

B_s 中間子崩壊の直接的 CP 非保存
における超対称性効果の探索

F11J012C 早川淳

新潟大学大学院 自然科学研究科 数理物質科学専攻
物理学コース 博士後期課程 素粒子論研究室

概要

物理学では対称性は重要な役割を果たす。ある系で何かを変換した時に変わらないものがある時、その系に対称性があるという。CP 変換とは荷電共役をする C (チャージ) 変換と空間座標の符号を反転させる P (パリティ) 変換を合わせたもので粒子と反粒子の入れ替えを意味する。CP 対称性があるとは粒子と反粒子を入れ替えても物理法則は不変であることを示している。また CP Asymmetry (CP 非対称性) とは粒子と反粒子の崩壊確率の違いを表す量であり、その量がノンゼロのときに CP Violation (CP の破れ) が起きている。

CP 対称性があれば、粒子と反粒子の数は同じであるが、宇宙が始まって少しして CP 対称性が破れて粒子と反粒子の数に違いができた。ほとんどの粒子と反粒子は出くわすと互いに消滅してしまい、残った粒子が我々の宇宙の構成物質になっている。私達は CP 対称性の破れの遺産である。よって CP 対称性を研究することは我々の存在理由を探究することにつながる。

スイスの CERN (欧州素粒子原子核研究機構) にある陽子と陽子を円形に加速し衝突させて素粒子の反応をみるための加速器である大型ハドロンコライダー LHC (Large Hadron Collider) のエネルギーフロンティア (エネルギーの到達点) は 8TeV であり、その LHC で素粒子の質量を持つ原因になるヒッグス粒子が発見された。その質量は 125GeV である。しかしスピンが整数であるボゾンとスピンが半整数であるフェルミオンの入れ替えで物理法則が不変になる超対称性 (Super Symmetry) を課すことで現れる超対称性 (SUSY) 粒子のような新粒子は未発見である。一方ルミノシティフロンティア (素粒子の反応数の到達点) では LHC の測定器である LHCb でストレンジクォークと反ボトムクォーク (ボトムクォークの反粒子) でできている B_s 粒子で CP の破れ (粒子と反粒子の物理法則に違いがあること) の測定が確かめられた。その測定では CP の破れの位相 ϕ_s を測定した。その実験値は $\phi_s = 0.07 \pm 0.09 \pm 0.01$ で、それは Standard Model (素粒子標準理論) の計算値 $\phi_s = -0.0363 \pm 0.0017$ と consistent (矛盾がない) だが、誤差が大きいので新しい物理現象が潜んでいる可能性がある。

またそれ以外にも LHCb で B_s 粒子の Direct CP Violation (粒子と反粒子の直接崩壊における崩壊確率の違い) が観測され始めた。その実験で測られた粒子と反粒子の崩壊確率の違いを表す量である Asymmetry は $B_s \rightarrow K^+ K^-$ 崩壊では $A_{CP} = -0.14 \pm 0.11 \pm 0.03$ で $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ 崩壊では $A_{CP} = -0.082 \pm 0.006$ である。それらは New Physics についてどんな制限を与えるのか? 新しい物理現象を SUSY として SUSY の効果の大きさを調べるのが本研究の目的である。本研究では超対称性を考え、超対称性粒子であるスクォークとグルイーノを導入し、スクォークのフレーバー (素粒子の種類) 混合を考えた。

その際、グルイーノ・スクォークが媒介したフレーバーが変化する効果を探するため、 $B_s \rightarrow K^+ K^-$ と $B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ 過程の CP Violation を研究した。そこでは $b \rightarrow s$ 遷移のペンギンの振幅が崩壊を支配している。質量差 ΔM_{B_s} 、 $B_s \rightarrow J/\psi \phi$ 崩壊における CP を破る位相 ϕ_s と $b \rightarrow s \gamma$ の Branching Ratio の実験データを入力することによって、フレーバー混合 δ_{23}^{dL} の可能な領域を探した。スペクテイター s を d に入れ替えることによって $B_s \rightarrow K^+ K^-$ 崩壊は $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ 崩壊と関係しているので、これらのデータに加え、 $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ の Asymmetry から来る制限を考慮に入れた。そして $|\delta_{23}^{dL}| \leq 0.05$ の制限を得た。

その制限のもと、 $B_s \rightarrow K^+ K^-$ と $B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ 崩壊の CP Violation を予言した。CP Violation である $C_{K^+ K^-}$ の予言された領域は $B^0 \rightarrow K^- \pi^+$ の Direct CP Violation から来る制限によって強くカットされ、それゆえ、 $C_{K^+ K^-}$ の SM の予言からのずれは期待されない。他方で、 $S_{K^+ K^-}$ は、0.1 ~ 0.5 の領域で SM の予言からかなりずれる可能性がある

る。 $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^0\bar{K}^0}$ の SM の予言はとても小さいので、SUSY の寄与は $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^0\bar{K}^0}$ で検出できると期待される。これらの期待された大きさは、 $C_{K^0\bar{K}^0} = -0.06 \sim 0.06$ と $S_{K^0\bar{K}^0} = -0.5 \sim 0.3$ の領域である。これらの崩壊の CP Violation のより詳細なデータは、SUSY の寄与の極めて重要なテストを与えてくれる。

目次

1	はじめに	4
2	素粒子とは	5
3	CP Violation とは	5
4	CKM 行列	13
5	Direct CP Violation	14
6	QCD ファクトリゼーションの B の崩壊における CP Violation	15
7	スクォーク・フレーバー混合のセットアップ	19
8	数値計算の結果	20
9	まとめ	23
A	ペンギンのループ積分	25
B	$\Delta B = 1$ 過程のスクォークの寄与	25
C	$\Delta B = 2$ 過程のスクォークの寄与	26
D	図による説明	29

1 はじめに

最近、 B 中間子崩壊のような低エネルギーのフレーバー物理において新しい物理現象を探す多くの実験が行われている。実際に LHCb のグループは B_s メソンの CP Violation (CP の破れ) と B_s 稀少崩壊の分岐比の新しいデータを報告した [1]-[12]。長年の間、 K と B^0 メソンの CP Violation は標準模型 (Standard Model) すなわち小林益川理論の枠組みで理解するのに大成功を収めた [13]。そこで CP の破れのソースとなるのは三代のクォークセクターの小林益川位相である。しかしながら、LHCb の実験やこれからなされる Belle II の実験で新しい物理現象 (New Physics) である B^0 と B_s 崩壊のフレーバーが変化する中性カレント (FCNC) が間接的に発見されることが期待されて来た。

LHCb コラボレーションは Standard Model (SM) の予言と矛盾のない $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ ノンレプトニック崩壊の時間に依存した CP 非対称性 (CP Asymmetry) のデータを発表した [4, 11, 12]。それゆえ、この観測された値は $b \rightarrow s$ 遷移の New Physics の寄与への強い制限を与えてくれる。この結果に加え、 $B_s \rightarrow K^+K^-$ 崩壊の CP Violation の時間に依存した CP Asymmetry の最初の測定が LHCb で報告されている [14]。幾人かの研究者は New Physics を探するためにこの過程と $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ の過程を議論している [15]-[20]。なぜならペンギンの振幅 (Amplitude) がこれらの崩壊を支配するからである。特に、 $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 崩壊の CP の破れの SM の予言はとても小さいので、New Physics は時間に依存した CP Asymmetry において検出される可能性がある。

他方で、 $B_s \rightarrow K^+K^-$ 崩壊はスペクテーター (傍観者) s を d に入れ替えることで $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ 崩壊になることに注目する必要がある。それゆえ、 $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ 崩壊は $b \rightarrow s$ のペンギン過程での New Physics を探するために $B_s \rightarrow K^+K^-$ と $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 崩壊と関連付けられる。 $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ 崩壊における直接的 CP 非保存 (Direct CP Violation) の最近の実験データは QCD ファクトリゼーションの計算を用いた SM の予言とよく合致していることが分かった [21, 22]。この過程は QCD ファクトリゼーションの枠組みにおけるフォームファクター $F(B \rightarrow K)$ とカイラルエンハンスメントファクター ($2M_K^2/m_b m_s$) に依存する。 $B_s \rightarrow K^+K^-$ と $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 崩壊の振幅もまた B^0 と B_s メソンの質量差を無視した下での共通のフォームファクターとカイラルエンハンスメントファクターを含む。

New Physics として B_s 崩壊の CP の破れの超対称性の効果の感度を研究した。超対称性は New Physics の最も魅力的な候補の一つだが、超対称性のシグナルはいまだ観測されていない。超対称性粒子の質量の下限が実験で徐々に増えていくのでスクォークとグルイーノ質量は TeV スケールであると仮定されている [23]。さらに SM が超対称モデルに拡張されたら、低エネルギーのフレーバー物理の CP の破れの新しいソースになる。ソフトスクォーク質量行列は CP の破れの位相を含んでいて、それは CP の破れに FCNC で寄与する。それゆえ、 B_s メソン崩壊の CP が破れる現象に超対称性の効果が期待される。本研究ではグルイーノ・スクォークが媒介するフレーバーが変化する過程を研究した。それは $b \rightarrow s$ 遷移における超対称性の寄与の最も重要な過程である [24]- [37]。

実験結果からグルイーノ質量は 1.3 TeV より重いと予想されていて、第一世代と第二世代のスクォークは 1.4 TeV より重いとされている [23]。それゆえ、第三世代のスクォークの質量は $\mathcal{O}(1)$ TeV にも関わらず、第一世代と第二世代のスクォークの質量はとても重く $\mathcal{O}(10 - 100)$ TeV であるというスプリットファミリーのシナリオを採用する。それから第一世代と第二世代のスクォークが媒介する $s \rightarrow d$ 遷移はそれらの重い質量によって抑制され、競合する過程は第三世代のスクォークが二次のオーダーの寄与からくる。 B_s メソンの崩壊におけるグルイーノとスクォークが媒介した FCNC を見積もるために基底をスクォーク質量の固有状態に取った。それから、ダウン型のスクォークとダウン型のクォークの間の関係が付く 6×6 混合行列は実験の制限のインプットで議論している [38]。

第 2 章では素粒子とはなにかについて説明してある。第 3 章では CP Violation とはなにかについて説明してある。第 4 章では CKM 行列について説明してある。第 5 章では Direct CP Violation について説明してある。第 6 章では QCD ファクトリゼーションにおける B^0 と B_s 崩壊の CP の破れの枠組みについて紹介する。第 7 章では本研究のスプリットファミリーシナリオのセットアップについて紹

介する。第8章では $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ 、 $B_s \rightarrow K^+K^-$ 、 $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 崩壊の CP の破れへのグルイーノとスクォークが媒介した FCNC の感度について議論し、数値計算の結果を紹介する。第9章では本研究のまとめに当てる。関連する事項は補遺 A、B、C、D で紹介する。

2 素粒子とは

素粒子物理学の目標は宇宙を記述する究極の理論と物理法則の探究である。素粒子とはこれ以上分割出来ない最小構成粒子である。素粒子には物質を構成する粒子であるクォーク、レプトンと力を伝える粒子であるボゾンと質量を持たせる粒子であるヒッグス粒子がある。クォークには内部角運動量のスピンの $2/3$ のアップタイプのクォークとスピンの $1/3$ のダウんタイプのクォークがあり、アップタイプのクォークにはアップクォーク (u)、チャームクォーク (c)、トップクォーク (t) があり、ダウんタイプのクォークにはダウんクォーク (d)、ストレンジクォーク (s)、ボトムクォーク (b) があり、クォークはそれぞれ3種類のカラー(赤、青、緑)を持つ。クォークはクォークの複合粒子であるハドロンを構成し、ハドロンにはカラーが白になるクォークの閉じ込めが起こるため、3種類の異なるカラーのクォークの組み合わせでできるバリオンとクォークとその反粒子である反クォークで構成される中間子がある。バリオンには陽子や中性子などがあり、中間子には π 中間子や B 中間子などがある。レプトンには荷電レプトンである電子、 μ 粒子、 τ 粒子や中性レプトンである電子ニュートリノ、 μ ニュートリノ、 τ ニュートリノがある。

素粒子の力には4つの力があり、それぞれ重力、電磁気力、弱い力、強い力がある。重力を伝える素粒子としてグラビトン(重力子)、電磁気力を伝える素粒子としてフォトン(光子)、弱い力を伝える素粒子として W ボゾンと Z ボゾン、強い力を伝える素粒子としてグルーオンがある。

CP の破れを起こす粒子である中性中間子には $D(c\bar{u})$ 、 $K(d\bar{s})$ 、 $B_d(d\bar{b})(B^0 \text{とも呼ぶ})$ 、 $B_s(s\bar{b})$ 、 $J/\psi(c\bar{c})$ 、 $Y(b\bar{b})$ 、などがあるが、異種のクォークの組み合わせで出来る中間子は、D、K、 B_d 、 B_s だけである。ちなみに top quark を含んだ中間子は top mass が $m_t=O(100)\text{GeV}$ のため、クォークの閉じ込めが起こる $Q_{CD}=O(10^{-1})\text{GeV}$ から 1000 倍違うため top を含んだ中間子は作れない。

3 CP Violation とは

物理学では対称性は重要な役割を果たす。ある系で何かを変換した時に変わらないものがある時、その系に対称性があるという。CP 変換とは荷電共役をする C (チャージ) 変換と空間座標の符号を反転させる P (パリティ) 変換を合わせたもので粒子と反粒子の入れ替えを意味する。CP 対称性があるとは粒子と反粒子を入れ替えても物理法則は不変であることを示している。また CP Asymmetry (CP 非対称性) とは粒子と反粒子の崩壊確率の違いを表す量であり、その量がノンゼロのときに CP Violation (CP の破れ) が起きている。

CP 対称性があれば、粒子と反粒子の数は同じであるが、宇宙が始まって少しして CP 対称性が破れて粒子と反粒子の数の違いができた。ほとんどの粒子と反粒子は出くわすと互いに消滅してしまい、残った粒子が我々の宇宙の構成物質になっている。私達は CP 対称性の破れの遺産である。よって CP 対称性を研究することは我々の存在理由を探究することにつながる。

CP の破れは3種類存在する [39]。まず始めに中性中間子の混合による CP の破れを考える。

中性中間子の一般的な表記を P^0 、その反粒子を \bar{P}^0 と表記する。粒子 P^0 と反粒子 \bar{P}^0 は、ストレンジネス、ビューティー、チャームといった内部量子数によって見分けることができる。このような内部量子数を総じて F と記す。

弱い相互作用はこれらの内部量子数を保存しない。そのため粒子・反粒子間の遷移が可能となり、この現象を粒子-反粒子混合と呼ぶ。粒子-反粒子混合を起こす過程は2つあり、1つ目は粒子から $\Delta F = 1$

で中間状態に遷移し、さらに $\Delta F = 1$ 遷移を経て反粒子へ遷移する方法、2つ目は一気に $\Delta F = 2$ で遷移して反粒子となる方法である。(図1)

$$P^0 \xrightarrow{\Delta F=1} I \xrightarrow{\Delta F=1} \bar{P}^0 \quad \text{or} \quad \bar{P}^0 \xrightarrow{\Delta F=-1} I \xrightarrow{\Delta F=-1} P^0 \quad (1)$$

$$\Delta F = 2 : P^0 \longleftrightarrow \bar{P}^0 \quad (2)$$

電弱相互作用、強い相互作用は内部量子数を保存するので、 $\Delta F = 0$ である。そうするとハミルトニアンは、 $\Delta F = 0$ 遷移、 $\Delta F = 1$ 遷移、 $\Delta F = 2$ 遷移のそれぞれを担う部分の和で書くことができ

$$H = H_{\Delta F=0} + H_{\Delta F=1} + H_{\Delta F=2} \quad (3)$$

中性中間子 P^0 とその反粒子 \bar{P}^0 は、 W ボソンを交換する弱い相互作用によって混ざり合った状態で観測される。そこで質量・寿命の固有状態が、フレーバー固有状態である $|P^0\rangle$, $|\bar{P}^0\rangle$ を用いてどのように書けるかを見ていく。

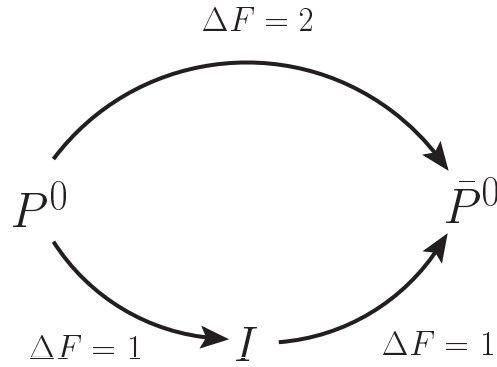


図1: 粒子 P^0 から反粒子 \bar{P}^0 への遷移。 $\Delta F = 2$ で一気に遷移する場合と、 $\Delta F = 1$ で中間状態 I を経て遷移する場合がある。

C , P , T 変換を次のように定義する。ここで C 変換は荷電共役、 P 変換は空間反転、 T 変換は時間反転を表す。 CP 変換は粒子と反粒子の入れ替えを表す。

$$C|P^0\rangle = -|\bar{P}^0\rangle, \quad P|P^0\rangle = -|\bar{P}^0\rangle, \quad T|P^0\rangle = |\bar{P}^0\rangle \quad (4)$$

$$CP|n; \text{out}(\text{in})\rangle = |\bar{n}; \text{out}(\text{in})\rangle \quad (5)$$

$$T|n; \text{out}(\text{in})\rangle = |n; \text{out}(\text{in})\rangle$$

$$CPT \text{ or } CP \text{ invariance} \implies M_{11} = M_{22}, \Gamma_{11} = \Gamma_{22} \quad (6)$$

$$CP \text{ or } T \text{ invariance} \implies \text{Im}M_{12} = \text{Im}\Gamma_{12} = 0$$

時刻 t での中間子 P を表す状態は

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle \quad (7)$$

Schrödinger 方程式

$$i\frac{d}{dt}\psi(t) = H\psi(t) \quad (8)$$

中間子は崩壊するので、ハミルトニアンは

$$H = M - \frac{i}{2}\Gamma \quad (9)$$

と書ける。 M は質量項、 Γ は崩壊項と呼ばれている。Schrodinger 方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} &= H \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \\
i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \langle P^0 | H | P^0 \rangle & \langle P^0 | H | \bar{P}^0 \rangle \\ \langle \bar{P}^0 | H | P^0 \rangle & \langle \bar{P}^0 | H | \bar{P}^0 \rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \\
i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21} & M_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{10}$$

ここで

$$\begin{aligned}
\langle P^0 | H | P^0 \rangle &\equiv M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11}, & \langle P^0 | H | \bar{P}^0 \rangle &\equiv M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\
\langle \bar{P}^0 | H | P^0 \rangle &\equiv M_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21}, & \langle \bar{P}^0 | H | \bar{P}^0 \rangle &\equiv M_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22}
\end{aligned} \tag{11}$$

である。CPT 不変性を仮定すると

$$\begin{aligned}
\langle P^0 | H | P^0 \rangle &= \langle P^0 | (\mathbf{CPT})^{-1} (\mathbf{CPT}) H (\mathbf{CPT})^{-1} (\mathbf{CPT}) | P^0 \rangle \\
&= \langle \bar{P}^0 | H | \bar{P}^0 \rangle
\end{aligned} \tag{12}$$

よって $M_{11} = M_{22}$, $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$ となる。すなわち

$$\mathbf{CPT} \text{ or } \mathbf{CP} \text{ invariance} \implies M_{11} = M_{22}, \Gamma_{11} = \Gamma_{22} \tag{13}$$

(10) 式を対角化すると

固有状態

$$\begin{aligned}
|P_1\rangle &= p|P^0\rangle - q|\bar{P}^0\rangle \\
|P_2\rangle &= p|P^0\rangle + q|\bar{P}^0\rangle
\end{aligned} \tag{14}$$

固有値

$$\begin{aligned}
M_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1 &= M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} + \frac{q}{p} \left(M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} \right) \\
M_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1 &= M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} + \frac{q}{p} \left(M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} \right)
\end{aligned} \tag{15}$$

ここで

$$\frac{q}{p} = \pm \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} \tag{16}$$

このように $P^0 - \bar{P}^0$ 混合が生じる。 $\frac{q}{p}$ は粒子と反粒子の混ざり具合を表す量である。 $\left| \frac{q}{p} \right| = 1$ のとき、質量・寿命の固有状態である $|P_1\rangle$ と $|P_2\rangle$ は CP 固有状態にもなっている。すなわち

$$\text{if } \left| \frac{q}{p} \right| \neq 1 \implies \text{CP Violation}$$

(16) 式を見ると、 $\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1$ となるためには M_{12} , Γ_{12} が複素数でなければならないことがわかる。絶対値を取っているのは位相は場の再定義により消すことができ、位相を変えても物理量は変わらないからである。

ここで ΔM , $\Delta\Gamma$ を次のように定義する。

$$\begin{aligned}\Delta M &= M_2 - M_1 = -2\text{Re} \left(\frac{q}{p} (M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}) \right) \\ \Delta\Gamma &= \Gamma_1 - \Gamma_2 = -4\text{Im} \left(\frac{q}{p} (M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}) \right)\end{aligned}\tag{17}$$

これらの量が $|P^0(t)\rangle$, $|\bar{P}^0(t)\rangle$ の位相を次のように変えたときにどうなるかを見る。

$$|P^0(t)\rangle \rightarrow e^{i\alpha}|P^0(t)\rangle, \quad |\bar{P}^0(t)\rangle \rightarrow e^{i\beta}|\bar{P}^0(t)\rangle\tag{18}$$

このとき $M - \frac{i}{2}\Gamma$ の非対角成分はそれぞれ

$$\begin{aligned}\langle P^0|H|\bar{P}^0\rangle &= M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ &\rightarrow e^{i(\beta-\alpha)} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right)\end{aligned}\tag{19}$$

$$\begin{aligned}\langle \bar{P}^0|H|P^0\rangle &= M_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21} \\ &= M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* \\ &\rightarrow e^{-i(\beta-\alpha)} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right)\end{aligned}\tag{20}$$

よって $\frac{q}{p}$ は

$$\begin{aligned}\frac{q}{p} &= \pm \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} \\ &\rightarrow e^{-i(\beta-\alpha)} \frac{q}{p}\end{aligned}\tag{21}$$

これらの積は

$$\frac{q}{p} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right) \rightarrow \frac{q}{p} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right)\tag{22}$$

となることがわかる。ゆえに質量差 ΔM 、寿命差 $\Delta\Gamma$ は

$$\begin{aligned}\Delta M &= M_2 - M_1 = -2\text{Re} \left(\frac{q}{p} (M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}) \right) \rightarrow \Delta M \\ \Delta\Gamma &= \Gamma_1 - \Gamma_2 = -4\text{Im} \left(\frac{q}{p} (M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}) \right) \rightarrow \Delta\Gamma\end{aligned}\tag{23}$$

このことからわかるように、 M_{12} , Γ_{12} は位相変換によって変わるので物理量ではない。それに対して、二つの固有状態の質量差や寿命差は位相変換に対して不変であり、実験で直接測ることができる物理量であることがわかる。また、CP の破れのメジャーの一つである $|\frac{q}{p}|$ も位相変換に対して不変であり物理量であることがわかる。

次に崩壊振幅での CP の破れを考える。 P^0 , \bar{P}^0 から終状態 f , \bar{f} へ崩壊する振幅をそれぞれ $A(f)$, $\bar{A}(\bar{f})$ とする。

$$A(f) = \langle f|H|P^0\rangle, \quad \bar{A}(\bar{f}) = \langle \bar{f}|H|\bar{P}^0\rangle\tag{24}$$

ハミルトニアンが CP 不変だとすると

$$\begin{aligned}A(f) &= \langle f|H|P^0\rangle \\ &= \langle f|(CP)^{-1}(CP)H(CP)^{-1}(CP)|P^0\rangle \\ &= \langle \bar{f}|H|\bar{P}^0\rangle = \bar{A}(\bar{f})\end{aligned}\tag{25}$$

となり粒子、反粒子の崩壊振幅が等しくなる。ゆえに、

$$\text{if } \left| \frac{\bar{A}(\bar{f})}{A(f)} \right| \neq 1 \Rightarrow \text{CP Violation}$$

次に P^0 と \bar{P}^0 の時間発展を考える。(14) 式より $|P^0(t)\rangle$ 、 $|\bar{P}^0(t)\rangle$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} |P^0(t)\rangle &= \frac{1}{2p}(|P_1(t)\rangle + |P_2(t)\rangle) \\ |\bar{P}^0(t)\rangle &= \frac{1}{2q}(|P_1(t)\rangle - |P_2(t)\rangle) \end{aligned} \quad (26)$$

Schrödinger 方程式

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |P_1(t)\rangle \\ |P_2(t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1 & 0 \\ 0 & M_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P_1(t)\rangle \\ |P_2(t)\rangle \end{pmatrix} \quad (27)$$

これを解いて

$$\begin{aligned} |P_1(t)\rangle &= e^{-i(M_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1)t} |P_1(0)\rangle \\ |P_2(t)\rangle &= e^{-i(M_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2)t} |P_2(0)\rangle \end{aligned} \quad (28)$$

(26) 式に代入して

$$\begin{aligned} |P^0(t)\rangle &= f_+(t)|P^0\rangle + \frac{q}{p}f_-(t)|\bar{P}^0\rangle \\ |\bar{P}^0(t)\rangle &= f_+(t)|\bar{P}^0\rangle + \frac{p}{q}f_-(t)|P^0\rangle \end{aligned} \quad (29)$$

$$f_{\pm}(t) = \frac{1}{2}e^{-iM_1t}e^{-\frac{1}{2}\Gamma_1t} \left[1 \pm e^{-i\Delta Mt}e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t} \right] \quad (30)$$

となる。

これらの絶対値の2乗をとると崩壊率が得られる。ここで $\bar{\rho} \equiv \frac{\bar{A}(\bar{f})}{A(f)}$ と定義する。

$$\begin{aligned} \Gamma(P^0(t) \rightarrow f) &\propto e^{-\Gamma_1 t} |A(f)|^2 \left[K_+(t) + K_-(t) \left| \frac{q}{p} \right|^2 |\bar{\rho}(f)|^2 + 2\text{Re} \left(L^*(t) \frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) \right] \\ \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f}) &\propto e^{-\Gamma_1 t} |\bar{A}(\bar{f})|^2 \left[K_+(t) + K_-(t) \left| \frac{p}{q} \right|^2 |\rho(\bar{f})|^2 + 2\text{Re} \left(L^*(t) \frac{p}{q} \rho(\bar{f}) \right) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

ここで

$$\begin{aligned} |f_{\pm}(t)|^2 &= \frac{1}{4}e^{-\Gamma_1 t} K_{\pm}(t) \\ f_-(t)f_+^*(t) &= \frac{1}{4}e^{-\Gamma_1 t} L^*(t) \\ K_{\pm}(t) &= 1 + e^{\Delta\Gamma t} \pm 2e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t} \cos(\Delta Mt) \\ L^*(t) &= 1 - e^{\Delta\Gamma t} + 2ie^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t} \sin(\Delta Mt) \end{aligned} \quad (32)$$

また次のように時間に依存する崩壊率をわけて表記することができる。

$$\begin{aligned} \Gamma(B^0(t) \rightarrow f) &\propto \frac{1}{2}e^{-\Gamma_1 t} \cdot G_f(t) \\ G_f(t) &= a + be^{\Delta\Gamma_B t} + ce^{\Delta\Gamma_B t/2} \cos \Delta M_B t + de^{\Delta\Gamma_B t/2} \sin \Delta M_B t \end{aligned} \quad (33)$$

$$a = |A(f)|^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \left| \frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right|^2 \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) \right] \quad (34)$$

$$b = |A(f)|^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \left| \frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right|^2 \right) - \operatorname{Re} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) \right] \quad (35)$$

$$c = |A(f)|^2 \left[1 - \left| \frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right|^2 \right], \quad d = -2|A(f)|^2 \operatorname{Im} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) \quad (36)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f}) \propto \frac{1}{2} e^{-\Gamma_1 t} \cdot \bar{G}_{\bar{f}}(t) \\ \bar{G}_{\bar{f}}(t) = \bar{a} + \bar{b} e^{\Delta\Gamma_B t} + \bar{c} e^{\Delta\Gamma_B t/2} \cos \Delta M_B t + \bar{d} e^{\Delta\Gamma_B t/2} \sin \Delta M_B t \quad (37)$$

$$\bar{a} = |\bar{A}(\bar{f})|^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \left| \frac{q}{p} \rho(\bar{f}) \right|^2 \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{q}{p} \rho(\bar{f}) \right) \right] \quad (38)$$

$$\bar{b} = |\bar{A}(\bar{f})|^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \left| \frac{q}{p} \rho(\bar{f}) \right|^2 \right) - \operatorname{Re} \left(\frac{q}{p} \rho(\bar{f}) \right) \right] \quad (39)$$

$$\bar{c} = |\bar{A}(\bar{f})|^2 \left[1 - \left| \frac{q}{p} \rho(\bar{f}) \right|^2 \right], \quad \bar{d} = -2|\bar{A}(\bar{f})|^2 \operatorname{Im} \left(\frac{q}{p} \rho(\bar{f}) \right) \quad (40)$$

もし $G_f(t) \neq \bar{G}_{\bar{f}}(t)$ ならば CP 対称性は破れていることになる。これらの式はマスター方程式と呼ばれている。

次に、これらの崩壊率 Γ を用いて CP 非対称性 (CP asymmetry) という量を定義する。

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})} \quad (41)$$

CP が保存していれば粒子と反粒子の崩壊率は等しくなるはずである。ゆえに、

$$\text{if } A_{CP} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{CP Violation}$$

このように、CP 非対称性を測ることで CP が破れているかどうか分かる。実際に CP 非対称性を次の 3 つの過程において考えてみる。

- Direct CP Violation (decay amplitude)

始めに、混合を無視して崩壊振幅の中に CP の破れがあるとする Direct CP Violation を考える。図 2 の (A) である。このとき $P^0 - \bar{P}^0$ 混合を無視しているので

$$\Delta M = \Delta\Gamma = 0 \quad (42)$$

(31), (32) 式より崩壊率は

$$\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) \propto |A(f)|^2 \\ \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f}) \propto |\bar{A}(\bar{f})|^2 \quad (43)$$

このとき CP 非対称性は、

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})} = \frac{1 - \left| \frac{\bar{A}(\bar{f})}{A(f)} \right|^2}{1 + \left| \frac{\bar{A}(\bar{f})}{A(f)} \right|^2} \quad (44)$$

となり、 $\left| \frac{\bar{A}(\bar{f})}{A(f)} \right| \neq 1$ のとき CP Violation が起こる。

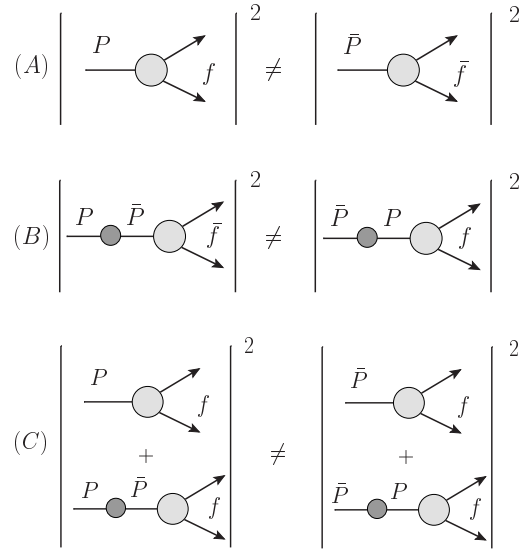


図 2: 3 種類の CP Violation

- Indirect CP Violation (mixing)

次に、混合に CP の破れがあるとする Indirect CP Violation を考える。図 2 の (B) である。粒子・反粒子から同じ終状態に崩壊できない場合、すなわち

$$P^0 \rightarrow f \leftarrow \bar{P}^0 \quad \text{or} \quad P^0 \rightarrow f \leftarrow \bar{P}^0 \quad (45)$$

このように、終状態を見ることで P^0 , \bar{P}^0 のどちらからの崩壊なのかがわかるようなものを Flavor specific decay という。特に、中性中間子の崩壊で、荷電レプトン、ニュートリノが出てくる Flavor specific decay を semileptonic decay と呼ぶ。例えば B^0 中間子の場合、図 3 などがそうである。semileptonic decay の場合を考えると

$$P^0 \rightarrow l^+ + X \leftarrow \bar{P}^0, \quad P^0 \rightarrow l^- + X \leftarrow \bar{P}^0 \quad (46)$$

となる。すなわち

$$\begin{aligned} A(l^-) &= \langle l^- + X | H | P^0 \rangle = 0 \\ \bar{A}(l^+) &= \langle l^+ + X | H | \bar{P}^0 \rangle = 0 \end{aligned} \quad (47)$$

である。時間に依存する崩壊率は、(31) 式より

$$\Gamma(P^0(t) \rightarrow l^+ + X) \propto e^{-\Gamma_1 t} K_+(t) |A(l^+)|^2 \quad (48)$$

$$\Gamma(P^0(t) \rightarrow l^- + X) \propto e^{-\Gamma_1 t} K_-(t) \left| \frac{q}{p} \right|^2 |\bar{A}(l^-)|^2 \quad (49)$$

$$\Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow l^- + X) \propto e^{-\Gamma_1 t} K_+(t) |\bar{A}(l^-)|^2 \quad (50)$$

$$\Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow l^+ + X) \propto e^{-\Gamma_1 t} K_-(t) \left| \frac{p}{q} \right|^2 |A(l^+)|^2 \quad (51)$$

(49), (51) 式は一度混合を起こしてから崩壊する過程を見ている。CPT 不変性から $A(l^+) = \bar{A}(l^-)$ が予想される。よって CP 非対称性は

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(P^0(t) \rightarrow l^- X) - \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow l^+ X)}{\Gamma(P^0(t) \rightarrow l^- X) + \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow l^+ X)} = \frac{1 - \left| \frac{p}{q} \right|^4}{1 + \left| \frac{p}{q} \right|^4} \quad (52)$$

となり、 $\left|\frac{q}{p}\right| \neq 1$ のとき CP Violation が起こる。Flavor-specific decay の CP 非対称性は時間に依らないことがわかる。

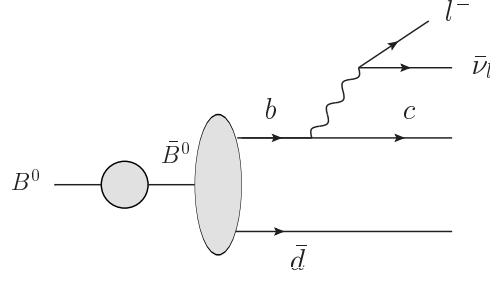


図 3: B^0 中間子の semileptonic decay

- mixing and decay amplitude

最後に混合と崩壊振幅の干渉によって起こる CP の破れを考える。図 2 の (C) である。混合があり粒子・反粒子から同じ状態に崩壊できるような過程を考える。すなわち

$$P^0 \rightarrow f \leftarrow \bar{P}^0 \quad (53)$$

このように終状態を見ても P^0 , \bar{P}^0 どちらからの崩壊なのかわからないものを Flavor non-specific decay という。

- Case 1: $|A(f)| = |\bar{A}(f)|$

1 つ目のケースとして $|A(f)| = |\bar{A}(f)|$ であつ $\left|\frac{q}{p}\right| = 1$ となる状況 (つまり混合も崩壊振幅も CP の破れのソースになってない状況) を考える。このとき時間に依存する崩壊率は

$$\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) \propto 2e^{-\Gamma_1 t} |A(f)|^2 \left(1 + e^{\Delta\Gamma t} + \text{Re} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) [1 - e^{\Delta\Gamma t}] - 2\text{Im} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t} \sin \Delta Mt \right) \quad (54)$$

$$\Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow f) \propto 2e^{-\Gamma_1 t} |A(f)|^2 \left(1 + e^{\Delta\Gamma t} + \text{Re} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) [1 - e^{\Delta\Gamma t}] + 2\text{Im} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t} \sin \Delta Mt \right) \quad (55)$$

CP 非対称性は

$$\begin{aligned} A_{CP} &= \frac{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow f)} \\ &= \frac{-2 \sin \left(\arg \left(\frac{q}{p} \right) + \arg(\bar{\rho}) \right) e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t} \sin(\Delta Mt)}{1 + e^{\Delta\Gamma t} + \cos \left(\arg \left(\frac{q}{p} \right) + \arg(\bar{\rho}) \right) (1 - e^{\Delta\Gamma t})} \end{aligned} \quad (56)$$

となり、 $|A(f)| = |\bar{A}(f)|$ であつ $\left|\frac{q}{p}\right| = 1$ のときでも、 $\frac{q}{p}$, $\rho(f)$ の干渉によって

$$\begin{aligned} \Delta M &\neq 0 \\ \arg \left(\frac{q}{p} \right) + \arg(\bar{\rho}) &\neq 0 \end{aligned} \quad (57)$$

のとき CP Violation が起こる。

– Case 2: $|A(f)| \neq |\bar{A}(f)|$

2つ目のケースとして $|A(f)| \neq |\bar{A}(f)|$ の状況を考える。このとき

$$G_f(t) = |A(f)|^2 \left[1 + |\bar{\rho}(f)|^2 + (1 - |\bar{\rho}(f)|^2) \cos \Delta Mt - 2\text{Im} \left(\frac{q}{p} \bar{\rho}(f) \right) \sin \Delta Mt \right] \quad (58)$$

$$\bar{G}_f(t) = |\bar{A}(f)|^2 \left[1 + |\rho(f)|^2 + (1 - |\rho(f)|^2) \cos \Delta Mt - 2\text{Im} \left(\frac{q}{p} \rho(f) \right) \sin \Delta Mt \right] \quad (59)$$

これを用いて CP 非対称性は次のように表される。

$$A_{CP} = \frac{G_f(t) - \bar{G}_f(t)}{G_f(t) + \bar{G}_f(t)} = C_f \cos \Delta Mt - S_f \sin \Delta Mt \quad (60)$$

$$C_f = \frac{1 - |\bar{\rho}(f)|^2}{1 + |\bar{\rho}(f)|^2}, \quad S_f = \frac{2\text{Im}((q/p)\bar{\rho}(f))}{1 + |\bar{\rho}(f)|^2} \quad (61)$$

このケースの場合 CP 非対称性は二つのソースをもつことがわかる。これらは時間に依存しない項である。また、 $C_f^2 + S_f^2 \leq 1$ を満たす。

以上のように CP の破れには、Direct CP Violation, Indirect CP Violation, そして混合と崩壊振幅の干渉によって起こるものの3種類がある。

4 CKM 行列

標準モデルでは CP Violation はカビボ・小林・益川 (CKM) 行列で説明される。

CKM 行列は次のように書き表せる。

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (62)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (63)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda_c^2}{2} & \lambda_c & A\lambda_c^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda_c & 1 - \frac{\lambda_c^2}{2} & A\lambda_c^2 \\ A\lambda_c^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda_c^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda_c^4) \quad (64)$$

(63) 式は Particle Data Group(PDG) に表記されている形式で、 $c_{ij} = \cos \phi_{ij}$, $s_{ij} = \sin \phi_{ij}$ であり δ は CP 位相を表す。(64) 式は Wolfenstein 表記と呼ばれるもので、1, 2 世代の混合の大きさを表す λ_c をカビボ角と呼ぶ。Wolfenstein 表記は $\lambda_c = s_{12}$ で展開したもので、 $\mathcal{O}(\lambda^3)$ までの近似式がよく用いられる。CKM 行列はユニタリ行列であるので、確率保存により $V_{\text{CKM}}V_{\text{CKM}}^\dagger = 1$ である。ゆえに

$$V_{ud}^*V_{us} + V_{cd}^*V_{cs} + V_{td}^*V_{ts} = 0 \quad (65)$$

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \quad (66)$$

$$V_{us}^*V_{ub} + V_{cs}^*V_{cb} + V_{ts}^*V_{tb} = 0 \quad (67)$$

$$V_{td}V_{cd}^* + V_{ts}V_{cs}^* + V_{tb}V_{cb}^* = 0 \quad (68)$$

$$V_{td}V_{ud}^* + V_{ts}V_{ud}^* + V_{tb}V_{ub}^* = 0 \quad (69)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (70)$$

このように6つの条件を作ることができる。CKM 行列要素は複素数なので、3つの項それぞれを複素平面上にベクトルとして書くことができ、また和が0であることから図4のように三角形を描くことができる。これをユニタリティ三角形という。三角形の面積は

$$\text{area} = \frac{\eta A^2 \lambda^6}{2} = \frac{|J|}{2} \quad (71)$$

であり、すべてのユニタリティ三角形の面積は同じである。 B_s に関するユニタリティ三角形は(70)式であり、図4で表される。この三角形の角度や大きさは B^0 の non-leptonic decay における CP 非対称性などを測定することで決定できる。角度は以下のように表される。

$$\phi_1 = \pi - \arg \left(\frac{-V_{ub}^* V_{td}}{-V_{cb}^* V_{cd}} \right) \quad (72)$$

$$\phi_2 = \arg \left(\frac{V_{ub}^* V_{td}}{-V_{ub}^* V_{ud}} \right) \quad (73)$$

$$\phi_3 = \arg \left(\frac{V_{ub}^* V_{ud}}{-V_{cb}^* V_{cd}} \right) \quad (74)$$

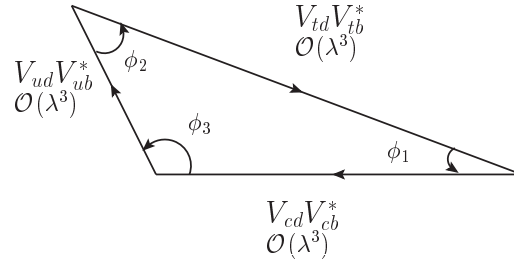


図 4: B^0 中間子に関わるユニタリティ三角形

D 中間子に関わるユニタリティ三角形は(66)式であり、図5のようになる。

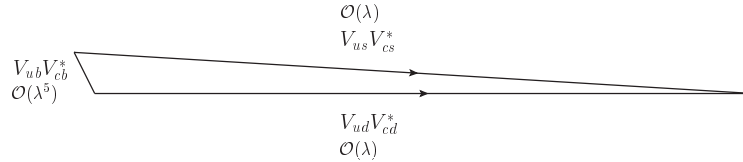


図 5: D 中間子に関わるユニタリティ三角形

5 Direct CP Violation

次に Direct CP Violation を見ていく。 B^0 中間子の Singly Cabibbo Suppressed (SCS) decay の崩壊振幅は tree と penguin のダイアグラムの和で書くことができる。ダイアグラムはそれぞれ図6、図7のようになる。

$$\begin{aligned} A(B^0 \rightarrow f) &= A^{\text{Tree}} + A^{\text{Penguin}} \\ &= |A^{\text{T}}| e^{i(\delta_{\text{T}} - \gamma_{\text{T}})} + |A^{\text{P}}| e^{i(\delta_{\text{P}} - \gamma_{\text{P}})} \\ &= |A^{\text{T}}| e^{i(\delta_{\text{T}} - \gamma_{\text{T}})} \left[1 + r e^{i(\delta - \gamma)} \right] \end{aligned} \quad (75)$$

ここで、 A^T は Tree の崩壊振幅、 A^P は penguin の崩壊振幅を表していて、 $r \equiv \frac{|P|}{|T|}$ であり tree と penguin の大きさの比を表している。 δ は strong phase、 γ は weak phase で、 $\delta \equiv \delta_P - \delta_T$ 、 $\gamma \equiv \gamma_P - \gamma_T$ である。strong phase は CP 変換で符号を変えない。それに対して weak phase は符号を変えるので

$$\bar{A}(\bar{D} \rightarrow \bar{f}) = |A^T| e^{i(\delta_T + \gamma_T)} \left[1 + r e^{i(\delta + \gamma)} \right] \quad (76)$$

となる。これを用いて CP 非対称性を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} A_{CP}^{\text{dir}} &= \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{|A|^2 + |\bar{A}|^2} \\ &= \frac{2r \sin \delta \sin \gamma}{1 + r^2 + 2r \cos \delta \cos \gamma} \\ &\approx 2r \sin \gamma \sin \delta \end{aligned} \quad (77)$$

この式を見てもわかるように Direct CP Violation が起こるためには、strong phase と weak phase の両方の位相が必要である。 $\sin \gamma \sim 0.9$ であり、さらに $\delta_f \sim \mathcal{O}(1)$ であると仮定すると、Direct CP Violation の CP 非対称性は

$$A_{CP}^{\text{dir}} \sim 2r \quad (78)$$

で与えられる。

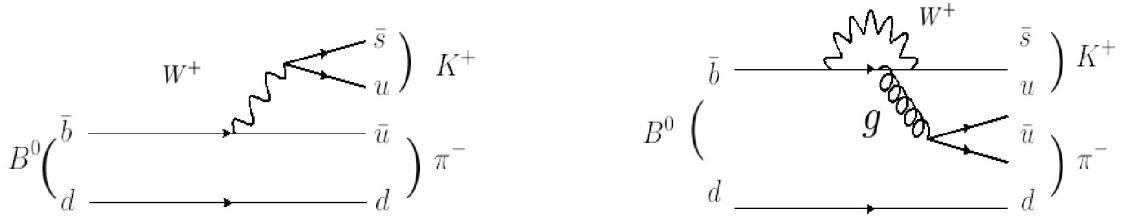


図 6: SCS decay $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ の tree のダイアグラム 図 7: SCS decay $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ の penguin ダイアグラム

6 QCD ファクトリゼーションの B の崩壊における CP Violation

このセクションでは QCD ファクトリゼーションのフレームワークにおける $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$, $B_s \rightarrow K^+ K^-$, $B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ 崩壊の CP Violation の形を紹介しよう。[21, 22, 40, 41] 最初に $\Delta B = 1$ 遷移として次の有効ハミルトニアンから始めよう。

$$H_{eff} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left[\sum_{q'=u,c} V_{q'b} V_{q'q}^* \sum_{i=1,2} C_i O_i^{(q')} - V_{tb} V_{tq}^* \sum_{i=3-10,7\gamma,8G} (C_i O_i + \tilde{C}_i \tilde{O}_i) \right], \quad (79)$$

ここで $q = s, d$ である。ローカルオペレーターは次のように与えられ

$$\begin{aligned}
O_1^{(q')} &= (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L q'_\beta) (\bar{q}'_\beta \gamma^\mu P_L b_\alpha), & O_2^{(q')} &= (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L q'_\alpha) (\bar{q}'_\beta \gamma^\mu P_L b_\beta), \\
O_3 &= (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_Q (\bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_L Q_\beta), & O_4 &= (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_Q (\bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_L Q_\alpha), \\
O_5 &= (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_Q (\bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_R Q_\beta), & O_6 &= (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_Q (\bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_R Q_\alpha), \\
O_7 &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_Q (e_Q \bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_R Q_\beta), & O_8 &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_Q (e_Q \bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_R Q_\alpha), \\
O_9 &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_Q (e_Q \bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_L Q_\beta), & O_{10} &= \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_Q (e_Q \bar{Q}_\beta \gamma^\mu P_L Q_\alpha), \\
O_{7\gamma} &= \frac{e}{16\pi^2} m_b \bar{q}_\alpha \sigma^{\mu\nu} P_R b_\alpha F_{\mu\nu}, & O_{8G} &= \frac{g_s}{16\pi^2} m_b \bar{q}_\alpha \sigma^{\mu\nu} P_R T_{\alpha\beta}^a b_\beta G_{\mu\nu}^a,
\end{aligned} \tag{80}$$

ここで $P_R = (1 + \gamma_5)/2$, $P_L = (1 - \gamma_5)/2$, で α, β はカラーの添え字で Q は u, d, s, c クォークである。ここで C_i と \tilde{C}_i は関連するマススケールでのウィルソン係数で, \tilde{O}_i は O_i の L を R 、 R を L で置き換えたものである。 \tilde{C}_i はスタンダードモデル (SM) では無視される。

次のように $\mu = m_b$ でのウィルソン係数の値を用いた。 :

$$\begin{aligned}
C_1 &= -0.185, & C_2 &= 1.082, & C_3 &= 0.014, & C_4 &= -0.035, \\
C_5 &= 0.009, & C_6 &= -0.041, & C_7 &= -0.002/137, & C_8 &= 0.054/137, \\
C_9 &= -1.292/137, & C_{10} &= -0.262/137, & C_{8G} &= -0.143,
\end{aligned} \tag{81}$$

これは SM の計算である。[40].

hard scattering amplitude は次のように関連する崩壊モードで与えられる。 :

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_p &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} V_{pq}^* V_{pb} \left[a_1^p (\bar{q} \gamma_\mu L u) \otimes (\bar{u} \gamma^\mu L b) + a_2^p (\bar{u} \gamma_\mu L u) \otimes (\bar{q} \gamma^\mu L b) + a_3^p (\bar{q}' \gamma_\mu L q') \otimes (\bar{q} \gamma^\mu L b) \right. \\
&\quad + a_4^p (\bar{q} \gamma_\mu L q') \otimes (\bar{q} \gamma^\mu L b) + a_5^p (\bar{q}' \gamma_\mu R q') \otimes (\bar{q} \gamma^\mu L b) + a_6^p (-2) (\bar{q} R q') \otimes (\bar{q}' L b) \\
&\quad + a_7^p \frac{3}{2} e_{q'} (\bar{q}' \gamma_\mu R q') \otimes (\bar{q} \gamma^\mu L b) + (-2) (a_8^p \frac{3}{2} e_{q'} + a_{8a}) (\bar{q} R q') \otimes (\bar{q}' L b) \\
&\quad \left. + a_9^p \frac{3}{2} e_{q'} (\bar{q}' \gamma_\mu L q') \otimes (\bar{q} \gamma^\mu L b) + (a_{10}^p \frac{3}{2} e_{q'} + a_{10a}^p) (\bar{q} \gamma_\mu L q') \otimes (\bar{q}' \gamma^\mu L b) \right],
\end{aligned} \tag{82}$$

ここで記号 \otimes は $\langle M_1 M_2 | j_2 \otimes j_1 | B \rangle \equiv \langle M_2 | j_2 | 0 \rangle \langle M_1 | j_1 | B \rangle$ を示す。next-to leading order (NLO) の係

数を含んだ有効 a_i^p と hard scattering correction $\mathcal{O}(\alpha_s)$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
a_{1,2}^c &= 0, & a_i^c &= a_i^u \quad (i = 3, 5, 7, 8, 9, 10, 8a, 10a), & a_1^u &= C_2 + \frac{C_1}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} C_2 F_{M_2}, \\
a_2^u &= C_1 + \frac{C_2}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} C_1 F_{M_2}, & a_3^u &= C_3 + \frac{C_4}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} C_4 F_{M_2}, \\
a_4^p &= C_4 + \frac{C_3}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} \left[C_3 [F_{M_2} + G_{M_2}(s_q) + G_{M_2}(s_b)] + C_2 G_{M_2}(s_q) \right. \\
&\quad \left. + (C_4 + C_6) \sum_{f=u}^b G_{M_2}(s_f) + C_{8G} G_{M_{2,g}} \right], \\
a_5^u &= C_5 + \frac{C_6}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} C_6 (-F_{M_2} - 12), \\
a_6^p &= C_6 + \frac{C_5}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} \left[C_2 G'_{M_2}(s_p) + C_3 [G'_{M_2}(s_q) + G'_{M_2}(s_b)] \right. \\
&\quad \left. + (C_4 + C_6) \sum_{f=u}^b G'_{M_{2,g}}(s_f) + C_{8G} G'_{M_{2,g}} \right], \\
a_7^u &= C_7 + \frac{C_8}{N} - \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} C_8 (F_{M_2} + 12), & a_8^p &= C_8 + \frac{C_7}{N}, \\
a_{8a}^p &= \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} \left[(C_8 + C_{10}) \sum_{f=u}^b \frac{3}{2} e_f G'_{M_2}(s_f) + C_9 \frac{3}{2} [e_q G'_{M_2}(s_q) + e_b G'_{M_2}(s_b)] \right], \\
a_9^u &= C_9 + \frac{C_{10}}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} C_{10} F_{M_2}, & a_{10}^u &= C_{10} + \frac{C_9}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} C_9 F_{M_2}, \\
a_{10a}^p &= \frac{\alpha_s C_F}{4\pi N} \left[(C_8 + C_{10}) \sum_{f=u}^b \frac{3}{2} e_f G_{M_2}(s_f) + C_9 \frac{3}{2} [e_q G_{M_2}(s_q) + e_b G_{M_2}(s_b)] \right], \tag{83}
\end{aligned}$$

ここで $q = d, s$, $q' = \bar{u}, d, s$, $f = u, d, s, c, b$ で $C_F = (N^2 - 1)/(2N)$ で $N = 3$ はカラーの数である。ペンギンダイアグラムのインターナルなクォーク質量は $s_f = m_f^2/m_b^2$ として入る。

本研究では C_i^{SM} は Ref. [42] に与えられ、 $C_i = C_i^{\text{SM}} + C_i^{\tilde{g}}$ のように、 C_i は SM の寄与とスクォーク・グルイーノの寄与の両方を含む。グルイーノ・スクォークの寄与のウィルソン係数 $C_{7\gamma}^{\tilde{g}}$ と $C_{8G}^{\tilde{g}}$ は Appendix B で説明する。また \tilde{C}_i ($i = 3 - 10, 7\gamma, 8G$) の SUSY の寄与も考慮すべきだ。ここで \tilde{C}_i は L を R 、 R を L に入れ替えることで導かれる。それから C_i は $B_s \rightarrow K^+ K^-$ と $B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ の崩壊のときに、式 (83) において $C_i - \tilde{C}_i$ に置き換わる。負の符号は終状態のパリティによるものだ。

これらの公式を用いて $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$, $\bar{B}_s \rightarrow K^+ K^-$ と $\bar{B}_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ の崩壊の崩壊振幅をそれぞれ次のように書くことができる。:

$$\begin{aligned}
\bar{A}(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} i f_\pi (M_{B^0}^2 - M_K^2) F^{B^0 \rightarrow K}(0) \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) |V_{cb}| \left(R_{CKM} e^{-i\gamma} [a_1^u + a_4^u \right. \\
&\quad \left. + R_K (a_6^u + a_8^u + a_{8a}) + a_{10}^u + a_{10a}^u] + [a_4^c + R_K (a_6^c + a_8^c) + a_{10}^c + a_{10a}^c] \right), \tag{84}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{A}(\bar{B}_s \rightarrow K^+ K^-) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} i f_K (M_{B_s}^2 - M_K^2) F^{B_s \rightarrow K}(0) \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) |V_{cb}| \left(R_{CKM} e^{-i\gamma} [a_1^u + a_4^u \right. \\
&\quad \left. + R_K (a_6^u + a_8^u + a_{8a}) + a_{10}^u + a_{10a}^u] + [a_4^c + R_K (a_6^c + a_8^c) + a_{10}^c + a_{10a}^c] \right), \tag{85}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{A}(\bar{B}_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} i f_K (M_{B_s}^2 - M_K^2) F^{B_s \rightarrow K}(0) \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) |V_{cb}| \left(R_{CKM} e^{-i\gamma} [a_4^u \right. \\
&\quad \left. + R_K (a_6^u + a_8^u + a_{8a}) + a_{10}^u + a_{10a}^u] + [a_4^c + R_K (a_6^c + a_8^c) + a_{10}^c + a_{10a}^c] \right), \tag{86}
\end{aligned}$$

ここで

$$R_{CKM} = \frac{\lambda}{1 - \lambda^2/2} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|.$$

$f_{\pi(K)}$ と $F^{B^0(B_s) \rightarrow K}(0)$ はそれぞれ $q^2 = 0$ での崩壊定数とフォームファクターである。CKM 行列の要素 V_{cb}, V_{ud} と V_{us} は実数にとりていて、 γ は V_{ub}^* の位相であり、 $\lambda = V_{us} = 0.22535$ にとりており、 $R_K = 2M_K^2 / ((m_s + m_{\bar{d}})(m_b - m_q))$ である。

B_s が終状態 f に崩壊するときの時間に依存した CP Asymmetry を議論しよう。それは [43] で定義されていて

$$C_f = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad S_f = \frac{2\text{Im}\lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad (87)$$

ここで

$$\lambda_f = \frac{q}{p} \bar{\rho}, \quad \frac{q}{p} \simeq \sqrt{\frac{M_{12}^{s*}}{M_{12}^s}}, \quad \bar{\rho} \equiv \frac{\bar{A}(\bar{B}_s \rightarrow f)}{A(B_s \rightarrow f)}. \quad (88)$$

$B_s \rightarrow J/\psi\phi$ の崩壊では、 $\lambda_{J/\psi\phi}$ をそれぞれ位相因子の項を入れて次のように書く。:

$$\lambda_{J/\psi\phi} \equiv e^{-i\phi_s}. \quad (89)$$

SM では、 ϕ_s は $\phi_s = -2\beta_s$ として与えられ、その中の β_s は B_s のユニタリティトライアングルの一つの角である。SM は [44] で ϕ_s を次のように予言している。

$$\phi_s = -0.0363 \pm 0.0017. \quad (90)$$

この位相の最近の実験データは [4, 45]

$$\phi_s = 0.07 \pm 0.09 \pm 0.01. \quad (91)$$

この値は New Physics の大きさを抑制し、それは式 (88) の M_{12}^s に寄与する。 M_{12}^s に対するグルイーン・スクォークの寄与のため、Appendix C の形式を紹介する。

$B_s \rightarrow K^+K^-$ と $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ の時間に依存した CP Asymmetry は次の式を計算することによって得られる。

$$\lambda_{K^+K^-} = e^{-i\phi_s} \frac{\bar{A}(\bar{B}_s \rightarrow K^+K^-)}{A(B_s \rightarrow K^+K^-)}, \quad \lambda_{K^0\bar{K}^0} = e^{-i\phi_s} \frac{\bar{A}(\bar{B}_s \rightarrow K^0\bar{K}^0)}{A(B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0)}. \quad (92)$$

New physics の寄与は $b \rightarrow s\gamma$ の崩壊にしばしば現れる。Branching ratio $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ は [46] として与えられ

$$\frac{\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)}{\text{BR}(b \rightarrow ce\bar{\nu}_e)} = \frac{|V_{ts}^*V_{tb}|^2}{|V_{cb}|^2} \frac{6\alpha}{\pi f(z)} (|C_{7\gamma}(m_b)|^2 + |\tilde{C}_{7\gamma}(m_b)|^2), \quad (93)$$

ここで

$$f(z) = 1 - 8z + 8z^3 - z^4 - 12z^2 \ln z, \quad z = \frac{m_{c,pole}^2}{m_{b,pole}^2}. \quad (94)$$

ここで $C_{7\gamma}(m_b)$ と $\tilde{C}_{7\gamma}(m_b)$ は SM と New Physics の両方からの寄与を含んでいる。次々補正を含む SM の予言は [47] のように与えられ

$$\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)(\text{SM}) = (3.15 \pm 0.23) \times 10^{-4}, \quad (95)$$

他方で実験データは [48] のように得られる。

$$\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)(\text{exp}) = (3.53 \pm 0.24) \times 10^{-4}. \quad (96)$$

この実験値をインプットすることにより、グルイーノ・スクォークが媒介したフレーバーが変化する過程の寄与である $C_{7\gamma}$ と $\tilde{C}_{7\gamma}$ は制限される。

$\Delta B = 2, 1$ で CP が破れる過程に加え、SUSY の寄与は電気双極子モーメントにもまた敏感で [49]、それはフレーバーを保存する過程の T の破れである。中性子の電気双極子モーメントの実験の上限は、ストレンジクォークの chromo-EDM (cEDM) の上限を与えてくれる [50]-[53]。ストレンジクォークの cEDM である d_s^C はグルイーノ・スボトム・クォーク相互作用の項で与えられる [37]。ストレンジクォークの cEDM の上限は中性子の EDM の実験の上限で次のように与えられ [53]、

$$e|d_s^C| < 0.5 \times 10^{-25} \text{ ecm}. \quad (97)$$

この範囲は SUSY フレーバー混合角と C_{8G} と \tilde{C}_{8G} の位相を制限する。しかしながら、 $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ 崩壊の direct CP Violation の実験データは本研究の設定では C_{8G} と \tilde{C}_{8G} に少しばかり強い制限を与えてくれる。それゆえ、本研究では cEDM についての議論は省略する。

7 スクォーク・フレーバー混合のセットアップ

$b \rightarrow s$ 遷移の SUSY の寄与が最も大きいグルイーノ・スクォークを媒介したフレーバーが変化する過程を議論しよう。Super-CKM basis で $M_{\tilde{q}}(\tilde{q} = \tilde{u}, \tilde{d})$ になる 6×6 のスクォーク質量行列を与えよう。スクォーク質量行列の対角規定にするため、 $M_{\tilde{q}}$ を次のように回転させる。

$$\tilde{m}_{\tilde{q}, \text{diagonal}}^2 = \Gamma_G^{(q)} M_{\tilde{q}}^2 \Gamma_G^{(q)\dagger}, \quad (98)$$

ここで $\Gamma_G^{(q)}$ は 6×6 のユニタリー行列で、以下の表現で $\Gamma_G^{(q)} = (\Gamma_{GL}^{(q)}, \Gamma_{GR}^{(q)})^T$ として 3×6 行列に分解する。それからグルイーノ・スクォーク・クォーク相互作用は次のように与えられ

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(\tilde{g}q\tilde{q}) = -i\sqrt{2}g_s \sum_{\{q\}} \tilde{q}_i^* (T^a) \tilde{G}^a \left[(\Gamma_{GL}^{(q)})_{ij} \mathbf{L} + (\Gamma_{GR}^{(q)})_{ij} \mathbf{R} \right] q_j + \text{h.c.}, \quad (99)$$

ここで \tilde{G}^a はグルイーノ場を意味し、 \mathbf{L} と \mathbf{R} は射影演算子である。この相互作用はボックスダイアグラムとペンギンダイアグラムにより、 $\Delta B = 2$ と $\Delta B = 1$ でグルイーノ・スクォークを媒介したフレーバーが変化する過程を導く。

スプリットファミリーのシナリオを採用し、第一世代と第二世代のスクォークはとても重く $\mathcal{O}(10-100)$ TeV で、一方、第三世代のスクォークの質量は $\mathcal{O}(1)$ TeV である。それゆえ、第一世代と第二世代のスクォークの寄与はそれらの重い質量によってグルイーノ・スクォークを媒介したフレーバーが変化する過程において抑制される。それに加え、中性 K 中間子系において十分に FCNC を抑制するために U(2) [54] のようなフレーバー対称性を仮定する。[55] ストップとスボトムの相互作用はグルイーノ・スクォークを媒介したフレーバーが変化する過程において支配的になる。それからスボトムの相互作用は $\Delta B = 2$ と $\Delta B = 1$ の過程に寄与する。次のように $\Gamma_{GL}^{(d)}$ と $\Gamma_{GR}^{(d)}$ の適切なパラメーター化をする。[56]:

$$\Gamma_{GL}^{(d)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \delta_{13}^{dL} c_\theta & 0 & 0 & -\delta_{13}^{dL} s_\theta e^{i\phi} \\ 0 & 1 & \delta_{23}^{dL} c_\theta & 0 & 0 & -\delta_{23}^{dL} s_\theta e^{i\phi} \\ -\delta_{13}^{dL*} & -\delta_{23}^{dL*} & c_\theta & 0 & 0 & -s_\theta e^{i\phi} \end{pmatrix},$$

$$\Gamma_{GR}^{(d)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \delta_{13}^{dR} s_\theta e^{-i\phi} & 1 & 0 & \delta_{13}^{dR} c_\theta \\ 0 & 0 & \delta_{23}^{dR} s_\theta e^{-i\phi} & 0 & 1 & \delta_{23}^{dR} c_\theta \\ 0 & 0 & s_\theta e^{-i\phi} & -\delta_{13}^{dR*} & -\delta_{23}^{dR*} & c_\theta \end{pmatrix}, \quad (100)$$

ここで $c_\theta = \cos \theta$ と $s_\theta = \sin \theta$ は、 $\tilde{b}_{L,R}$ セクターの混合角 θ と δ_{j3}^{dL} 、 δ_{j3}^{dR} とともにフレーバーの遷移の原因となる結合である。混合角 θ は3点の SUSY を破る項から来る。この破れが無視されれば、 θ は消えてしまう。本研究では大きい $\mu \tan \beta$ を仮定し、 $\tilde{b}_L - \tilde{b}_R$ の項において無視できない混合角 θ を導く。これらの回転行列を用いて、 B_s 中間子の崩壊においてグルイーン・スボトムを媒介したフレーバーが変化する振幅を評価する。

数値解析において、スボトムの質量を固定する。第三世代のスクォークは大きい湯川結合、すなわち、大きい $\mu \tan \beta$ のため、左巻きスクォークと右巻きスクォークの間かなりの混合を持ちうる。本研究の数値計算では代表的な質量の固有値 $m_{\tilde{b}_1}$ と $m_{\tilde{b}_2}$ とグルイーン質量 $m_{\tilde{g}}$ を次の通りにした。:

$$m_{\tilde{b}_1} = 1 \text{ TeV}, \quad m_{\tilde{b}_2} = 1.5 \text{ TeV}, \quad m_{\tilde{g}} = 2 \text{ TeV}, \quad (101)$$

これは現在の実験の下限を考慮してある [23]。いったん質量の固有値 m_1, m_2 と $\mu \tan \beta$ を固定すれば、左巻きスボトムと右巻きスボトムの間の混合角 θ を評価することができる [57]。 $\mu \tan \beta = 20 - 50 \text{ TeV}$ にとると、 $4^\circ - 10^\circ$ の範囲で θ を評価でき、それは本研究の数値計算に使われている。もし $\mu \tan \beta \ll 20 \text{ TeV}$ にとると、左と右巻きの混合角 θ は $O(1^\circ)$ よりずっと小さい。それから、左と右巻き混合は C_{8G} と $C_{7\gamma}$ に支配的なので、 C_{8G} と $C_{7\gamma}$ の SUSY の寄与はとても小さい。より小さい質量差 $m_{\tilde{b}_2} - m_{\tilde{b}_1}$ はより大きい混合角 θ を与える。しかしながら、本研究の設定では SUSY の寄与が θ と質量差 $\sin 2\theta \times (m_{\tilde{b}_2}^2 - m_{\tilde{b}_1}^2)$ の組み合わせに依存するため、結果はそんなに変わらない。

関係のある混合角は $B_s \rightarrow K^+ K^-$ と $B_s \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ 崩壊の δ_{23}^{dL} と δ_{23}^{dR} である。これらの混合角は複素数で簡単のため次のようにとった。

$$|\delta_{23}^{dR}| = |\delta_{23}^{dL}|, \quad (102)$$

他方で、 δ_{23}^{dR} と δ_{23}^{dL} の位相は自由なパラメーターで、実験データによって制限される。

式 (102) の仮定について説明する。この仮定は位相は別として SUSY の $SO(10)$ GUT モデルが理由になっている。実際に式 (102) の今回のケースでは本研究の枠組みでは SUSY の寄与が δ_{23}^{dR} と δ_{23}^{dL} に対して対称なので、本研究の予言において最も大きい SUSY の寄与を与えてくれる。それゆえ、本研究の CP Violation の予言された領域は、例えこの仮定が緩和されても変わらない。

8 数値計算の結果

本研究の枠組みの中で CP Violation の予言された数値計算の結果を示す。 $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ 過程の Direct CP Asymmetry の SM の予言を紹介することから始めよう。

$$A(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) = \frac{|\bar{\mathcal{A}}(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+)|^2 - |\mathcal{A}(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)|^2}{|\bar{\mathcal{A}}(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+)|^2 + |\mathcal{A}(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)|^2}. \quad (103)$$

予言された Asymmetry は SM において $|V_{ub}|$ と γ に依存する。予言された Asymmetry は図 1(a) において横軸が $|V_{ub}|$ で描かれていて、 $|V_{ub}|$ と γ の最近の測定では次のようにとられている。[58]:

$$|V_{ub}| = (3.82 \pm 0.56) \times 10^{-3}, \quad \gamma = (70.8 \pm 7.8)^\circ, \quad (104)$$

そして本研究の計算の他の入力パラメーターは表 1 にまとめられている。

図 1(a) に見られるように、SM の予言は観測された値 -0.0082 ± 0.006 [45] に十分に一致する。予言された Asymmetry は $|V_{ub}|$ に依存して線形である。 $|V_{ub}| = (3.2 - 4.2) \times 10^{-3}$ に関する限り、本研究の予言は成功である。 $\sin \gamma$ はそんなに変化しないので、本研究の予言は $\gamma = (70.8 \pm 7.8)^\circ$ の領域において、 γ に影響を受けない。Asymmetry と $|V_{ub}|$ のより詳細なデータは QCD ファクトリゼーションにおける本研究の SM の予言の極めて重大なテストである。

$\alpha_s(M_Z) = 0.1184$ [48]
$m_s(2\text{GeV}) = 0.095$ GeV [48]
$m_c(m_c) = 1.275$ GeV [48]
$m_b(m_b) = 4.18$ GeV [48]
$m_t(m_t) = 160.0$ GeV (\overline{MS}) [48]
$M_{B_s} = 5.36677(24)$ GeV [48]
$\Delta M_{B_s} = (116.942 \pm 0.1564) \times 10^{-13}$ GeV [7]
$f_{B_s} = (233 \pm 10)$ MeV [58]
$f_\pi = (130.7 \pm 0.4)$ MeV [48]
$f_K = (156.1 \pm 1.1)$ MeV [48]
$\lambda = 0.2255(7)$ [48]
$ V_{cb} = (4.12 \pm 0.11) \times 10^{-2}$ [58]

表 1: 本研究の計算の入力パラメーター

縦軸が CP で平均した Branching Ratio で横軸がフォームファクター $F^{B^0 \rightarrow K}(0)$ の図 1(b) についても説明してあり、フォームファクターの大きさは $F^{B^0 \rightarrow K}(0) = 0.26 - 0.42$ [59] にとつてある。もし $F^{B^0 \rightarrow K}(0) = 0.37 - 0.42$ なら、CP で平均した Branching Ratio もまた、観測されたものと矛盾がない。Branching Ratio は $|V_{ub}|$ と γ に敏感じゃないので、 $|V_{ub}|$ と γ の依存性の図は省略する。

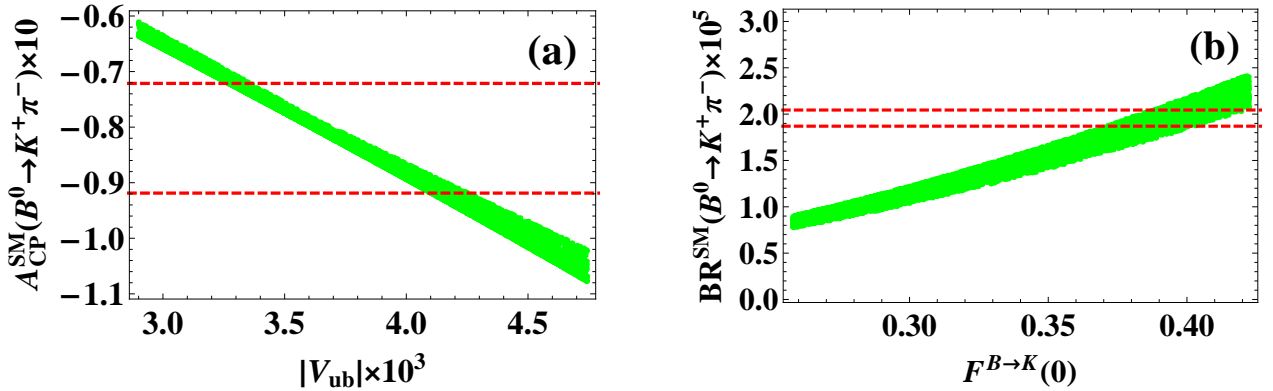


図 8: (a) は Asymmetry の予言で縦軸が Asymmetry、横軸が $|V_{ub}|$ で (b) は Branching Ratio の予言で縦軸が Branching Ratio、横軸が $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ 崩壊の $F^{B^0 \rightarrow K}(0)$ である。二つの赤色の点線の内側の領域は 90% C.L. で実験で許された領域を示す。

SM の予言と実験データが一致するという事は、SUSY の寄与が $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$ の Direct CP Violation によって強く制限されるということを示している。 $\delta_{23}^{dL(dR)}$ の大きさを振らすことによって、 $\delta_{23}^{dL(dR)}$ の許されたパラメーター領域を探した。大きさは $0 \sim 0.1$ で、位相は $-\pi \sim \pi$ の間で振らした。これらのパラメーターは、質量差 ΔM_{B_s} 、 $B_s \rightarrow J/\psi \phi$ 崩壊における CP を破る位相 ϕ_s 、 $b \rightarrow s \gamma$ 崩壊における Branching Ratio によって制限されている。これらのデータに加え、 $A(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+)$ の Asymmetry は、 $\delta_{23}^{dL(dR)}$ の大きさを制限する。縦軸が予言された Asymmetry で横軸が $\delta_{23}^{dL(dR)}$ の大きさの図を図 2 に示した。ここでその位相は $-\pi \sim \pi$ にとつてある。SUSY の寄与は $|\delta_{23}^{dL(dR)}| \geq 0.01$ の領域で重要になることが分かった。

縦軸が $b \rightarrow s \gamma$ 崩壊で予言された Branching Ratio、横軸が $\delta_{23}^{dL(dR)}$ の大きさの図を図 3 に示した。SUSY の効果の重要な寄与は、 $|\delta_{23}^{dL(dR)}| \geq 0.01$ の領域においても見受けられる。

$B_s \rightarrow J/\psi \phi$ 崩壊の ΔM_{B_s} と ϕ_s 、 $b \rightarrow s \gamma$ 崩壊の Branching Ratio と Asymmetry $A(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+)$

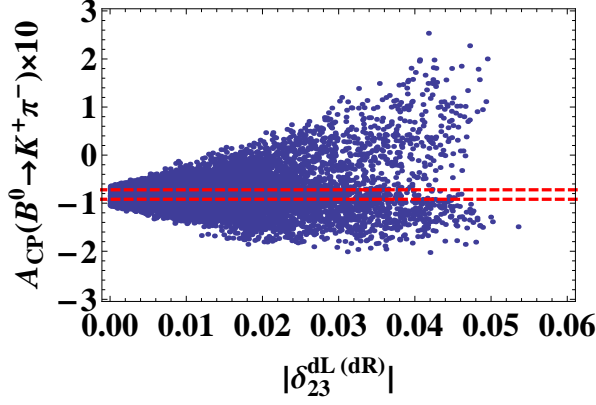


図 9: 縦軸が $A(\bar{B}^0 \rightarrow K^+\pi^-)$ 、横軸が $|\delta_{23}^{dL(dR)}|$ 。二つの赤い点線の内側の領域は 90% C.L. で実験で許された領域を示す。

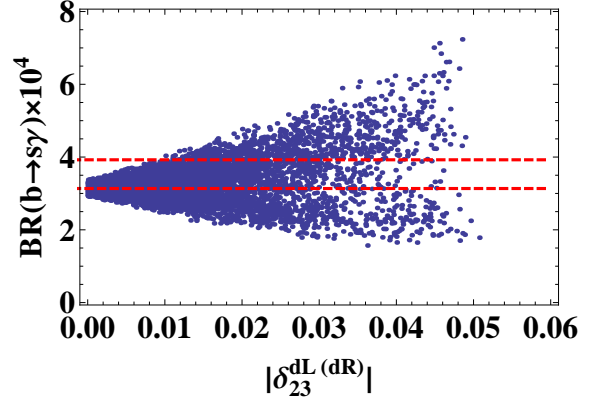


図 10: 縦軸が $b \rightarrow s\gamma$ 崩壊における予言された Branching Ratio、横軸が $|\delta_{23}^{dL(dR)}|$ 。二つの赤い点線の内側の領域は 90% C.L. で実験で許された領域を示す。

を考慮に入れて、 $|\delta_{23}^{dL(R)}|$ とその位相が作る図の許された領域を示そう。入力する実験データは 90 % C.L. にとってある。縦軸が $|\delta_{23}^{dL(R)}|$ の許された領域、横軸が $(\arg \delta_{23}^{dL} + \arg \delta_{23}^{dR})$ の図を図 4(a) に、縦軸が $|\delta_{23}^{dL(R)}|$ の許された領域、横軸が $(\arg \delta_{23}^{dL} - \arg \delta_{23}^{dR})$ の図を図 4(b) に示し、それぞれ $|\delta_{23}^{dL}| = |\delta_{23}^{dR}|$ の条件を仮定している。スクォークフレーバー混合は、 $|\delta_{23}^{dL}| \leq 0.02$ の領域、位相は全ての領域で許されることが分かった。もし二つの位相 $\arg \delta_{23}^{dL}$ と $\arg \delta_{23}^{dR}$ が虚部を抑制するように調整されれば、 $|\delta_{23}^{dL}|$ は最大で 0.05 まで許される。

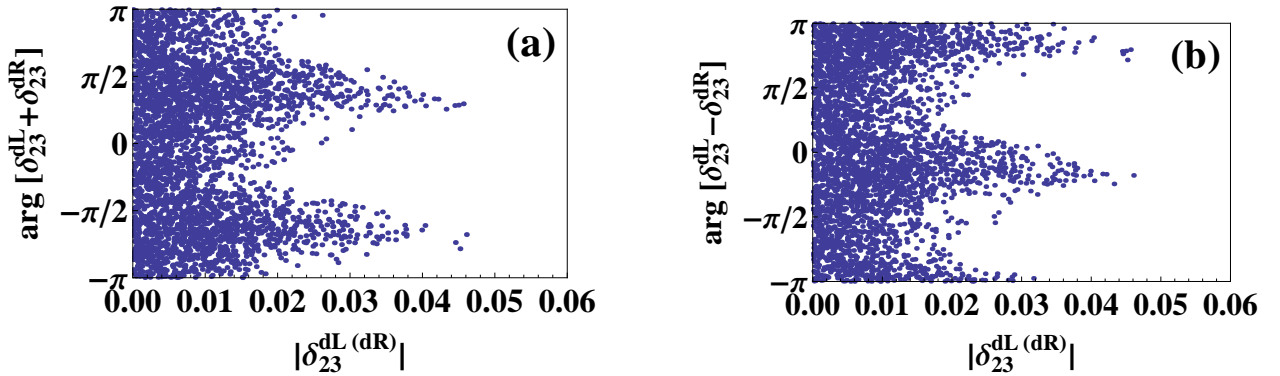


図 11: 縦軸が $|\delta_{23}^{dL(R)}|$ の許された領域、横軸が (a) は二つの位相の和、(b) が二つの位相の差。

次に図 4 の δ_{23}^{dL} の制限の下で $B_s \rightarrow K^+K^-$ と $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 崩壊における CP Violation を予言する。図 5(a)-5(d) における $C_{K^+K^-}$ 、 $S_{K^+K^-}$ 、 $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^0\bar{K}^0}$ の間の予言された領域を示す。図 5(a) に見られるように、 $C_{K^+K^-}$ の予言された領域は、 $\bar{B}^0 \rightarrow K^-\pi^+$ における Direct CP Violation から来る制限によって強くカットされる。それゆえ、 $C_{K^+K^-}$ の SM の予言からのずれは見られない。他方で、 $S_{K^+K^-}$ は SM の予言からかなりずれることが可能であり、その値は 0.1 ~ 0.5 であると期待される。 $S_{K^+K^-}$ の詳細な測定は SUSY の効果を探すのに有効である。

図 5(b) に見られるように、次のように取っているので $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^0\bar{K}^0}$ の SM の予言はとても小さい。

$$\frac{\bar{A}(\bar{B}_s \rightarrow K^0\bar{K}^0)}{A(B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0)} \simeq \frac{V_{tb}V_{ts}^*}{V_{tb}^*V_{ts}}, \quad \frac{q}{p} \simeq \frac{V_{tb}^*V_{ts}}{V_{tb}V_{ts}^*}, \quad \lambda_{K^0\bar{K}^0} \simeq 1, \quad (105)$$

ここで、 $\lambda_{K^0\bar{K}^0}$ において CKM 行列の要素はお互いに相殺する。SUSY の寄与はこの相殺を壊すので、 $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 崩壊における $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^0\bar{K}^0}$ の両方の CP Violation の観測を待つ。これらの予言された大きさは $C_{K^0\bar{K}^0} = -0.06 \sim 0.06$ と $S_{K^0\bar{K}^0} = -0.5 \sim 0.3$ の領域においてお互いにおおよそ比例する。

図 5(c) に $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $C_{K^+K^-}$ の間の相関を、図 5(d) に $S_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^+K^-}$ の間の相関をそれぞれ示した。 $C_{K^+K^-}$ の予言された値は 0.1 の辺りに制限される一方で、 $C_{K^0\bar{K}^0}$ の値は $-0.06 \sim 0.06$ の領域にあると期待される。他方で、 $S_{K^0\bar{K}^0}$ は $S_{K^+K^-}$ におおよそ比例し、SUSY の寄与の極めて重要なテストを与える。

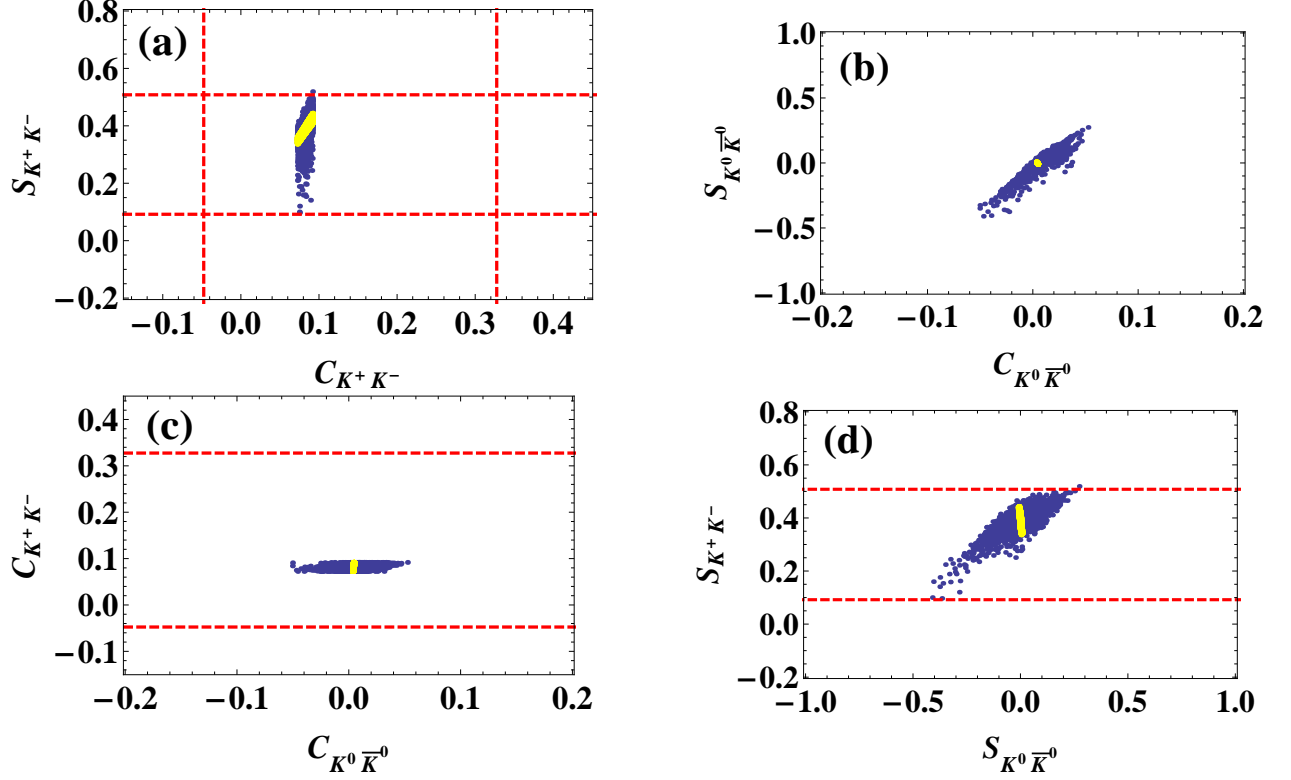


図 12: (a) $C_{K^+K^-} - S_{K^+K^-}$ 、(b) $C_{K^0\bar{K}^0} - S_{K^0\bar{K}^0}$ 、(c) $C_{K^0\bar{K}^0} - C_{K^+K^-}$ 、(d) $S_{K^0\bar{K}^0} - S_{K^+K^-}$ の予言された CP Violation。二つの赤い点線の内側の領域は 90% C.L. で実験で許された領域を示し、黄色い領域は SM の予言を示す。

9 まとめ

グリーノ・スクォークが媒介したフレーバーが変化する効果を探するため、 $B_s \rightarrow K^+K^-$ と $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 過程の CP Violation を研究した。ここでは $b \rightarrow s$ 遷移のペンギンの振幅が崩壊を支配している。質量差 ΔM_{B_s} 、 $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ 崩壊における CP を破る位相 ϕ_s と $b \rightarrow s\gamma$ の Branching Ratio の実験データを入力することによって、フレーバー混合 δ_{23}^{dL} の可能な領域を探した。スペクテーター s を d に入れ替えることによって $B_s \rightarrow K^+K^-$ 崩壊は $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ 崩壊と関係しているので、これらのデータに加え、 $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ の Asymmetry から来る制限を考慮に入れた。そして $|\delta_{23}^{dL}| \leq 0.05$ の制限を得た。

その制限のもと、 $B_s \rightarrow K^+K^-$ と $B_s \rightarrow K^0\bar{K}^0$ 崩壊の CP Violation を予言した。CP Violation である $C_{K^+K^-}$ の予言された領域は $B^0 \rightarrow K^-\pi^+$ の Direct CP Violation から来る制限によって強くカットされ、それゆえ、 $C_{K^+K^-}$ の SM の予言からのずれは期待されない。他方で、 $S_{K^+K^-}$ は、 $0.1 \sim 0.5$

の領域で SM の予言からかなりずれる可能性がある。 $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^0\bar{K}^0}$ の SM の予言はとても小さいので、SUSY の寄与は $C_{K^0\bar{K}^0}$ と $S_{K^0\bar{K}^0}$ で検出できると期待される。これらの期待された大きさは、 $C_{K^0\bar{K}^0} = -0.06 \sim 0.06$ と $S_{K^0\bar{K}^0} = -0.5 \sim 0.3$ の領域である。これらの崩壊の CP Violation のより詳細なデータは、SUSY の寄与の極めて重要なテストを与えてくれる。

謝辞

本論文の作成にあたりご多忙の中、毎日親身になって暖かい御指導を頂いた谷本盛光教授に心より御礼を申し上げます。また、素粒子論研究室の中野博章准教授、浅賀岳彦准教授、江尻信司准教授にも質問に真摯に答えて頂き深く感謝致します。また共同研究者の清水勇介さん、山本恵さん、熊谷純さんには議論に乗って頂き大変研究が捗りました。研究室の吉川真樹さんにはパソコンの設定をしてもらい助かりました。また素粒子論研究室のみなさんも物理の議論にのって頂きありがとうございました。心より感謝致します。

補遺

A ペンギンのループ積分

式 (83) のループ積分は以下のように与えられる。[40, 41]:

$$\begin{aligned}
F_{M_2} &= -12 \ln \frac{\mu}{m_b} - 18 + f_{M_2}^I + f_{M_2}^{II}, \\
f_{M_2}^I &= \int_0^1 dx g(x) \phi_{M_2}(x), \quad g(x) = 3 \frac{1-2x}{1-x} \ln x - 3i\pi, \\
f_{M_2}^{II} &= \frac{4\pi^2}{N} \frac{f_{M_1} f_B}{f_+^{B \rightarrow M_1}(0) M_B^2} \int_0^1 dz \frac{\phi_B(z)}{z} \int_0^1 dx \frac{\phi_{M_1}(x)}{x} \int_0^1 dy \frac{\phi_{M_2}(y)}{y}, \\
G_{M_2, g} &= - \int_0^1 dx \frac{2}{x} \phi_{M_2}(x), \\
G_{M_2(s_q)} &= \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \ln \frac{\mu}{m_b} + 4 \int_0^1 dx \phi_{M_2}(x) \int_0^1 du u \bar{u} \ln[s_q - u \bar{u} x - i\epsilon], \\
G'_{M_2, g} &= - \int_0^1 dx \frac{3}{2} \phi_{M_2}^0(x) = -\frac{3}{2}, \\
G'_{M_2(s_q)} &= \frac{1}{3} - \ln \frac{\mu}{m_b} + 3 \int_0^1 dx \phi_{M_2}^0(x) \int_0^1 du u \bar{u} \ln[s_q - u \bar{u} x - i\epsilon], \tag{106}
\end{aligned}$$

ここで $\bar{x} = 1 - x$ で $\bar{u} = 1 - u$ である。ペンギンダイアグラムのインターナルなクォーク質量は $s_f = m_f^2/m_b^2$ として入る。関数 $\phi(x)$ と $\phi^0(x)$ はそれぞれメソンの leading-twist 分布振幅と twist-3 分布振幅である。 π と K メソンではよく知られた次の形を使う。[60, 61]:

$$\phi_{\pi, K}(x) = 6x(1-x), \quad \phi_{\pi, K}^0(x) = 1. \tag{107}$$

B メソンでは次の形を使う。[62, 63, 64]

$$\phi_B(x) = N_B x^2(1-x)^2 \exp \left[-\frac{M_B^2 x^2}{2\omega_B^2} \right], \tag{108}$$

ここで B^0 と B_s メソンではそれぞれ $\omega_B = 0.4\text{GeV}$ 、 0.5GeV で N_B は $\int_0^1 dx \phi_B(x) = 1$ にするための規格化定数である。

B $\Delta B = 1$ 過程のスクォークの寄与

式 (79) のグルイーノの寄与のウィルソン係数は次のように書ける [65]。

$$\begin{aligned}
C_{7\gamma}^{\tilde{g}}(m_{\tilde{g}}) &= \frac{8}{3} \frac{\sqrt{2}\alpha_s\pi}{2G_F V_{tb} V_{tq}^*} \\
&\times \left[\frac{(\Gamma_{GL}^{(d)})_{k3}^*}{m_{\tilde{d}_3}^2} \left\{ (\Gamma_{GL}^{(d)})_{33} \left(-\frac{1}{3} F_2(x_{\tilde{g}}^3) \right) + \frac{m_{\tilde{g}}}{m_b} (\Gamma_{GR}^{(d)})_{33} \left(-\frac{1}{3} F_4(x_{\tilde{g}}^3) \right) \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(\Gamma_{GL}^{(d)})_{k6}^*}{m_{\tilde{d}_6}^2} \left\{ (\Gamma_{GL}^{(d)})_{36} \left(-\frac{1}{3} F_2(x_{\tilde{g}}^6) \right) + \frac{m_{\tilde{g}}}{m_b} (\Gamma_{GR}^{(d)})_{36} \left(-\frac{1}{3} F_4(x_{\tilde{g}}^6) \right) \right\} \right], \tag{109}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{8G}^{\tilde{g}}(m_{\tilde{g}}) = & \frac{8}{3} \frac{\sqrt{2}\alpha_s\pi}{2G_F V_{tb}V_{tq}^*} \left[\frac{(\Gamma_{GL}^{(d)})_{k3}^*}{m_{d_3}^2} \left\{ (\Gamma_{GL}^{(d)})_{33} \left(-\frac{9}{8}F_1(x_{\tilde{g}}^3) - \frac{1}{8}F_2(x_{\tilde{g}}^3) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{m_{\tilde{g}}}{m_b} (\Gamma_{GR}^{(d)})_{33} \left(-\frac{9}{8}F_3(x_{\tilde{g}}^3) - \frac{1}{8}F_4(x_{\tilde{g}}^3) \right) \right\} \right. \\
& \left. + \frac{(\Gamma_{GL}^{(d)})_{k6}^*}{m_{d_6}^2} \left\{ (\Gamma_{GL}^{(d)})_{36} \left(-\frac{9}{8}F_1(x_{\tilde{g}}^6) - \frac{1}{8}F_2(x_{\tilde{g}}^6) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{m_{\tilde{g}}}{m_b} (\Gamma_{GR}^{(d)})_{36} \left(-\frac{9}{8}F_3(x_{\tilde{g}}^6) - \frac{1}{8}F_4(x_{\tilde{g}}^6) \right) \right\} \right], \quad (110)
\end{aligned}$$

ここで $k = 2, 1$ はそれぞれ $b \rightarrow q$ ($q = s, d$) 遷移に対応する。ループ関数 $F_i(x_{\tilde{g}}^I)$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
F_1(x_{\tilde{g}}^I) &= \frac{x_{\tilde{g}}^I \log x_{\tilde{g}}^I}{2(x_{\tilde{g}}^I - 1)^4} + \frac{(x_{\tilde{g}}^I)^2 - 5x_{\tilde{g}}^I - 2}{12(x_{\tilde{g}}^I - 1)^3}, \\
F_2(x_{\tilde{g}}^I) &= -\frac{(x_{\tilde{g}}^I)^2 \log x_{\tilde{g}}^I}{2(x_{\tilde{g}}^I - 1)^4} + \frac{2(x_{\tilde{g}}^I)^2 + 5x_{\tilde{g}}^I - 1}{12(x_{\tilde{g}}^I - 1)^3}, \\
F_3(x_{\tilde{g}}^I) &= \frac{\log x_{\tilde{g}}^I}{(x_{\tilde{g}}^I - 1)^3} + \frac{x_{\tilde{g}}^I - 3}{2(x_{\tilde{g}}^I - 1)^2}, \\
F_4(x_{\tilde{g}}^I) &= -\frac{x_{\tilde{g}}^I \log x_{\tilde{g}}^I}{(x_{\tilde{g}}^I - 1)^3} + \frac{x_{\tilde{g}}^I + 1}{2(x_{\tilde{g}}^I - 1)^2} = \frac{1}{2} g_{2[1]}(x_{\tilde{g}}^I, x_{\tilde{g}}^I), \quad (111)
\end{aligned}$$

ここで $x_{\tilde{g}}^I = m_{\tilde{g}}^2/m_{d_I}^2$ ($I = 3, 6$) である。これらのウィルソン係数の NLO は省略する。また、本研究の数値計算の NLO の寄与の他のウィルソン係数は省略する。 $\tilde{C}_i^{\tilde{g}}(m_{\tilde{g}})$ のウィルソン係数は $C_i^{\tilde{g}}(m_{\tilde{g}})$ の $L(R)$ を $R(L)$ に置き換えることによって得られる。

m_b スケールでの $C_{7\gamma}^{\tilde{g}}(m_b)$ と $C_{8G}^{\tilde{g}}(m_b)$ のウィルソン係数は QCD のリーディングオーダーで次のように与えられる。[42]:

$$\begin{aligned}
C_{7\gamma}^{\tilde{g}}(m_b) &= \zeta C_{7\gamma}^{\tilde{g}}(m_{\tilde{g}}) + \frac{8}{3}(\eta - \zeta) C_{8G}^{\tilde{g}}(m_{\tilde{g}}), \\
C_{8G}^{\tilde{g}}(m_b) &= \eta C_{8G}^{\tilde{g}}(m_{\tilde{g}}), \quad (112)
\end{aligned}$$

ここで

$$\zeta = \left(\frac{\alpha_s(m_{\tilde{g}})}{\alpha_s(m_t)} \right)^{\frac{16}{21}} \left(\frac{\alpha_s(m_t)}{\alpha_s(m_b)} \right)^{\frac{16}{23}}, \quad \eta = \left(\frac{\alpha_s(m_{\tilde{g}})}{\alpha_s(m_t)} \right)^{\frac{14}{21}} \left(\frac{\alpha_s(m_t)}{\alpha_s(m_b)} \right)^{\frac{14}{23}}. \quad (113)$$

C $\Delta B = 2$ 過程のスクォークの寄与

グレイノ・スボトム・クォーク相互作用における $\Delta B = 2$ の有効ラグランジアンは次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\Delta F=2} &= -\frac{1}{2} [C_{VLL} O_{VLL} + C_{VRR} O_{VRR}] \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left[C_{SLL}^{(i)} O_{SLL}^{(i)} + C_{SRR}^{(i)} O_{SRR}^{(i)} + C_{SLR}^{(i)} O_{SLR}^{(i)} \right], \quad (114)
\end{aligned}$$

そして P^0 - \bar{P}^0 混合で M_{12} は次のように書ける。

$$M_{12} = -\frac{1}{2m_P} \langle P^0 | \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\Delta F=2} | \bar{P}^0 \rangle. \quad (115)$$

Hadronic matrix elements は非摂動的なパラメーター B_i の項で次のように与えられる。:

$$\begin{aligned}
\langle P^0 | \mathcal{O}_{VLL} | \bar{P}^0 \rangle &= \frac{2}{3} m_P^2 f_P^2 B_1, & \langle P^0 | \mathcal{O}_{VRR} | \bar{P}^0 \rangle &= \langle P^0 | \mathcal{O}_{VLL} | \bar{P}^0 \rangle, \\
\langle P^0 | \mathcal{O}_{SLL}^{(1)} | \bar{P}^0 \rangle &= -\frac{5}{12} m_P^2 f_P^2 R_P B_2, & \langle P^0 | \mathcal{O}_{SRR}^{(1)} | \bar{P}^0 \rangle &= \langle P^0 | \mathcal{O}_{SLL}^{(1)} | \bar{P}^0 \rangle, \\
\langle P^0 | \mathcal{O}_{SLL}^{(2)} | \bar{P}^0 \rangle &= \frac{1}{12} m_P^2 f_P^2 R_P B_3, & \langle P^0 | \mathcal{O}_{SRR}^{(2)} | \bar{P}^0 \rangle &= \langle P^0 | \mathcal{O}_{SLL}^{(2)} | \bar{P}^0 \rangle, \\
\langle P^0 | \mathcal{O}_{SLR}^{(1)} | \bar{P}^0 \rangle &= \frac{1}{2} m_P^2 f_P^2 R_P B_4, & \langle P^0 | \mathcal{O}_{SLR}^{(2)} | \bar{P}^0 \rangle &= \frac{1}{6} m_P^2 f_P^2 R_P B_5,
\end{aligned} \tag{116}$$

ここで

$$R_P = \left(\frac{m_P}{m_Q + m_q} \right)^2, \tag{117}$$

で $(P, Q, q) = (B_d, b, d)$, (B_s, b, s) である。

式 (114) のゲルイーノの寄与のウィルソン係数は次のように与えられる [65]。

$$\begin{aligned}
C_{VLL}(m_{\tilde{g}}) &= \frac{\alpha_s^2}{m_{\tilde{g}}^2} \sum_{I,J=1}^6 (\lambda_{GLL}^{(d)})_{I}^{ij} (\lambda_{GLL}^{(d)})_{J}^{ij} \left[\frac{11}{18} g_{2[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) + \frac{2}{9} g_{1[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) \right], \\
C_{VRR}(m_{\tilde{g}}) &= C_{VLL}(m_{\tilde{g}})(L \leftrightarrow R), \\
C_{SRR}^{(1)}(m_{\tilde{g}}) &= \frac{\alpha_s^2}{m_{\tilde{g}}^2} \sum_{I,J=1}^6 (\lambda_{GLR}^{(d)})_{I}^{ij} (\lambda_{GLR}^{(d)})_{J}^{ij} \frac{17}{9} g_{1[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}), \\
C_{SLL}^{(1)}(m_{\tilde{g}}) &= C_{SRR}^{(1)}(m_{\tilde{g}})(L \leftrightarrow R), \\
C_{SRR}^{(2)}(m_{\tilde{g}}) &= \frac{\alpha_s^2}{m_{\tilde{g}}^2} \sum_{I,J=1}^6 (\lambda_{GLR}^{(d)})_{I}^{ij} (\lambda_{GLR}^{(d)})_{J}^{ij} \left(-\frac{1}{3} \right) g_{1[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}), \\
C_{SLL}^{(2)}(m_{\tilde{g}}) &= C_{SRR}^{(2)}(m_{\tilde{g}})(L \leftrightarrow R), \\
C_{SLR}^{(1)}(m_{\tilde{g}}) &= \frac{\alpha_s^2}{m_{\tilde{g}}^2} \sum_{I,J=1}^6 \left\{ (\lambda_{GLR}^{(d)})_{I}^{ij} (\lambda_{GRL}^{(d)})_{J}^{ij} \left(-\frac{11}{9} \right) g_{2[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) \right. \\
&\quad \left. + (\lambda_{GLL}^{(d)})_{I}^{ij} (\lambda_{GRR}^{(d)})_{J}^{ij} \left[\frac{14}{3} g_{1[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) - \frac{2}{3} g_{2[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) \right] \right\}, \\
C_{SLR}^{(2)}(m_{\tilde{g}}) &= \frac{\alpha_s^2}{m_{\tilde{g}}^2} \sum_{I,J=1}^6 \left\{ (\lambda_{GLR}^{(d)})_{I}^{ij} (\lambda_{GRL}^{(d)})_{J}^{ij} \left(-\frac{5}{3} \right) g_{2[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) \right. \\
&\quad \left. + (\lambda_{GLL}^{(d)})_{I}^{ij} (\lambda_{GRR}^{(d)})_{J}^{ij} \left[\frac{2}{9} g_{1[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) + \frac{10}{9} g_{2[1]}(x_{\tilde{I}}^{\tilde{g}}, x_{\tilde{J}}^{\tilde{g}}) \right] \right\},
\end{aligned} \tag{118}$$

ここで

$$\begin{aligned}
(\lambda_{GLL}^{(d)})_K^{ij} &= (\Gamma_{GL}^{(d)\dagger})_i^K (\Gamma_{GL}^{(d)})_K^j, & (\lambda_{GRR}^{(d)})_K^{ij} &= (\Gamma_{GR}^{(d)\dagger})_i^K (\Gamma_{GR}^{(d)})_K^j, \\
(\lambda_{GLR}^{(d)})_K^{ij} &= (\Gamma_{GL}^{(d)\dagger})_i^K (\Gamma_{GR}^{(d)})_K^j, & (\lambda_{GRL}^{(d)})_K^{ij} &= (\Gamma_{GR}^{(d)\dagger})_i^K (\Gamma_{GL}^{(d)})_K^j.
\end{aligned} \tag{119}$$

ここで $(i, j) = (1, 3)$, $(2, 3)$ に取り、それぞれ B^0 と B_s メソンに対応する。ループ積分は次のように与えられる。:

- もし $x_I^{\tilde{g}} \neq x_J^{\tilde{g}}$ ($x_{I,J}^{\tilde{g}} = m_{d_{I,J}}^2/m_{\tilde{g}}^2$) なら、

$$\begin{aligned} g_{1[1]}(x_I^{\tilde{g}}, x_J^{\tilde{g}}) &= \frac{1}{x_I^{\tilde{g}} - x_J^{\tilde{g}}} \left(\frac{x_I^{\tilde{g}} \log x_I^{\tilde{g}}}{(x_I^{\tilde{g}} - 1)^2} - \frac{1}{x_I^{\tilde{g}} - 1} - \frac{x_J^{\tilde{g}} \log x_J^{\tilde{g}}}{(x_J^{\tilde{g}} - 1)^2} + \frac{1}{x_J^{\tilde{g}} - 1} \right), \\ g_{2[1]}(x_I^{\tilde{g}}, x_J^{\tilde{g}}) &= \frac{1}{x_I^{\tilde{g}} - x_J^{\tilde{g}}} \left(\frac{(x_I^{\tilde{g}})^2 \log x_I^{\tilde{g}}}{(x_I^{\tilde{g}} - 1)^2} - \frac{1}{x_I^{\tilde{g}} - 1} - \frac{(x_J^{\tilde{g}})^2 \log x_J^{\tilde{g}}}{(x_J^{\tilde{g}} - 1)^2} + \frac{1}{x_J^{\tilde{g}} - 1} \right). \end{aligned} \quad (120)$$

- もし $x_I^{\tilde{g}} = x_J^{\tilde{g}}$ なら、

$$\begin{aligned} g_{1[1]}(x_I^{\tilde{g}}, x_I^{\tilde{g}}) &= -\frac{(x_I^{\tilde{g}} + 1) \log x_I^{\tilde{g}}}{(x_I^{\tilde{g}} - 1)^3} + \frac{2}{(x_I^{\tilde{g}} - 1)^2}, \\ g_{2[1]}(x_I^{\tilde{g}}, x_I^{\tilde{g}}) &= -\frac{2x_I^{\tilde{g}} \log x_I^{\tilde{g}}}{(x_I^{\tilde{g}} - 1)^3} + \frac{x_I^{\tilde{g}} + 1}{(x_I^{\tilde{g}} - 1)^2}. \end{aligned} \quad (121)$$

本研究では $(I, J) = (3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)$ に取った、なぜならスプリットファミリーを仮定したからである。有効ウィルソン係数はQCDのリーディングオーダーで次のように与えられる。:

$$\begin{aligned} C_{VLL}(m_b) &= \eta_{VLL}^B C_{VLL}(m_{\tilde{g}}), \quad C_{VRR}(m_b) = \eta_{VRR}^B C_{VLL}(m_{\tilde{g}}), \\ \begin{pmatrix} C_{SLL}^{(1)}(m_b) \\ C_{SLL}^{(2)}(m_b) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_{SLL}^{(1)}(m_{\tilde{g}}) \\ C_{SLL}^{(2)}(m_{\tilde{g}}) \end{pmatrix} X_{LL}^{-1} \eta_{LL}^B X_{LL}, \\ \begin{pmatrix} C_{SRR}^{(1)}(m_b) \\ C_{SRR}^{(2)}(m_b) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_{SRR}^{(1)}(m_{\tilde{g}}) \\ C_{SRR}^{(2)}(m_{\tilde{g}}) \end{pmatrix} X_{RR}^{-1} \eta_{RR}^B X_{RR}, \\ \begin{pmatrix} C_{SLR}^{(1)}(m_b) \\ C_{SLR}^{(2)}(m_b) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_{SLR}^{(1)}(m_{\tilde{g}}) \\ C_{SLR}^{(2)}(m_{\tilde{g}}) \end{pmatrix} X_{LR}^{-1} \eta_{LR}^B X_{LR}, \end{aligned} \quad (122)$$

ここで

$$\begin{aligned} \eta_{VLL}^B &= \eta_{VRR}^B = \left(\frac{\alpha_s(m_{\tilde{g}})}{\alpha_s(m_t)} \right)^{\frac{6}{21}} \left(\frac{\alpha_s(m_t)}{\alpha_s(m_b)} \right)^{\frac{6}{23}}, \\ \eta_{LL}^B &= \eta_{RR}^B = S_{LL} \begin{pmatrix} d_{LL}^1 & 0 \\ \eta_{b\tilde{g}}^{d_{LL}^1} & d_{LL}^2 \end{pmatrix} S_{LL}^{-1}, \quad \eta_{LR}^B = S_{LR} \begin{pmatrix} d_{LR}^1 & 0 \\ \eta_{b\tilde{g}}^{d_{LR}^1} & d_{LR}^2 \end{pmatrix} S_{LR}^{-1}, \\ \eta_{b\tilde{g}} &= \left(\frac{\alpha_s(m_{\tilde{g}})}{\alpha_s(m_t)} \right)^{\frac{1}{14}} \left(\frac{\alpha_s(m_t)}{\alpha_s(m_b)} \right)^{\frac{3}{46}}, \end{aligned} \quad (123)$$

$$\begin{aligned} d_{LL}^1 &= \frac{2}{3}(1 - \sqrt{241}), \quad d_{LL}^2 = \frac{2}{3}(1 + \sqrt{241}), \quad d_{LR}^1 = -16, \quad d_{LR}^2 = 2, \\ S_{LL} &= \begin{pmatrix} \frac{16 + \sqrt{241}}{60} & \frac{16 - \sqrt{241}}{60} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad S_{LR} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \\ X_{LL} &= X_{RR} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}, \quad X_{LR} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (124)$$

B_s メソンのパラメーター $B_i^{(s)}$ ($i = 2 - 5$) は以下の値を使う [66]. as follows:

$$\begin{aligned} B_2^{(B_s)}(m_b) &= 0.80(1)(4), & B_3^{(B_s)}(m_b) &= 0.93(3)(8), \\ B_4^{(B_s)}(m_b) &= 1.16(2)(_{-7}^{+5}), & B_5^{(B_s)}(m_b) &= 1.75(3)(_{-6}^{+21}). \end{aligned} \quad (125)$$

他方で、 $\hat{B}_1^{(s)}$ には最新の以下の値を使う [58, 67].

$$\hat{B}_1^{(B_s)} = 1.33 \pm 0.06 . \quad (126)$$

D 図による説明

標準モデルでのCPの破れ

小林・益川理論: CP対称性の破れの起源を説明

CKM 行列 (カビボ・小林・益川行列)

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

(Wolfenstein表示)

1, 2世代の混合角
(カビボ角: $\lambda = 0.22$)

対角成分のリーディングオーダーは1

この位相でCP Violation

図 13: 素粒子現象を記述する成功した理論として Standard Model (標準模型) があるが SM (Standard Model) で CP 対称性の破れを説明する理論として小林・益川理論がある。クォークの質量を説明する質量行列を対角化する行列として CKM 行列 (カビボ・小林・益川行列) があるが、その行列は上図のようになっていて対角成分のリーディングオーダーは1である。これは Wolfenstein 表示で表されていて1, 2世代の混合角はカビボ角と呼ばれ $\lambda = 0.22$ である。CKM 行列の1, 2成分はストレンジクォークからアップクォークへの遷移の頻度を表している。また行列の成分の位相として ρ や η があるが、 η が虚数の成分でありこの位相で CP Violation が起こる。

CP Violationには3種類ある

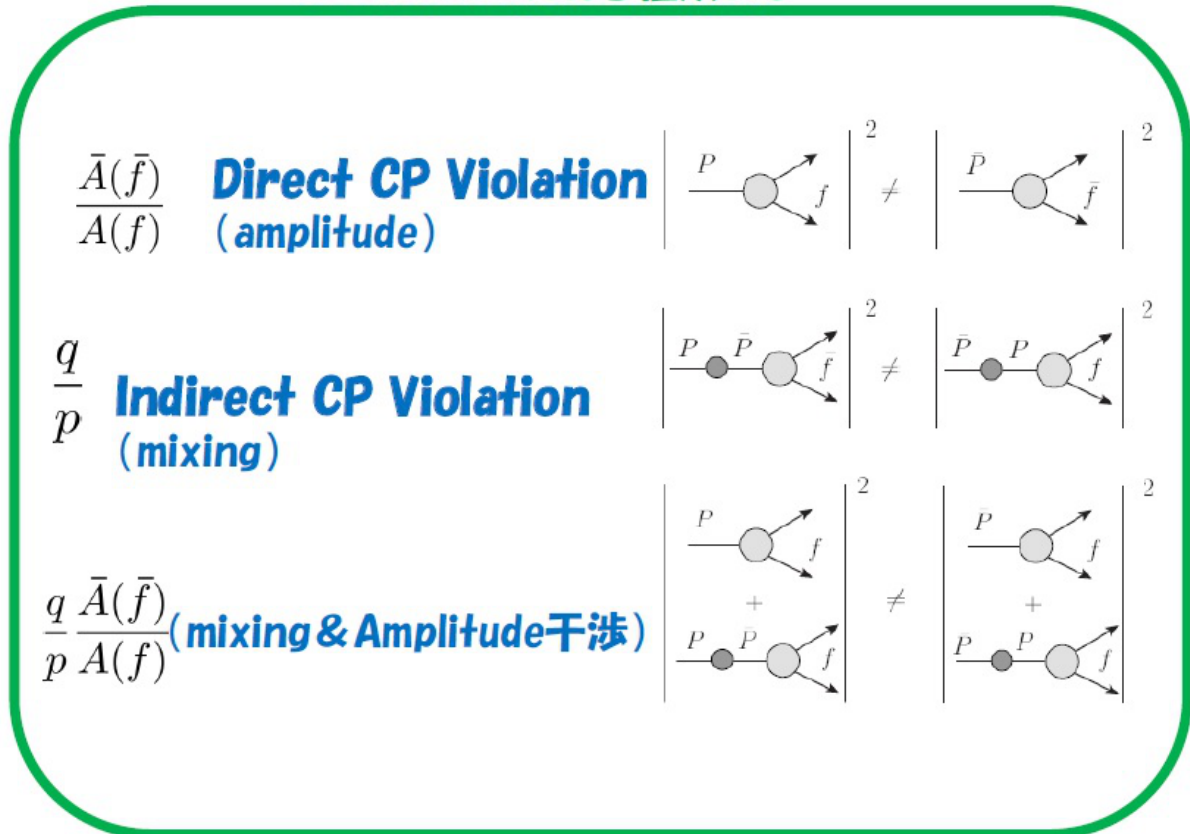


図 14: CP Violation には Direct CP Violation、Indirect CP Violation と Direct CP Violation と Indirect CP Violation の干涉の CP Violation の 3 つがある。まず初めにある中間子の状態から終状態に崩壊する崩壊確率とある反中間子の状態から CP 共役な終状態に崩壊する確率に差がある時、そのまま Direct に（直接）崩壊しているので Direct CP Violation（直接的 CP 非保存）と呼ぶ。（図 A）第二にある中間子の状態から反中間子の状態へ遷移して mixing（混合）を起こし、CP 共役な終状態に崩壊する確率とある反中間子の状態から中間子の状態へ遷移して mixing（混合）を起こし、終状態に崩壊する確率に差がある時、Indirect に（間接）崩壊しているので Indirect CP Violation（間接的 CP 非保存）と呼ぶ。（図 B）第三に Direct に崩壊する崩壊確率振幅と Indirect に崩壊する崩壊確率振幅の干涉で起こる CP Violation がある。（図 C）

CP Violationを式で表すと

$$H_{ij} = M_{ij} - \frac{i}{2}\Gamma_{ij} \quad (i, j = 1, 2), \quad M_{ij} : \text{質量項} \quad \Gamma_{ij} : \text{崩壊項}$$

Amplitude: $A(f) = \langle f|H|P^0 \rangle$: 始状態 P から終状態 f へ遷移する確率振幅、 $\bar{A}(\bar{f}) = \langle \bar{f}|H|\bar{P}^0 \rangle$

$$\left| \frac{\bar{A}(\bar{f})}{A(f)} \right| \neq 1 \Rightarrow a = \frac{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})} = \frac{1 - \left| \frac{A}{\bar{A}} \right|^2}{1 + \left| \frac{A}{\bar{A}} \right|^2} \neq 0 \Rightarrow \text{Direct CP Violation (amplitude由来)}$$

$\frac{q}{p} = \pm \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}}$: **Mixingの度合いを表す量**, M_{12}, Γ_{12} : **Hamiltonianの非対角成分**

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1 \Rightarrow a = \frac{\Gamma(P^0(t) \rightarrow \ell^- X) - \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \ell^+ X)}{\Gamma(P^0(t) \rightarrow \ell^- X) + \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \ell^+ X)} = \frac{1 - \left| \frac{q}{p} \right|^4}{1 + \left| \frac{q}{p} \right|^4} \neq 0 \Rightarrow \text{Indirect CP Violation (mixing由来)}$$

$$\arg\left(\frac{q}{p}\right) + \arg(\bar{\rho}) \neq 0 \Rightarrow a = \frac{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(P^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{P}^0(t) \rightarrow \bar{f})} = \frac{-2 \sin\left(\arg\left(\frac{q}{p}\right) + \arg(\bar{\rho})\right) e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t} \sin(\Delta M t)}{1 + e^{\Delta\Gamma t} + \cos\left(\arg\left(\frac{q}{p}\right) + \arg(\bar{\rho})\right) (1 - e^{\Delta\Gamma t})} \neq 0$$

↓
CP Violation (mixing&litudeの干渉項由来)

図 15: Amplitude とは始状態の中間子の状態 P^0 から終状態 f へ遷移する確率振幅を表し、 $\bar{A}(\bar{f})$ は反中間子の状態 \bar{P}^0 から CP 共役な終状態 \bar{f} へ遷移する確率振幅を表す。第一に Amplitude の比の絶対値が 1 でない時、Asymmetry の分子の部分がゼロでなくなり、粒子の崩壊確率と反粒子の崩壊確率に差が生じ CP の破れが起こる。Amplitude が関係しているため、Amplitude 由来の Direct CP Violation と呼ばれる。第二に Mixing の度合いを表す量の $\frac{q}{p}$ の絶対値が 1 でない時、Asymmetry の分子の部分がゼロでなくなり、粒子の崩壊確率と反粒子の崩壊確率に差が生じ CP の破れが起こる。Mixing の度合いを表す量が関係しているため、Mixing 由来の Indirect CP Violation と呼ばれる。第三に Amplitude の比の絶対値が 1 であって、Mixing の度合いを表す量の $\frac{q}{p}$ の絶対値が 1 であっても、Amplitude の比と Mixing の度合いを表す量の $\frac{q}{p}$ の位相和がゼロでない時、Asymmetry の分子の部分がゼロでなくなり、粒子の崩壊確率と反粒子の崩壊確率に差が生じ CP の破れが起こる。これは Amplitude と Mixing の度合いを表す量の干渉項が関係しているため、Mixing と Amplitude の干渉項由来の CP Violation と呼ばれる。

中性中間子の混合でのCPの破れ

時刻 t での中間子 P を表す状態

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle$$

Schrödinger 方程式

$$i\frac{d}{dt}\psi(t) = H\psi(t)$$

中間子は崩壊するので、ハミルトニアンは

$$H = M - \frac{i}{2}\Gamma$$

\uparrow
質量項

\uparrow
崩壊項

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21} & M_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$$

$P^0 - \bar{P}^0$ 混合が生じる

固有状態

$$|P_1\rangle = p|P^0\rangle - q|\bar{P}^0\rangle$$

$$|P_2\rangle = p|P^0\rangle + q|\bar{P}^0\rangle$$

$$\frac{q}{p} = \pm \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}}$$

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1 \quad \rightarrow \quad \text{CP Violation}$$

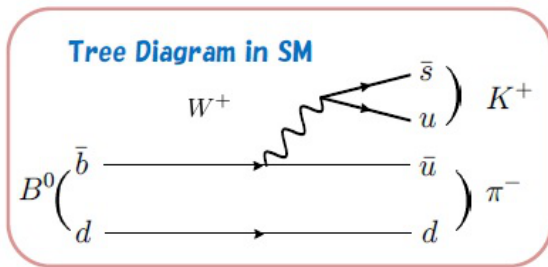
1964年、 $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ で見つかった!

このようなCPの破れを

Indirect CP Violation と呼ぶ

図 16: 時刻 t での中間子 P を表す状態は中間子の状態 P^0 と反中間子の状態 \bar{P}^0 の線形結合で時間発展が与えられる。その状態を満たす方程式はシュレディンガー方程式で、中間子は崩壊するのでハミルトニアンは質量項と崩壊を表す崩壊項の和で与えられる。崩壊するとき粒子数は保存しないので崩壊項の所に虚数単位 i がついている。そして粒子と反粒子の状態があるのでハミルトニアンが 2×2 の行列になる。そのシュレディンガー方程式を対角化すると中間子と反中間子の混合が生じ、固有状態は粒子と反粒子の状態が混合した状態で書ける。そしてそのときの係数の比 $\frac{q}{p}$ が Mixing の度合いをあらわし、その絶対値が 1 でない時、すなわち $\frac{q}{p}$ の成分である M_{12} や Γ_{12} が虚数の成分を持つ時、CP Violation が起きる。1964 年、 $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ の崩壊過程で見つかった。このような CP の破れを Indirect CP Violation と呼ぶ。

Direct CP Violation



Tree Diagram in SM

$$A_f(B^0 \rightarrow f) = T_f e^{i(\delta_T - \gamma_T)} + P_f e^{i(\delta_P - \gamma_P)}$$

$$= T_f \left[1 + r_f e^{i(\delta_f - \gamma)} \right]$$

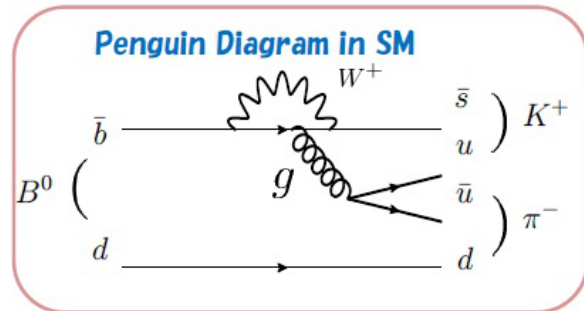
$$\bar{A}_{\bar{f}}(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}) = T_f \left[1 + r_f e^{i(\delta_f + \gamma)} \right]$$

T_f - Tree , P_f -Penguin

r_f - Ratio of Penguin and Tree

$\delta_f = \delta_P - \delta_T$ -strong phase shift

$\gamma = \gamma_P - \gamma_T$ -weak CP phase



Penguin Diagram in SM

CP asymmetry

$$A_f^{dir} \equiv \frac{|A_f|^2 - |\bar{A}_{\bar{f}}|^2}{|A_f|^2 + |\bar{A}_{\bar{f}}|^2}$$

$$= 2r_f \sin \gamma \sin \delta_f$$

**r_f 、 γ と δ_f が分かれば
 A_f^{dir} が計算できる。**

図 17: 素粒子の反応は素粒子の反応図であるファインマンダイアグラムで記述でき、それをもとに素粒子の物理量を計算できる。Direct CP Violation における SM の Tree Diagram は左上図になり、SM のペンギンの Diagram は上右図になる。 B^0 粒子から終状態への Decay Amplitude (崩壊振幅) は Tree (反応の主な部分で木の幹という意味からきている) の項と Penguin (Diagram をみると動物のペンギンのような形をしていることから名付けられた) の項で書ける。 T_f は Tree の diagram からの寄与の大きさの部分で、 P_f はペンギンの diagram からの寄与の大きさの部分で r_f はペンギン diagram と tree diagram の寄与の大きさの比である。 δ_f は strong phase shift と言い、クォークが散乱するとき波動関数の位相が shift (変化) する度合いであり、 γ は weak CP phase といい、CP の破れのソースになる CKM(カビボ・小林・益川) 行列からくる位相である。 \bar{B}^0 粒子から CP 共役な終状態への Decay Amplitude は weak CP phase のところだけ符号を変える。これは CP 変換したためである。一方 strong phase shift はただの波動関数の位相であるため CP 変換で符号を変えない。そして Asymmetry を計算してやるとノンゼロになる。これは weak CP phase のみ符号を変えたためである。よって r_f と γ と δ_f が分かれば direct CP Violation の Asymmetry が計算できる。そして r_f と γ と δ_f がノンゼロの時、つまり weak CP phase と strong phase shift のどちらも値を持つ時に direct CP Violation (直接的 CP 非保存) が起こる。

SUPER SYMMETRY (超対称性)

(新しいCPの破れのソース)

・New PhysicsとしてSUSYを導入しSquarkの Flavor mixingを考え、CP Violationを示す物理量であるAsymmetryの最新の実験データと consistentなSUSYのパラメータ領域を探す。

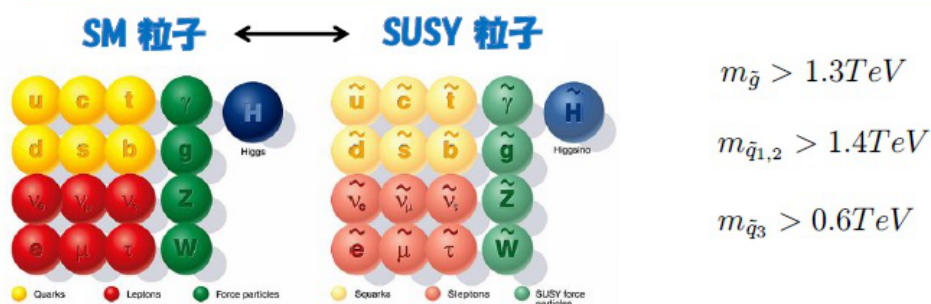


図 18: Super Symmetry (超対称性) とはスピンの整数であるボゾンとスピンが反整数であるフェルミオンの入れ替えで物理法則が不変になる対称性のことで SUSY (Super Symmetry) を仮定すると SM の粒子に対応する SUSY 粒子がでてくる。そして質量行列も 6×6 行列になり、それを対角化する混合行列に新しい CP の破れのソースとなる SUSY のパラメータが出てくる。そのパラメータの Asymmetry の最新の実験データと consistent な領域を探す。ここで現在の実験の制限から SUSY 粒子であるグルイーノ \tilde{g} は 1.3TeV 以上で第 1、2 世代のスクォーク $\tilde{q}_{1,2}$ は 1.4TeV 以上、第 3 世代のスクォーク \tilde{q}_3 は 0.6TeV 以上であることが分かっている。

参考文献

- [1] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **73** (2013) 2373 [arXiv:1208.3355].
- [2] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 241802 [arXiv:1303.7125].
- [3] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **110**, 221601 (2013) [arXiv:1304.6173].
- [4] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. D* **87** (2013) 112010 [arXiv:1304.2600].
- [5] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *JHEP* **1307** (2013) 084 [arXiv:1305.2168].
- [6] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *JHEP* **1308** (2013) 131 [arXiv:1304.6325].
- [7] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *New J. Phys.* **15**, 053021 (2013) [arXiv:1304.4741].
- [8] M. Vesterinen [LHCb Collaboration], *PoS Beauty* **2013** (2013) 005 [arXiv:1306.0092].
- [9] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 021801 [arXiv:1211.2674].
- [10] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 031801 [arXiv:1210.4492].
- [11] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 101803 [arXiv:1112.3183].
- [12] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Lett. B* **707** (2012) 497 [arXiv:1112.3056].
- [13] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.
- [14] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *JHEP* **1310** (2013) 183 [arXiv:1308.1428].
- [15] R. Fleischer and S. Recksiegel, *Eur. Phys. J. C* **38** (2004) 251 [hep-ph/0408016].
- [16] S. Baek, D. London, J. Matias and J. Virto, *JHEP* **0602** (2006) 027 [hep-ph/0511295].
- [17] S. Descotes-Genon, J. Matias and J. Virto, *Phys. Rev. Lett.* **97** (2006) 061801 [hep-ph/0603239].
- [18] S. Baek, D. London, J. Matias and J. Virto, *JHEP* **0612** (2006) 019 [hep-ph/0610109].
- [19] M. Ciuchini, M. Pierini and L. Silvestrini, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 031802 [hep-ph/0703137].
- [20] B. Bhattacharya, A. Datta, M. Imbeault and D. London, *Phys. Lett. B* **717** (2012) 403 [arXiv:1203.3435].
- [21] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert and C. T. Sachrajda, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1914 [hep-ph/9905312].
- [22] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert and C. T. Sachrajda, *Nucl. Phys. B* **591** (2000) 313 [hep-ph/0006124].
- [23] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], *Phys. Rev. D* **87** (2013) 012008 [arXiv:1208.0949];
G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **73** (2013) 2362 [arXiv:1212.6149];
S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], *Phys. Lett. B* **713** (2012) 408 [arXiv:1205.0272];
S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], *Phys. Lett. B* **725** (2013) 243 [arXiv:1305.2390];
A. Hoecker (CERN), Talk at Lepton-Photon Symposium, San Francisco, June 24, 2013.

- [24] S. F. King, JHEP **1009** (2010) 114 [arXiv:1006.5895].
- [25] M. Endo, S. Shirai and T. T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **125** (2011) 921 [arXiv:1009.3366].
- [26] M. Endo and N. Yokozaki, JHEP **1103** (2011) 130 [arXiv:1012.5501].
- [27] J. Kubo and A. Lenz, Phys. Rev. D **82** (2010) 075001 [arXiv:1007.0680].
- [28] Y. Kaburaki, K. Konya, J. Kubo and A. Lenz, Phys. Rev. D **84** (2011) 016007 [arXiv:1012.2435].
- [29] P. Ko and J. -h. Park, Phys. Rev. D **80** (2009) 035019 [arXiv:0809.0705].
- [30] P. Ko and J. -h. Park, Phys. Rev. D **82** (2010) 117701 [arXiv:1006.5821].
- [31] R. -M. Wang, Y. -G. Xu, Q. Chang and Y. -D. Yang, Phys. Rev. D **83** (2011) 095010 [arXiv:1102.2031].
- [32] J. K. Parry, Phys. Lett. B **694** (2011) 363 [arXiv:1006.5331].
- [33] M. Arana-Catania, S. Heinemeyer, M. J. Herrero and S. Penaranda, JHEP **1205** (2012) 015 [arXiv:1109.6232].
- [34] A. Hayakawa, Y. Shimizu, M. Tanimoto and K. Yamamoto, Phys. Lett. B **710** (2012) 446 [arXiv:1202.0486].
- [35] Y. Shimizu, M. Tanimoto and K. Yamamoto, Prog. Theor. Phys. **128** (2012) 273 [arXiv:1205.1705].
- [36] Y. Shimizu, M. Tanimoto and K. Yamamoto, Phys. Rev. D **87** (2013) 056004 [arXiv:1212.6486].
- [37] Y. Shimizu, M. Tanimoto and K. Yamamoto, Phys. Lett. B **726** (2013) 747 [arXiv:1307.0374].
- [38] A. Hayakawa, Y. Shimizu, M. Tanimoto and K. Yamamoto, arXiv:1311.5974.
- [39] I. I. Bigi and A. I. Sanda, "CP Violation", Cambridge University Press, 2009.
- [40] T. Muta, A. Sugamoto, M. -Z. Yang and Y. -D. Yang, Phys. Rev. D **62** (2000) 094020 [hep-ph/0006022].
- [41] A. K. Giri and R. Mohanta, JHEP **0411** (2004) 084 [hep-ph/0408337].
- [42] G. Buchalla, A. J. Buras and M. E. Lautenbacher, Rev. Mod. Phys. **68** (1996) 1125 [hep-ph/9512380].
- [43] T. Aushev, W. Bartel, A. Bondar, J. Brodzicka, T. E. Browder, P. Chang, Y. Chao and K. F. Chen *et al.*, "Physics at Super B Factory," arXiv:1002.5012.
- [44] J. Charles *et al.* [CKMfitter Group], Eur. Phys. J. C **41** (2005) 1 [hep-ph/0406184].
- [45] Y. Amhis *et al.* [Heavy Flavor Averaging Group], arXiv:1207.1158.
- [46] A. J. Buras, hep-ph/9806471.
- [47] M. Misiak, H. M. Asatrian, K. Bieri, M. Czakon, A. Czarnecki, T. Ewerth, A. Ferroglia and P. Gambino *et al.*, Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 022002 [hep-ph/0609232].

- [48] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Rev. D **86** (2012) 010001.
- [49] K. Fuyuto, J. Hisano, N. Nagata and K. Tsumura, JHEP **1312** (2013) 010 [arXiv:1308.6493].
- [50] J. Hisano and Y. Shimizu, Phys. Lett. B **581** (2004) 224 [hep-ph/0308255].
- [51] J. Hisano and Y. Shimizu, Phys. Rev. D **70** (2004) 093001 [hep-ph/0406091].
- [52] J. Hisano, M. Nagai and P. Paradisi, Phys. Rev. D **80** (2009) 095014 [arXiv:0812.4283].
- [53] K. Fuyuto, J. Hisano and N. Nagata, Phys. Rev. D **87** (2013) 054018 [arXiv:1211.5228].
- [54] A. Pomarol and D. Tommasini, Nucl. Phys. B **466** (1996) 3 [hep-ph/9507462];
R. Barbieri, G. R. Dvali and L. J. Hall, Phys. Lett. B **377** (1996) 76 [hep-ph/9512388];
R. Barbieri, G. Isidori, J. Jones-Perez, P. Lodone and D. M. Straub, Eur. Phys. J. C **71** (2011) 1725 [arXiv:1105.2296];
A. Crivellin, L. Hofer and U. Nierste, arXiv:1111.0246;
R. Barbieri, D. Buttazzo, F. Sala and D. M. Straub, JHEP **1207** (2012) 181 [arXiv:1203.4218];
A. J. Buras and J. Girrbach, JHEP **1301** (2013) 007 [arXiv:1206.3878].
- [55] F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero and L. Silvestrini, Nucl. Phys. B **477** (1996) 321 [hep-ph/9604387].
- [56] F. Mescia and J. Virto, Phys. Rev. D **86** (2012) 095004 [arXiv:1208.0534].
- [57] For example, see S. P. Martin, “A Supersymmetry primer,” in *Kane, G.L. (ed.): Perspectives on supersymmetry II* 1-153 [hep-ph/9709356].
- [58] M. Ciuchini (UTfit), ” Flavor Physics in the LHC era”, talk slide at KEK-FF, March 2013 (<http://www.utfit.org>).
- [59] L. Hofer, D. Scherer and L. Vernazza, JHEP **1102** (2011) 080 [arXiv:1011.6319].
- [60] V. L. Chernyak and A. R. Zhitnitsky, Phys. Rept. **112** (1984) 173.
- [61] V. M. Braun and I. E. Filyanov, Z. Phys. C **48** (1990) 239 [Sov. J. Nucl. Phys. **52** (1990) 126] [Yad. Fiz. **52** (1990) 199].
- [62] Y. -Y. Keum, H. -n. Li and A. I. Sanda, Phys. Lett. B **504** (2001) 6 [hep-ph/0004004].
- [63] Y. Y. Keum, H. -N. Li and A. I. Sanda, Phys. Rev. D **63** (2001) 054008 [hep-ph/0004173].
- [64] X. Yu, Z. -T. Zou and C. -D. Lu, Phys. Rev. D **88** (2013) 054018 [arXiv:1307.7485].
- [65] T. Goto, <http://research.kek.jp/people/tgoto/> .
- [66] D. Becirevic, V. Gimenez, G. Martinelli, M. Papinutto and J. Reyes, JHEP **0204** (2002) 025 [hep-lat/0110091].
- [67] J. Flynn, ”Lattice phenomenology”, talk slide at KEK-FF, March 2013.