

博士論文の要旨及び審査結果の要旨

氏名 田中 亮太郎
 学位 博士 (理学)
 学位記番号 新大院博 (理) 第 401 号
 学位授与の日付 平成 27 年 3 月 23 日
 学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当
 博士論文名 Geometric Structure of Banach Spaces and Absolute Norms
 (バナッハ空間の幾何構造と absolute norm)

論文審査委員 主査 教授・斎藤 吉助
 副査 教授・羽鳥 理
 副査 教授・三浦 毅
 副査 教授・田中 環
 副査 准教授・渡邊 恵一

博士論文の要旨

バナッハ空間論は、関数解析学の諸分野に基本的な概念や結果を提供する基礎的な分野である。その研究には幾何学的構造の研究が有効であり、uniform convexity, strict convexity, uniform smoothness, uniform non-squareness などの幾何学的性質は、最短距離問題や不動点理論等の多くの研究分野に大きな貢献を果たしている。

本博士論文は 2000 年以降急速に研究されている absolute norm を用いて、バナッハ空間の幾何構造を研究している。本論文は 3 章からなる。

第 1 章では James 定数の双対性、即ち、バナッハ空間 X に対して、James 定数 $J(X)$ に関する等式 $J(X^*)=J(X)$ は一般には成立しないことが知られているが、等式がどんな条件で成立するかを考察している。今までは、2 次元ローレンツ空間において示されていたが、この問題を R^2 上の symmetric absolute norm に対しては常に等式が成立することを示した。

第 2 章ではバナッハ空間の新たな幾何学的性質の導入と研究を行った。即ち、 p -uniform smoothness と q -uniform convexity の一般化を absolute norm を用いて導入し、それらをノルム不等式による特徴付けを行った。また、応用として、uniform convexity と uniform smoothness との間にある双対性が、ある条件下で成立することを示した。

第 3 章では Tingley 問題に関する最近の結果として、Mazur-Ulam の定理の一般化に関する Tingley 問題に新たな幾何的アプローチを与えている。modified von Neumann-Jordan 定数と呼ばれる幾何学的定数の計算法を組み合わせることによって、Tingley 問題が肯定的に成り立つ absolute norm 空間の様々な例を与えている。

審査結果の要旨

本学位論文は、バナッハ空間の幾何構造を多方面から丹念に研究しており、非常に質の高いものであり、次の点が評価できる。

- ・今まで個々のバナッハ空間で論じていたが、**symmetric absolute ノルム空間**に対して **James 定数**の双対性が成立することを示した点。
- ・**absolute ノルム**の理論を巧妙に応用して、**q-uniform smooth**等の概念を導入し、 **ϕ uniformly smooth**等の新しいバナッハ空間の幾何学的性質の導入に成功した点。
- ・**Tingley 問題**に対する新たな幾何的アプローチとして、**absolute ノルム空間**を応用して、その問題の解決に成功し、更なる研究の方向を示すことが出来た点。

これらの研究は、バナッハ空間の幾何構造の発展に大きく貢献している。その成果は、15編の国際的に評価の高い数学の論文誌に発表または掲載決定している。さらに、国際研究集会や学会などで数多くの講演をしており、国内外から高く評価されている。

よって、本論文は博士（理学）の博士論文として十分であると認定した。