

博士論文の要旨及び審査結果の要旨

氏名 泉田 保  
 学位 位 博士 ( 理学 )  
 学位記番号 新大院博 (理) 第 397 号  
 学位授与の日付 平成 27 年 3 月 23 日  
 学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当  
 博士論文名 **On generalizations and refinements of triangle inequalities**  
 (三角不等式の一般化および精密化について)

論文審査委員 主査 教授・斎藤 吉助  
 副査 教授・羽鳥 理  
 副査 教授・三浦 毅  
 副査 教授・田中 環  
 副査 准教授・渡邊 恵一

博士論文の要旨

数学の多くの分野で不等式は重要な研究対象になっている。バナッハ空間におけるノルム不等式も例外でなく、今までに多くのノルム不等式が研究されてきた。最近、三角不等式の精密化や一般化の研究が盛んになってきている。この論文では、特に、三角不等式を取り上げ、一般化及び精密化を考察する。この不等式は特にバナッハ空間の幾何構造を研究するのに重要であり、応用範囲も広い。本論文は 2 章からなっている。

第 1 章では、ヒルベルト空間におけるオイラー-ラグランジュ型の恒等式から派生するある不等式を一般化した不等式を研究対象とする。この型の不等式は三角不等式の重要な一般化のひとつであり、ヒルベルト空間における中線定理から導出される不等式およびその一般化と関連を持っている。更にこの研究は高橋・Rassias-斎藤-高橋、Dadipour-Moslehian-Rassias-高橋の連続した結果を  $\phi$ -直和の概念を持ち得て、証明を見直すことにより一般化に成功した。その証明のポイントは、一般化されたヘルダーの不等式に着目して、証明を容易にしている。

第 2 章では、加藤-斎藤-田村-三谷によるバナッハ空間における精密化された三角不等式を研究対象とする。2007 年の加藤-斎藤-田村のシャープな三角不等式の研究を起点として、更なる三角不等式の精密化や一般化された三角不等式が示されている。峰野-中村-大和田の結果の証明の簡易化に成功し、さらに狭義凸バナッハ空間においてその不等式の等号成立条件を詳細に研究した。最後の節では精密化され三角不等式の応用として斎藤-三谷らの結果に従い狭義凸性、一様凸性などバナッハ空間の幾何学的性質の特徴付けに関する一連の結果をまとめている。

### 審査結果の要旨

本学位論文は、バナッハ空間における三角不等式を取り扱っている。最近、急速に精密化或いは一般化された三角不等式の研究を absolute ノルムの概念を持ち得て、考察している。それにより、何が重要であるかを明確にすることにより、独創的な工夫をしているのは評価できる。この不等式はバナッハ空間の幾何学の研究に大きく貢献しており、応用が期待される結果であり、次の点が評価できる。

- ・ 三角不等式を一般化或いは精密化された不等式を応用することにより、今までの証明を簡略化される見込みがある点。
- ・  $\phi$ -直和の概念を持ち得ることにより、問題の本質がヘルダーの不等式に着眼した点。
- ・ 精密化された不等式を更に作用素不等式に拡張される可能性があること。

これらの研究は、バナッハ空間の理論の発展に大きく貢献しており、その成果は、2 編の国際的に評価の高い数学の論文誌に発表されている。さらに、京都大学数理解析研究所で開催された研究集会で講演しており、国内外から高く評価されている。

よって、本論文は博士（理学）の博士論文として十分であると認定した。