \alpha). \quad (\text{B.32})$$

E_1, E_2 の積分範囲は

- $-1 \leq \cos \theta_{12} \leq 1$
- $E_3 > 0$

を考慮することにより求めることができる.

参考文献

- [1] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. D **2** (1970) 1285.
M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.
P. W. Higgs, Phys. Lett. **12** (1964) 132.
- [2] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716** (2012) 30 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716** (2012) 1 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
- [3] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP **7** (1958) 172.
- [4] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28** (1962) 870.
- [5] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1562 [hep-ex/9807003].
- [6] D. V. Forero, M. Tortola and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **90** (2014) 9, 093006 [arXiv:1405.7540 [hep-ph]].
- [7] F. Zwicky, Helv. Phys. Acta **6** (1933) 110.
F. Zwicky, Astrophys. J. **86** (1937) 217.
- [8] V. C. Rubin and W. K. Ford, Jr., Astrophys. J. **159** (1970) 379.
V. C. Rubin, N. Thonnard and W. K. Ford, Jr., Astrophys. J. **238** (1980) 471.
- [9] R. Massey *et al.*, Nature **445** (2007) 286 [astro-ph/0701594].
- [10] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **571** (2014) A16 [arXiv:1303.5076 [astro-ph.CO]].
- [11] T. Asaka, S. Blanchet and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **631**, 151 (2005) [hep-ph/0503065].
- [12] T. Asaka and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **620**, 17 (2005) [hep-ph/0505013].
- [13] P. Minkowski, “ $\mu \rightarrow e \gamma$ At A Rate Of One Out Of 1-Billion Muon Decays?,” Phys. Lett. **B67** (1977) 421; T. Yanagida, in Proceedings of the Workshop on Unified Theories and Baryon Number in the Universe, eds. O. Sawada and A. Sugamoto (KEK report 79-18, 1979); M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, in Supergravity, eds. P. van Nieuwenhuizen and D.Z. Freedman (North Holland, Amsterdam, 1979); R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, “Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation,” Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 912.

- [14] S. Dodelson and L. M. Widrow, Phys. Rev. Lett. **72**, 17 (1994) [hep-ph/9303287].
- [15] X. -D. Shi and G. M. Fuller, Phys. Rev. Lett. **82**, 2832 (1999) [astro-ph/9810076].
- [16] D. Notzold and G. Raffelt, Nucl. Phys. B **307**, 924 (1988).
- [17] M. Laine and M. Shaposhnikov, JCAP **0806** (2008) 031 [arXiv:0804.4543 [hep-ph]].
- [18] A. Boyarsky, O. Ruchayskiy and D. Iakubovskiy, JCAP **0903**, 005 (2009) [arXiv:0808.3902 [hep-ph]].
- [19] A. Boyarsky, J. Lesgourgues, O. Ruchayskiy and M. Viel, JCAP **0905**, 012 (2009) [arXiv:0812.0010 [astro-ph]].
- [20] T. Asaka, M. Shaposhnikov and A. Kusenko, Phys. Lett. B **638** (2006) 401 [hep-ph/0602150].
- [21] E. W. Kolb and M. S. Turner, The Early Universe
- [22] T. Asaka and S. Eijima, PTEP **2013** (2013) 11, 113B02 [arXiv:1308.3550 [hep-ph]].
- [23] J. A. Casas and A. Ibarra, Nucl. Phys. B **618**, 171 (2001) [hep-ph/0103065].
- [24] T. Asaka, S. Eijima and H. Ishida, JHEP **1104** (2011) 011 [arXiv:1101.1382 [hep-ph]].
- [25] O. Ruchayskiy and A. Ivashko, JHEP **1206** (2012) 100 [arXiv:1112.3319 [hep-ph]].
- [26] G. Bernardi *et al.*, Phys. Lett. B **203** (1988) 332.
- [27] J.-M. Levy, *Production et désintégrations de neutrinos massifs*, Doctoral thesis, University of Paris (1986).
- [28] A. V. Artamonov *et al.* [E949 Collaboration], Phys. Rev. D **91** (2015) 5, 052001 [Phys. Rev. D **91** (2015) 5, 059903] [arXiv:1411.3963 [hep-ex]].
- [29] T. Yamazaki in *Neutrino 84*, Dortmund, 1984.
- [30] D. I. Britton, S. Ahmad, D. A. Bryman, R. A. Burnham, E. T. H. Clifford, P. Kitching, Y. Kuno and J. A. Macdonald *et al.*, Phys. Rev. D **46** (1992) 885.
- [31] M. Aoki *et al.* [PIENU Collaboration], Phys. Rev. D **84** (2011) 052002 [arXiv:1106.4055 [hep-ex]].
- [32] F. Bergsma *et al.* [CHARM Collaboration], Phys. Lett. B **128** (1983) 361.
- [33] F. Bergsma *et al.* [CHARM Collaboration], Phys. Lett. B **166** (1986) 473.
- [34] P. Vilain *et al.* [CHARM II Collaboration], Phys. Lett. B **343** (1995) 453 [Phys. Lett. B **351** (1995) 387].
- [35] A. Vaitaitis *et al.* [NuTeV and E815 Collaborations], Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 4943 [hep-ex/9908011].
- [36] S. A. Baranov, Y. A. Batusov, A. A. Borisov, S. A. Bunyatov, V. Y. Valuev, A. S. Vovenko, V. N. Goryachev and M. M. Kirsanov *et al.*, Phys. Lett. B **302** (1993) 336.
- [37] A. M. Cooper-Sarkar *et al.* [WA66 Collaboration], Phys. Lett. B **160** (1985) 207.
- [38] P. Abreu *et al.* [DELPHI Collaboration], Z. Phys. C **74** (1997) 57 [Z. Phys. C **75** (1997) 580].
- [39] L. Canetti, M. Drewes, T. Frossard and M. Shaposhnikov, Phys. Rev. D **87** (2013) 093006 [arXiv:1208.4607 [hep-ph]].
- [40] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], JHEP **1507** (2015) 162 [arXiv:1506.06020 [hep-ex]].

- CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-EXO-14-014.
- [41] A. Blondel *et al.* [FCC-ee study Team Collaboration], arXiv:1411.5230 [hep-ex].
- [42] S. Alekhin *et al.*, arXiv:1504.04855 [hep-ph].
- [43] A. D. Dolgov, S. H. Hansen, G. Raffelt and D. V. Semikoz, Nucl. Phys. B **580** (2000) 331 [hep-ph/0002223].
- [44] A. D. Dolgov, S. H. Hansen, G. Raffelt and D. V. Semikoz, Nucl. Phys. B **590** (2000) 562 [hep-ph/0008138].
- [45] T. Asaka, S. Eijima and K. Takeda, Phys. Lett. B **742** (2015) 303 [arXiv:1410.0432 [hep-ph]].
- [46] R. E. Shrock, Phys. Rev. D **24** (1981) 1232.
- [47] R. E. Shrock, Phys. Rev. D **24** (1981) 1275.
- [48] M. Finkemeier, Phys. Lett. B **387** (1996) 391 [hep-ph/9505434].
- [49] V. Cirigliano and I. Rosell, Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 231801 [arXiv:0707.3439 [hep-ph]].
- [50] C. Lazzeroni *et al.* [NA62 Collaboration], Phys. Lett. B **698** (2011) 105 [arXiv:1101.4805 [hep-ex]].
- [51] E. Goudzovski [NA48/2 and NA62 Collaborations], arXiv:1208.2885 [hep-ex].
- [52] M. Kohl [TREK Collaboration], AIP Conf. Proc. **1563** (2013) 147.
- [53] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Chin. Phys. C **38** (2014) 090001.
- [54] S. Antusch and O. Fischer, JHEP **1505** (2015) 053 doi:10.1007/JHEP05(2015)053 [arXiv:1502.05915 [hep-ph]].
- [55] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 101802 [arXiv:1205.5442 [hep-ex]].
- [56] A. de Gouvêa and A. Kobach, arXiv:1511.00683 [hep-ph].
- [57] A. Abada, A. M. Teixeira, A. Vicente and C. Weiland, JHEP **1402** (2014) 091 doi:10.1007/JHEP02(2014)091 [arXiv:1311.2830 [hep-ph]].
- [58] J. Chadwick, Nature **129** (1932) 312. doi:10.1038/129312a0
- [59] E. Fermi, Z. Phys. **88** (1934) 161. doi:10.1007/BF01351864
- [60] F. Reines and C. L. Cowan, Nature **178** (1956) 446. doi:10.1038/178446a0
- [61] C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse and A. D. McGuire, Science **124** (1956) 103. doi:10.1126/science.124.3212.103
- [62] G. Danby, J. M. Gaillard, K. A. Goulianos, L. M. Lederman, N. B. Mistry, M. Schwartz and J. Steinberger, Phys. Rev. Lett. **9** (1962) 36. doi:10.1103/PhysRevLett.9.36
- [63] K. Kodama *et al.* [DONUT Collaboration], Phys. Lett. B **504** (2001) 218 doi:10.1016/S0370-2693(01)00307-0 [hep-ex/0012035].
- [64] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande, C. K. Lee, P. S. Wildenhain and J. Ullman, Astrophys. J. **496** (1998) 505. doi:10.1086/305343
- [65] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978).
- [66] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, Nuovo Cim. C **9**, 17 (1986).