

シングルスピン非対称に対する  
グルーオン間多体相関の寄与の研究

新潟大学大学院 自然科学研究科  
数理物質科学専攻

F10J014E  
別部 寛生

# Contents

<b>1</b>	<b>導入</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>分布関数・破砕関数</b>	<b>6</b>
2.1	Collinear 因子化	6
2.2	ツイスト2の分布関数	6
2.3	ツイスト2の破砕関数	8
2.4	ツイスト3のクォーク・グルーオン相関関数	8
2.5	ツイスト3の3グルーオン相関関数	9
<b>3</b>	<b>SIDISにおけるD中間子生成過程のSSAの評価</b>	<b>10</b>
3.1	$ep^\uparrow \rightarrow eDX$ の運動学	10
3.2	$ep^\uparrow \rightarrow eDX$ の断面積	11
3.3	EICエネルギーにおけるSSAの数値評価	15
<b>4</b>	<b>核子-核子衝突における軽いハドロン生成のSSAに対する3グルーオン相関関数の寄与</b>	<b>23</b>
4.1	運動学	23
4.2	3グルーオン相関関数の微分断面積への寄与の定式化	23
4.3	スピン依存微分断面積の解析公式	26
4.4	RHICエネルギーにおける非対称度の数値評価	29
<b>5</b>	<b>まとめと展望</b>	<b>33</b>
<b>A</b>	<b>3グルーオン相関関数の<math>p^\uparrow p \rightarrow \pi X</math>への寄与の定式化</b>	<b>36</b>

# 1 導入

強い相互作用をするハドロンは、クォークとグルーオンから構成されることが知られている。強い相互作用の基礎理論は量子色力学 (QCD) であり、QCD を基にハドロンのクォーク・グルーオン構造を解明することが期待されている。QCD は、高エネルギー領域においてクォーク・グルーオン間の相互作用が弱くなる「漸近的自由性」と、クォーク・グルーオンが単独には存在せずに常にハドロンの状態のみで存在するという「閉じ込め」の性質を合わせ持つ。閉じ込めの力学は非摂動的であるが、クォーク・グルーオン間の短距離相互作用は摂動論で記述できる。

高エネルギーハドロン反応の解析は、「QCD 因子化」の枠組みで行われる [1, 2]。この枠組みによると、反応の微分断面積はクォーク・グルーオン間の短距離相互作用を記述する「ハードパート」と、クォーク・グルーオンのハドロン内部での分布を記述する「分布関数」や散乱したクォーク・グルーオンが終状態に観測されるハドロンへと転換する部分を記述する「破砕関数」などの「ソフトパート」へと分離され、両者の積（正確には、それらを表す関数の「畳み込み積分」）として書ける。ハードパートは、漸近的自由性により、摂動 QCD を用いて解析的に計算することができる。一方、ソフトパートは、QCD の非摂動力学を反映しているため、QCD に基づく第 1 原理計算は困難である。そこで、ハドロンの分布・破砕関数は理論的に計算されたハードパートと組み合わせ、高エネルギー衝突過程の微分断面積に対する実験データを再現するように決められているのが一般的である。それにより、ハドロンの内部構造を探ることができ、QCD の非摂動力学に対する情報が得られる。どの分布・破砕関数が寄与するのかは、対象とする過程に依るが、個々の分布・破砕関数は、ハドロンに固有な普遍関数である。これにより、ある反応で得られた分布・破砕関数は、同じ関数が寄与する他の過程への予言に用いることができる。

一般に高エネルギー包含過程の断面積は、 $(\frac{M}{Q})$  のべきで

$$\sigma(Q) \simeq \sigma_{t2} + \left(\frac{M}{Q}\right) \sigma_{t3} + \left(\frac{M}{Q}\right)^2 \sigma_{t4} + \dots \quad (1)$$

のように展開できる。ここで、 $M$  は過程に関与するハドロンの質量、 $Q$  は過程における典型的高運動量移行である。この展開において、 $(\frac{M}{Q})^{t-2}$  の寄与は「ツイスト  $t$ 」の寄与と呼ばれる。この展開から明らかなように、 $Q$  が大きな ( $Q \gg M$ ) 高エネルギー過程では、ツイスト 2 の寄与が支配的となる。このツイスト 2 の寄与は、いわゆる「パートン模型」に QCD の輻射補正を加えたものである。ここで、パートンとは、高エネルギー散乱におけるクォーク・グルーオンの呼称である。パートン模型では、高エネルギー散乱は、ハドロンを構成するパートンからの独立な（インコヒーレントな）散乱の重ね合わせとして記述される。このモデルは、レプトン核子深非弾性散乱 (DIS=Deep Inelastic Scattering) において観測された核子の構造関数（微分断面積）が、近似的に特定の無次元変数のみの関数のように振る舞うという Bjorken スケーリングとよばれる実験結果をよく説明した。

一方、 $t \geq 3$  の寄与は、高次ツイストとよばれ、通常は、ツイスト 2 の大きな寄与に隠されているため観測は困難である。しかしながら、過程によっては、ツイスト 2 の寄与が存在せず、その場合には高次ツイストが主要項として寄与する。高次ツイストの効果は、パートン模型的な確率解釈をもった分布・破砕関数では記述されないパートン間の量子多体相関の現れであるため、核子の内部構造と QCD の非摂動力学に関し、パートン模型よりも高次の情報を提供してくれる。高次ツイストの寄与に対する因子化された断面積の導出は、ツイスト 2 の寄与に比べ複雑な定式化が必要になるが、近年の研究によりしだいに明らかにされてきた。実験で得られた高次ツイスト観測量が統一的に記述できれば摂動 QCD の大きな進歩と言える。本研究は、ツイスト 3 効果に関するものである。

ハドロンの内部構造を知る手がかりになるものとして、スピン非対称が挙げられる。スピン非対称は、核子を用いる衝突実験において、スピンに依存する微分断面積と無偏極断面積との比として与えられる。特に、反応に関わる粒子のうち、ただ 1 個がスピン偏極している場合、シングルス

ピン非対称 (SSA=Single Spin Asymmetry) とよぶ。歴史的に重要な SSA として、フェルミ国立研究所の E704 実験が報告した横偏極陽子と無偏極陽子との衝突におけるパイオン生成過程の SSA が上げられる。この実験では、重心系でのエネルギー  $\sqrt{S} = 20$  GeV において、横偏極核子の前方で 30 % にも達する非対称が観測された [3]。高エネルギー包含過程の記述に成功してきたパートン模型 (ツイスト 2 のレベルの摂動 QCD) によると、この過程の SSA は  $\alpha_S m_q / \sqrt{S}$  ( $\alpha_S \sim 0.2$  は強い相互作用の結合定数,  $m_q \sim 2-3$  MeV は核子を構成する  $u, d$  クォークの質量) の程度で、ほとんどゼロのはずであったが、予想に反する大きな SSA であった。以来、このように大きな SSA の起源と発現のメカニズムを明らかにする研究が始まった。より高エネルギーで SSA を測定する実験も始まり、ブルックヘブン国立研究所 (BNL) の RHIC 加速器は、パイオン生成過程で  $\sqrt{S} = 200$  GeV においても同様に大きな SSA を観測した [4]-[11]。また、セミンクルーシブ深非弾性散乱 (SIDIS)、すなわち、電子と横偏極した陽子を衝突させ終状態に電子とハドロンを捉える過程においても DESY の HERMES 実験 [12] や CERN の COMPASS 実験 [13] などが特徴的な SSA を報告している。将来的には、核子構造の更なる解明のため BNL あるいは Jefferson 研究所において、高エネルギーの電子-核子衝突型加速器 Electron Ion Collider (EIC) [14] を用いた実験が計画されている。

SSA の記述に適した QCD 因子化の枠組みとして 2 種類のアプローチが存在する。終状態ハドロン  $H$  の横運動量  $P_T$  が散乱のエネルギースケール  $Q$  と同程度に大きい場合 ( $P_T \sim Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ ,  $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 200$  MeV は QCD のスケールパラメータ) は「collinear 因子化」が有効である。この枠組みでは、SSA はツイスト 2 の寄与としては現れず、核子中のクォーク・グルーオン相関の効果によるツイスト 3 観測量として記述される [15]-[21]。一方、終状態ハドロン  $H$  の横運動量  $P_T$  が  $Q$  よりも遥かに小さい場合 ( $P_T \ll Q$ ) は、「TMD 因子化」(TMD=transverse momentum dependent) が有効である [2, 22, 23, 24, 25]。TMD 因子化ではパートンの分布・破碎関数は、パートンの運ぶ縦運動量割合のみならずパートンの「固有横運動量」にも依存する関数となる。それら関数はスピンとこの横運動量の種々の相関を表現しており、この相関により SSA が記述される。ただし、TMD 因子化が成立する過程は限られており、核子核子散乱におけるハドロン生成過程のように 3 個以上のハドロンが関与する過程では成立しないことも示されている [26]。他方、SIDIS 過程やドレル・ヤン過程 (核子核子衝突でのレプトン対包含生成過程) など、2 つの枠組みが成立する過程では、両者が有効な中間横運動量領域 ( $Q \gg P_T \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ ) では、2 つの枠組みが等価な SSA を与えることが示されている [27, 28, 29, 30]。本論文では、RHIC や EIC 実験で  $P_T$  の大きなハドロンを補足する過程を研究対象とするため、collinear 因子化の枠組みで SSA を考える。

SSA に対するツイスト 3 断面積のソフトパートには、種々のパートンの多体相関関数が現れる。例として、本研究の研究対象の 1 つである横偏極核子 ( $A^\uparrow$ ) と無偏極核子 ( $B$ ) の衝突におけるハドロン ( $C$ ) 生成過程、 $A^\uparrow + B \rightarrow C + X$  ( $X$  は終状態の観測されないハドロン全体を表す) における SSA を考える。対応するツイスト 3 スピン依存微分断面積のもっとも一般的な形は

$$\begin{aligned}
d\sigma(\vec{S}_\perp) = & H_1 \otimes f_A^{(3)}(x_1, x_2) \otimes f_B^{(2)}(x') \otimes D_C^{(2)}(z) \\
& + H_2 \otimes f_A^{(2)}(x) \otimes f_B^{(3)}(x'_1, x'_2) \otimes D_C^{(2)}(z) \\
& + H_3 \otimes f_A^{(2)}(x) \otimes f_B^{(2)}(x') \otimes D_C^{(3)}(z_1, z_2)
\end{aligned} \tag{2}$$

のような構造となる。ここで、 $f_{A,B}^{(2,3)}$  は、核子  $A, B$  の中でのパートンの分布関数 (相関関数) を表し、 $D_C^{(2,3)}$  は終状態ハドロンに対する破碎関数を表す。括弧内の数字は、その分布・破碎関数のツイストを表す。引数の  $x, x_i$  ( $i = 1, 2$ ) などは、パートンの運ぶ運動量割合を表し、ツイスト 2 の関数は、1 つの運動量割合の関数であるのに対し、ツイスト 3 関数は 2 つの運動量割合の関数となる。 $H_1, H_2, H_3$  は、それぞれの場合に対応するハードパートであり、関与するパートンの運動量割合と運動量の関数である。 $\otimes$  は、パートンの運動量割合についての畳み込み積分を表す。ツイスト 2 の

分布・破砕関数はパートンの確率分布を表す。他方，2変数関数のツイスト3関数は，確率解釈はできず，純粋にパートン間の相関を表現している。このようにツイスト3の断面積は，分布・破砕関数のうち1つがツイスト3の関数になっている。上式の場合，第1項は横偏極核子中のツイスト3分布関数，第2項は無偏極核子中のツイスト3分布関数 [31, 32]，第3項は終状態ハドロンに対するツイスト3破砕関数 [33]-[37] がそれにあたる。第1項の  $f_A^{(3)}(x_1, x_2)$  には，横偏極核子中の「クォーク・グルーオン相関関数」 [15]-[41] と，横偏極核子中でのグルーオン間の多体相関を表す「3グルーオン相関関数」 [42]-[49] の2種の相関関数がある。また，第2項の寄与は，対応するハードパート  $H_2$  が，第1項のクォーク・グルーオン相関関数に対するハードパート  $H_1$  に比べはるかに小さいため無視できることが知られている [32]。第3項のハードパートは，文献 [36] で導出され，第1項の中のクォーク・グルーオン相関の寄与と組み合わせることにより SIDIS 過程の SSA と核子核子衝突におけるパイオン生成過程の SSA が無矛盾に記述できる可能性が最近の文献 [38] により示されている。しかしながら，このシナリオが正当化されるためには，第1項の中に存在する3グルーオン相関関数の寄与に対する評価は不可欠である。核子内には多くのグルーオンが存在し，高エネルギー核子の運動量はクォークとグルーオンによりほぼ等しい割合で運ばれていることから，SSA はクォーク・グルーオン相関のみならず，純粋にグルーオン間の相関も重要な役割をしている可能性がある。そこで，第1項に対する横偏極核子中の3グルーオン相関の寄与の解析公式を導出し，その特徴を明らかにすることが本研究の目的の一つである [49]。

高エネルギー過程の SSA で，3グルーオン相関関数が主要な寄与を与える例として，電子-核子，核子-核子衝突における  $D$  中間子生成過程など，重いクォーク対 ( $c\bar{c}$ ) の生成を伴う反応があげられる。これらの反応では， $c$ -クォークなどの重いクォークは初期状態の核子中には存在しないため，電子が放出した仮想光子と核子中のグルーオンの融合，もしくは，2つの核子から放出されたグルーオン同士の融合により  $c\bar{c}$  対が作られ，それらが  $D$  中間子へと転換する。同様に，これら過程の SSA も横偏極核子中の3グルーオン相関関数が唯一の起源となる。3グルーオン相関関数の SSA に対する寄与の定式化は，電子-核子衝突における  $D$  中間子生成過程， $e+p \rightarrow e+D+X$ ，を例に，文献 [44] において完成された。この手法は，核子-核子衝突における  $D$  中間子生成過程 [46]，Drell-Yan 過程 [47]，直接光子生成過程 [47] にも応用された。これらの過程の SSA の測定は，現在，RHIC でも進行している。特に， $D$  中間子生成過程の SSA の初期データ [50] も報告されており，それをもとに，3グルーオン相関関数の上限値に対するモデルも示唆されている。RHIC のデータのみならず，計画されている EIC 実験での SIDIS における  $D$  中間子生成の SSA は，核子内の3グルーオン相関について重要な情報を与えるため，本研究では，先に得られた3グルーオン分布に対するモデルを用いて，EIC 実験の典型的エネルギーにおける SSA の数値評価を行い，SSA の特徴的振る舞いを明らかにすることを目的としている [48]。

本論文の構成は以下のようになっている。2節では，高エネルギー包含過程を Collinear 因子化の枠組みで記述する際に必要となる，核子やハドロンの分布関数・破砕関数について整理する。SSA の解析で必要となるツイスト2及び3の関数についてまとめる。3節では，EIC 実験における SIDIS の  $D$  中間子生成の SSA について，3グルーオン相関関数のモデルによる数値評価を与える。運動学と文献 [44] で得られた微分断面積の構造についてまとめた後，文献 [46] のモデルを基にした5つの構造関数に対応する SSA の数値評価を与え，それらの特徴を明らかにする [48]。4節では，核子核子衝突における  $\pi$  中間子生成の SSA に対する3グルーオン相関関数の寄与について調べる [49]。対応する解析公式を導出し，さらに，3節で用いた3グルーオン相関のモデルを用いて RHIC エネルギーでの SSA に対する3グルーオン相関の影響を評価する。すでに得られている RHIC の実験データと比較することで，用いたモデルの適否を議論する。5節では，本研究のまとめをし，今後の展望について議論する。Appendix では，4節で解析公式を導出する際に用いた3グルーオン相関関数の寄与の定式化についてまとめる。

## 2 分布関数・破砕関数

本節では collinear 因子化を基礎にした高エネルギー包含過程の解析に使われる分布関数・破砕関数について説明する。

### 2.1 Collinear 因子化

始めに collinear 因子化を用いる場合の微分断面積の表現について述べる。この枠組みでは、SIDIS、 $e + p \rightarrow e + h + X$ 、のツイスト 2 の断面積は以下のように書ける。

$$\sigma^{(2)}(Q) \sim \int \frac{dx}{x} \int \frac{dz}{z} f(x, \mu) D(z, \mu) \hat{\sigma}(x, z, Q, \mu). \quad (3)$$

ここで、 $f(x, \mu)$  はツイスト 2 のパートン分布関数であり、変数  $x$  は親の核子に対するパートンの縦運動量割合である。また、 $D(z, \mu)$  はツイスト 2 の破砕関数であり、変数  $z$  は親のパートンに対する終状態ハドロンの運ぶ縦運動量割合である。また、 $\hat{\sigma}(x, z, Q, \mu)$  はハード断面積を表す。変数  $Q$  は、過程に関与する高運動量移行を象徴的に表す。 $\mu$  は、ハードスケールとソフトスケールを分離する因子化スケールであり、以下に述べる分布・破砕関数を定義する演算子の紫外発散を繰り込むことで  $\mu$  依存性が現れる。この  $\mu$  依存性は、関数ごとに異なるが、ゆっくりとした対数的な依存性であり以下では簡単のため、 $\mu$  依存性は省略し、分布・破砕関数を単に  $f(x)$  や  $D(z)$  のように書く。同様に、ツイスト 3 分布関数の微分断面積への寄与は、

$$\sigma^{(3)}(Q) \sim \int \frac{dx_1}{x_1} \int \frac{dx_2}{x_2} \int \frac{dz}{z} f^{(3)}(x_1, x_2, \mu) D(z, \mu) \hat{\sigma}(x_1, x_2, z, Q, \mu). \quad (4)$$

のように書ける。 $f^{(3)}(x_1, x_2, \mu)$  はツイスト 3 分布関数を表し、縦運動量割合 2 この関数となる。また、 $f^{(3)}(x_1, x_2)$  のように  $\mu$  依存性は省略して表記する。

### 2.2 ツイスト 2 の分布関数

クォーク分布関数は核子内における運動量割合  $x$  を持ったクォークの確率分布関数であるという物理的意味をもつ [51, 52, 53]。クォーク分布関数は、

$$\phi_{\Gamma}(x) = \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | \bar{\psi}(0) \Gamma \psi(\lambda n) | PS \rangle \quad (5)$$

で定義される。ここで、クォーク場を  $\psi$ 、核子の運動量を  $P$ 、スピンベクトルを  $S$  と書いた。 $P$  と  $S$  は、 $p^2 = 0, n^2 = 0, p \cdot n = 1$  を満たす光円錐ベクトル  $p^\alpha$  と  $n^\beta$  を用いて、

$$P^\mu = p^\mu + \frac{M^2}{2} n^\mu \quad S^\mu = (S \cdot n) p^\mu + (S \cdot p) n^\mu + M S_\perp^\mu \quad (6)$$

と書ける。ここで、 $S_\perp$  は、横偏極核子のスピンベクトルであり  $S_\perp^2 = -1, S_\perp \cdot p = S_\perp \cdot n = 0$  を満たす。 $P$  と  $S$  は  $P^2 = -S^2 = M^2, P \cdot S = 0$  を満たし、質量  $M$  を抜き出すことでスピンの横成分  $S_\perp$  を無次元にしている。ここで、陽子の進行方向を、 $z$  軸の正にとると、

$$p = \frac{1}{\sqrt{2}}(p^+, 0, 0, p^+) \quad n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{p^+}, 0, 0, -\frac{1}{p^+} \right) \quad (7)$$

と書ける。また、核子の質量が無視できる高エネルギー陽子を考える場合、 $P \simeq p$  と近似できる。

また，上の式では  $\bar{\psi}$  と  $\psi$  の間でゲージリンク演算子， $[0, \lambda n] = \mathcal{P} \exp[ig \int_0^\lambda dt n \cdot A(\tau n)]$  を省略している。これは非局所の光円錐演算子にゲージ不変性を与えており， $\mathcal{P}$  は *path-ordering* を意味している。これ以降もゲージリンク演算子の表記は省略する。

また，上の式で， $\Gamma$  に適当な  $\gamma$  行列を代入してローレンツテンソル分解を行うことにより，ツイスト，スピン，カイラリティに応じた各分布関数を求めることができる。具体的には，

$$f_1(x) = \int \frac{d\lambda}{4\pi} e^{i\lambda x} \langle P | \bar{\psi}(0) \not{n} \psi(\lambda n) | P \rangle \quad (8)$$

$$g_1(x) = \frac{1}{S \cdot n} \int \frac{d\lambda}{4\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | \bar{\psi}(0) \not{n} \gamma^5 \psi(\lambda n) | PS \rangle \quad (9)$$

$$h_1(x) = -\frac{1}{2S_\perp^2} \int \frac{d\lambda}{4\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | \bar{\psi}(0) [\not{S}_\perp, \not{n}] \psi(\lambda n) | PS \rangle \quad (10)$$

となる。

実際の計算は，以下の式を用いると便利である。

$$\begin{aligned} M^q(x)_{ij} &= \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | \bar{\psi}_j(0) \psi_i(\lambda n) | PS \rangle \\ &= \frac{1}{2} (\not{p})_{ij} f_1(x) + \frac{1}{2} (\gamma^5 \not{p})_{ij} (S \cdot n) g_1(x) + \frac{1}{2} (\gamma^5 \not{S}_\perp \not{p})_{ij} h_1(x) + \dots \end{aligned} \quad (11)$$

ここで，クォーク場のスピノール添字として  $i$  と  $j$  を使っている。今回の論文ではクォーク分布関数は，無偏極核子からのツイスト 2 クォーク分布関数のみを扱うので， $f_1(x)$  だけを考えればよい。

グルーオン分布関数は，グルーオン場の強度テンソル  $F_a^{\alpha\beta} \equiv \partial^\alpha A_a^\beta - \partial^\beta A_a^\alpha + g f_{abc} A_b^\alpha A_c^\beta$  を用いて表される [51, 54, 55]。ここで， $a, b, c$  は，カラーの添字である。また， $f^{bca}$  は SU(3) 群の構造定数であり，添字の交換に対して反対称になる。また，これ以降の式中では，関数の形に影響ない限りは，カラーの添字についての表記を省略する。

具体的なグルーオン分布関数は，強度テンソル  $F^{\alpha\beta}$  の光円錐上の相関関数のフーリエ変換として以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} M^g(x)^{\alpha\beta} &= \frac{2}{x^2} \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | n_\mu F^{\mu\alpha}(0) n_\nu F^{\nu\beta}(\lambda n) | PS \rangle \\ &= -\frac{1}{2x} G(x) g_\perp^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \Delta G(x) i \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} p_\mu n_\nu (S \cdot n) - G_3(x) M i \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} S_{\perp\mu} n_\nu + G_4(x) M^2 n^\alpha n^\beta \end{aligned} \quad (12)$$

ここで， $g_\perp^{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} - p^\alpha n^\beta - n^\alpha p^\beta$  である。また， $\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$  は， $\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1$  の反対称テンソルである。

上の式で， $G(x)$  はツイスト 2 の無偏極核子に対する分布関数であり， $\Delta G(x)$  はツイスト 2 の縦偏極核子に対する分布関数である。また， $G_3(x)$  はツイスト 3 の横偏極核子に対する分布関数であり， $G_4(x)$  はツイスト 4 の無偏極核子に対する分布関数である。今回の論文では無偏極核子からのグルーオン分布関数を扱うので，主要項として寄与する  $G(x)$  だけを考えればよい。

### 2.3 ツイスト2の破砕関数

終状態に観測される粒子は終状態パートンが運動量割合  $z$  をもって破砕した結果生成される。その破砕のしかたは、破砕関数によって記述される [51]。この量も理論では予測困難な長距離部分であり反応の種類に依らない関数である。

無偏極のハドロンが生成されるさいのクォーク破砕関数は生成されるハドロンの運動量を  $P_h$ 、終状態で観測されないハドロン群を  $X$  として

$$\hat{M}^q(z)_{ij} = \sum_X z \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda/z} \langle 0 | \bar{\psi}_j(0) | h(P_h) X \rangle \langle h(P_h) X | \psi_i(\lambda n) | 0 \rangle = (\not{p}_c + m_c)_{ij} \hat{f}_1(z) + \dots \quad (13)$$

で与えられる。ここで、 $p_c$  はハドロンに破砕するクォークの運動量であり、生成されるハドロン  $h$  の運動量  $P_h$  と  $p_c = P_h/z$  の関係にある。また、 $m_c$  は破砕するクォークの質量である。 $u, d, s$  といった、反応のエネルギーに比較して質量の小さいクォークの場合は  $m_c = 0$  と近似できるが、チャームクォークのように質量の大きな粒子を扱う場合は無視できない。今回の論文では破砕関数はツイスト2の寄与を扱うので、主要項として  $\hat{f}_1(z)$  だけを考えればよい。

無偏極のハドロンが生成されるさいのグルーオン破砕関数は分布関数を導いた場合と同様に、

$$\hat{M}^g(z)^{\alpha\beta} = \sum_X z^2 \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda/z} \langle 0 | n_\mu F^{\mu\alpha}(0) | h(P_h) X \rangle \langle h(P_h) X | n_\nu F^{\nu\beta}(\lambda n) | 0 \rangle = -g_\perp^{\alpha\beta} \hat{G}(z) + \dots \quad (14)$$

で与えられる。今回の論文では破砕関数はツイスト2の寄与を扱うので、主要項として  $\hat{G}(z)$  だけを考えればよい。

### 2.4 ツイスト3のクォーク・グルーオン相関関数

クォーク・グルーオン相関関数については、以前から研究がなされてきた [15]-[21]。この関数は、核子内におけるクォーク・グルーオンの量子的な多体相関を表す。その形は以下のように、クォーク場  $\bar{\psi}, \psi$  でグルーオン場の強度テンソル  $F^{\alpha\beta}$  を挟んだものとなっている。

$$\begin{aligned} & \int \frac{d\lambda}{2\pi} \frac{d\mu}{2\pi} e^{i\lambda x_1} e^{i\mu(x_2-x_1)} \langle p S_\perp | \bar{\psi}_j(0) g F^{\alpha\beta}(\mu n) n_\beta \psi_i(\lambda n) | p S_\perp \rangle \\ &= \frac{M_N}{4} \not{p}_{ij} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} S_\perp^\delta G_F(x_1, x_2) + i \frac{M_N}{4} (\gamma^5 \not{p})_{ij} S_\perp^\alpha \tilde{G}_F(x_1, x_2) + \dots \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $S_\perp$  は、横偏極核子のスピンベクトルであり  $S_\perp^2 = -1, S_\perp \cdot p = S_\perp \cdot n = 0$  を満たす。 $p^\mu = (p^+, 0, \mathbf{0}_\perp)$ ,  $n^\mu = (0, n^-, \mathbf{0}_\perp)$ ,  $S_\perp^\mu = (0, 0, \mathbf{S}_\perp)$  と決められる。また、 $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$  は、 $\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1$  の反対称テンソルを用いて、 $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} S_\perp^\delta = \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} p_\beta n_\gamma S_\perp^\delta$  と、決めたものである。

上の式で、核子の質量  $M_N$  を導入しているので、 $G_F(x_1, x_2), \tilde{G}_F(x_1, x_2)$  は、無次元に定義される。ここでの変数  $x_1, x_2$  は、元の核子の運動量に対するクォークの運ぶ運動量割合であり、 $x_2 - x_1$  はグルーオンの運ぶ運動量割合である。また、相関関数  $G_F(x_1, x_2), \tilde{G}_F(x_1, x_2)$  はエルミート性、 $PT$  不変性により以下の対称性を満足する。

$$G_F(x_1, x_2) = G_F(x_2, x_1), \quad \tilde{G}_F(x_1, x_2) = -\tilde{G}_F(x_2, x_1). \quad (16)$$



## 2.5 ツイスト3の3グルーオン相関関数

ツイスト3の3グルーオン相関関数が寄与する反応については，近年研究が進んできた [42, 43, 44]。この関数は，核子内におけるグルーオンの量子的な多体相関を表す。その形は以下の式で示すように3個のグルーオン場の強度テンソル  $F^{\alpha\beta}$  の光円錐上の相関関数となっている。また，3グルーオン相関関数は，定義式の中に  $SU(3)$  群の構造定数， $d^{bca}$  と  $f^{bca}$  のいずれかを含む。ここで，添字の交換に対して， $d^{bca}$  は対称， $f^{bca}$  は反対称である。式中の構造定数の違いから，独立な3グルーオン相関関数は，以下の式で定義される2つの関数となる。

$$\begin{aligned} O^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2) &= -g(i)^3 \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{i\lambda x_1} e^{i\mu(x_2-x_1)} \langle pS | d_{bca} F_b^{\beta n}(0) F_c^{\gamma n}(\mu n) F_a^{\alpha n}(\lambda n) | pS \rangle \\ &= 2iM_N \left[ O(x_1, x_2) g^{\alpha\beta} \epsilon^{\gamma pm S_\perp} + O(x_2, x_2 - x_1) g^{\beta\gamma} \epsilon^{\alpha pm S_\perp} + O(x_1, x_1 - x_2) g^{\gamma\alpha} \epsilon^{\beta pm S_\perp} \right] \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2) &= -g(i)^3 \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{i\lambda x_1} e^{i\mu(x_2-x_1)} \langle pS | i f_{bca} F_b^{\beta n}(0) F_c^{\gamma n}(\mu n) F_a^{\alpha n}(\lambda n) | pS \rangle \\ &= 2iM_N \left[ N(x_1, x_2) g^{\alpha\beta} \epsilon^{\gamma pm S_\perp} - N(x_2, x_2 - x_1) g^{\beta\gamma} \epsilon^{\alpha pm S_\perp} - N(x_1, x_1 - x_2) g^{\gamma\alpha} \epsilon^{\beta pm S_\perp} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

ここで，グルーオン場の強度テンソル  $F_a^{\alpha\beta}$  を用いて， $F_a^{\alpha n} \equiv F_a^{\alpha\beta} n_\beta$  と書き，同じく，イプシロンテンソル  $\epsilon_{0123} = 1$  を使って， $\epsilon^{\alpha pm S_\perp} \equiv \epsilon^{\alpha\mu\nu\lambda} p_\mu n_\nu S_{\perp\lambda}$  と表す。

上の式で，核子の質量  $M_N$  を導入している。これにより，関数  $O(x_1, x_2), N(x_1, x_2)$  は，無次元に定義される。3グルーオン相関関数は，ハードパートと3本のグルーオン線で接続する。この時，元の核子の運動量に対し各グルーオン線の運ぶ運動量の割合が，変数  $x_1, x_2$  及び，その差  $x_1 - x_2$  である。関数  $O(x_1, x_2), N(x_1, x_2)$  は，実数であり，エルミート性，PT不変性により以下の対称性を有する。

$$O(x_1, x_2) = O(x_2, x_1), \quad O(x_1, x_2) = O(-x_1, -x_2), \quad (19)$$

$$N(x_1, x_2) = N(x_2, x_1), \quad N(x_1, x_2) = -N(-x_1, -x_2). \quad (20)$$

3グルーオン相関関数は，荷電共役変換の下で  $N(x_1, x_2)$  が偶， $O(x_1, x_2)$  が奇である。

### 3 SIDIS における $D$ 中間子生成過程の SSA の評価

SIDIS における  $D$  中間子の生成は、仮想光子とグルーオンの融合による  $c\bar{c}$  対の生成から引き起こされる。それに対応し、この過程の SSA は横偏極核子中の 3 グルーオン相関関数が唯一の起源である。この寄与を表す微分断面積は文献 [44] で求められている。ここでは、まずその結果をまとめ、3 グルーオン関数について得られた [47] のモデルをもとに米国で計画されている EIC 実験における  $D$  中間子生成の SSA の特徴を見ることにする。

#### 3.1 $ep^\uparrow \rightarrow eDX$ の運動学

ここではまず、横偏極陽子 ( $p^\uparrow$ ,  $\uparrow$  は横偏極を表す) を標的とした SIDIS 過程

$$e(\ell) + p^\uparrow(p, S_\perp) \longrightarrow e(\ell') + D(P_h) + X \quad (21)$$

を解析するため、運動学変数を定義する。入射電子の 4 元運動量を  $\ell$ 、散乱電子の 4 元運動量を  $\ell'$  とし、仮想光子の 4 元運動量を  $q = \ell - \ell'$  とする。横偏極陽子の 4 元運動量を  $p^\mu$ 、その (横偏極) スピンベクトルを  $S_\perp^\mu$  とする。ツイスト 3 の近似で、核子の質量は無視できるので、 $p$  は lightlike ( $p^2 = 0$ ) である。生成される  $D$  中間子の 4 元運動量を  $P_h^\mu$  と書くと、 $D$  中間子の質量を  $m_h$  として  $P_h^2 = m_h^2$  である。これらの変数を用いて、以下の 5 つの Lorentz 不変量を定義する。第一に、入射電子と偏極陽子の重心エネルギーの 2 乗を以下のように書く。

$$S_{ep} = (\ell + p)^2 \quad (22)$$

第二に、仮想光子の 4 元運動量  $q$  を用いて以下の量を定義する。

$$Q^2 = -q^2 = -(\ell - \ell')^2 \quad (23)$$

第三に、Bjorken 変数を以下のように書く。

$$x_{bj} = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \quad (24)$$

第四に、生成中間子の運動量から以下の量を定義する。

$$z_f = \frac{p \cdot P_h}{p \cdot q} \quad (25)$$

第五に、 $q^\mu$  の横成分  $q_t^\mu$  ( $q_t \cdot p = q_t \cdot P_h = 0$ ) を

$$q_t^\mu = q^\mu + \left( \frac{m_h^2 p \cdot q}{(p \cdot P_h)^2} - \frac{P_h \cdot q}{p \cdot P_h} \right) p^\mu - \frac{p \cdot q}{p \cdot P_h} P_h^\mu \quad (26)$$

と定義し、

$$q_T = \sqrt{-q_t^2} \quad (27)$$

と置く。

次に座標系を定義する。仮想光子と横偏極陽子が collinear な座標系を採用し、横偏極核子の運動方向を  $z$  軸の正方向とする。特に、

$$q^\mu = g^{\mu 3} Q \quad p^\mu = \frac{g^{\mu-} Q}{\sqrt{2} x_{bj}} \quad (28)$$

となる座標系をとる。また、始状態と終状態の電子の運動量ベクトルが張る平面をレプトン平面、 $z$  軸と  $\vec{P}_h$  の張る平面をハドロン面と呼ぶ。レプトン面、 $\vec{P}_h$ 、スピンベクトル  $\vec{S}_\perp$  の  $z$  軸の周りの方位角を、それぞれ、 $\phi$ 、 $\chi$ 、 $\Phi_S$  とする [44, 45]。この座標系において、 $q_T$  は  $P_h$  の横成分の大きさ  $P_{h\perp}$  と  $P_{h\perp} = z_f q_T$  の関係がある。

### 3.2 $ep^\dagger \rightarrow eDX$ の断面積

3 グルーオン相関関数の (21) に対する寄与を表すハードパートは図 1 に描かれた 4 つのダイアグラムから得られる。微分断面積に対する結果は、以下の式で得られる [44, 45]。

$$\begin{aligned}
\frac{d^6 \Delta \sigma}{[d\omega]} &= \frac{\alpha_{em}^2 \alpha_s e_c^2 M_N}{16\pi^2 x_{bj}^2 S_{ep}^2 Q^2} \left( \frac{-\pi}{2} \right) \sum_{k=1, \dots, 4, 8, 9} \mathcal{A}_k \mathcal{S}_k \int_{x_{min}}^1 \frac{dx}{x} \int_{z_{min}}^1 \frac{dz}{z} \delta \left( \frac{q_T^2}{Q^2} - \left(1 - \frac{1}{\hat{x}}\right) \left(1 - \frac{1}{\hat{z}}\right) + \frac{m_c^2}{\hat{z}^2 Q^2} \right) \\
&\times \sum_{a=c, \bar{c}} D_a(z) \left( \delta_a \left\{ \left[ \frac{dO(x, x)}{dx} - \frac{2O(x, x)}{x} \right] \Delta \hat{\sigma}_k^1 + \left[ \frac{dO(x, 0)}{dx} - \frac{2O(x, 0)}{x} \right] \Delta \hat{\sigma}_k^2 + \frac{O(x, x)}{x} \Delta \hat{\sigma}_k^3 \right. \right. \\
&+ \left. \frac{O(x, 0)}{x} \Delta \hat{\sigma}_k^4 \right\} + \left\{ \left[ \frac{dN(x, x)}{dx} - \frac{2N(x, x)}{x} \right] \Delta \hat{\sigma}_k^1 - \left[ \frac{dN(x, 0)}{dx} - \frac{2N(x, 0)}{x} \right] \Delta \hat{\sigma}_k^2 \right. \\
&+ \left. \left. \frac{O(x, x)}{x} \Delta \hat{\sigma}_k^3 + \frac{O(x, 0)}{x} \Delta \hat{\sigma}_k^4 \right\} \right) \quad (29)
\end{aligned}$$

ここで、 $[d\omega] \equiv dx_{bj} dQ^2 dz_f dq_T^2 d\phi d\chi$ 、 $\hat{x} = x_{bj}/x$ 、 $\hat{z} = z_f/z$  である。添字  $a$  は、破砕するパートンのフレーバーを表し、 $c$  クォークと  $\bar{c}$  クォークを表す。式中の記号  $\delta_a$  は、 $c$  クォークと  $\bar{c}$  クォークに対して  $\delta_c = 1$ 、 $\delta_{\bar{c}} = -1$  である。 $\alpha_{em}$  は微細構造定数 ( $= 1/137$ )、 $e_c = 2/3$  は  $c$  クォークの電荷、 $\alpha_s$  は強い相互作用の構造定数を表す。 $\mathcal{A}_k$  及び  $\mathcal{S}_k$  は、 $k = 1, \dots, 4, 8, 9$  に対して、

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_1 &= 1 + \cosh^2 \psi, & \mathcal{A}_2 &= -2, & \mathcal{A}_3 &= -\cos(\phi - \chi) \sinh 2\psi, & \mathcal{A}_4 &= \cos 2(\phi - \chi) \sinh^2 \psi, \\
\mathcal{A}_8 &= -\sin(\phi - \chi) \sinh 2\psi, & \mathcal{A}_9 &= \sin 2(\phi - \chi) \sinh^2 \psi, \\
\mathcal{S}_1 &= \mathcal{S}_2 = \mathcal{S}_3 = \mathcal{S}_4 = \sin(\Phi_S - \chi), & \mathcal{S}_8 &= \mathcal{S}_9 = \cos(\Phi_S - \chi), \quad (30)
\end{aligned}$$

である。ここで、

$$\cosh \psi \equiv \frac{2x_{bj} S_{ep}}{Q^2} - 1 \quad (31)$$

である。また、式中  $x, z$  の積分範囲は、

$$z_{min} = z_f \frac{(1 - x_{bj}) Q^2}{2x_{bj} m_c^2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4x_{bj} m_c^2}{(1 - x_{bj}) Q^2} \left[ 1 + \frac{x_{bj} q_T^2}{(1 - x_{bj}) Q^2} \right]} \right) \quad (32)$$

$$x_{min} = \begin{cases} x_{bj} \left[ 1 + \frac{z_f^2 q_T^2 + m_c^2}{z_f(1 - z_f) Q^2} \right] & \text{for } z_f \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{q_T^2}{m_c^2}} \right) > 1, \\ x_{bj} \left[ 1 + \frac{2m_c^2}{Q^2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{q_T^2}{m_c^2}} \right) \right] & \text{for } z_f \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{q_T^2}{m_c^2}} \right) \leq 1 \end{cases} \quad (33)$$

である。個々のハードパートは以下の式で与えられる。

$$\Delta \hat{\sigma}_1^1 = \frac{8q_T \hat{x}}{Q^6 (1 - \hat{z})^3 \hat{z}^2} \{ Q^4 \hat{z} (1 - \hat{z}) (1 - 2\hat{z} + 2\hat{z}^2 - 2\hat{x} + \hat{x}^2 + 12\hat{x}\hat{z}(1 - \hat{x})(1 - \hat{z})) \}$$

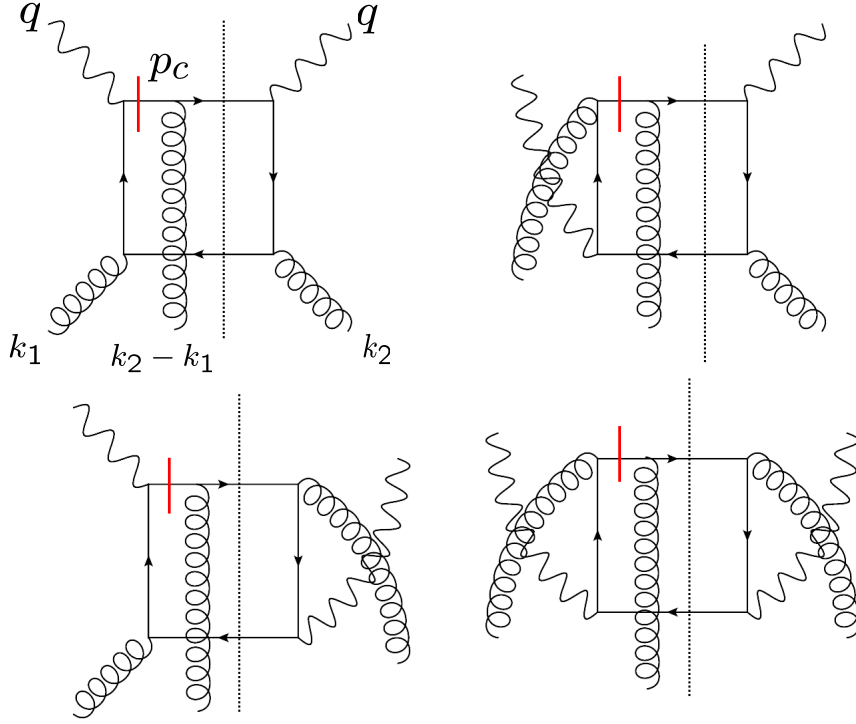


Figure 1: SIDIS における D 中間子生成の SSA に対する 3 グルーオン分布関数の寄与に対応する、ハードパートのファインマン・ダイアグラム。ダッシュがつけられているプロパゲータのポールからの寄与が SSA を与える。グルーオンが結合する終状態の  $c$  クォーク線からポールの寄与が与えられるため、final-state-interaction(FSI) のダイアグラムと呼ばれる。

$$\begin{aligned}
& + 2m_c^2 Q^2 \hat{x} (2\hat{z}(1-\hat{z}) + \hat{x}(1-8\hat{z}+8\hat{z}^2)) - 4m_c^4 \hat{x}^2 \} \\
\Delta\hat{\sigma}_2^1 &= \frac{64q_T \hat{x}^2}{Q^4(1-\hat{z})^2 \hat{z}} \{ Q^2 \hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z}) - m_c^2 \hat{x} \} \\
\Delta\hat{\sigma}_3^1 &= \frac{16\hat{x}}{Q^5(1-\hat{z})^3 \hat{z}^3} (1-2\hat{z}) \{ Q^2 \hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z}) - m_c^2 \hat{x} \} \{ Q^2 \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x} \} \\
\Delta\hat{\sigma}_4^1 &= \frac{32q_T \hat{x}^2}{Q^6(1-\hat{z})^3 \hat{z}^2} \{ Q^2 \hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z}) - m_c^2 \hat{x} \} \{ Q^2 \hat{z}(1-\hat{z}) + m_c^2 \} \\
\Delta\hat{\sigma}_8^1 &= \Delta\hat{\sigma}_9^1 = 0
\end{aligned} \tag{34}$$

$$\Delta\hat{\sigma}_1^2 = \frac{8q_T \hat{x}}{Q^6(1-\hat{z})^3 \hat{z}^2} \{ Q^4 \hat{z}(1-\hat{z})(1-2\hat{z}+2\hat{z}^2-4\hat{x}+4\hat{x}^2+24\hat{x}\hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z}))$$

$$\begin{aligned}
& + 4m_c^2 Q^2 \hat{x} (2\hat{z}(1-\hat{z}) + \hat{x}(1-8\hat{z}+8\hat{z}^2)) - 8m_c^4 \hat{x}^2 \} \\
\Delta \hat{\sigma}_2^2 &= 2\Delta \hat{\sigma}_2^1 \\
\Delta \hat{\sigma}_3^2 &= 2\Delta \hat{\sigma}_3^1 \\
\Delta \hat{\sigma}_4^2 &= -\frac{16q_T \hat{x}}{Q^6(1-\hat{z})^3 \hat{z}^2} \{Q^2 \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x}\}^2 \\
\Delta \hat{\sigma}_8^2 &= \frac{16\hat{x}}{Q^3(1-\hat{z})^2 \hat{z}^2} (1-2\hat{z}) \{Q^2 \hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z}) - m_c^2 \hat{x}\} \\
\Delta \hat{\sigma}_9^2 &= -\frac{16q_T \hat{x}}{Q^4(1-\hat{z})^2 \hat{z}} \{Q^2 \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x}\} \tag{35}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta \hat{\sigma}_1^3 &= \frac{16q_T \hat{x}}{Q^6(1-\hat{z})^3 \hat{z}^2} \{Q^2 \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x}\} \{Q^2(1-6\hat{z}+\hat{z}^2) - 2m_c^2\} \\
\Delta \hat{\sigma}_2^3 &= -\frac{64q_T \hat{x}^2}{Q^4(1-\hat{z})^2 \hat{z}} \{Q^2 \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x}\} \\
\Delta \hat{\sigma}_3^3 &= -\frac{8\hat{x}}{Q^5(1-\hat{z})^3 \hat{z}^3} (1-2\hat{z}) \{Q^4 \hat{z}^2(1-\hat{z})^2(1-8\hat{x}+8\hat{x}^2) - 8m_c^2 Q^2 \hat{x} \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x}\} \\
\Delta \hat{\sigma}_4^3 &= -\frac{32q_T \hat{x}^2}{Q^6(1-\hat{z})^3 \hat{z}^2} \{Q^2 \hat{z}(1-\hat{z}) + m_c^2\} \{Q^2 \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x}\} \\
\Delta \hat{\sigma}_8^3 &= -\frac{8\hat{x}}{Q^3(1-\hat{z})^2 \hat{z}^2} (1-2\hat{z}) \{Q^2 \hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z}) - 2m_c^2 \hat{x}\} \\
\Delta \hat{\sigma}_9^3 &= -\frac{32q_T \hat{x}^2}{Q^4(1-\hat{z})^2 \hat{z}} \{Q^2 \hat{z}(1-\hat{z}) + m_c^2\} \tag{36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta \hat{\sigma}_1^4 &= \frac{16q_T \hat{x}^2}{Q^6(1-\hat{z})^3 \hat{z}^2} \{Q^2 \hat{z}(1-4\hat{x})(1-\hat{z}) - 4m_c^2 \hat{x}\} \{Q^2(1-6\hat{z}+6\hat{z}^2) - 2m_c^2\} \\
\Delta \hat{\sigma}_2^4 &= -\frac{64q_T \hat{x}^2}{Q^4(1-\hat{z})^2 \hat{z}} \{Q^2 \hat{z}(1-4\hat{x})(1-\hat{z}) - 4m_c^2 \hat{x}\} \\
\Delta \hat{\sigma}_3^4 &= \frac{8\hat{x}}{Q^5(1-\hat{z})^3 \hat{z}^3} (1-2\hat{z}) \{Q^4 \hat{z}^2(1-\hat{z})^2(1+12\hat{x}-16\hat{x}^2) + 4m_c^2 Q^2 \hat{x} \hat{z}(3-8\hat{x})(1-\hat{z}) - 16m_c^4 \hat{x}^2\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\hat{\sigma}_4^4 &= -\frac{32q_T\hat{x}}{Q^6(1-\hat{z})^3\hat{z}^2}\{Q^4\hat{z}^2(1-\hat{z})^2(1+\hat{x}-4\hat{x}^2)+m_c^2Q^2\hat{x}\hat{z}(1-8\hat{x})(1-\hat{z})-4m_c^4\hat{x}^2\} \\ \Delta\hat{\sigma}_8^4 &= \frac{8\hat{x}}{Q^3(1-\hat{z})^2\hat{z}^2}(1-2\hat{z})\{Q^2\hat{z}(1+2\hat{x})(1-\hat{z})+2m_c^2\hat{x}\} \\ \Delta\hat{\sigma}_9^4 &= -\frac{32q_T\hat{x}}{Q^4(1-\hat{z})^2\hat{z}}\{Q^2\hat{z}(1+\hat{x})(1-\hat{z})+m_c^2\hat{x}\}\end{aligned}\quad (37)$$

レプトン平面を基準に計ったハドロン平面と偏極陽子のスピンベクトルの方位角をそれぞれ  $\phi_h$  と  $\phi_S$  で定義する。これらは、先に定義した3個の方位角と次の関係がある。

$$\phi - \chi = \phi_h, \quad \Phi_S - \chi = \phi_h - \phi_S \quad (38)$$

$\frac{d^6\Delta\sigma}{[d\omega]}$  は、方位角依存性により、以下のように5つの構造関数へと分解できる。

$$\frac{d^6\Delta\sigma}{[d\omega]} = \sin(\phi_h - \phi_S)(\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2\cos\phi_h + \mathcal{F}_3\cos 2\phi_h) + \cos(\phi_h - \phi_S)(\mathcal{F}_4\sin\phi_h + \mathcal{F}_5\sin 2\phi_h) \quad (39)$$

また、SSA を定義する際に分母となる無偏極断面積は以下の3つの構造関数に分解される。

$$\begin{aligned}\frac{d^6\Delta\sigma^{\text{unpol}}}{[d\omega]} &= \frac{\alpha_{em}^2\alpha_s e_c^2}{64\pi^2 x_{bj}^2 S_{ep}^2 Q^2} \sum_{k=1}^4 \mathcal{A}_k \int_{x_{min}}^1 \frac{dx}{x} \int_{z_{min}}^1 \frac{dz}{z} \delta\left(\frac{q_T^2}{Q^2} - \left(1 - \frac{1}{\hat{x}}\right)\left(1 - \frac{1}{\hat{z}}\right) + \frac{m_c^2}{\hat{z}^2 Q^2}\right) \\ &\quad \times \sum_{a=c,\bar{c}} D_a(z) G(x) \hat{\sigma}_k^U \\ &= \sigma_1^U + \sigma_2^U \cos\phi_h + \sigma_3^U \cos 2\phi_h\end{aligned}\quad (40)$$

ここで、パートンレベルのハード断面積  $\hat{\sigma}_k^U$  は、以下の式で表される。

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_1^U &= \frac{4}{Q^4(1-\hat{z})^2\hat{z}^2}\{Q^4\hat{z}(1-\hat{z})(1-2\hat{z}+2\hat{z}^2-2\hat{x}+\hat{x}^2+12\hat{x}\hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z})) \\ &\quad + 2m_c^2Q^2\hat{x}(2\hat{z}(1-\hat{z})+\hat{x}(1-8\hat{z}+8\hat{z}^2))-4m_c^4\hat{x}^2\} \\ \hat{\sigma}_2^U &= \frac{32\hat{x}}{Q^2(1-\hat{z})\hat{z}}\{Q^2\hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z})-m_c^2\hat{x}\} \\ \hat{\sigma}_3^U &= \frac{8q_T\hat{x}}{Q^3(1-\hat{z})^2\hat{z}}(1-2\hat{z})\{Q^2\hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z})-m_c^2\hat{x}\}\{Q^2\hat{z}(1-2\hat{x})(1-\hat{z})-2m_c^2\hat{x}\} \\ \hat{\sigma}_4^U &= \frac{16\hat{x}^2}{Q^4(1-\hat{z})^2\hat{z}^2}\{Q^2\hat{z}(1-\hat{x})(1-\hat{z})-m_c^2\hat{x}\}\{Q^2\hat{z}(1-\hat{z})+m_c^2\}\end{aligned}\quad (41)$$

文献 [45] に示されているように、3 グルーオン相関関数のハード断面積は無偏極過程のハードパートと関係が付き、その結果、 $\Delta\hat{\sigma}_k^1$  と  $\hat{\sigma}_k^U$  は以下の関係で結ばれている。

$$\Delta\hat{\sigma}_k^1 = \frac{2q_T\hat{x}}{Q^2(1-\hat{z})}\hat{\sigma}_k^U. \quad (42)$$

### 3.3 EIC エネルギーにおける SSA の数値評価

ここでは、EIC 実験の運動学領域における  $ep^\uparrow \rightarrow eDX$  の SSA を行う。特に、公式 (39) 及び (40) により、非対称度

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\sigma_1^U}, \quad \frac{\mathcal{F}_2}{2\sigma_1^U}, \quad \frac{\mathcal{F}_3}{2\sigma_1^U}, \quad \frac{\mathcal{F}_4}{2\sigma_1^U}, \quad \frac{\mathcal{F}_5}{2\sigma_1^U} \quad (43)$$

を計算する。パートンレベルのハード断面積は、 $O$  と  $N$  に対して同じであるため、以下では、 $O(x, x)$  と  $O(x, 0)$  からの寄与のみを示す。今回行う初めての数値計算では、 $O(x, x)$  と  $O(x, 0)$  に対して、 $x$  の小さな領域での振る舞いの異なる次の 2 つのタイプの関数形を仮定する。

$$\text{Model 1 : } O(x, x) = O(x, 0) = 0.004xG(x) \quad (44)$$

$$\text{Model 2 : } O(x, x) = O(x, 0) = 0.001\sqrt{x}G(x) \quad (45)$$

ここで、 $G(x)$  はツイスト 2 の無偏極グルーオン密度であり、係数 0.004 および 0.001 は、RHIC の  $p^\uparrow p \rightarrow DX$  過程に対する初期データから示唆された値である [46]。簡単のため、 $O(x, x)$  と  $O(x, 0)$  のスケール依存性は、関係 (44), (45) により  $G(x)$  のスケール依存性で記述されるとした。また、非摂動関数のスケールは、

$$\mu^2 = Q^2 + m_c^2 + z_f^2 q_T^2 \quad (46)$$

ととり、 $m_c = 1.5$  GeV を用いた。グルーオン密度としては、文献 [56] のものを、 $D$  中間子の破碎関数としては文献 [57] のものを用いた。

図 2 の最初の 5 個のグラフには、EIC 実験に対応する運動学変数  $S_{ep} = 1000$  GeV<sup>2</sup>,  $Q = 2.5$  GeV,  $P_{h\perp} = 2$  GeV,  $x_{bj} = 0.01$  における 5 つの非対称 (43) を  $z_f$  の関数として示している。ここでは、2 つのモデル (44), (45) を用い、 $O(x, x)$  と  $O(x, 0)$  からの寄与が独立に描かれている。 $O(x, x)$  と  $O(x, 0)$  の関数形は等しく置いているので、対応するグラフの違いは、対応するパートンレベルのハード断面積の違いを示している。SSA の分母となる  $D$  中間子生成の無偏極断面積は、図 2 の最後のグラフに示されている。無偏極断面積 (40) は、変数  $Q^2$  と  $q_T^2$  を  $y = Q^2/(x_{bj}S_{ep})$  と  $D$  中間子の横運動量  $P_{h\perp} = z_f q_T$  に変換し、 $\phi_h$  を固定し  $\chi$  について積分することにより

$$\frac{d^5\sigma^{\text{unpol}}}{dx_{bj}dydz_f dP_{h\perp}^2 d\phi_h} = \tilde{\sigma}_1^U + \tilde{\sigma}_2^U \cos \phi_h + \tilde{\sigma}_3^U \cos 2\phi_h \quad (47)$$

と変換される。ここで  $\tilde{\sigma}_j^U$  ( $j = 1, 2, 3$ ) は (40) の  $\sigma_j^U$  と

$$\tilde{\sigma}_j^U = \frac{2\pi S_{ep} x_{bj}}{z_f^2} \sigma_j^U \quad (48)$$

の関係で結ばれている。図 2 の最後のグラフにはこの式の  $\tilde{\sigma}_i^U$  が示されている。これは、 $D$  中間子の生成のレートとなる。図 2 より、 $\frac{\mathcal{F}_1}{\sigma_1^U}$  は数パーセントのレベルの大きさであるが、他の 4 つの非対称度は小さいことが分かる。また、EIC 実験において、異なる 2 つのモデル (44), (45) における小さな  $x$  の領域での振る舞いの違いが、SSA の  $z_f$  依存性に大きな違いを引き起こすことがわかる。

図 3 は、 $S_{ep} = 1000$  GeV<sup>2</sup>,  $Q = 2.5$  GeV,  $z_f = 0.3$ ,  $x_{bj} = 0.01$  における、5 つの非対称 (43) と無偏極断面積を、 $P_{h\perp}$  の関数として示している。図 2 と同様な特徴がここでも見られている。ツイスト 3 の観測量であるので、SSA は概して  $1/P_{h\perp}$  のように振る舞っている。図 3 より、 $P_{h\perp}$  の小さい

領域では  $\frac{\mathcal{F}_5}{\sigma_1^U}$  が大きくなり、数パーセントにも達する可能性があることは注目に値する。 $ep^\dagger \rightarrow eDX$  の偏極断面積 (29) は、 $z_f$  依存性や  $P_{h\perp}$  依存性を見ることにより、 $O(x, x)$ ,  $O(x, 0)$ ,  $N(x, x)$ ,  $N(x, 0)$  の  $x$  依存性について情報を与えてくれる。実際、図 2, 3 のいくつかのグラフは、極大や極小を持ち、また節を持っているものもある。

同様な計算を EIC 実験に対応する他の運動学変数に対して行った。図 4 と図 5 は、 $S_{ep} = 2500$  GeV<sup>2</sup>,  $Q = 4$  GeV,  $x_{bj} = 0.01$  における SSA を示している。図 4 では  $P_{h\perp} = 2$  GeV における非対称度を  $z_f$  の関数として、図 5 では  $z_f = 0.3$  における非対称度を  $P_{h\perp}$  の関数として示している。図 6 と図 7 は、 $S_{ep} = 5000$  GeV<sup>2</sup>,  $Q = 4$  GeV,  $x_{bj} = 0.005$  における SSA を示している。図 6 では  $P_{h\perp} = 2$  GeV における非対称度を  $z_f$  の関数として、図 7 では  $z_f = 0.3$  における非対称度を  $P_{h\perp}$  の関数として示している。 $x$  の小さな領域でのグルーオン分布の大きな値の為、断面積はこれらのより高いエネルギーにおいても大きく、図 2, 3 で見られた特徴がここでも見られる。

5 つの非対称度に対する  $O(x, x)$  と  $O(x, 0)$  からの寄与は、(29) 中の符号因子  $\delta_a$  のために、 $\bar{D}$  中間子に対しては  $D$  中間子と逆符号となる。これに対し、 $N(x, x)$  と  $N(x, 0)$  の寄与は  $D$  と  $\bar{D}$  に対し同符号の寄与を与える。従って、これら 2 種の間接子の SSA が小さいか大きいかにより、 $O$  と  $N$  が同符号か異符号かについて重要な情報を与える。

2 つのモデル (44) と (45) を用いると、 $\mathcal{F}_1/\sigma_1^U$  に対しては、断面積 (29) 中の微分項  $dO(x, x)/dx$ ,  $dO(x, 0)/dx$  の寄与がもっとも大きく、非対称を数%にしているのがわかった。これに対し、他の非対称  $\mathcal{F}_{2,3,4,5}/(2\sigma_1^U)$  に対しては、微分項は支配的な寄与とはならない。特に、非微分項  $O(x, 0)\Delta\hat{\sigma}_9^4$  が、 $P_{h\perp}$  の小さい領域で  $\mathcal{F}_5/(2\sigma_1^U)$  の成長を引き起こしており、このことは高エネルギーでより顕著になっている。

この節では、RHIC で得られた  $p^\dagger p \rightarrow DX$  過程の SSA の初期データを基に作られた 3 グルーオン相関関数に対する 2 つのモデル (44), (45) を用いて、EIC 実験のエネルギーにおける  $ep^\dagger \rightarrow eDX$  過程の SSA の数値評価を行い、その特徴的振る舞いを調べた。次節で見るように、これら 2 つのモデルは、RHIC でのパイオン生成過程の SSA への寄与を調べると、関数形が適切ではないことがわかる。しかしながら、 $ep^\dagger \rightarrow eDX$  過程の 5 つの SSA の相対的振幅やエネルギー依存性に関する本節の結果は示唆に富んでいる。また、 $p^\dagger p \rightarrow \pi X$  では、3 グルーオン相関関数は  $O(x, x) + O(x, 0)$  と  $N(x, x) - N(x, 0)$  の組み合わせでしか現れないが、 $ep^\dagger \rightarrow eDX$  の SSA は、原理的には  $O(x, x)$  と  $O(x, 0)$  及び  $N(x, x)$  と  $N(x, 0)$  の寄与を分離できる可能性を持つ。EIC 実験により、3 グルーオン相関関数、さらには SSA の起源と発現機構に関する理解が深まることを期待したい。



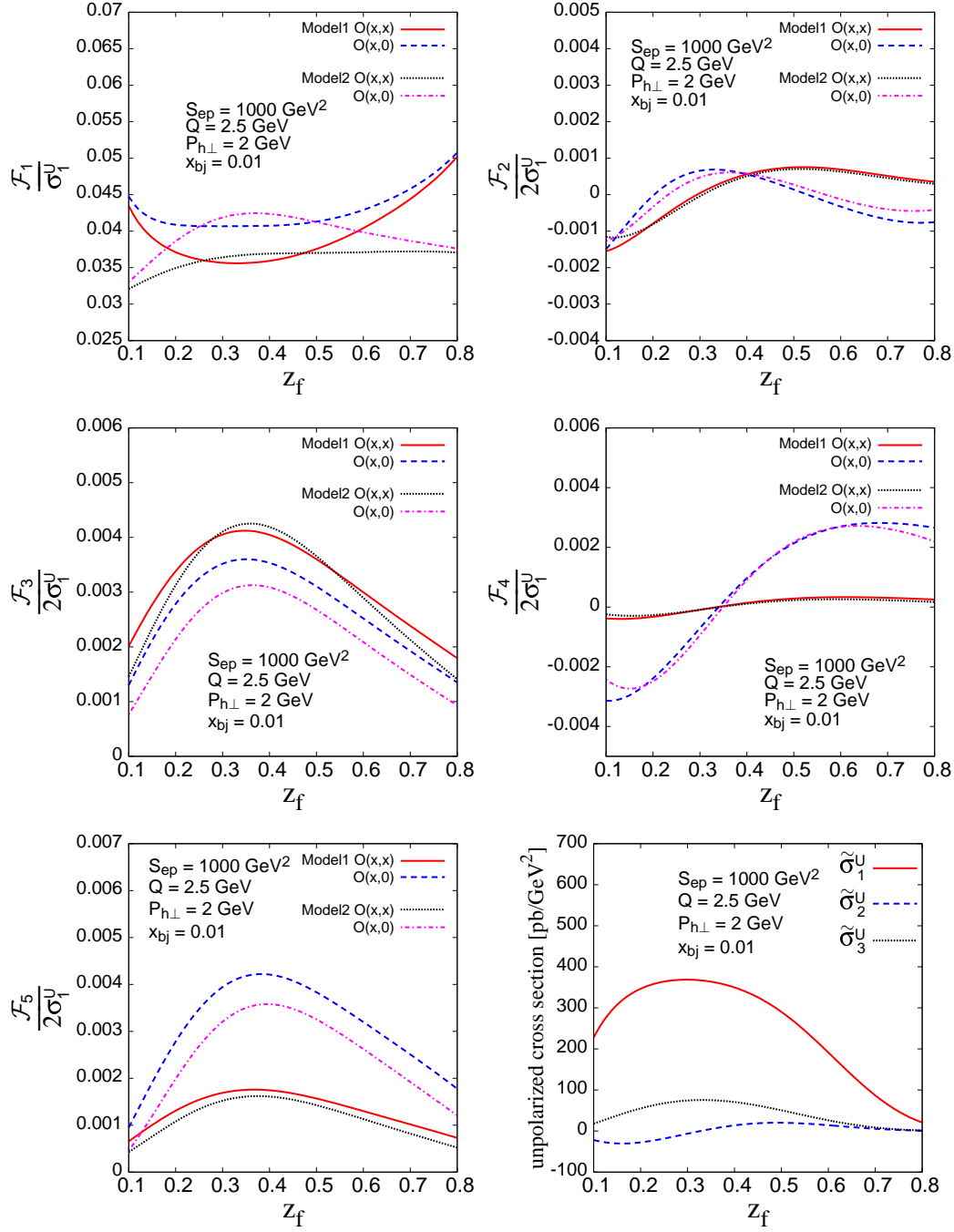


Figure 2: EIC のエネルギーにおける SIDIS での  $D^0$  中間子生成の SSA を表す。  $z_f$  を横軸にとり、式 (44), (45) での各モデルについて計算した。最初から 5 番目までのグラフは、式 (39), (29) により与えられる式 (43) の個々の寄与を表す。また、最後のグラフは、無偏極微分断面積の式 (40) における各寄与を表す。また、運動学的変数は、  $S_{ep} = 1000 \text{ GeV}^2$ ,  $Q = 2.5 \text{ GeV}$ ,  $P_{h\perp} = 2 \text{ GeV}$ ,  $x_{bj} = 0.01$  を用いた。

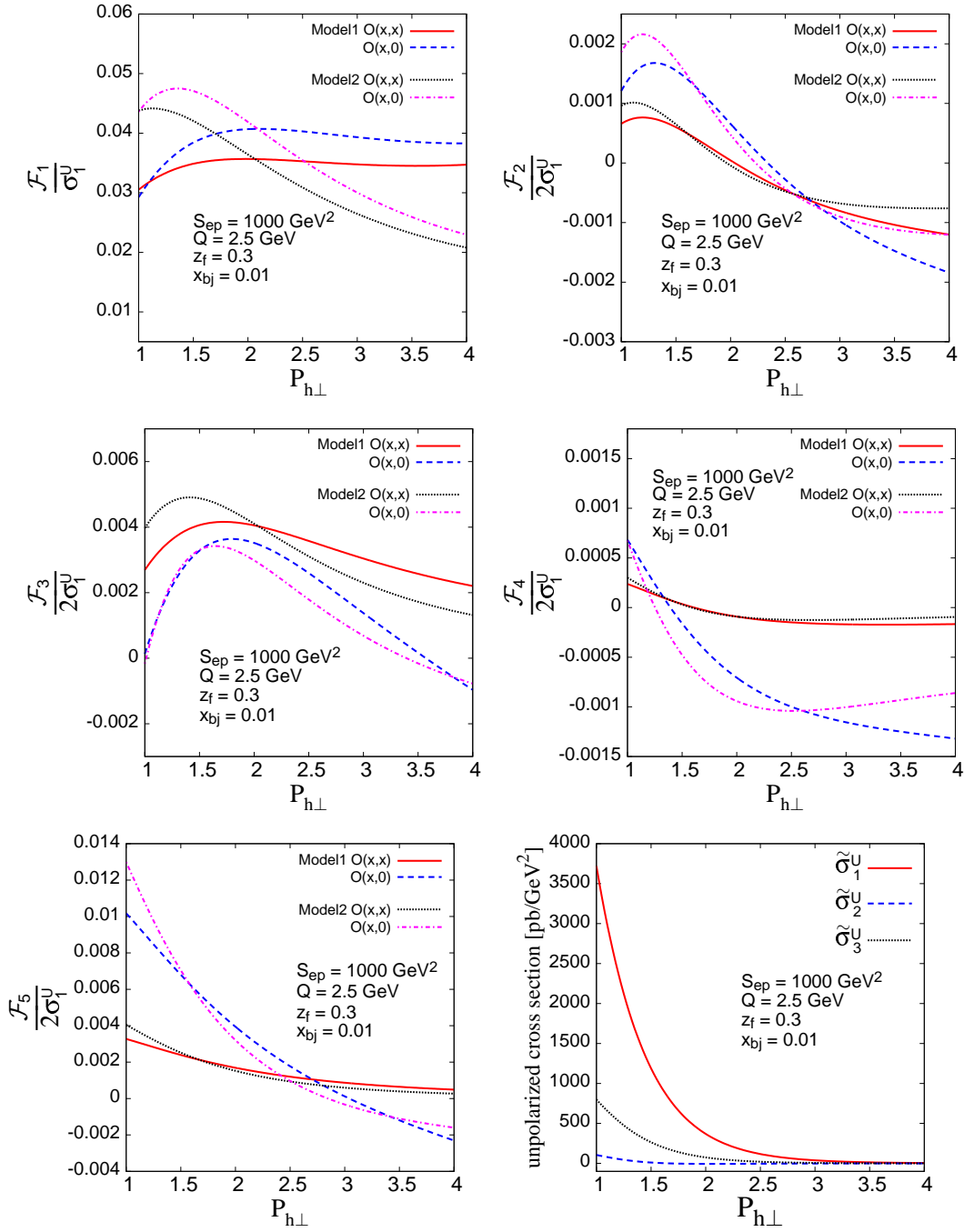


Figure 3: EIC のエネルギーにおける SIDIS での  $D^0$  中間子生成の SSA を表す。  $P_{h\perp}$  を横軸にとり、式 (44), (45) での各モデルについて計算した。最初から 5 番目までのグラフは、式 (39), (29) により与えられる式 (43) の個々の寄与を表す。また、最後のグラフは、無偏極微分断面積の式 (40) における各寄与を表す。また、運動学的変数は、  $S_{ep} = 1000 \text{ GeV}^2$ ,  $Q = 2.5 \text{ GeV}$ ,  $z_f = 0.3$ ,  $x_{bj} = 0.01$  を用いた。

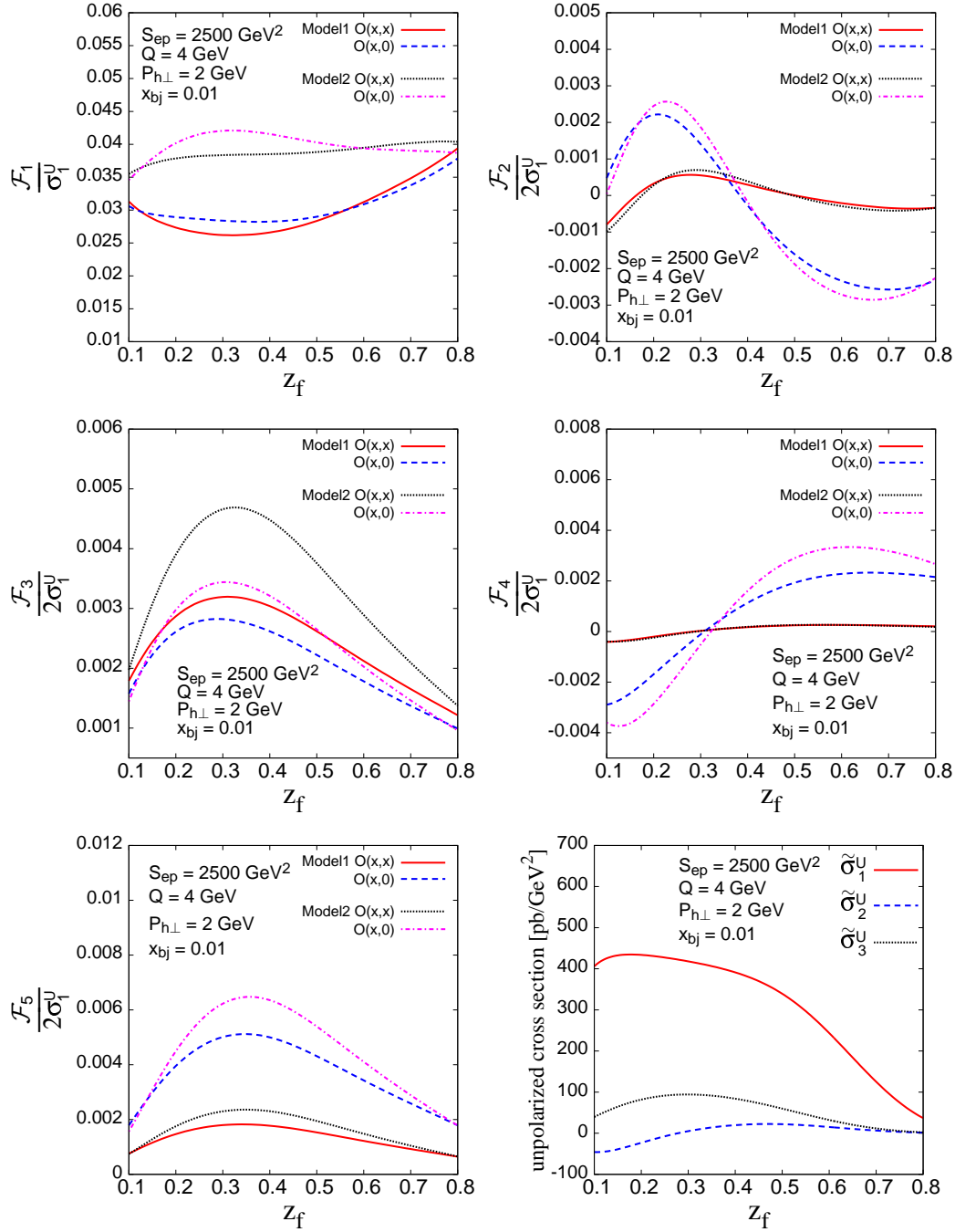


Figure 4: 各グラフの内容は、Fig. 2 と同様である。ただし、運動学的変数は、 $S_{ep} = 2500 \text{ GeV}^2$ ,  $Q = 4 \text{ GeV}$ ,  $P_{h\perp} = 2 \text{ GeV}$ ,  $x_{bj} = 0.01$  と変更した。

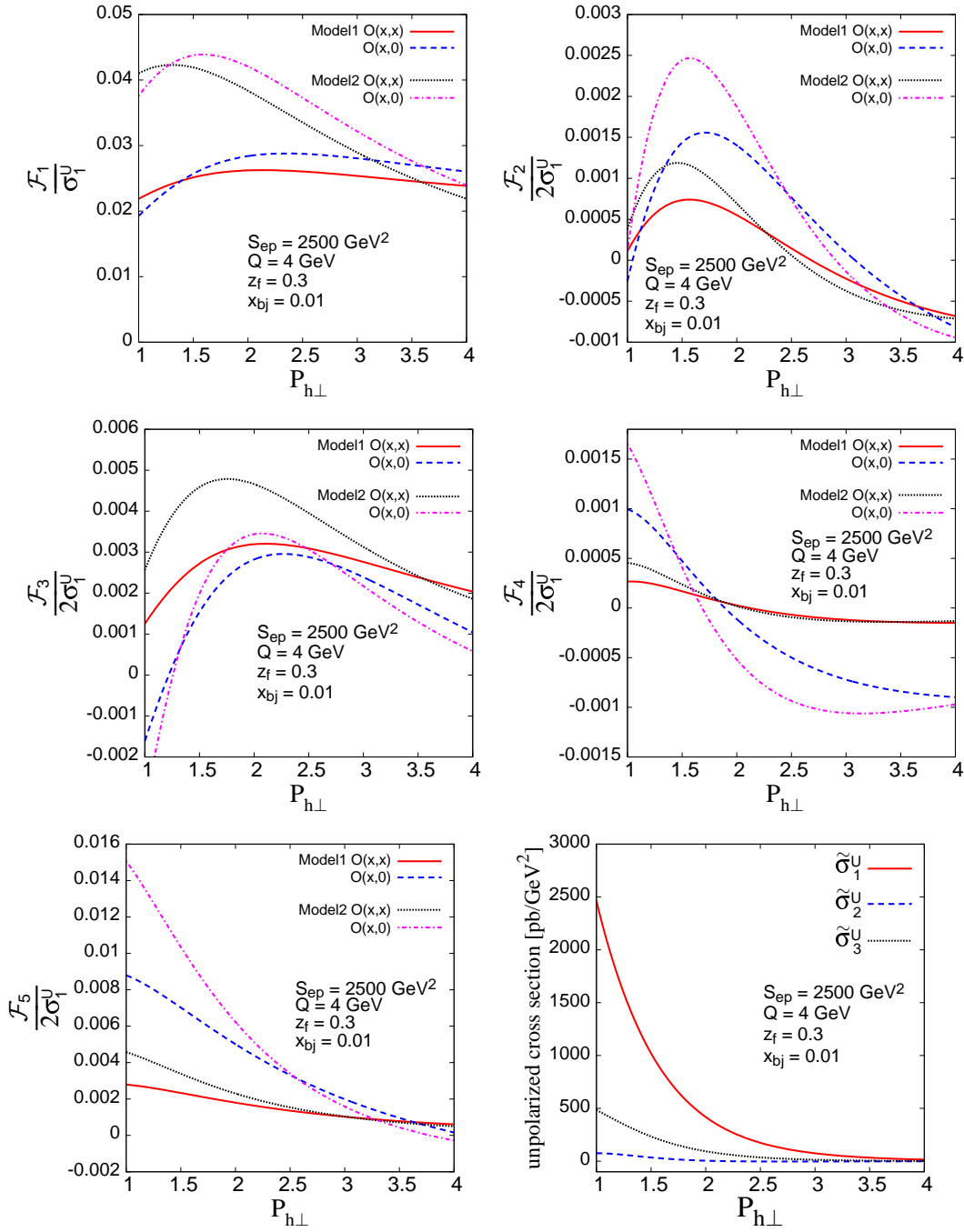


Figure 5: 各グラフの内容は，Fig. 3と同様である。ただし，運動学的変数は， $S_{ep} = 2500 \text{ GeV}^2$ ， $Q = 4 \text{ GeV}$ ， $z_f = 0.3$ ， $x_{bj} = 0.01$  と変更した。

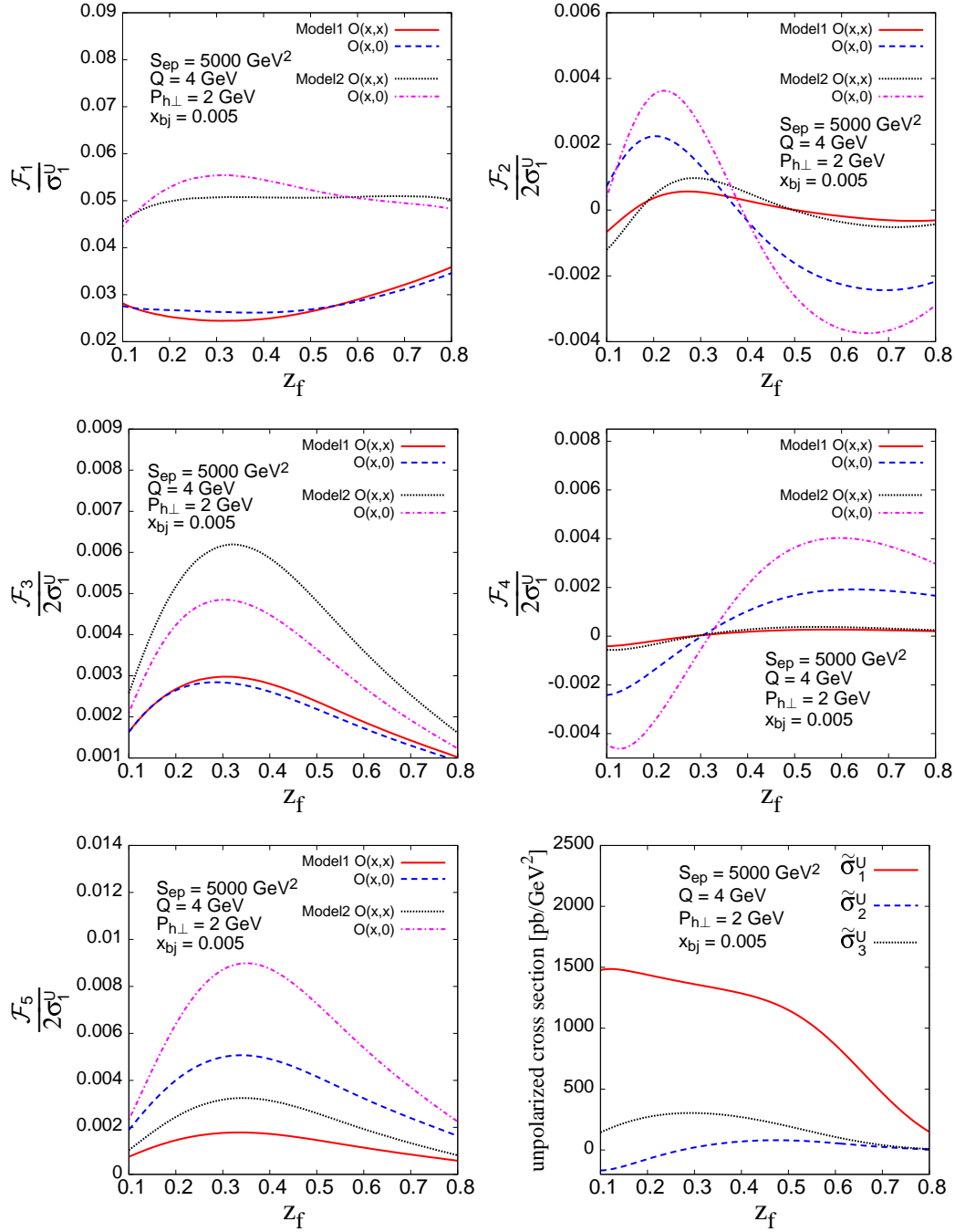


Figure 6: 各グラフの内容は, Fig. 2 と同様である。ただし, 運動学的変数は,  $S_{ep} = 5000 \text{ GeV}^2$ ,  $Q = 4 \text{ GeV}$ ,  $P_{h\perp} = 2 \text{ GeV}$ ,  $x_{bj} = 0.005$  と変更した。

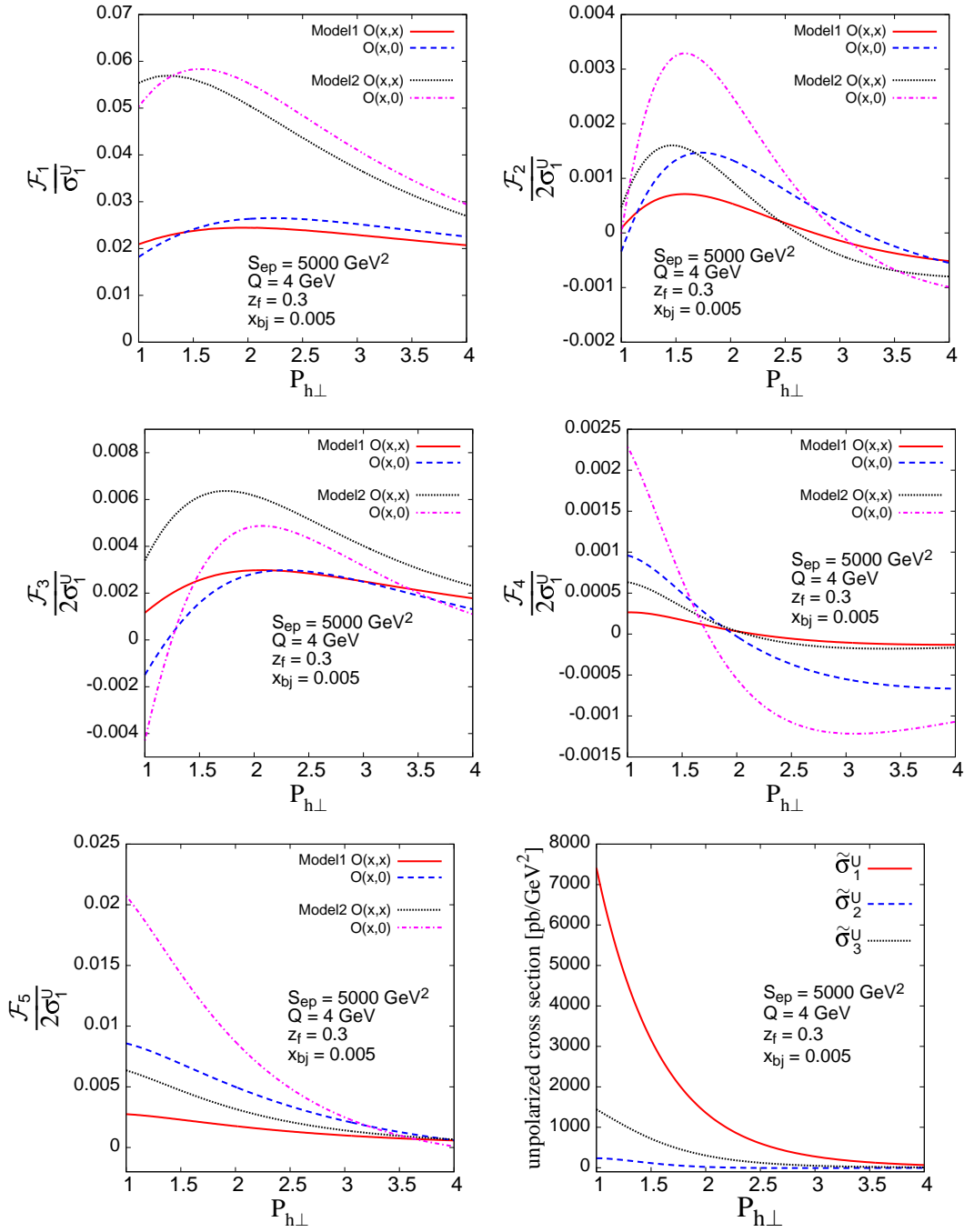


Figure 7: 各グラフの内容は，Fig. 3と同様である。ただし，運動学的変数は， $S_{ep} = 5000 \text{ GeV}^2$ ， $Q = 4 \text{ GeV}$ ， $z_f = 0.3$ ， $x_{bj} = 0.005$ と変更した。

## 4 核子-核子衝突における軽いハドロン生成の SSA に対する 3 グルーオン相関関数の寄与

本節では、横偏極核子と無偏極核子の衝突における  $\pi$  中間子包含生成過程の SSA に対する、3 グルーオン相関関数の寄与について研究する。断面積の導出と RHIC のエネルギーでの数値評価を行う。

### 4.1 運動学

横偏極核子と無偏極核子の衝突における軽いハドロン ( $h = \pi, K, \eta$  など) の生成過程

$$p^\uparrow(p, S_\perp) + p(p') \rightarrow h(P_h) + X \quad (49)$$

を考える。ここで、横偏極核子の 4 元運動量を  $p$ 、そのスピンベクトルを  $S_\perp$ 、無偏極核子の運動量を  $p'$ 、生成ハドロンの運動量を  $P_h$  と書いた。以下、生成ハドロンとしてパイオンを想定する。この過程を 2 核子の重心系で考え、横偏極核子の進行方向を  $z$  軸の正方向とする。ツイスト 3 までの近似で、核子及びパイオンの 4 元運動量は、光円錐的  $p^2 = p'^2 = P_h^2 = 0$  と見なせる。この反応の Mandelstam 変数を  $S = (p + p')^2$ ,  $T = (p - P_h)^2$ ,  $U = (p' - P_h)^2$  と定義する。

SSA は、2 核子の運動量とパイオンの運動量で張られる散乱平面に対して偏極核子のスピンの垂直方向に偏極している場合に、パイオンの生成断面積の、偏極核子のスピンの向きに関する非対称度として定義される。すなわち、1 つの核子が散乱平面に対し垂直上(下)向きに偏極している場合のパイオンの生成断面積を  $\sigma^\uparrow$  ( $\sigma^\downarrow$ ) とすると、SSA は以下の  $A_N$  で定義される：

$$A_N = \frac{\sigma^\uparrow - \sigma^\downarrow}{\sigma^\uparrow + \sigma^\downarrow}. \quad (50)$$

過程 (49) を記述する際に良く用いられる変数としては、2 核子の衝突軸と垂直方向のパイオンの運動量成分の大きさ  $P_{hT}$  がある。また、生成された  $\pi$  中間子の  $z$  軸方向の運動量成分を  $P_{h\parallel}$  として、以下の運動学的変数を定める。

$$x_F = \frac{2P_{h\parallel}}{\sqrt{S}} \quad (51)$$

また、重心系で始状態の横偏極核子の運動量ベクトルと生成  $\pi$  中間子の運動量ベクトルのなす角度を  $\theta$ 、偏極核子のエネルギーを  $E$  とすると、ラビディディ  $\eta$  は

$$\eta = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{E + E \cos \theta}{E - E \cos \theta}\right) = -\ln\left\{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\} \quad (52)$$

で定義される。過程 (49) の  $A_N$  は、3 変数  $S, T, U$  の関数であるが、重心系でのエネルギー  $\sqrt{S} = 2E$  と  $\{P_{hT}, x_F, \eta\}$  のうちの 2 個を用いても記述される。

### 4.2 3 グルーオン相関関数の微分断面積への寄与の定式化

過程 (49) に対する 3 グルーオン相関関数の寄与は、図 8 のように書ける。この図では、無偏極陽子中のパートン分布関数とパイオンの破碎関数はツイスト 2 の関数であるので、既に因子化されている。この反応は、図 8 のように、無偏極核子から放出されるパートンと、破碎して  $\pi$  中間子を生成するパートンが、それぞれクォークかグルーオンかで 4 つにタイプ分けできる。中央の黄色い楕円の部分は、ハードパートにあたり

$$S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c) \quad (53)$$

と書く。また，下の赤い部分は，横偏極核子由来のグルーオン場の相関関数であり，

$$M_{abc}^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) = g \int d^4\xi \int d^4\eta e^{ik_1\xi} e^{i(k_2-k_1)\eta} \langle pS_{\perp} | A_b^{\nu}(0) A_c^{\lambda}(\eta) A_a^{\mu}(\xi) | pS_{\perp} \rangle \quad (54)$$

と書ける。また，上の赤い楕円の部分は無偏極核子中の分布関数を，その下の緑の部分は  $\pi$  中間子を生成する破砕関数を表す。運動量  $x'p'$  と  $p_c = P_h/z$  は，それぞれ，無偏極核子とパイオンに出入りする4元運動量であり，核子やパイオンの運動量と平行な成分 (collinear 成分) のみを持っている。 $k_1$  と  $k_2$  は，偏極核子から出入りするグルーオンの運動量であり，図8のように定義されている。

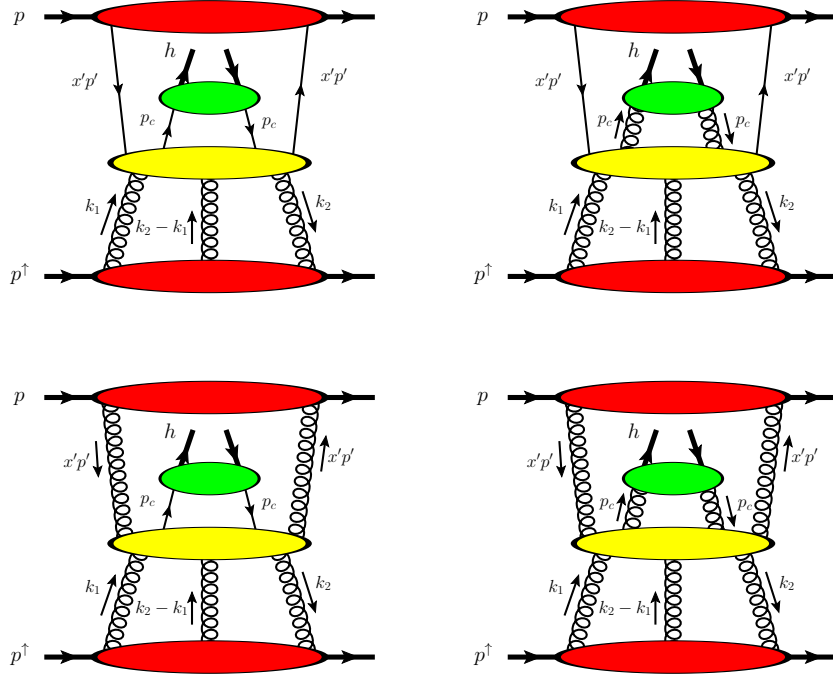


Figure 8: 上の図は、 $p^{\uparrow} + p \rightarrow h + X$  で3グルーオン分布関数が寄与する反応を表している。各図の中で，下の赤い楕円は3グルーオン分布関数，上の赤い楕円は無偏極陽子の寄与，中央の黄色い楕円はハードパート，その上にある緑の楕円は破砕関数にあたる。

(49) の微分断面積から無偏極核子中のパートン分布関数とパイオンの破砕関数を因子化した残りの部分は，(53) と (76) の積の  $k_1$  と  $k_2$  についての積分で書ける：

$$\int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4} S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c) M_{abc}^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \quad (55)$$

この式から，SSA に寄与するツイスト3断面積を引き出すためには， $S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c)$  を， $k_1, k_2$  について collinear 展開する必要があり，その定式化は，文献 [44] で SIDIS 過程について完成された。本論文では，その手法を  $p^{\uparrow}p \rightarrow \pi X$  過程に応用するが，計算過程は Appendix に詳しくまとめている。結果として，3グルーオン相関関数の寄与は， $S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c)$  を用いて次のように書ける。

$$P_h^0 \frac{d\Delta\sigma}{d^3P_h} = \frac{\alpha_s^2}{S} \sum_{i,j} \int \frac{dx'}{x'} f_i(x') \int \frac{dz}{z^2} D_j(z) \int \frac{dx_1}{x_1} \int \frac{dx_2}{x_2}$$



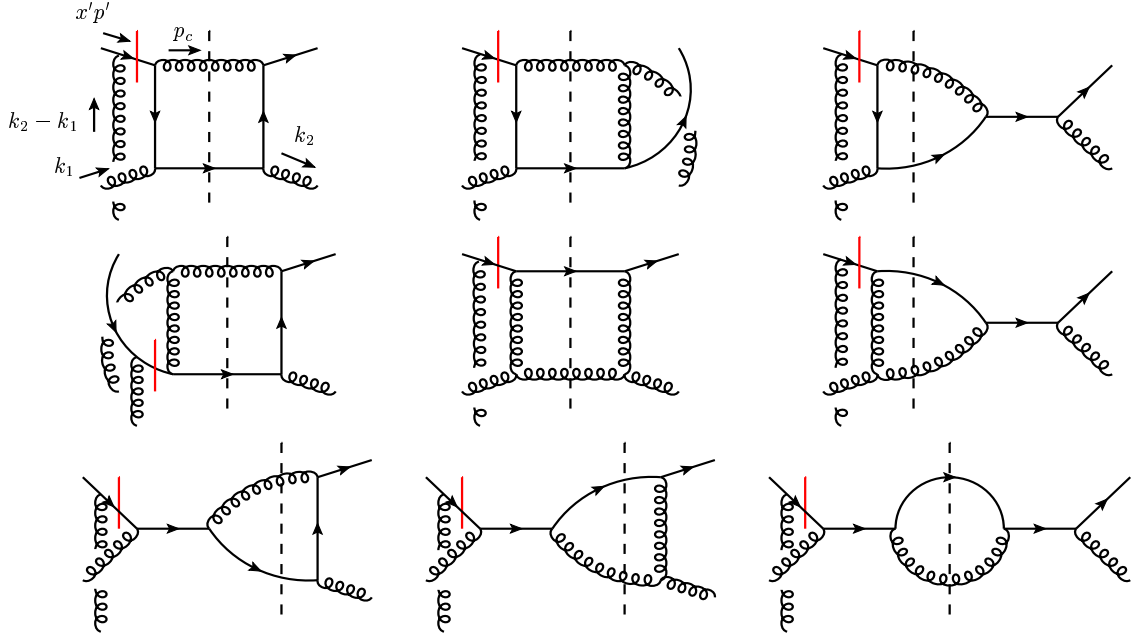


Figure 9: 上の図は、 $p^\dagger + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応のうち、無偏極陽子からの寄与はクォーク、破碎する粒子はグルーオンとなる反応のハードパートのファインマン・ダイアグラムを表す。 $p^\dagger + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応は、赤いダッシュが示しているプロパゲータのポールから寄与を生じる。このダイアグラムでは、始状態の無偏極核子由来のパートンに赤いダッシュがあるので、initial-state-interaction (ISI) のダイアグラムに当たる。また、縦に通過している破線は、終状態のカットを示す。このダイアグラムは、終状態の運動量について、グルーオンラインを  $p_c \rightarrow k_2 + x'p' - p_c$ 、クォークラインを  $k_2 + x'p' - p_c \rightarrow p_c$  と交換することで、クォークが破碎する反応のダイアグラムになる。この場合、ハードパートの値は、 $\hat{t} \leftrightarrow \hat{u}$  の交換で与えられる。

$$\times \left[ \frac{\partial S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c) p^\lambda}{\partial k_2^\sigma} \Big|_{k_i=x_i p} \right]^{\text{pole}} \omega^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta \omega^\sigma_\gamma M_{F,abc}^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2), \quad (56)$$

ここで、 $M_{F,abc}^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2)$  は、

$$\begin{aligned} M_{F,abc}^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2) &= -g(i)^3 \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{i\lambda x_1} e^{i\mu(x_2-x_1)} \langle pS | F_b^{\beta n}(0) F_c^{\gamma n}(\mu n) F_a^{\alpha n}(\lambda n) | pS \rangle \\ &= \frac{N d_{bca}}{(N^2 - 4)(N^2 - 1)} O^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2) - \frac{i f_{bca}}{N(N^2 - 1)} N^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (57)$$

であり、 $O^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2)$  及び  $N^{\alpha\beta\gamma}(x_1, x_2)$  は、式 (17) 及び式 (18) で与えられる。また、 $\omega^\mu_\alpha \equiv g^\mu_\alpha - p^\mu n_\alpha$  である。SSA に対応するツイスト 3 断面積の特徴として、ハードパートの特定の内線の極の寄与が、3 グルーオン相関関数との組み合わせで実数断面積を与えることがあげられる [44]。このことに対応して、 $[\dots]^{\text{pole}}$  は極の寄与を取ることを意味する。

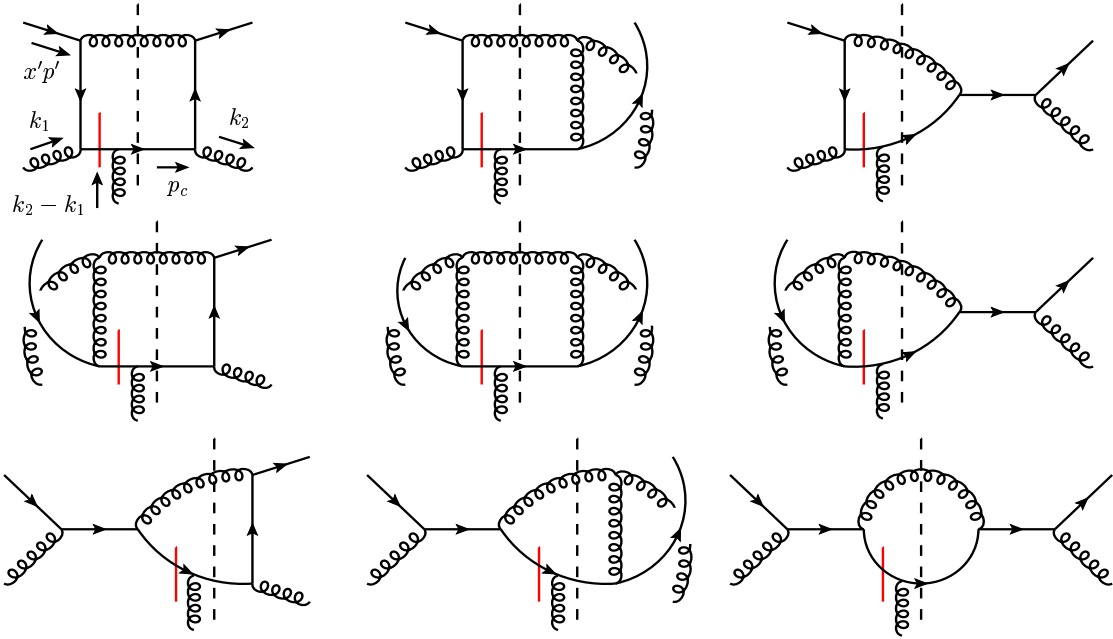


Figure 10:  $p^\uparrow + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応のうち，無偏極陽子からの寄与はクォーク，破碎する粒子もクォークのファインマン・ダイアグラムを表す。終状態のパートンに赤いダッシュがあるので，final-state-interaction(FSI) のダイアグラムに当たる。

図 9-15 は，ハードパート  $S_{\mu\nu\lambda}^{abc}$  に寄与する，QCD の結合定数について Leading-Order(LO) のダイアグラムである。これらのダイアグラムは，ツイスト 2 のハードパートに，運動量  $k_2 - k_1$  のグルーオン線が結合した形状である。各ダイアグラムの中で，短いバーのつけられた内線の極の寄与がスピン依存断面積を与える。これらの内線の極の寄与は，collinear 極限  $k_i \rightarrow x_i p$  ( $i = 1, 2$ ) で  $\delta(x_1 - x_2)$  もしくは  $\delta'(x_1 - x_2)$  に比例する因子を与えるため，3 グルーオン相関関数の運動量割合が  $x_1 = x_2$  の部分が断面積を与えることになり，運動量が  $k_2 - k_1$  のグルーオン線はソフトになる。このため，これらの極はソフト・グルーオン・ポール(SGP)と呼ばれている。この  $k_2 - k_1$  のグルーオン線が，図 9, 12, 14 のように，無偏極核子から出るパートン線に結合しているダイアグラムを，initial-state-interaction (ISI) のダイアグラムとよぶ。同じく，図 10, 11, 13, 15 のように，終状態のパートン線に結合した場合，final-state-interaction (FSI) のダイアグラムとよぶ。

### 4.3 スピン依存微分断面積の解析公式

公式 (56) に従い，図 9-15 に示されたダイアグラムを計算することにより，3 グルーオン相関関数の  $p^\uparrow + p \rightarrow h + X$  の微分断面積への寄与が次の式のように得られる。

$$E_{P_h} \frac{d^3 \Delta \sigma}{d^3 P_h} = \frac{2\pi M_N \alpha_s^2}{S} \epsilon^{P_h p m S_\perp} \sum_{i,j} \int \frac{dx}{x} \int \frac{dx'}{x'} f_i(x') \int \frac{dz}{z^2} D_j(z) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \frac{1}{z\hat{u}} \times \left[ \zeta_{ij} \left( \frac{d}{dx} O(x) - \frac{2O(x)}{x} \right) \hat{\sigma}_{gi \rightarrow j}^{(O)} + \left( \frac{d}{dx} N(x) - \frac{2N(x)}{x} \right) \hat{\sigma}_{gi \rightarrow j}^{(N)} \right], \quad (58)$$

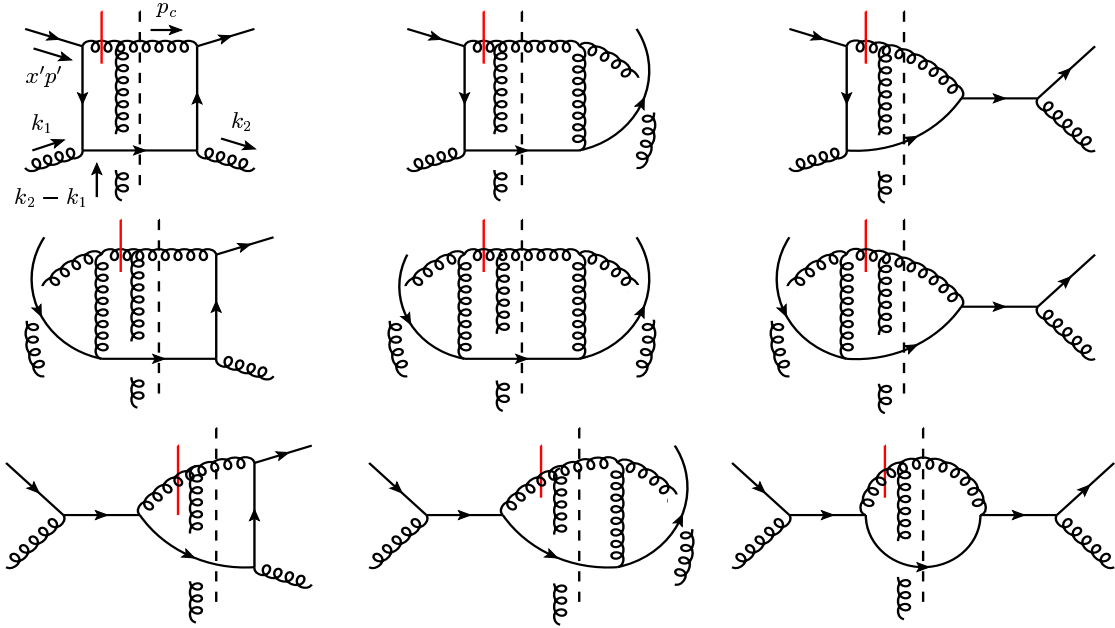


Figure 11:  $p^\uparrow + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応のうち、無偏極陽子からの寄与はクォーク、破碎する粒子はグルーオン、FSIのファインマン・ダイアグラムに当たる。

ここで、関数  $O(x), N(x)$  は、3 グルーオン相関関数であり、式 (17), (18) の  $O(x_1, x_2)$  と  $N(x_1, x_2)$  を用いて

$$O(x) \equiv O(x, x) + O(x, 0), \quad N(x) \equiv N(x, x) - N(x, 0), \quad (59)$$

である。また、 $f_i(x')$  は無偏極核子中のパートン  $i$  の分布関数であり、 $D_j(z)$  はパートン  $j$  からパイオンへの破碎関数である。また、符号因子  $\zeta_{ij}$  は、 $i$  もしくは  $j$  が反クォークである場合に  $\zeta_{ij} = -1$ 、その他の場合に  $\zeta_{ij} = 1$  を取る。ここで注目すべきは、本来、 $O(x, x), O(x, 0), N(x, x), N(x, 0)$  に対するハード断面積は互いに独立であるが、ハード断面積の共通性のために、 $O$  と  $N$  が (59) の組み合わせで断面積の公式に現れる点である。このような結果の起源は不明であるが、実験データの解析の際には、少ない数の独立な3 グルーオン分布で断面積が記述できるために便利である。また、これらの寄与を分離するためには、 $O(x, x)$  と  $O(x, 0), N(x, x)$  と  $N(x, 0)$  が異なる寄与をするSIDIS過程(3節参照)やドレルヤン過程[47]を用いなければならない。

また、式でハードパートを表す  $\hat{\sigma}_{gi \rightarrow j}^{(O, N)}$  は、ISI及びFSIのダイアグラムの寄与から、

$$\hat{\sigma}_{gi \rightarrow j}^{(O, N)} = \hat{\sigma}_{gi \rightarrow j}^{(O, N)I} - \frac{\hat{s}}{\hat{t}} \hat{\sigma}_{gi \rightarrow j}^{(O, N)F} \quad (60)$$

で与えられる。ここで、 $\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}$  は、パートンレベルでのMandelstam変数であり、

$$\hat{s} = (xp + x'p')^2, \quad \hat{t} = (xp - p_c)^2, \quad \hat{u} = (x'p' - p_c)^2 \quad (61)$$

と与えられる。

個々のハードパートは以下ようになる。

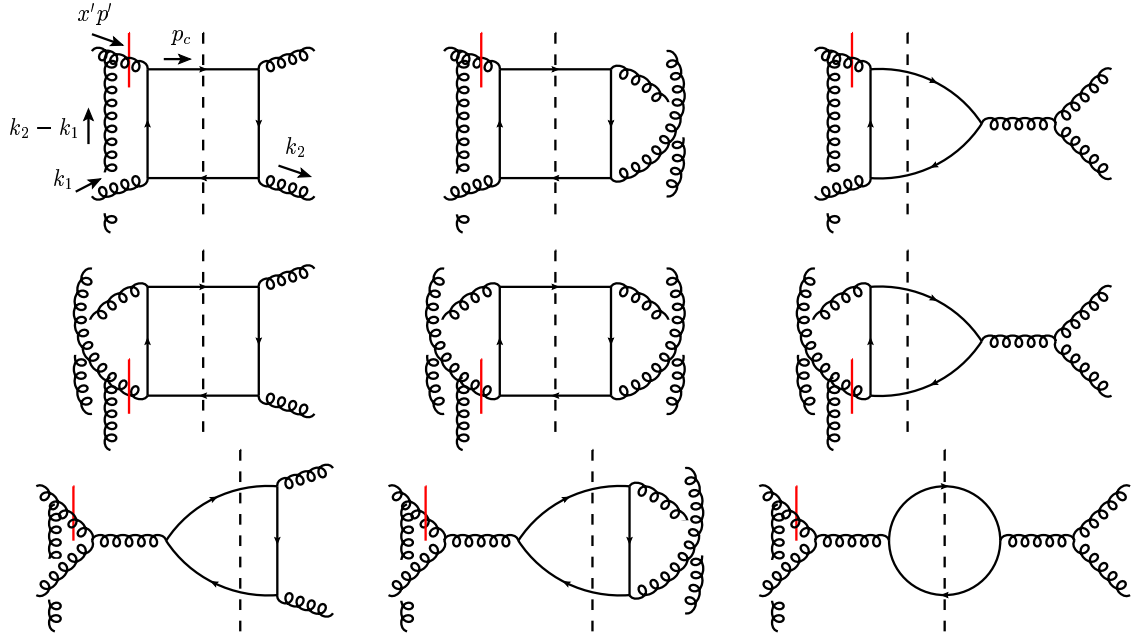


Figure 12:  $p^\dagger + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応のうち，無偏極陽子からの寄与はグルーオン，破碎する粒子はクォーク，ISI のファインマン・ダイアグラムに当たる。

(i) 破碎するパートンがクォークの場合:

(a) 無偏極核子からのパートンがクォークの場合 (図 9,10):

$$\hat{\sigma}_{gq \rightarrow q}^{(O)I} = -\hat{\sigma}_{gq \rightarrow q}^{(N)I} = \frac{\hat{t}(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{s}\hat{u}^2} - \frac{1}{N^2} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{s}} \right), \quad (62)$$

$$\hat{\sigma}_{gq \rightarrow q}^{(O)F} = \hat{\sigma}_{gq \rightarrow q}^{(N)F} = -\frac{\hat{s}(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^2} + \frac{1}{N^2} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{s}} \right). \quad (63)$$

(b) 無偏極核子からのパートンがグルーオンの場合 (図 12,13):

$$\hat{\sigma}_{gg \rightarrow q}^{(O)I} = \frac{1}{C_F} \frac{(\hat{u} - \hat{t})(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{2\hat{s}\hat{t}\hat{u}}, \quad (64)$$

$$\hat{\sigma}_{gg \rightarrow q}^{(N)I} = \frac{1}{C_F} \frac{(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)^2}{2\hat{s}^2\hat{t}\hat{u}}, \quad (65)$$

$$\hat{\sigma}_{gg \rightarrow q}^{(O)F} = \hat{\sigma}_{gg \rightarrow q}^{(N)F} = \left( -\frac{1}{C_F} \frac{\hat{u}}{2\hat{s}^2\hat{t}} + \frac{1}{N^2 C_F} \frac{1}{2\hat{t}\hat{u}} \right) (\hat{t}^2 + \hat{u}^2). \quad (66)$$

(ii) 破碎するパートンがグルーオンの場合:

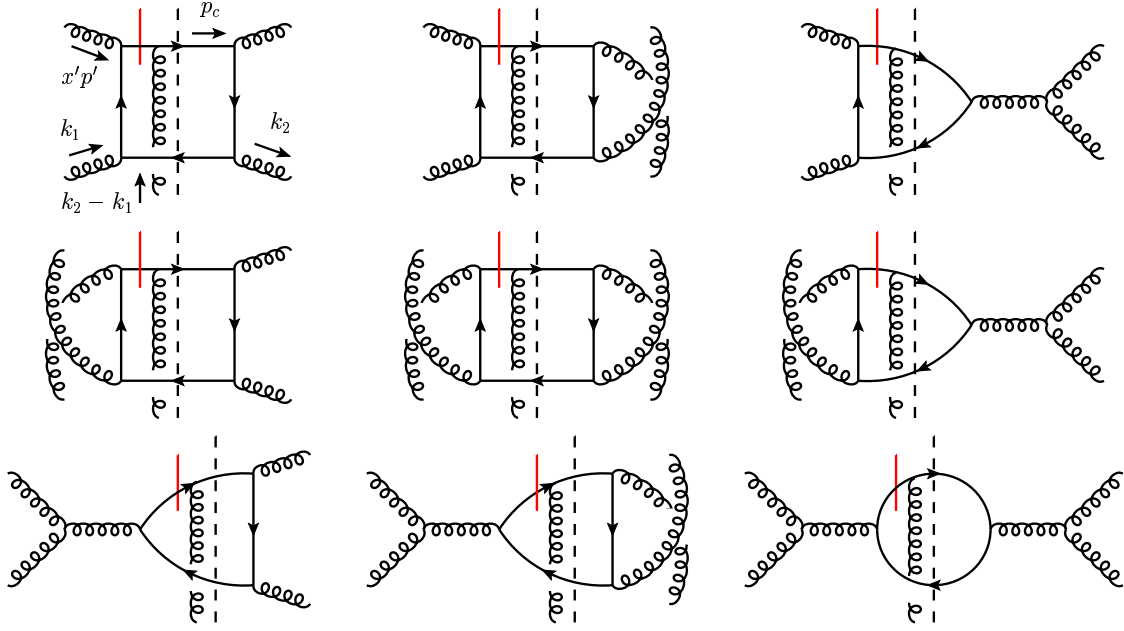


Figure 13:  $p^\dagger + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応のうち，無偏極陽子からの寄与はグルーオン，破碎する粒子はクォーク，FSIのファインマン・ダイアグラムに当たる。

(a) 無偏極核子からのパートンがクォークの場合 (図 9,11):

$$\hat{\sigma}_{gq \rightarrow g}^{(O)I} = -\hat{\sigma}_{gq \rightarrow g}^{(N)I} = \frac{\hat{u}(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}^2} - \frac{1}{N^2} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{s}} \right), \quad (67)$$

$$\hat{\sigma}_{gq \rightarrow g}^{(O)F} = \frac{(\hat{s} - \hat{u})(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}}, \quad (68)$$

$$\hat{\sigma}_{gq \rightarrow g}^{(N)F} = \frac{(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)^2}{\hat{s}\hat{t}^2\hat{u}}, \quad (69)$$

(b) 無偏極核子からのパートンがグルーオンの場合 (図 14,15):

$$\hat{\sigma}_{gg \rightarrow g}^{(O)I,F} = 0, \quad (70)$$

$$\hat{\sigma}_{gg \rightarrow g}^{(N)I} = \frac{N}{C_F} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)(\hat{t}^2 + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2)^2}{\hat{s}^2\hat{t}^2\hat{u}^2}, \quad (71)$$

$$\hat{\sigma}_{gg \rightarrow g}^{(N)F} = -\frac{N}{C_F} \frac{2(\hat{t}^2 + 2\hat{t}\hat{u} + 2\hat{u}^2)(\hat{t}^2 + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2)^2}{\hat{s}^2\hat{t}^2\hat{u}^2}. \quad (72)$$

#### 4.4 RHIC エネルギーにおける非対称度の数値評価

前節で求めた解析公式を用いて，3 グルーオン相関関数の  $p^\dagger p \rightarrow hX$  に対する寄与を求める。3 グルーオン相関関数に対するモデルとして， $D$  中間子生成過程 ( $p^\dagger p \rightarrow DX$ ) 及び直接光子生成過程

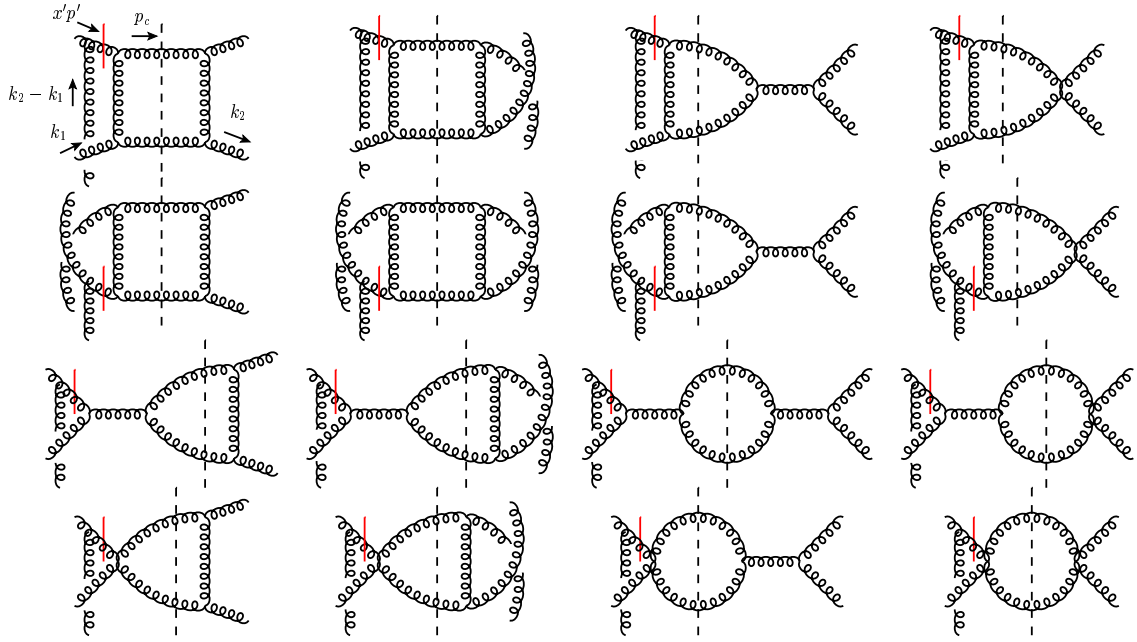


Figure 14:  $p^\uparrow + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応のうち、無偏極陽子からの寄与はグルーオン、破碎する粒子もグルーオン、ISI のファインマン・ダイアグラムに当たる。

( $p^\uparrow p \rightarrow \gamma X$ ) の SSA に関する先行研究で用いられたものを採用する [46, 47]。

$$\text{model 1: } O(x) = N(x) = 0.004xG(x)$$

$$\text{model 2: } O(x) = N(x) = 0.001\sqrt{x}G(x) \quad (73)$$

ここで、 $G(x)$  は、ツイスト 2 の無偏極グルーオン密度である。 $G(x)$  は  $x$  の小さい領域で非常に大きくなる関数であるので、これら 2 つのモデルは、この領域での  $x$  依存性が大きく異なる。また、両者の係数は、RHIC の  $p^\uparrow p \rightarrow DX$  過程の  $A_N$  に対する初期のデータ [50] と矛盾がないように決められた上限値である。無偏極核子のパートン密度としては [58] を、 $\pi$  中間子生成の破碎関数は [59] を用いる。数値計算では、全ての分布・破碎関数のスケール  $\mu$  を、終状態ハドロンの横運動量  $P_T$  と等しく置いた ( $\mu = P_T$ )。

図 16 は、 $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$  及びジェット生成の  $A_N$  に対する 3 グルーオン分布関数の寄与を、 $\sqrt{S} = 200$  GeV,  $P_T = 2$  GeV において  $x_F$  の関数として示している。2 つのモデル (73) について、3 グルーオン分布関数  $O(x)$  及び  $N(x)$  からの  $A_N$  に対する寄与を分けて描いてある。 $x_F > 0$  では、 $N(x)$  由来の  $A_N$  が大きな値を示し、対して  $O(x)$  由来の  $A_N$  は両方のモデルでごく小さな値となった。 $x_F > 0$  で  $N(x)$  が大きな  $A_N$  を持つ起源は、ハードパートの式 (72) にある。 $x_F > 0$  が大きいとき、 $-T \ll S \sim -U$  で、 $x$  が大きく  $x'$  が小さいため、無偏極核子からはグルーオン密度が主要な寄与となる。また、その中でも、クォーク破碎チャンネルである式 (64)-(66) の寄与は小さく、グルーオン破碎チャンネルの式 (71) と式 (72) の寄与は大きい。特に、式 (60) から、 $\hat{s}/\hat{t}$  によって、FSI の寄与はより大きくなる。

一方、 $x_F < 0$ 、特に  $x_F \rightarrow -1$  では、 $-U \ll S \sim -T$  で、 $x$  が小さく  $x'$  が大きい領域が効く。従って、model 1 は、 $x$  の小さい領域では小さい値を取るなので、 $O(x)$ ,  $N(x)$  とともに小さな  $A_N$  しか与えない。他方、model 2 をとった場合には、 $O(x)$ ,  $N(x)$  とともに大きな非対称を与えた。これは、無

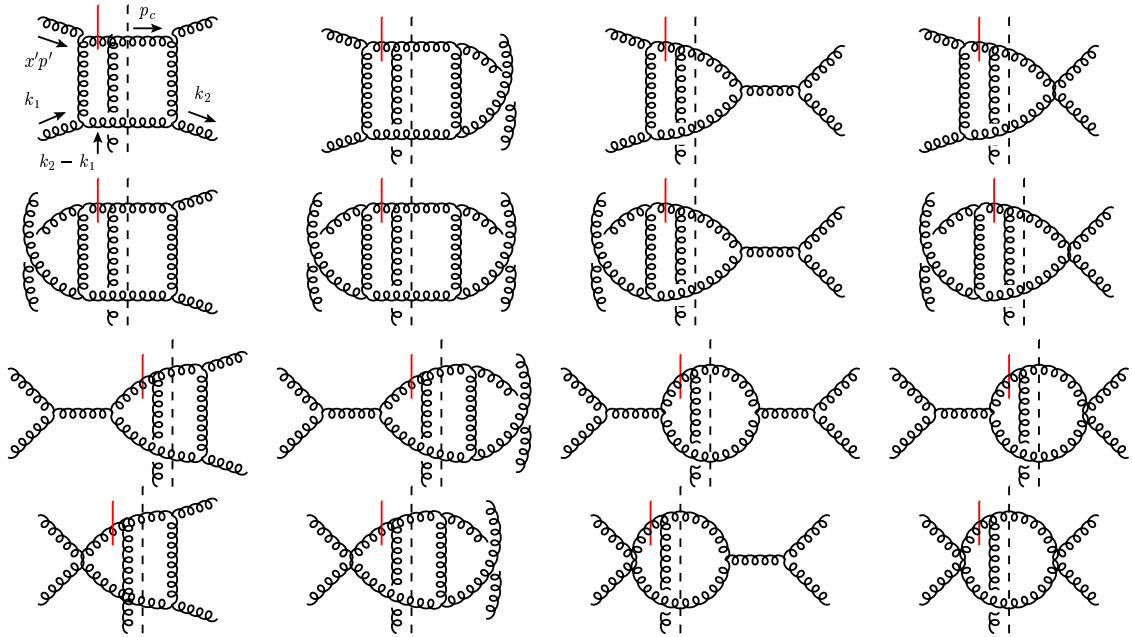


Figure 15:  $p^\dagger + p \rightarrow h + X$  で3 グルーオン分布関数が寄与する反応のうち，無偏極陽子からの寄与はグルーオン，破碎する粒子もグルーオン，FSI のファインマン・ダイアグラムに当たる。

偏極核子からのパートンがクォークであり破碎するパートンもクォークの場合にあたる式 (62)-(63) のハードパートの断面積が大きいことと， $x$  が小さいとき3 グルーオン相関が微分項により大きな寄与をなすことに起因する。 $O(x)$  では，原因を式 (62) と式 (63) とにある，ISI とFSI のパートのキャンセルにより，寄与は弱まる。一方で  $N(x)$  では，これらの断面積は強め合いながら寄与するこれは， $N(x)$  と  $O(x)$  の間での非対称性の異なる振舞いにつながる。

また，図 16 によると，グラフの形状が  $\pi$  中間子の種類に関わらずよく似ている。3 グルーオン相関関数の寄与は，パイオンの電荷に依らずに同じ符号の  $A_N$  を与えるため，その寄与が大きいと E704 実験 [3] や RHIC-BRAHMS [7] が報告した  $A_N^{\pi^+} \simeq -A_N^{\pi^-}$  という関係を乱すことになる。このことより，3 グルーオン相関関数は，パイオン生成の  $A_N$  に対する主要な起源とはなり得ず， $x_F > 0$  の領域で大きな  $A_N$  を与える  $N(x)$  は，用いた2つのモデルよりも小さい必要があると考えられる。

図 17 は，陽子-陽子衝突で終状態に  $\pi^0$  を押える反応で，3 グルーオン分布関数が寄与する SSA を表す。グラフは， $x_F$  を横軸  $A_N$  を縦軸とした。条件は， $\sqrt{S} = 200$  GeV， $\eta = 3.3$  及び  $3.7$  とし，比較に，RHIC-STAR のデータ [6] を用いた。 $x_F > 0$  の領域では，model 1, 2 双方で  $N(x)$  の寄与が実験値よりも大きくなった。また， $x_F < 0$  では，model 1 の寄与は，ほぼ0であり， $N(x)$  及び  $O(x)$  の両方のデータと一致する。一方，model 2 の関数は， $N(x)$  及び  $O(x)$  共に大きく実験値から外れている。これは，3 グルーオン相関が， $x$  が小さい領域において，model 2 よりも穏やかに振る舞うべきであることを意味する。しかし，注意すべきは，観察される非対称は，クォーク・グルーオン相関関数，ツイスト3の破碎関数および3 グルーオン相関関数の寄与から生じること，そして，明確な結論を出すためには，これらすべての効果を含む完全な分析を必要とすることである。

図 18 は，陽子-陽子衝突で終状態に  $\pi^0$  を押える反応で，3 グルーオン分布関数が寄与する SSA を表す。グラフは， $P_T$  を横軸  $A_N$  を縦軸とした。条件は， $\sqrt{S} = 200$  GeV かつ  $|\eta| < 0.35$  とし，RHIC-PHENIX でのデータ [11] と比較している。両モデルは，この条件下ではハードパートの断面

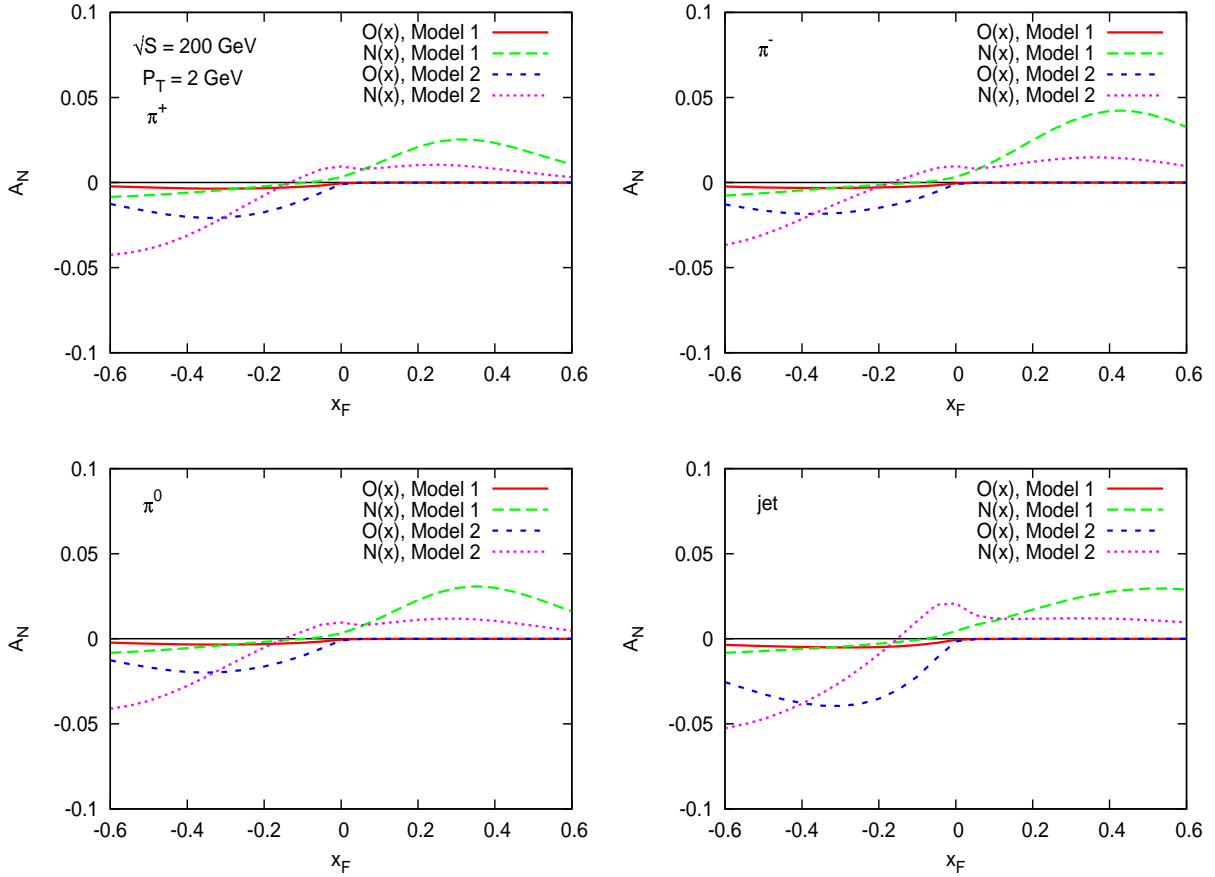


Figure 16: 上のグラフは、陽子-陽子衝突で終状態に  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$  及びジェットを押える反応で、3 グルーオン分布関数が寄与する SSA を表す。グラフは、 $x_F$  を横軸  $A_N$  を縦軸とした。条件は、 $\sqrt{S} = 200\text{GeV}$  かつ  $P_T = 2\text{GeV}$ 、3 グルーオン分布関数  $O(x)$  及び  $N(x)$  は、model 1, 2 の双方について計算した。

積が小さいために、SSA に対する寄与も小さくなる。このため、3 グルーオン相関関数のフォームに、この領域のデータから何らかの制限を与えることはできない。



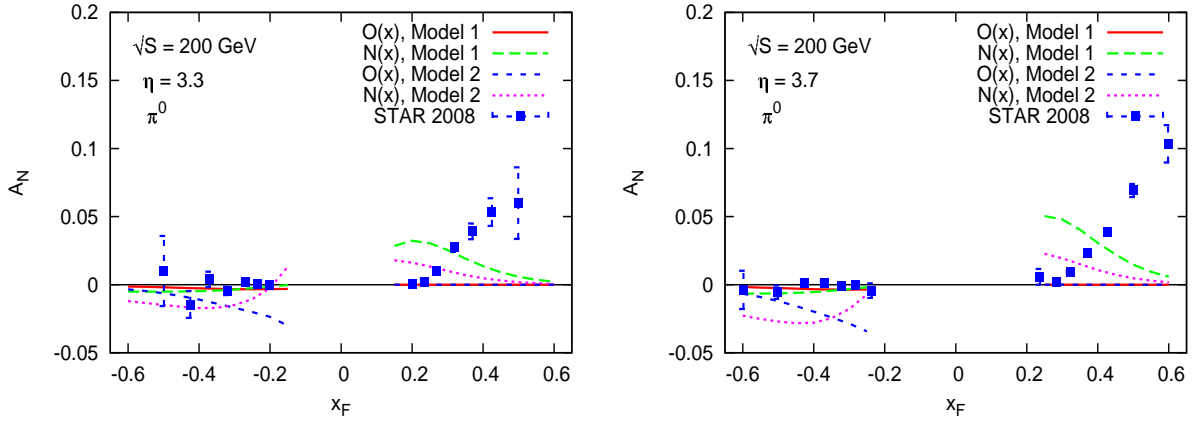


Figure 17: 上のグラフは，陽子-陽子衝突で終状態に  $\pi^0$  を押える反応で，3 グルーオン分布関数が寄与する SSA を表す。グラフは， $x_F$  を横軸  $A_N$  を縦軸とした。条件は， $\sqrt{S} = 200\text{ GeV}$  かつ  $\eta = 3.3$  及び  $3.7$  とし，比較に RHIC-STAR のデータを用いた [6]。3 グルーオン分布関数  $O(x)$  及び  $N(x)$  は，model 1, 2 の双方について計算した。

## 5 まとめと展望

本研究では，高エネルギーハドロン反応で観測されてきた大きなシングルスピンの非対称 (SSA) の起源と発現機構を解明するため，その起源の一つとなり得るグルーオン間多体相関の影響について調べた。終状態ハドロン衝突軸に対する横運動量が大きい領域で有効な Collinear 因子化の枠組みでは，この効果は，横偏極核子中の 3 グルーオン相関関数として曖昧さ無く表現される。本論文では，SIDIS の D 中間子生成過程 ( $ep^\uparrow \rightarrow eDX$ ) と核子-核子衝突における  $\pi$  中間子生成過程 ( $p^\uparrow p \rightarrow \pi X$ ) の SSA に対する 3 グルーオン相関関数の寄与について研究した。

SIDIS の D 中間子生成については，先行研究で導出されていた偏極断面積に対する解析公式と，RHIC の  $p^\uparrow p \rightarrow DX$  過程で得られた初期データを基に作られた 3 グルーオン相関関数に対するモデルを用いて，計画中の EIC 実験のエネルギーでの SSA に対する数値評価を行った。この過程の微分断面積は，レプトン面，ハドロン面，スピンベクトルの方位角依存性により 5 つの構造関数に分解されるため，SSA は，これら 5 つの構造関数の無偏極断面積に対する比として定義される。用いたモデルによると，そのうちの 1 つは数%程度に達し得るが，他は 1 桁程度小さくなることが分かった。また， $x$  の小さな領域で異なる振る舞いをする 2 つのモデルは，SSA の  $z_f, P_{h\perp}$  依存性に大きな違いを引き起こすことも明らかになった。それぞれの非対称は， $z_f, P_{h\perp}$  の関数として，極大や極小を示し，また，節を持つこともあるのでこの過程の SSA は 3 グルーオン分布の形状に敏感に依存することも明らかになった。

$p^\uparrow p \rightarrow \pi X$  の SSA については，まず，偏極断面積に対する 3 グルーオン相関関数の寄与の解析公式を摂動 QCD の主要近似で導出した。これにより，既に導かれているクォーク・グルーオン相関関数とツイスト 3 破砕関数からの寄与とあわせて，この過程のツイスト 3 微分断面積の完全公式が導かれたことになる。次に，上の  $ep^\uparrow \rightarrow eDX$  で用いたのと同様な 3 グルーオン相関関数に対する 2 つのモデルを用いて，RHIC のエネルギーでの  $A_N$  の数値計算を行った。この過程に対する 3 グルーオン相関関数の寄与は，2 つの独立な関数  $O(x)$  と  $N(x)$  で表現されるが，それらの振る舞いの特徴を明らかにした。ここでも，小さな  $x$  の領域でのこれら関数の違いが， $x_F < 0$  での  $A_N$  の

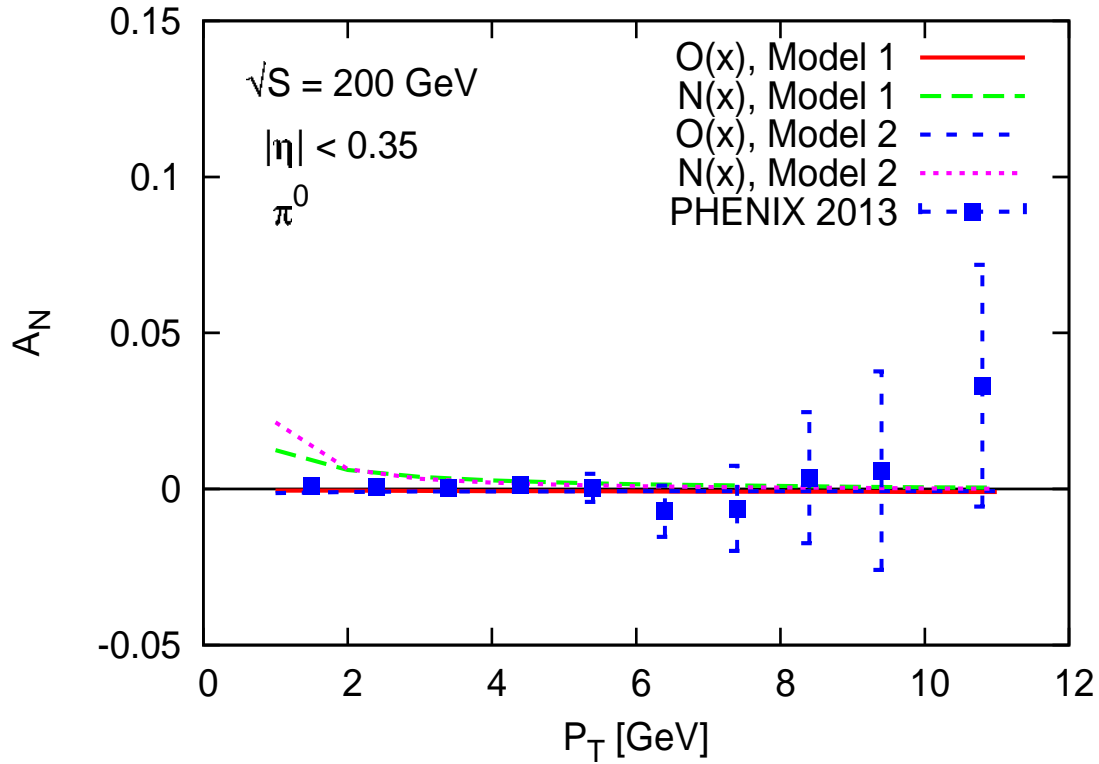


Figure 18: 上のグラフは、陽子-陽子衝突で終状態に  $\pi^0$  を押える反応で、3 グルーオン分布関数が寄与する SSA を表す。グラフは、 $P_T$  を横軸  $A_N$  を縦軸とした。条件は、 $\sqrt{S} = 200\text{GeV}$  かつ  $|\eta| < 0.35$  とし、比較に RHIC-STAR のデータを用いた [11]。3 グルーオン分布関数  $O(x)$  及び  $N(x)$  は、model 1, 2 の双方について計算した。

振る舞いに大きな差異をもたらすことが明らかになった。RHIC におけるパイオン生成のデータは、 $x_F < 0$  で  $A_N = 0$  であることを示すが、モデル 2 は  $A_N$  がこの領域でゼロと大きく異なる結果に導くため、モデル 2 のような振る舞いは排除されるべきである。また、3 グルーオン相関関数は、 $\pi^{+,-,0}$  及びジェット生成の  $A_N$  すべてに対し同じパターンの寄与をもたらすため、E704 実験や RHIC-BRAHMS が観測した  $A_N^{\pi^+} \simeq -A_N^{\pi^-}$  のパターンに反する。したがって、3 グルーオン相関関数は、 $p^\uparrow p \rightarrow \pi X$  の  $A_N$  に対する主要な寄与にはなり得ないと考えられる。今回用いた 2 つのモデルは、実験データと異なる傾向をもたらすため、実際の 3 グルーオン相関関数は振幅や形状はこれらのモデルとは大きく異なるものであると考えられる。文献 [38] では、横偏極核子中のクォーク・グルーオン相関関数とパイオンのツイスト 3 破砕関数を仮定し、HERMES や COMPASS で得られた SIDIS における軽いハドロン生成における SSA のデータと無矛盾に記述できることが示されている。本研究により、3 グルーオン相関関数は小さいはずであることが示されたので、文献 [38] で示された  $p^\uparrow p \rightarrow \pi X$  の  $A_N$  の主要な起源はツイスト 3 破砕関数であるというシナリオに一定の正当性を与えたと解釈される。

核子核子衝突における  $K$ ,  $\eta$ , jet, 直接光子など他の粒子生成の  $A_N$  や、HERMES や COMPASS における SIDIS での低  $P_T$  領域の SSA から、将来の EIC による高  $P_T$  の SSA までを含めたグロー-

バル解析を行うことが SSA の定量的解明のために理想的であるが、今回の研究がその一端として役立つことと考える。

## A 3 グルーオン相関関数の $p^\dagger p \rightarrow \pi X$ への寄与の定式化

この補遺では、 $p^\dagger + p \rightarrow h + X$  の反応の内、3 グルーオン相関関数が寄与する場合の微分断面積の因子化を行う。横偏極陽子由来のグルーオンの運動量  $k_1, k_2$  について  $k_1 = k_2 \neq 0$  と pole をとる場合を考える。ここで、簡単にするために、ハードパート及び横偏極陽子由来成分のみを考える。

$$\int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c) M_{abc}^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \quad (74)$$

ここで、ハードパートは、

$$S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c) \quad (75)$$

であり、横偏極陽子由来成分は、

$$M_{abc}^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) = g \int d^4 \xi \int d^4 \eta e^{ik_1 \xi} e^{i(k_2 - k_1) \eta} \langle pS_\perp | A_b^\nu(0) A_c^\lambda(\eta) A_a^\mu(\xi) | pS_\perp \rangle \quad (76)$$

と書ける。以後、 $S_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, x'p', p_c)$  は  $S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2)$  と表記する。同様に横偏極陽子由来成分もカラーの添字は省略する。図 9-15 において、偏極核子からハードパートに入る運動量  $k_1, k_2, k_2 - k_1$  のグルーオン線は on-shell で物理的スピン偏極のパートン線に結合するため、Ward-高橋の恒等式

$$k_1^\mu S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) = 0 \quad (77)$$

$$k_2^\nu S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) = 0 \quad (78)$$

$$(k_1 - k_2)^\lambda S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) = 0 \quad (79)$$

を満たす。グルーオンの運動量  $k_i$  ( $i = 1, 2$ ) を以下のように分解する。

$$k_i^\mu = (k_i \cdot n) p^\mu + (k_i \cdot p) n^\mu + k_{i\perp}^\mu \equiv x_i p^\mu + \omega^\mu_\alpha k_i^\alpha \quad (80)$$

ここで、 $x_i = k_i \cdot n$ 、 $\omega^\mu_\alpha \equiv g^\mu_\alpha - p^\mu n_\alpha$  である。式 (80) を式 (77)、(78) に代入すると、

$$\begin{aligned} S_{p\nu\lambda}(k_1, k_2) &= -\frac{1}{x_1} \omega^\mu_\alpha k_1^\alpha S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \\ S_{\mu p\lambda}(k_1, k_2) &= -\frac{1}{x_2} \omega^\nu_\beta k_2^\beta S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \end{aligned} \quad (81)$$

が成り立つ。式 (81) を用いて、式 (74) を以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) M^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) &= S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) (p^\mu n_\kappa + \omega^\mu_\kappa) (p^\nu n_\tau + \omega^\nu_\tau) (p^\lambda n_\sigma + \omega^\lambda_\sigma) M^{\kappa\tau\sigma}(k_1, k_2) \\ &= S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \frac{1}{x_1} \omega^\mu_\alpha (-k_1^\alpha n_\kappa + k_1 \cdot n g^\alpha_\kappa) \frac{1}{x_2} \omega^\nu_\beta (-k_2^\beta n_\tau + k_2 \cdot n g^\beta_\tau) \\ &\quad \times (p^\lambda n_\sigma + \omega^\lambda_\sigma) M^{\kappa\tau\sigma}(k_1, k_2) \end{aligned} \quad (82)$$

ここで,  $M^{\kappa\tau\sigma}(k_1, k_2)$  に式 (76) を代入する。また, カラー添字も一時的に戻す。  $k_i (i = 1, 2)$  に対し変数  $\xi, \eta$  について部分積分すると, 以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & (-k_1^\alpha n_\kappa + k_1 \cdot ng^\alpha_\kappa)(-k_2^\beta n_\tau + k_2 \cdot ng^\beta_\tau) M_{abc}^{\kappa\tau\sigma}(k_1, k_2) \\ & \equiv M_{A,abc}^{\alpha\beta\sigma}(k_1, k_2) \\ & = g \int d^4\xi \int d^4\eta e^{ik_1\xi} e^{i(k_2-k_1)\eta} \langle pS_\perp | F_b^{\beta n}(0) A_c^\sigma(\eta) F_a^{\alpha n}(\xi) | pS_\perp \rangle \end{aligned} \quad (83)$$

式 (82) を式 (83) で得た  $M_A^{\alpha\beta\sigma}(k_1, k_2)$  を持って書き直すと

$$S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) M^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) = S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \frac{\omega^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta}{x_1 x_2} \left\{ p^\lambda M_A^{\alpha\beta n}(k_1, k_2) + \omega^\lambda_\sigma M_A^{\alpha\beta\sigma}(k_1, k_2) \right\} \quad (84)$$

となる。ここで,  $M_A^{\alpha\beta n}(k_1, k_2) = n_\sigma M_A^{\alpha\beta\sigma}(k_1, k_2)$  である。

続いて, ハードパート  $S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2)$  を collinear 展開する。collinear 展開とは  $k_i = x_i p$  のまわりに, Taylor 展開することである。ただし, 式 (84) 中で,  $p^\lambda$  を含む項は, 寄与が大きいので, 2 次まで展開するが,  $\omega^\lambda_\sigma$  を含む項は, 1 次までの展開とする。代入すると,

$$\begin{aligned} S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) M^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) & = \frac{\omega^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta}{x_1 x_2} \left[ \left( S_{\mu\nu p}(x_1, x_2) + \omega^\lambda_\rho k_1^\rho \frac{\partial S_{\mu\nu p}(k_1, k_2)}{\partial k_1^\lambda} \Big|_{k_i=x_i p} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \omega^\lambda_\rho k_2^\rho \frac{\partial S_{\mu\nu p}(k_1, k_2)}{\partial k_2^\lambda} \Big|_{k_i=x_i p} \right) M_A^{\alpha\beta n}(k_1, k_2) + S_{\mu\nu\lambda}(x_1, x_2) \omega^\lambda_\sigma M_A^{\alpha\beta\sigma}(k_1, k_2) \right] \end{aligned} \quad (85)$$

となる。ここで,  $S_{\mu\nu p}(x_1, x_2) = p^\lambda S_{\mu\nu\lambda}$  である。また, 括弧内の第 1 項  $S_{\mu\nu p}(x_1, x_2)$  は, ミラーダイアグラムの関係から, 消去される。一方, 括弧内の外の項  $S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \omega^\lambda_\sigma$  は, 式 (79) から変形して,

$$S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) \omega^\lambda_\sigma = (x_1 - x_2) \omega^\lambda_\sigma \frac{\partial S_{\mu\nu p}(k_1, k_2)}{\partial k_2^\lambda} \Big|_{k_i=x_i p} \quad (86)$$

が成立する。また, 括弧内の第 2 項  $\omega^\lambda_\rho k_1^\rho \frac{\partial S_{\mu\nu p}(k_1, k_2)}{\partial k_1^\lambda} \Big|_{k_i=x_i p}$  は,

$$\frac{\partial S_{\mu\nu p}(k_1, k_2)}{\partial k_1^\lambda} \Big|_{k_i=x_i p} = - \frac{\partial S_{\mu\nu p}(k_1, k_2)}{\partial k_2^\lambda} \Big|_{k_i=x_i p} \quad (87)$$

と変換出来る。これらの結果を, 式 (85) に代入すると,

$$\begin{aligned} S_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) M^{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2) & = \frac{\omega^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta}{x_1 x_2} \frac{\partial S_{\mu\nu p}(k_1, k_2)}{\partial k_2^\lambda} \Big|_{k_i=x_i p} \\ & \quad \times [-(k_1^\rho - k_2^\rho) n_\sigma + (k_1 - k_2) \cdot ng^\rho_\sigma] M_A^{\alpha\beta\sigma}(k_1, k_2) \end{aligned} \quad (88)$$

となる。ここで、左辺の後方部分が、式 (83) と同様に变形して、

$$\begin{aligned}
 & [-(k_1^\rho - k_2^\rho)n_\sigma + (k_1 - k_2) \cdot n g^\rho{}_\sigma] M_A^{\alpha\beta\sigma}(k_1, k_2) \\
 & = ig \int d^4\xi \int d^4\eta e^{ik_1\xi} e^{i(k_2-k_1)\eta} \langle pS_\perp | F_b^{\beta n}(0) F_c^{\rho n}(\eta) F_a^{\alpha n}(\xi) | pS_\perp \rangle \quad (89)
 \end{aligned}$$

と書ける。元の微分断面積に、式 (89) の結果を代入し、変数  $k_1, k_2, \eta, \xi$  について、積分を行うと、式 (56) を得る。

## References

- [1] J.C. Collins, D. Soper and G. Sterman, “Factorization of Hard Processes in QCD”, in “Perturbative Quantum Chromodynamics” (ed. A.M. Mueller, World Scientific, 1988)
- [2] J.C. Collins, “Foundations of Perturbative QCD” (Cambridge, 2011)
- [3] D.L. Adams *et al.* (E704 Collaboration), Phys. Lett. **B261**, 201 (1991);  
D.L. Adams *et al.* (E704 Collaboration), Phys. Lett. **B264**, 462 (1991).
- [4] J. Adams, et al., STAR Collaboration, Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 171801.
- [5] S. S. Adler, et al., PHENIX Collaboration, Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 202001.
- [6] B. I. Abelev, et al., STAR Collaboration, Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 222001.
- [7] I. Arsene, et al., BRAHMS Collaboration, Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 042001.
- [8] L. Adamczyk, et al., STAR Collaboration, Phys. Rev. D 86 (2012) 051101.
- [9] L. Adamczyk, et al., STAR Collaboration, Phys. Rev. D 86 (2012) 032006.
- [10] L. Adamczyk *et al.* [STAR Collaboration], arXiv:1309.1800 [nucl-ex].
- [11] A. Adare, et al., PHENIX Collaboration, arXiv:1312.1995[hep-ex].
- [12] A. Airapetian *et al.* (HERMES Collaboration), Phys. Rev. **D64**, 097101 (2001);  
A. Airapetian *et al.* (HERMES Collaboration), Phys. Rev. Lett. **94**, 012002 (2005);  
A. Airapetian *et al.* (HERMES Collaboration), Phys. Rev. Lett. **103**, 152002 (2009).
- [13] V.Y. Alexakhin *et al.* (COMPASS Collaboration), Phys. Rev. Lett **94**, 202002 (2005);  
E.S. Ageev *et al.* (COMPASS Collaboration), Nucl. Phys. **B765**, 31 (2007);  
M. Alekseev *et al.* (COMPASS Collaboration), Phys. Lett. **B673**, 127 (2009).
- [14] A. Accardi, J. L. Albacete, M. Anselmino, N. Armesto, E. C. Aschenauer, A. Bacchetta, D. Boer and W. Brooks *et al.*, “Electron Ion Collider: The Next QCD Frontier - Understanding the glue that binds us all,” arXiv:1212.1701 [nucl-ex].
- [15] J. Qiu, G. Sterman, Nucl. Phys. B 378 (1992) 52.
- [16] J. Qiu, G. Sterman, Phys. Rev. D 59 (1998) 014004.
- [17] H. Eguchi, Y. Koike, K. Tanaka, Nucl. Phys. B 752 (2006) 1.
- [18] H. Eguchi, Y. Koike, and K. Tanaka, Nucl. Phys. B **763**, 198 (2007).
- [19] C. Kouvaris, J.-W. Qiu, W. Vogelsang, F. Yuan, Phys. Rev. D 74 (2006) 114013.
- [20] Y. Koike, K. Tanaka, Phys. Rev. D 76 (2007) 011502.
- [21] Y. Koike, T. Tomita, Phys. Lett. B 675 (2009) 181.
- [22] J.C. Collins and D.E. Soper, Nucl. Phys. B193, 381 (1981), B213 , 545(E) (1983).

- [23] J.C. Collins, D.E. Soper and G. Sterman, Nucl. Phys. B250, 199 (1985).
- [24] X. d. Ji, J. P. Ma and F. Yuan, Phys. Lett. B **597**, 299 (2004).
- [25] X. d. Ji, J. p. Ma and F. Yuan, Phys. Rev. D **71**, 034005 (2005).
- [26] T. C. Rogers and P. J. Mulders, Phys. Rev. D **81**, 094006 (2010).
- [27] X. Ji, J. W. Qiu, W. Vogelsang and F. Yuan, Phys. Lett. B **638**, 178 (2006).
- [28] X. Ji, J. w. Qiu, W. Vogelsang and F. Yuan, Phys. Rev. D **73**, 094017 (2006).
- [29] X. Ji, J. W. Qiu, W. Vogelsang and F. Yuan, Phys. Rev. Lett. **97**, 082002 (2006).
- [30] Y. Koike, W. Vogelsang and F. Yuan, Phys. Lett. B **659**, 878 (2008).
- [31] Y. Kanazawa, Y. Koike, Phys. Lett. B 478 (2000) 121.
- [32] Y. Kanazawa, Y. Koike, Phys. Lett. B 490 (2000) 99.
- [33] X. Ji, Phys. Rev. D **49**, 114 (1994).
- [34] F. Yuan, J. Zhou, Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 052001.
- [35] Z.-B. Kang, F. Yuan, J. Zhou, Phys. Lett. B 691 (2010) 243.
- [36] A. Metz and D. Pitonyak, Phys. Lett. B **723**, 365 (2013).
- [37] K. Kanazawa and Y. Koike, Phys. Rev. D **88**, 074022 (2013).
- [38] K. Kanazawa, Y. Koike, A. Metz and D. Pitonyak, Phys. Rev. D **89**, no. 11, 111501 (2014)
- [39] K. Kanazawa, Y. Koike, Phys. Rev. D 82 (2010) 034009.
- [40] K. Kanazawa, Y. Koike, Phys. Rev. D 83 (2011) 114024.
- [41] K. Kanazawa and Y. Koike, Phys. Lett. B **720** (2013) 161.
- [42] A. V. Belitsky, X. D. Ji, W. Lu, J. Osborne, Phys. Rev. **D63**, 094012 (2001).
- [43] V.M. Braun, A.N. Manashov, B. Pirnay, Phys. Rev. **D80**, 114002 (2009).
- [44] H. Beppu, Y. Koike, K. Tanaka, and S. Yoshida, Phys. Rev. D **82**, 054005 (2010).
- [45] Y. Koike, K. Tanaka, and S. Yoshida, Phys. Rev. D **83**, 114014 (2011).
- [46] Y. Koike, S. Yoshida, Phys. Rev. D 84 (2011) 014026.
- [47] Y. Koike, S. Yoshida, Phys. Rev. D 85 (2012) 034030.
- [48] H. Beppu, Y. Koike, K. Tanaka and S. Yoshida, Phys. Rev. D **85**, 114026 (2012).
- [49] H. Beppu, K. Kanazawa, Y. Koike and S. Yoshida, Phys. Rev. D **89**, no. 3, 034029 (2014).
- [50] H. Liu [PHENIX Collaboration], AIP Conf. Proc. **1149** (2009) 439.



- [51] J. C. Collins and D. E. Soper, Nucl Phys. B 194 (1982) 445
- [52] R. L. Jaffe and X. Ji, Nucl Phys. B 375 (1992) 527
- [53] R. L. Jaffe, "SPIN, TWIST AND HADRON STRUCTURE IN DEEP INELASTIC PROCESSES", hep-ph9602236
- [54] X. Ji, Phys. Lett. B 289 (1992) 137.
- [55] J. Kodaira and K. Tanaka, Prog. Theo. Phys. 101(1999) 199.
- [56] J. Pumplin, D.R. Stump, J. Huston, H.L. Lai, P.M. Nadolsky and W.K. Tung, J. High Energy Phys. 07 (2002) 012.
- [57] T. Kneesch, B.A. Kniehl, G. Kramer, and I. Schienbein, Nucl. Phys. B799, 34 (2008).
- [58] M. Gluck, P. Jimenez-Delgado, and E. Reya, Eur. Phys. J. **C53** 355 (2008).
- [59] D. de Florian, R. Sassot, and M. Stratmann, Phys. Rev. D **75**, 114010 (2007).