

①

管内空気柱の共振周波数を利用した変位及び長さ測定の研究

Research of Measurment of Displacement and Length by Means of
Resonant Frequency of Air Column in a Pipe

平成 3 年 3 月

坂 本 秀 一

新潟大学大学院自然科学研究科
生産科学専攻

March, 1991

Syuichi SAKAMOTO

Course of Industrial Science

Graduate School of Science and Technology

Niigata University

目 次

	頁
第1章 緒 論	1
1.1 本研究の目的	1
1.2 本研究の背景	2
1.3 本論文の概要	4
第2章 吹鳴式変位センサにおける実験結果	6
2.1 緒言	6
2.2 記号	6
2.3 本変位測定法の原理	7
2.4 測定の方法と結果	9
2.4.1 実験装置	9
2.4.2 測定機器	9
2.4.3 実験方法	12
2.4.4 実験結果	12
2.5 動的端補正と位相進角の関係	15
2.5.1 共鳴周波数と発音周波数	15
2.5.2 測定方法	15
2.5.3 測定結果と実験的解析	16
2.5.4 矩形ノズルを採用したセンサ	19
2.5.5 測定結果と実験的解析	22
2.6 補助センサによる温度補償	34
2.6.1 誤差相殺の原理	34
2.6.2 実験装置	35
2.6.3 実験方法	35
2.6.4 実験結果	38
2.7 結言	41
第3章 吹鳴式変位センサにおける理論解析	43
(等価回路と流速分布による理論解析)	
3.1 緒言	43
3.2 記号	43
3.3 理論解析のための実験モデル	45

3.4	ジェットの数学的記述	46
3.4.1	音響的駆動源 Q_0	46
3.4.2	ジェット膜の揺動体積流 Q_m	48
3.4.3	パイプ内の音響的体積流 Q_p	48
3.5	等価回路	49
3.6	フィードバック・ループ	49
3.7	増幅関数	52
3.8	帰還関数	52
3.8.1	減衰伝搬を伴う管路の伝達マトリックス	52
3.8.2	減衰伝搬を伴う分岐管の伝達マトリックス	56
3.8.3	パイプの入力インピーダンス Z_p	57
3.8.4	マウスの四端子定数	57
3.8.5	ジェットの揺動インピーダンス Z_j	59
3.8.6	マウスからの放射インピーダンス Z_r	59
3.8.7	帰還関数 β の導出	59
3.9	発音方程式	60
3.10	測定機器	60
3.11	流速の測定	62
3.12	発音点の図的解法	62
3.13	理論値と実験値の比較	64
3.14	結言	77
3.15	付録	78
3.15.1	付録 1	78
3.15.1	付録 2	79
3.15.1	付録 3	80
3.15.1	付録 4	82
第4章	音響信号を利用した変位センサ (スピーカと電氣的フィードバックループによる共鳴法)	83
4.1	緒言	83
4.2	記号	83
4.3	本測定法の原理	85
4.4	測定機器	85
4.5	伝達関数の測定	87

4.6	本装置の動作	89
4.7	実験方法および結果	92
4.8	理論解析	94
4.8.1	等価回路	94
4.8.2	空気柱の部分	94
4.8.3	スピーカ前室とその頸部	96
4.8.4	マイク前室とその頸部	97
4.8.5	入力インピーダンス	98
4.9	理論値と実験値の比較	98
4.10	結言	102
第5章	音響信号を利用した管の長さ測定 (管内空気柱の共振周波数検出)	103
5.1	緒言	103
5.2	記号	103
5.3	本測定法の原理	104
5.4	測定機器	105
5.5	両端閉口管について	107
5.5.1	装置について	107
5.5.2	等価回路とインピーダンスの導出	108
5.6	両端開口管について	109
5.6.1	装置について	109
5.6.2	等価回路とインピーダンスの導出	111
5.7	伝達関数が示す共振点	112
5.8	計算値と実験値の比較	112
5.9	経時変化と温度特性	112
5.10	本測定法の応用例	120
5.11	結言	120
第6章	結 論	121
	文 献	122
	謝 辞	124
	発表論文一覧	125

第1章 緒論

1.1 研究の目的

超精密加工の発展につれて、工作機械や加工物の精度は年ごとに急速に高くなっている。工作機械や加工物の精度を精密に測定するためには様々な方法があり、近年ではレーザを用いた測定法が注目されているが高価であるため一般に使用するのは難点がある。精度が高く、安価で簡単な測定方法が生産現場では要求されている。

そこで、これらの社会的要望に答えるべく、管内に発生する音響の周波数変化を利用した独創的アイディアに基づく変位センサおよび管長測定の研究を行ってきた。

ここで、一般的な接触式測定法の特徴と欠点を挙げてみる。

まず、最も一般的なノギスは、測定範囲も広く、扱いが簡単であるが、精密な測定法とはいえない。

次に、マイクロメータは比較的測定範囲も広いが、精度は一般に $10\mu\text{m}$ 止まりである。中には、マイクロメータヘッド内にフォトディテクタを内蔵し、ねじスピンドルの回転を細かいパルスのカウントに変換して $1\mu\text{m}$ の精度を実現したものがあるが、これはマイクロメータヘッドとしてはかなり高価である。また、マイクロメータでは被測定物側の変位を測定するような使い方は出来ない。

被測定物側の変位を測定できるものとしては、ダイヤルゲージや指針測長器が挙げられるが、ダイヤルゲージはバックラッシュが大きく、指針測長器は測定範囲が狭い。また、いずれも変位を機械的に拡大しているので、測低圧をある程度以上小さくすることが出来ない欠点を持っている。

加工物が触針によって変形したり、損傷を受けたりするようなものである場合を除けば、生産現場においては依然として、接触式の測定法の需要は多い。しかし、上述のような接触圧による影響を避けるために、接触圧は次第に小さくなる傾向にある。

このような中で、電気マイクロメータ⁽¹⁾⁻⁽¹¹⁾は作動変圧器を変換器に用いたものが多く、機械的に簡単な構造であるため、接触圧を小さくできる特徴がある。また、感度を選ぶことにより測定範囲と精度の兼ね合いを選択できる。最大に感度を上げた場合では総合精度は $0.2\mu\text{m}$ が得られるが測定範囲は $\pm 30\mu\text{m}$ 程度のものがほとんどである。

さて、本研究における接触式の変位センサについて簡単に説明すると、その原理は、管内空気柱が共鳴状態にあるとき管の一端から差し込んだブランジャを接触子とすることにより、測定物の変位が空気柱長さの変化に対応し、音響の周波数が変化する現象に着目したものである。この方法によれば、 $1\mu\text{m}$ の精度で 2mm 前後の測定範囲が得られ、また、測定範囲と精度の兼ね合いを選択することも可能である。さらに、センサ内部の構成部品が

皆無であるため、測定圧を小さくすることも容易である。

また、新しい管長測定法についても研究を行った。管の長さの簡易な測定方法として、従来はノギス、巻尺等が広く用いられてきたが、これらの方法に測定精度を求める事には無理がある。また高精度な測定器であっても可搬性のあるものは見当たらない。さらに、管が地中や液体中などに埋設されている場合となると、測定には困難が付きまとう。そこでこのような問題を無くした新しい測定方法として、管内の空気柱の共鳴現象を利用して管の長さを測定する方法を考案した。

このように本研究は音響の周波数変化を利用して変位測定、位置決め、管長測定を行う独創的な考えに基づくものであり、安価で、高精度、高信頼性、広用途なセンサを開発し、生産の自動化、計測分野の発展、工場の無人化、等にも寄与するものである。

1. 2 研究の背景

本論文における第2章および第3章で扱う吹鳴式の変位センサにおける発音機構は、オルガンパイプに代表されるエアリード楽器の発音機構と同一のものであるので、後の理論解析に先立ち、オルガンパイプの発音機構の研究に関する歴史的な経緯をまず述べる。

19世紀の物理学者Helmholtz⁽¹⁻²⁾とRayleigh⁽¹⁻³⁾は互いに異なった観点から研究し、その後の研究の発展の端緒を与えた。Helmholtzはジェットの揺動変位と流速に応じた音響的体積速度がパイプを駆動するならば、エネルギーを発生するためには、エッジ付近のパイプ内音圧が正の位相を持つ瞬間に、ジェットの体積速度がパイプの中に吹き込まなければならないと考えた。また、Rayleighはエッジ付近の粒子速度が最大になる瞬間にジェットの体積速度がパイプの中に入り込むや否やその動きを止められてしまい、その結果発生する圧力によってパイプを駆動しているはずであると主張した。そして、エネルギーを供給して発音を維持するための駆動方法に関する彼らの定性的な説明は、共に正しかった事が最近になって判明した。

また、1930年代にBrown^(1-4,5)は層流ジェットが音場に突入するときの振舞いを研究している。彼の撮った写真によれば、ジェットは進行するにつれて振幅が増大する曲がりくねった波となり、最終的には、互いに反対方向に回転する2列の渦に分裂していることが判った。しかし、Brownの先駆的な研究を無批判にオルガンパイプに当てはめようとした結果、オルガンパイプの発音はエッジ・トーンの発音と混同され、誤った記述^(1-6~9)が流布してしまった。この誤った認識の原因は、音場におけるジェットの振舞いを、その最終段階である渦として捉えようとしたからに他ならない。

ところが普通のオルガンパイプでは、スリット(マウス上のジェットの出発点)とエッジとの間の距離は10mm前後であり、ジェットが渦にまで成長するには短すぎる距離である。したがって、オルガンパイプではジェットをその初期段階の振幅が増大していく揺動とし

て捉えなければならない。実吉⁽¹⁻¹⁰⁾による先駆的な研究の着眼は、ジェットがスリットを出てエッジまで走行するのに要する時間がオルガンパイプの発音をコントロールしているという点にある。また、Coltman⁽¹⁻¹¹⁾がオルガンパイプにおけるジェットの振舞いを写真に撮影した結果、ジェットは薄い膜が風にはためいているような運動をしており、エッジを横切って上下に振動し、パイプの内外に交互に切り替わっていることが判明した。その後、安藤^(1-12~14)は実吉と奥島の理論的考察を踏まえながら、さらに楽器の実用設計を目指して、フルートの発音条件に関する詳細な実験的研究を行った。その結果、発音に最も大きな影響を持つ条件はジェットの流速とジェットの長さ(マウス上のジェットの出発点からエッジまでの距離)であることが判った。この実験結果は、先に述べた「発音をコントロールするものは、ジェットの走行時間である」という観点の妥当性を証明したものである。Helmholtz⁽¹⁻²⁾が最初に提案したこの駆動方法は実吉と奥島、Cremer and Ising⁽¹⁻¹⁵⁾らの研究やその後の研究を経て「流量駆動モデル」と呼ばれるようになった。また、Rayleighが最初に考案した駆動方法は、その後Coltman⁽¹⁻¹¹⁾によって実験的に検証され、「圧力駆動モデル」と呼ばれるようになった。そして、上記の2つの駆動モデルは、ジェットの運動量流束の保存を考えることによって、Elder⁽¹⁻¹⁶⁾とFletcher⁽¹⁻¹⁷⁾が一般的に定式化した。このようにして、マウスの音場におけるジェットの振舞いや駆動方法は明確になってきたが、吉川、実吉⁽¹⁻¹⁸⁾は定常的な発音状態で全体系で生じている相互作用をフィードバックの原理に基づいて定式化することによって、ジェット、マウス、パイプという全体系における発音条件を初めて定式化し、発音時の流速と発音周波数を予測し得る発音理論を完成させた。

さて、本論文における3章以降の解析では、アナロジーによる伝達マトリックス法を用い、解析の明瞭化および簡素化を図っている。以下、この伝達マトリックス法に関する研究の経緯を述べる。

エンジンや圧縮機の消音器の減音量、ファンダクト系での超低周波音問題などを検討する場合、伝達マトリックス法による解析が広く行われている。この手法によれば、複素管路要素をブラックボックスとして、伝達マトリックスによりつないで行くことが出来る。同手法は、管路内で1次元平面波理論が成立する範囲で有効であり、その解析精度は各構成管路要素の伝達マトリックスおよび音響インピーダンスの推定精度に大きく依存している。

そこで、管路要素の伝達マトリックスをはじめ、音響インピーダンス、伝搬定数、反射係数など、管路の各音響特性を計測し、その計測値に基づいて全体系を解析する実験的音響管路解析手法の確立が進められている。その例として、Seybert and Ross⁽¹⁻¹⁹⁾およびBlaster and Chung⁽¹⁻²⁰⁾らは剛壁ダクトに対し、ペアマイクロホン法によって反射係数、音響インピーダンスを計測する手法を提唱し、その妥当性を確認している。また、須山、

平田ら⁽¹⁻²¹⁾は鋼管内平面波における減衰定数が解析上無視できないことを示し、実験回帰式によりその値を求め、一般的に用いることが出来る伝達マトリックスとしている。さらに最近、西村、深津⁽¹⁻²²⁾らは減衰を含む一般管路の各種音響特性を4つのマイクロホンを用いて計測する方法を報告している。

本論文で扱う管路、特に変位センサにおいては、その大きさ故に上述の計測例のような特性を計測するためのマイクロホンを管路内に埋め込むことは困難である。したがって、管内平面波の減衰を解析に取り入れるにあたっては、先の須山、平田らが提案した実験回帰式による減衰定数を用いている。

1.3 本論文の概要

第2章 吹鳴式変位センサにおける実験結果

小さな一端閉口管の開口端に圧縮空気を吹き付けると音響が発生する。そのとき管内空気柱の長さを変化させると発生している音響の周波数は変化する。この現象に着目し、本変位センサは物体の変位を音響の周波数に対応させて精密に測定しようとするものである。

第2章においては、変位測定の実験を行い、空気柱長さと発生する周波数との関係を明らかにする。次に、発音周波数と共鳴周波数のずれの主因である空気ジェットの流れを測定し、実験的解析を行う。次に、温度変化と圧力変動が発音周波数に与える影響を調べるとともに、同じ構造を持つ補助的なセンサを設置し、先の誤差要因の排除を試みた。

第3章 吹鳴式変位センサにおける理論解析

(等価回路と流速分布による理論解析)

第3章では、上述のセンサの発音機構はエアリード楽器のフィードバック発音機構と同一のものであることから、エアリードを持つ一端閉口の共鳴管(犬笛、一端閉口のオルガンパイプなど)として扱うことにより、等価回路を導いた。また、吹き付ける空気の流速の測定結果を導入した理論計算を行って発音周波数を算出すると共に、発音条件を満たすかどうかを求め、実際の吹鳴実験との比較を行った結果について記述する。

第4章 音響信号を利用した変位センサ

(スピーカと電氣的フィードバックループによる共鳴法)

第4章において扱う変位センサは、被測定物の変位を空気柱の共鳴周波数に対応させるという前章までのアイデアを生かし、空気源に代わって音源をスピーカとし、マイク、PLL(位相同期ループ)デバイス等を用いて、電子回路によりフィードバックループを構成し発振させるものである。

まず、本センサの概要と動作原理を説明し、次に実験を行い、空気柱長さと発振周波数

の関係の一例を示す。

次に、等価回路を導き、センサの音響系を理論解析し、実験結果と比較する。

第5章 音響信号を利用した管の長さ測定

(管内空気柱の共振周波数検出)

第5章では、第4章における電子回路によりフィードバックループを構成し発振させる方法を応用し、管の共振点を検出することにより管の長さを測定する方法について記述する。まず、被測定管を両端閉口とした場合の装置を紹介し、解析を行う。続いて両端開口とした場合の装置を紹介し解析を行う。さらに、実験値と計算値の比較を行う。

また、本測定法の応用例として、曲がり管の長さを同定した測定例を示す。

第6章 結論

本研究で得られた成果を総括する。

第2章 吹鳴式変位センサにおける実験結果

2.1 緒言

一端閉口パイプの開口端に圧縮空気を吹き付けると音響が発生する。そのとき管内空気柱の長さを変化させると発生している音響の周波数は変化する。この現象に着目し、本変位センサは物体の変位をパイプに発生する音響の周波数に対応させて精密に測定しようとするものである。

本章においては、まず、このセンサを用いて変位測定の実験を行い、空気柱長さと発生する周波数との関係を明らかにする。

次に、発音周波数と共鳴周波数のずれの主因である空気ジェットの流れを測定し、実験的に解析を行う。

さらに、流速の測定及び解析に適するよう、形状を理想化したセンサを用いて実験データを基に発音状態を解析する。

ところで、本センサは、共振周波数が温度によって左右されるという欠点があり、また、吹き付け圧力の変動による周波数変動も若干みられる。そこで、温度変化と圧力変動に着目し、それらが発音周波数に与える影響を調べるとともに、このセンサの本来持っている性能を実際の環境変化の中でも発揮できるよう、新たに、同じ構造を持つ補助的なセンサを設置し、これらの誤差要因を排除することを試みた。

以上の結果について記述する。

2.2 記号

本章において使用する記号を以下のように定める。

- a_n : マウス面の等価半径
- c : 音速
- D_p : パイプ内径
- d : ジェットの横断距離
- E : Benadeの端補正
- f : 共鳴周波数
- f_s : 発音周波数
- f_1 : 主センサの発音周波数
- f_2 : 副センサの発音周波数
- f^* : f_1/f_2
- i : 熱線プローブの位置

- l : 空気柱長さ
- l_m : マウス部分の等価長さ
- l_T : 空気柱の実効長さ
- l_1 : 主センサの空気柱長さ
- l_2 : 副センサの空気柱長さ
- l^* : l / D_0
- M : マッハ数
- n : 倍音次数 ($n=1,2,3,\dots$)
- p : 静圧
- p_0 : 全圧
- t : 気温
- U : 平均流速
- U_i : リップから i 番目の測定点における平均流速
- w : マウス面におけるフランジ幅
- Δf : $f - f_s$
- Δf^* : $\Delta f / f$
- Δx : 熱線プローブを動かすステップ
- ε : マウスの形状によって決まる定数
- θ_0 : マウス上のジェットの位相進角
- ρ : 空気の比重
- τ_0 : マウス上のジェットの走行時間

2.3 本変位測定法の原理

パイプの一端に空気を吹き付けると音が発生するという現象は、エアリード楽器(フルート、ピッコロ、オルガンパイプ、尺八など)の発振機構として知られている。これらの楽器ではパイプ寸法や吹き付ける空気の圧力などを変化させて周波数を変化させている。

この変位測定法は、次の原理を利用している。すなわち、図2-1に示すように、ノズルを通して圧縮空気を固定したパイプの一端に吹き付け、パイプに音響を発生させる。このとき、物体が変位すると、パイプの他端から差し込まれたプランジャが変位することにより、空気柱長さが変化し、それにともなって共鳴周波数が変化する。

そして、このときの共鳴周波数は、一端閉口パイプの基本共鳴周波数に準ずるため、共鳴周波数の計算式は、明快であることがわかる。このように空気柱長さと周波数変化との関係を利用して高精度に変位を測定するものである。

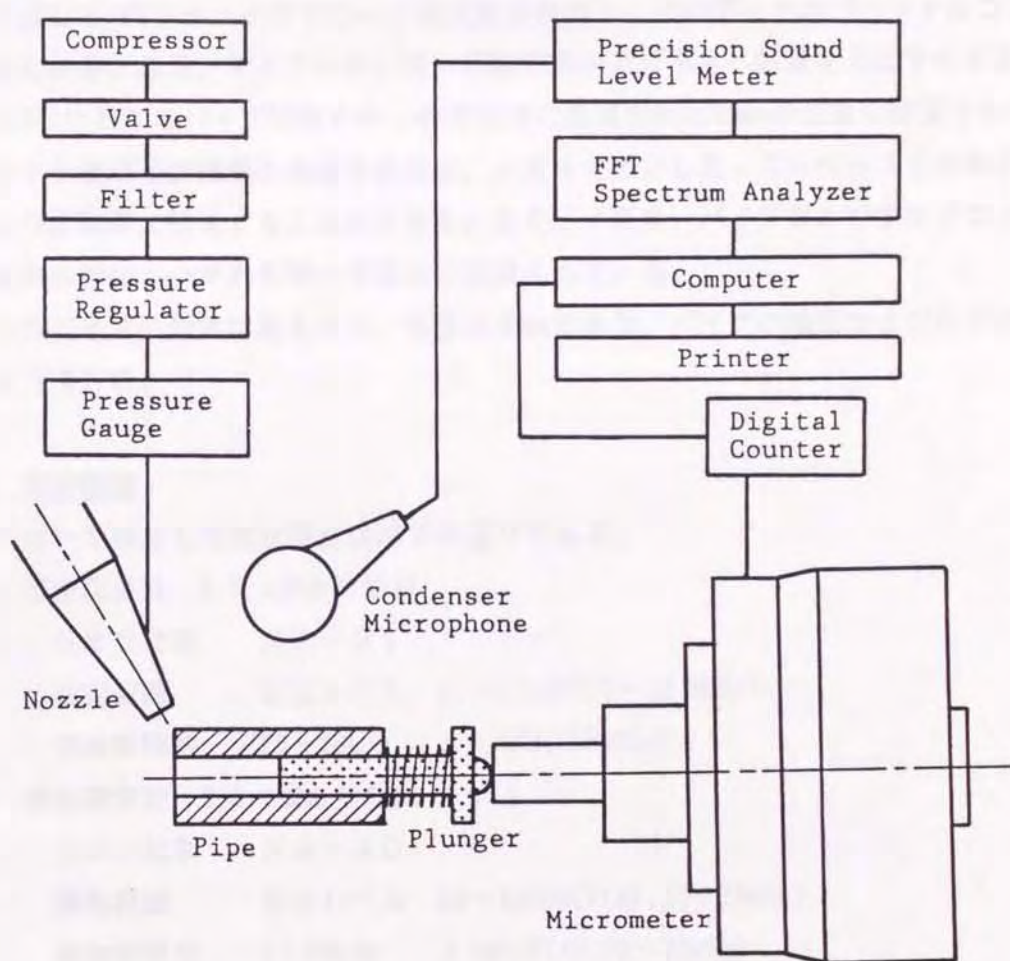


図 2-1 吹鳴式センサのブロック図

2.4 測定の方法と結果

2.4.1 実験装置

実験装置の構成は図2-1に示したとおりである。コンプレッサから送られてきた圧縮空気をフィルタに通しレギュレータにより一定圧力にし、ノズルから固定したパイプ端面にジェット状の空気を吹き付ける。パイプの他端から差し込まれたプランジャは、スプリングによりマイクロメータヘッドに押し付けられ、マイクロメータヘッドの移動によりプランジャの変位を正確に知ることができる。

空気柱に発生する音はパイプ端面近くに設定したコンデンサマイクロホンに入り、精密騒音計を通してFFTアナライザでピーク周波数を検出し、そのデータはパーソナルコンピュータに送られる。なお、マイクロホンは、圧縮空気が音響測定へ影響を及ぼすのを避けるため、図2-1におけるパイプ端面の中心から紙面に垂直方向に20mmの位置に設置されている。空気ジェットとパイプ端面とのなす角度は、ノズルを固定したノズルベースを回転させることにより広範囲に設定することができる。また、ノズル、パイプおよびマイクロメータヘッドの中心線は、いずれも同一平面上に設置されている。

使用したパイプの材質は真ちゅう、外径は6mmであり、パイプの端面および内面は精密に仕上げ加工した。

2.4.2 測定機器

本章において使用した測定機器は以下の通りである。

1) 精密騒音計 2.5.3項まで使用

リオン社製 NA-51

測定範囲 音圧レベル 40~130dB(20~12.5kHz)

周波数特性 20~20kHz ± 0.5 dB(20HzFLAT)

2) 精密騒音計 2.5.4項より使用

リオン社製 NA-40

測定範囲 音圧レベル 35~130dB(FLAT, 20~20kHz)

周波数特性 2~70kHz ± 3 dB(FLAT, 20~20kHz)

3) コンデンサ マイクロホン 2.5.3項まで使用

リオン社製 UC-11

外径 $\phi 23.77$ mm

感度 -46dB (0dB= 2×10^{-4} μ bar)

容量 60pF (at 500Hz, pv200V)

周波数特性 20~10kHz (± 1 dB)

20~12.5kHz (+1, -2dB)

4) コンデンサ マイクロホン 2.5.4項より使用

リオン社製 UC-29
外径 $\phi 7.00\text{mm}$
感度 -47dB
容量 8pF (pv200V)
周波数特性 $20\sim 70\text{kHz}$ $\pm 0.5\text{dB(FLAT)}$

5) FFT デジタル スペクトラム アナライザ

アドバンテスト社製 TR-9404 (改)

周波数軸分析レンジ $1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1\text{k}, 2\text{k}, 5\text{k}, 10\text{k},$
 $20\text{k}, 50\text{k}, 100\text{kHz}$ (16レンジ)

分解能 400ライン

ランニングズーム機能

各周波数レンジにおいて、任意のスペクトルを、測定時にリアルタイムで拡大可能。(倍率: $2\sim 256$ 倍、バイナリ)

総合分解能 周波数レンジ/倍率/400 [Hz]

インターフェース GP-IB

6) マイクロメータヘッド

(高精度デジマチックヘッド)

三豊製作所製 MHD-25H

測定範囲 25mm

測定子 超硬チップ、平面測定子

総合情報 0.001mm 以内

7) デジタル カウンタ

三豊製作所製 ARC-17001

最小読取值 0.0001mm

指示範囲 ± 999.9999

軸数 1

検出器 デジマチックヘッド

8) 圧力調整器

(プレッシャー レギュレータ)

SMC製 IR200

最大供給圧力 $6.9 \times 10^5 \text{Pa}$

調整圧力範囲 $5 \times 10^3 \sim 2 \times 10^5 \text{Pa}$

感度 100Pa

9) 圧力調整器 2.6節において 8)と併用

NORGREN製 11-018-146

最大供給圧力 $1.03 \times 10^5 \text{ Pa}$

調整圧力範囲 $1 \times 10^3 \sim 7 \times 10^4 \text{ Pa}$

感度 20Pa

10) 圧力計

水銀マンノメータ（一端は大気圧に開放）

最大測定圧力 $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$

最小目盛り 2mm（約260Pa）

11) 圧力計

水マンノメータ（一端は大気圧に開放）

最大測定圧力 $1.5 \times 10^4 \text{ Pa}$

最小目盛り 2mm（約20Pa）

12) エア コンプレッサ

日立社製

最大使用圧力 $9.81 \times 10^5 \text{ Pa}$

吐出容積 255 l/min

13) 熱線風速計 2.5節において使用

（定温度型熱線流速計）

司測研製 HC-30

14) 熱線プローブ 2.5.2～3項において使用

（I形プローブ）

線材： $\phi 5.3 \mu\text{m}$ タングステン フィラメント

有効長 約0.4 及び 0.5mm

15) 熱線プローブ 2.5.4～5項において使用

（I形プローブ）

司測研製 HC-25-5L

線材： $\phi 5.3 \mu\text{m}$ タングステン フィラメント

有効長 約1.0mm

16) 熱線風速計用電圧計 2.5.2～3項において使用

（デジタル マルチメータ）

横河電機製作所製 2807型

17) 熱線風速計用電圧計 2.5.4～5項において使用

（デジタル マルチメータ）

日置電機株式会社 3223-01
 分解能 1mV (20V レンジ)
 精度 $\pm 0.3\% \text{rdg.} \pm 2 \text{dgt.}$
 サンプルレート 6.25回/sec (Fast モード)
 インターフェース GP-IB

18) 周波数カウンタ 2.6節で使用

日置電気製 3601
 測定範囲 1mHz ~ 20MHz
 計測時間 1msec, 10msec, 0.1sec, 1sec, 10sec
 測定感度 (トリガ誤差/測定周波数・ゲート時間) $\pm 1 \text{カウント} \pm \text{基準時間}$
 インターフェース GP-IB

19) デジタル・マルチ温度計 2.6節において使用

アドバンテスト社製 TR2114
 TR1101-100 シース型 T 熱電対使用
 測定範囲 $-180^{\circ}\text{C} \sim +400^{\circ}\text{C}$
 分解能 0.1°C
 測定精度 $\pm 0.06\% \text{ of rdg} \pm 0.3^{\circ}\text{C}$
 インターフェース GP-IB

2.4.3 実験方法

先に述べた実験装置を使用して、パイプ内径、ノズル内圧力(大気圧との差圧)、空気ジェットとパイプ端面との位置などを種々変化させて、音響周波数と変位との関係を調べた。

一般に、本装置が測定器としてあるいは制御装置の一部として使用される環境は0.5~10kHzの騒音レベルが高い場合が多い。この暗騒音の影響を避けるため、パイプに発生させる音響の周波数は主に10kHz以上を採用することにした。

また、実験は温度変化の影響を無くするため恒温室において行った。以下、代表的と思われる実験結果を示す。

2.4.4 実験結果

一端閉口パイプの共鳴周波数 f は次式⁽²⁻¹⁾で表される。

$$f = \frac{(2n-1)c}{4l} \dots\dots\dots (2-1)$$

図2-2の実線は、内径3mmのパイプにおいてノズル内圧力 $10.0 \times 10^4 \text{Pa}$ のとき、プランジヤを変位させることにより、空気柱長さ l を変化させ、それにともなって変化する発音周

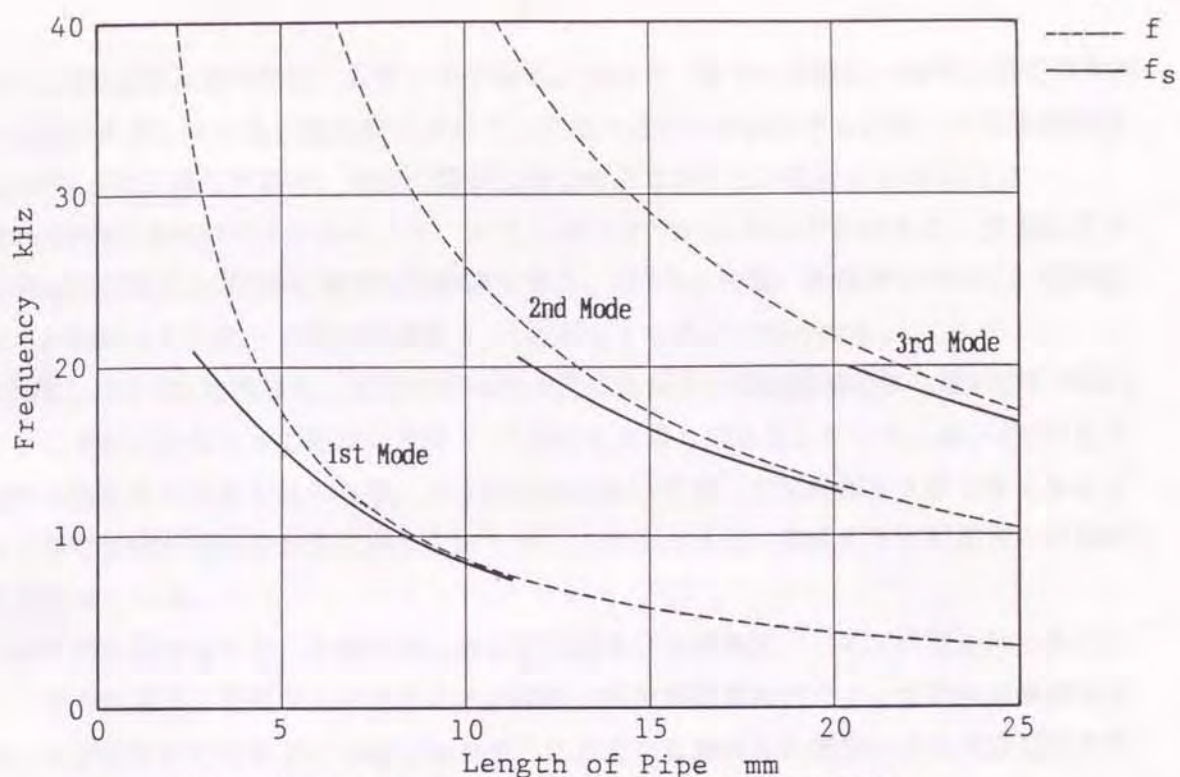


図 2-2 空気柱長さの変化による発生音の周波数変化
(パイプ内径が3mmの場合)

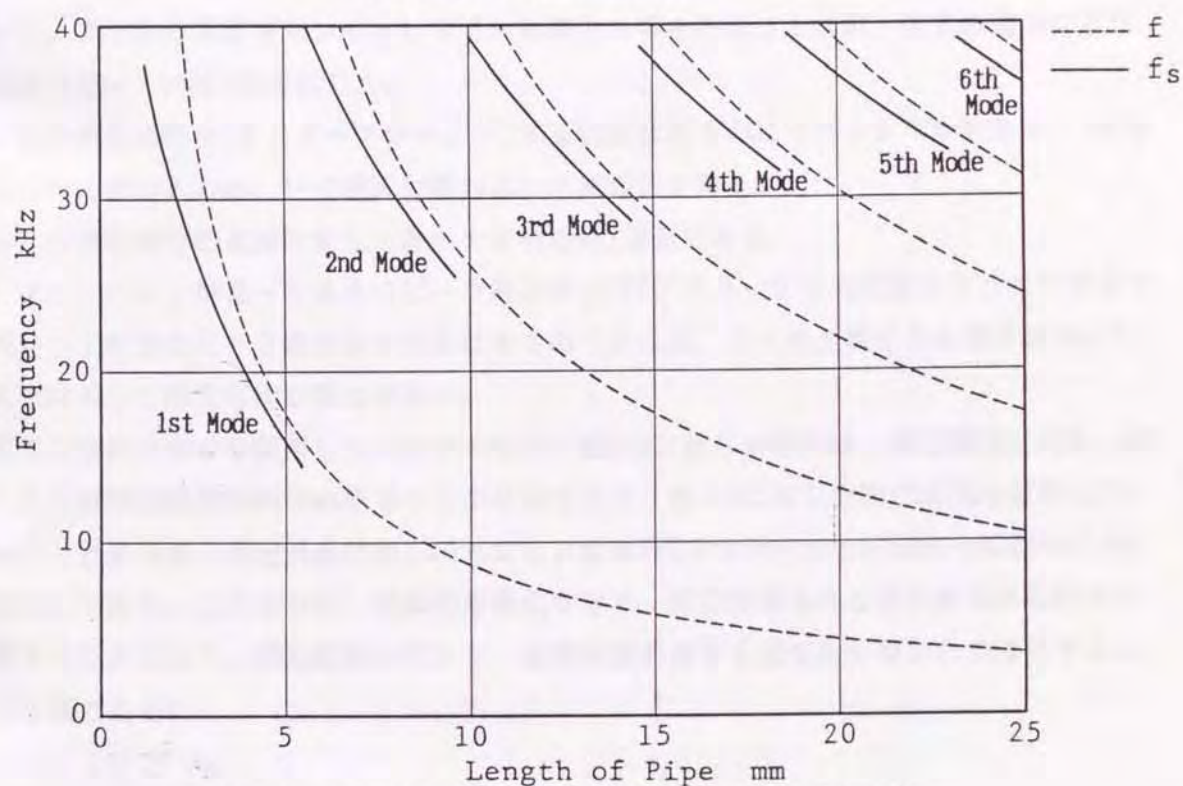


図 2-3 空気柱長さの変化による発生音の周波数変化
(パイプ内径が2mmの場合)

波数 f_s の測定値との関係を示したものである。ここで、図中の破線は一端閉口管の基本共鳴周波数 f を示している。各倍音について、空気柱長さ l が減少するに従って発音周波数 f_s が明らかに上昇しており、両者の間に良好な対応を示していることがわかる。

図2-3は内径2mmのパイプにおいて、ノズル内の圧力が $10.0 \times 10^4 \text{ Pa}$ のとき、空気柱長さ l と発振周波数 f_s の関係を測定した結果である。図2-3と同様、各倍音について、空気柱長さ l が減少するに従って発音周波数 f_s も上昇していることがわかる。

しかし、図2-2と比較して、発音の得られる空気柱長さ l の範囲は全体に短い方に移動しており、それにとまって発音周波数 f_s の範囲も上昇している。そして、図2-2では見られなかった高次の倍音も見られる。いずれの例においても、空気柱長さ l が大きくなるにつれて順次倍音が高次のものに移っていくが、このことは後に説明する位相進角と密接な関係を持っている。

これらの実験によって、発振の得られる空気柱長さの範囲は、パイプ内径をはじめとして、ノズル内圧力、空気ジェットとパイプ端面との位置関係などによって大きな影響を受けることが明らかになった。しかしながら、このような諸条件の変化による発音範囲の変化も、やはり後に説明する位相進角を用いた発振領域により客観的に表すことが出来るため、後の実験的解析においては、この位相進角により説明していく。

さて、これらの装置をセンサとして用いる場合の事を考慮した結果、以下の理由により、今後扱っていくのは1倍音にした。

- (1) 他の倍音に変化(オクターブジャンプ)する位置は若干のヒステリシスがあるが、1倍音ではこれに関わるのが、1→2倍音に変わる一ヶ所のみである。
- (2) l の変化当りの周波数変化が最も大きいのは1倍音である。
- (3) マイクロホンが拾った信号のピーク周波数をFFTアナライザや周波数カウンタで測定する場合、1倍音のピーク周波数を対象にするのであれば、フィルタ等による信号処理をせずに直接入力で測定可能な場合が多い。

さて1倍音の部分を採用したセンサの場合、図2-2に示した例では、測定精度は約 $3 \mu\text{m}$ 程度であるが測定範囲は約10mm取ることが可能であり、図2-3に示した例では測定範囲は約 3.5 mm にとどまるが、測定精度は約 $1 \mu\text{m}$ となる。なおFFTアナライザの周波数分解能は約2Hzに設定してある。このように、諸条件を変化させて、発音が得られる空気柱長さの範囲を選択することにより、測定範囲の広さと、測定精度の高さを適当なかねあいで選択することが可能である。

2.5 動的な端補正と位相進角の関係⁽²⁻²⁾

2.5.1 共鳴周波数と発音周波数

図2-2および3からも明らかなように、測定された発音周波数 f_s は式(2-1)から計算した共鳴周波数 f からずれている。このため一般には管端面における補正でこれに対処している。このパイプマウス端補正は、木管楽器の指孔の幾何形状により求める実験式は報告されているが⁽²⁻³⁾、 f_s の f からのずれは、マウス上のジェット velocity にも依存する。この要因が入って来るために、定数で表される端補正值では対応しきれず、いわゆる“アクティブな端補正”⁽²⁻⁴⁾が必要となる。したがって、 f_s の f からのずれを、一般に式で表すことは難しい。

この動的な端補正が必要になる原因は、本質的にジェットの存在による f_s の f からのずれに起因するため、まず、 $\Delta f \equiv f - f_s$ のジェット速度への依存性を調べた。

ジェット速度を知る方法としては、流体力学的な類推により、いくつかの仮定の基で計算する方法も考えられるが、図2-1により解るとおり、ジェットは、一旦空間に放たれた後直ちにパイプの角に角度を持ってぶつかり、二つの方向に分けられる。そして、パイプ端面の方に振り分けられたジェットは、相変わらず少しの角度を持って端面に押し付けられ、しかもやや加速されながらマウスへと進む。そして、マウス面に差し掛かった瞬間から、ジェットは急激に減速し始める。この流れ場は、簡単に類推するにはやや複雑である。このような事から、ジェットの流速を知るには、熱線風速計を用いて実測するのが望ましいという結論に至った。


2.5.2 測定方法

まず、第一のアプローチとして、マウス上のジェットの走行時間 τ を求めて Δf の値との関係を調べた。ジェットの流速の測定には先ほど述べたような理由で熱線風速計を使用した。熱線の較正は専用の検定用ノズルを製作し、これを用いて30~300m/sの範囲で行った。このノズルは吹き出しノズルで、ノズル内圧を変えることにより吐出速度を変化させる。この検定用ノズルは極細のピトー管により検定してある。

このとき、非圧縮性流れの Bernoulli の式をそのまま用いて、流速を算出した場合、マッハ数0.3(約100m/s)において、誤差は、3%に達し、マッハ数の増加につれ、誤差の割合も大きくなるため、空気の圧縮性を無視できなくなる。ここでも、マッハ数が大きいため、空気の圧縮性を考慮してある。ピトー管を用いて静圧 p と全圧 p_0 から速度 U を求める場合、一般化された Bernoulli の式から、次のような近似式が導かれる。⁽²⁻⁵⁾

$$U \approx \frac{2(p_0 - p)}{\rho(1 + M^2/4)} \quad \dots\dots\dots (2-2)$$

図2-4はパイプのマウス面(端面)を示す。ジェット速度や、ジェット膜の厚さは、ジェッ

トの中心線と重なるBD上が最も大きい。したがって、ここでは直径BD近傍において主な発音が起きていると考え、図2-4における  の部分における流速の測定結果を用いることにした。したがって、マウスにおけるリップ-エッジ間距離 d は、パイプの内径 D_p と等しくなる。また、熱線プローブの z 方向の位置は、どの x の位置についてもマウス面上から $75\mu\text{m}$ の位置で平均流速 U がほぼ最大の値を示す、という理由からこの位置において測定した。測定にあたっては、ノズル内圧力や空気柱長さ l を段階的に変化させ、熱線プローブをリップ-エッジ間 ($x=0\sim d$) で $d/10$ おきに動かして11点の流速分布を測定した。フィラメントは y 軸方向に張られ、その有効長はパイプ内径の $1/5$ となっている。

2.5.3 測定結果と実験的解析

測定結果の一例として、 $D_p = 2.5\text{mm}$ のパイプにおいて、 $l = 5\text{mm}$ のときの各ノズル内圧力についての結果を、マウス前後の壁面部分のものもあわせて図2-5に示す。壁面上ではジェットが減速は僅かだが、マウス上では急激に減速しているのがわかる。エッジにおける流速には z 方向成分の誤差が含まれるため若干大きい値になっている。

さて、リップ-エッジ間の走行時間 τ_e は測定された流速をもとに、次の幾何平均によって近似される。

$$\begin{aligned}\tau_e &= \int_0^d dx / U(x) \\ &\approx \sum_{i=1}^n (1/2) (1/U_{i-1} + 1/U_i) \Delta x \quad \dots\dots\dots (2-3)\end{aligned}$$

ここで $10\Delta x = d$ であり、 U_i はリップから $i\Delta x\text{mm}$ ($i=0, 1, 2, 3, \dots, 10$) の距離におけるジェットの流速である。

図2-6は、これらの結果をもとに、横軸に τ_e を、縦軸には f と f_s との差 Δf を取ったものである。3~11mmまでの種々の空気柱長さ l に対してノズル内圧力を変化させた場合を考えると、 τ_e の増加にともなって Δf は直線的に増加する傾向がみられ、これらの点は直線で結ぶことができる。なお、各点を結ぶ曲線は、ノズル内圧力の等圧線である。ノズル内圧力を一定にしているにもかかわらず、空気柱長さ l の変化に従って τ_e が20%前後も変化しているのは興味深いことである。 $l=10$ および 11mm の測定点は各2点ずつしかないが、参考のため直線で結んだ。

さて、マウス上をながれるジェットは発振音にさらされるので式(2-3)で表される τ_e は発音周波数 f_s を含めることによってリップ-エッジ間位相進角 θ_e に変換され次式で表される。

$$\theta_e = 2\pi f_s \tau_e \quad \dots\dots\dots (2-4)$$

ここで、ジェット位相進角 θ_e は次のような意味を持つ：リップからエッジに吹き出した

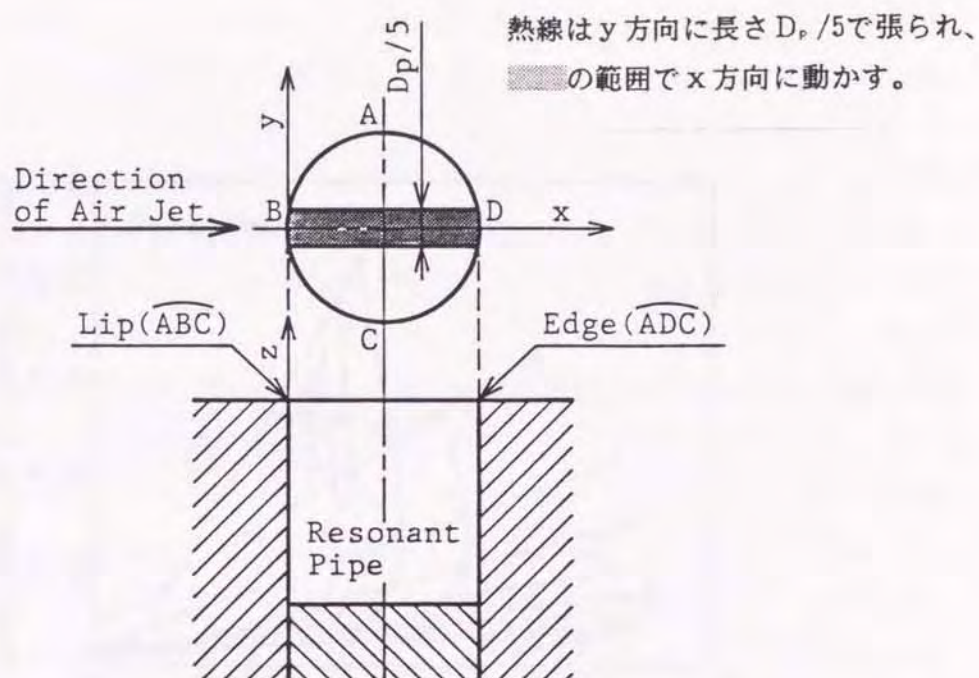


図 2-4 マウス面上の流速測定に用いた領域

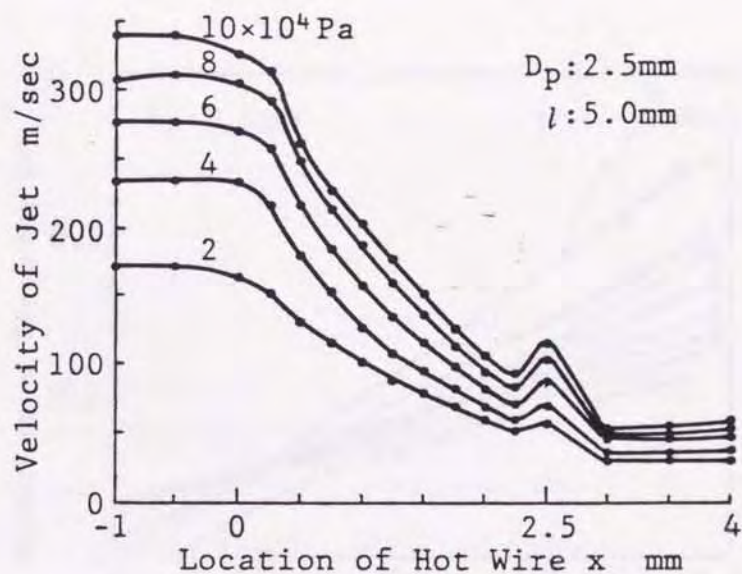


図 2-5 マウス面上の平均速度分布

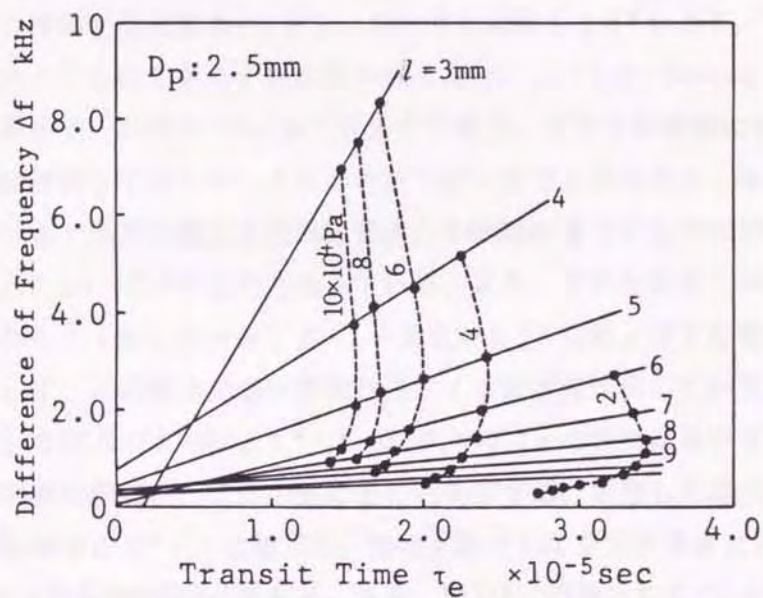


図 2-6 横断時間 τ_e と理論周波数からのずれ Δf

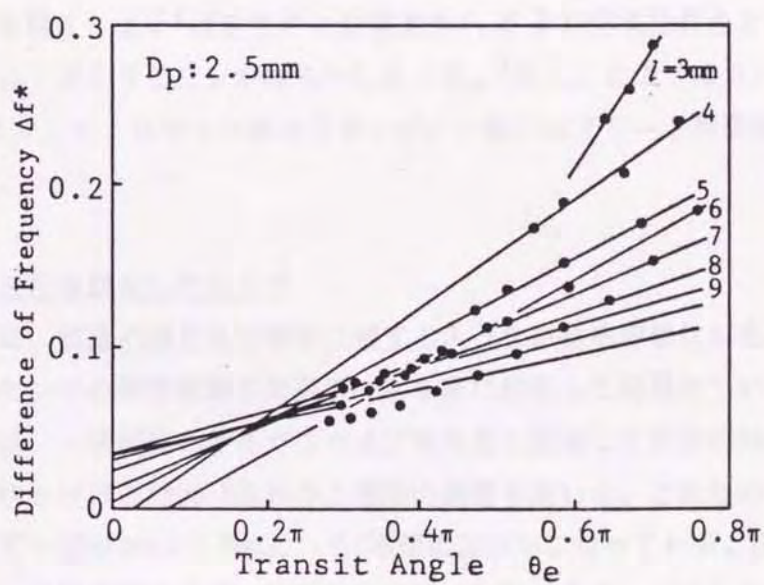


図 2-7 位相進角 θ_e と理論周波数からのずれ Δf^*

圧縮空気はジェット膜を形成する。このジェット膜が揺動することにより音響が発生する。そのときのリップーエッジ間で生ずるジェット膜の位相遅れを表すものが、ジェット位相進角 θ となる。この位相進角 θ は、発音を司る重要なパラメータであり、以後 θ を中心に解析を進めていく。

図2-7は図2-6の横軸を位相進角 θ とし、あわせて縦軸を $\Delta f^* \equiv \Delta f / f$ として、両軸の無次元化をはかったものである。図からわかるように、 $l = 6 \sim 7 \text{ mm}$ のときが θ で表される発音領域が一番広く、 $0.35\pi \sim 0.7\pi$ 付近までである。グラフが複雑になるため、ノズル内圧力の等圧線は省略してあるが、ノズル内圧力が一定で空気柱長さ l を変化させた場合はいずれの圧力でも、発音の起こる空気柱長さ l の範囲が違ってもかかわらず、 θ で表される発音領域は、 $0.3\pi \sim 0.7\pi$ までとなっている。また、空気柱長さ l が小さいほど直線の傾きは大きくなり、 l が小さいほどに θ の変化が Δf^* におよぼす影響が大きいことを示している。そして、この傾きの値は空気柱長さ l にほぼ反比例している。さらに、これらの直線を延長した交点の大半は $\Delta f^* = 0.05$, $\theta = 0.2\pi$ の近傍に集中する。このため、これらの直線の共通の原点が、この付近にあると仮定する。仮想した原点の縦座標を ε と置く。このとき縦軸を $\Delta f^* - \varepsilon$ に補正し、無次元数として空気柱長さ l と内径の比 $l^* \equiv l / D_p$ との積をとったものが図2-8である。また、図2-9は同様にして $D_p = 2 \text{ mm}$ のパイプによって得た結果である。図2-8および9において実験値はそれぞれ一本の直線の近傍に集まり、二つのグラフは非常に似た傾向を示す。これにより、 θ の増加に従って $(\Delta f^* - \varepsilon) l^*$ は直線的に増加すると考えられる。また、 ε はパイプやマウスの幾何学で決まる定数と思われる。

この様な過程を経て、 Δf^* は定性的に位相進角 θ および空気柱長さ l と内径の比 l^* を主なパラメータとして変化することが明らかになった。(但し、ここでは $D_p = d$ となっている)ここで扱ったジェットはマッハ数が大きい、一般のエアリード楽器などにも同様な性質が期待される。

2.5.4 矩形ノズルを採用したセンサ

本項においては、流速の測定及び解析に適するような形状を理想化したパイプを用いた装置において、センサの発音状態を実験データを基に解析した結果について述べる。

実験においては、一端閉口のオルガンパイプや犬笛に類似した形状のType-Aと、端面に直接ジェットを吹き付けるType-Bという二種類の装置を用いた。これらのパイプの断面はそれぞれについて一辺が 2 mm と 2.5 mm という二種類の正方形になっている。図2-10および11に各々の装置について断面図を示す。使用した材質はS45Cであり、ノズルやパイプの内面及びブランジャは精密に仕上げ加工した。

実験にあたっては、まず、パイプ断面積、ノズル内圧力(大気圧との差圧)などを種々変

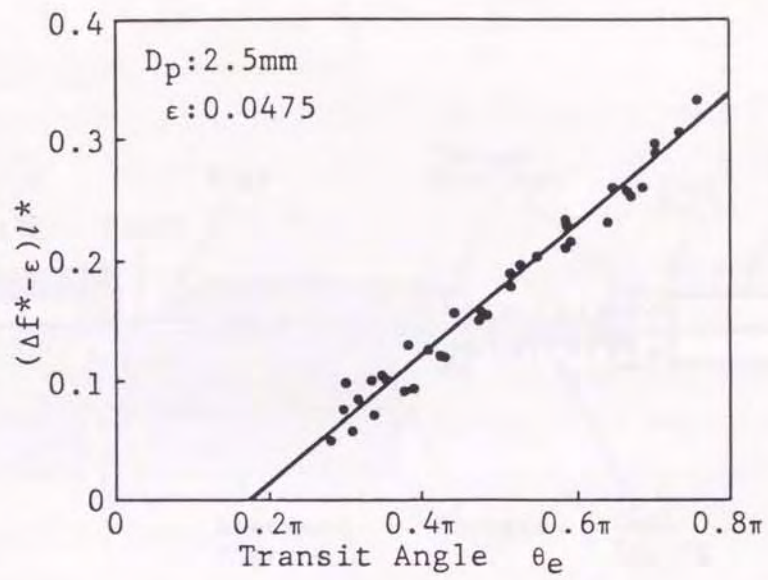


図2-8 位相進角 θ_e と $(\Delta f^* - \epsilon)l^*$
(パイプ内径が2.5mmの場合)

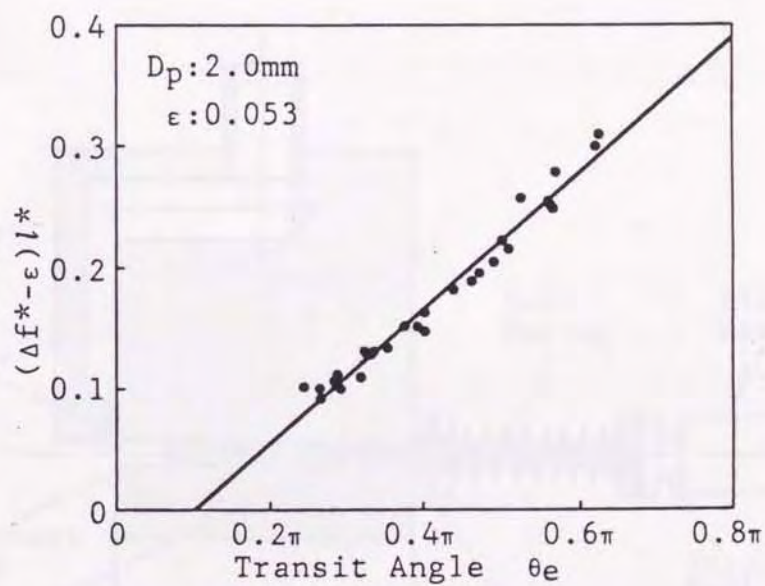


図2-9 位相進角 θ_e と $(\Delta f^* - \epsilon)l^*$
(パイプ内径が2mmの場合)

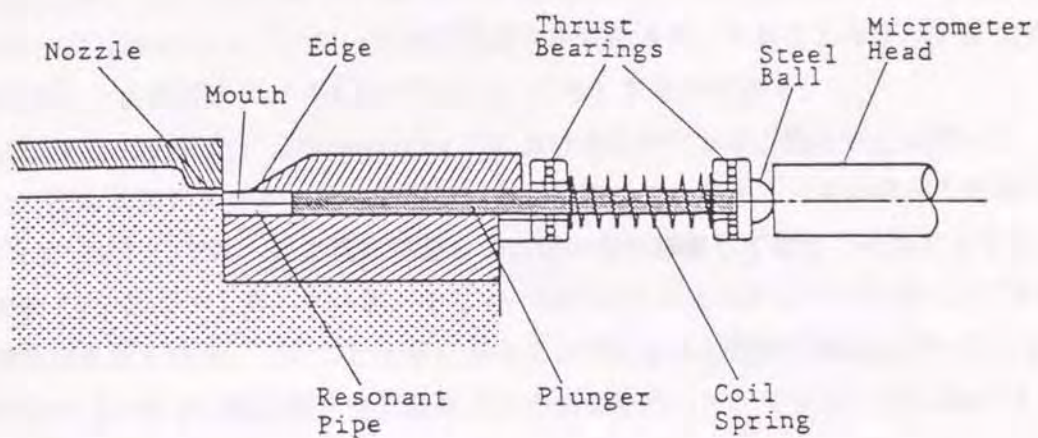


図 2 - 1 0 矩形ノズル，角パイプ採用のセンサ Type-A

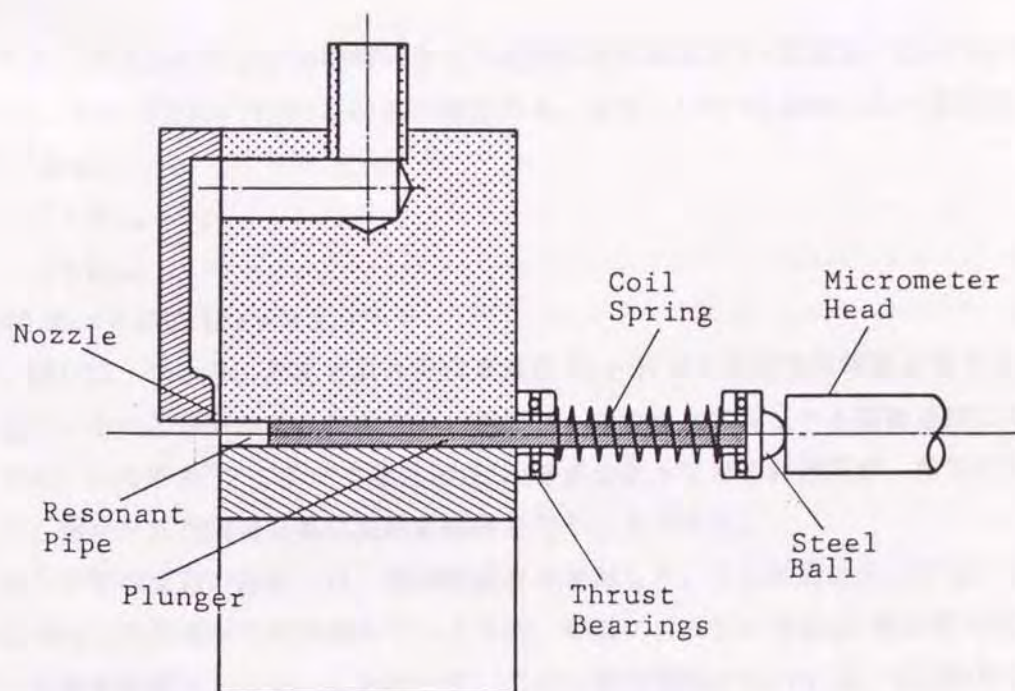


図 2 - 1 1 矩形ノズル，角パイプ採用のセンサ Type-B

化させて、音響周波数と変位との関係を調べた。

2.5.5 測定結果と実験的解析

図2-12に太線で示した曲線は一端閉口管の共鳴周波数 f を示す。細線で示される曲線群はType-A、一辺2.5mmのパイプにおいて空気柱長さを変化させ、それによってもって変化する発音周波数 f_s との関係を各ノズル内圧力について示したものである。

図2-13は同じくType-A、一辺が2mmのパイプにおけるものである。図2-12と比較して、発音の起こり始める空気柱長さ l は全体に長い方に移動しているが、ノズル内圧力が高い状態 ($1.60 \times 10^4 \text{ Pa}$ 以上) では、逆に空気柱長さ l の短い方に移動しており、それによってもって発音周波数 f_s の範囲が上昇している。そして、図2-12では見られなかった高いノズル内圧力の発音状態も見られる。このことは後に説明する位相進角と密接な関係を持っている。

同様にType-Bにおける周波数と空気柱長さとの関係を表したグラフを一辺2.5mmのものを図2-14、2mmのものを図2-15にそれぞれ示す。

以上の結果から、発音の起こる空気柱長さの範囲はノズル内圧力によって異なることがわかる。そして、ある空気柱長さについて見た場合、ノズル内圧力の変化により発音周波数は大きく変化することがわかる。しかしながら、このような諸条件の変化による発音範囲の変化も、やはり後に説明する位相進角を用いた発音領域により客観的に表すことが出来る。

ところで、先ほどのグラフの横軸に取った実効的空気柱長さ l_T の値は、Type-Aにおいては(2-5)式、Type-Bにおいては(2-6)式で表される。なお、(2-7)式はBenadeの端補正の実験式⁽²⁻³⁾である。

$$l_T = l + E a_m + l_m \quad \dots\dots\dots (2-5)$$

$$l_T = l + E a_m \quad \dots\dots\dots (2-6)$$

$$E = 0.821 - 0.13(0.42 + w/a_m)^{-0.54} \quad \dots\dots\dots (2-7)$$

さて、図2-12～15より、測定された発音周波数 f_s と計算で求めた共鳴周波数 f とで、ずれが生じていることが分かる。このずれの原因は、マウス上のジェット横断速度に依存しているため、いわゆる”アクティブな端補正”が必要となって来るわけだが、先程の2.5.4項のように、測定された流速を基に実験的解析を行うこととする。

ジェットの平均流速の測定には、熱線風速計を使用した。この装置においては、ジェットの幅方向の二次元性が比較的優れているため、熱線プローブの分解能(有効長の長さ)は余り高いものを必要としない。したがって、この一連の実験においては、有効長約1mmの既製のプローブを使用した。また、熱線の較正は実験装置で用いられているノズルそのものを使用して行った。ここでも2.5.3項と同様、空気の圧縮性を考慮してある。

較正の範囲は、より精度を向上させるため、ノズルの内圧によって、0～50, 0～100, 0～

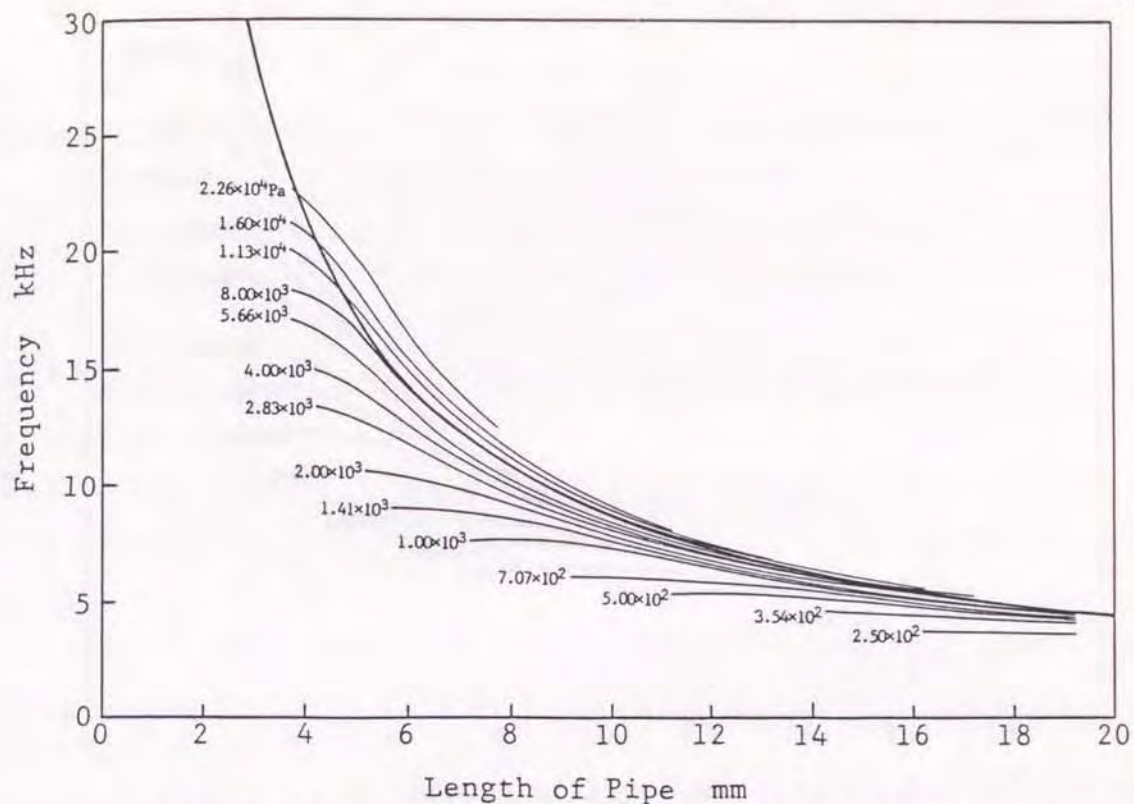


図 2 - 1 2 各吹付圧力における空気柱長さと周波数の関係
(Type-A, □2.5mmの場合)

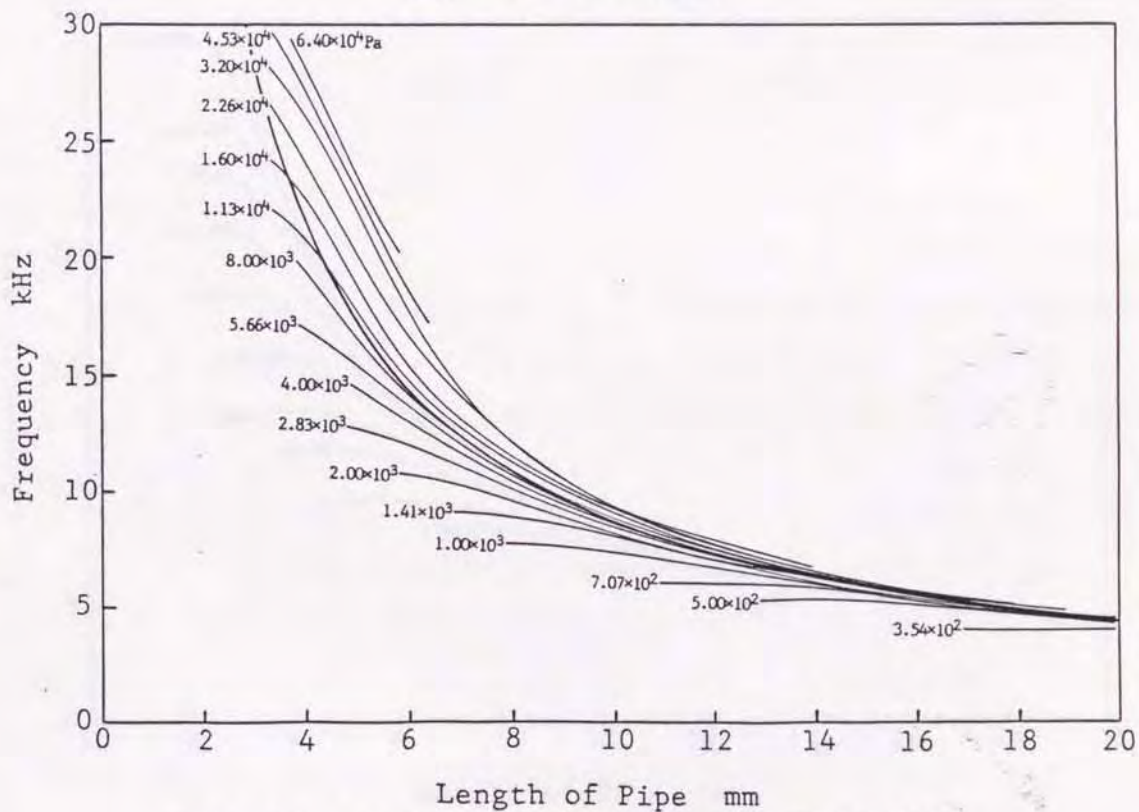


図 2 - 1 3 各吹付圧力における空気柱長さと周波数の関係
(Type-A, □2mmの場合)

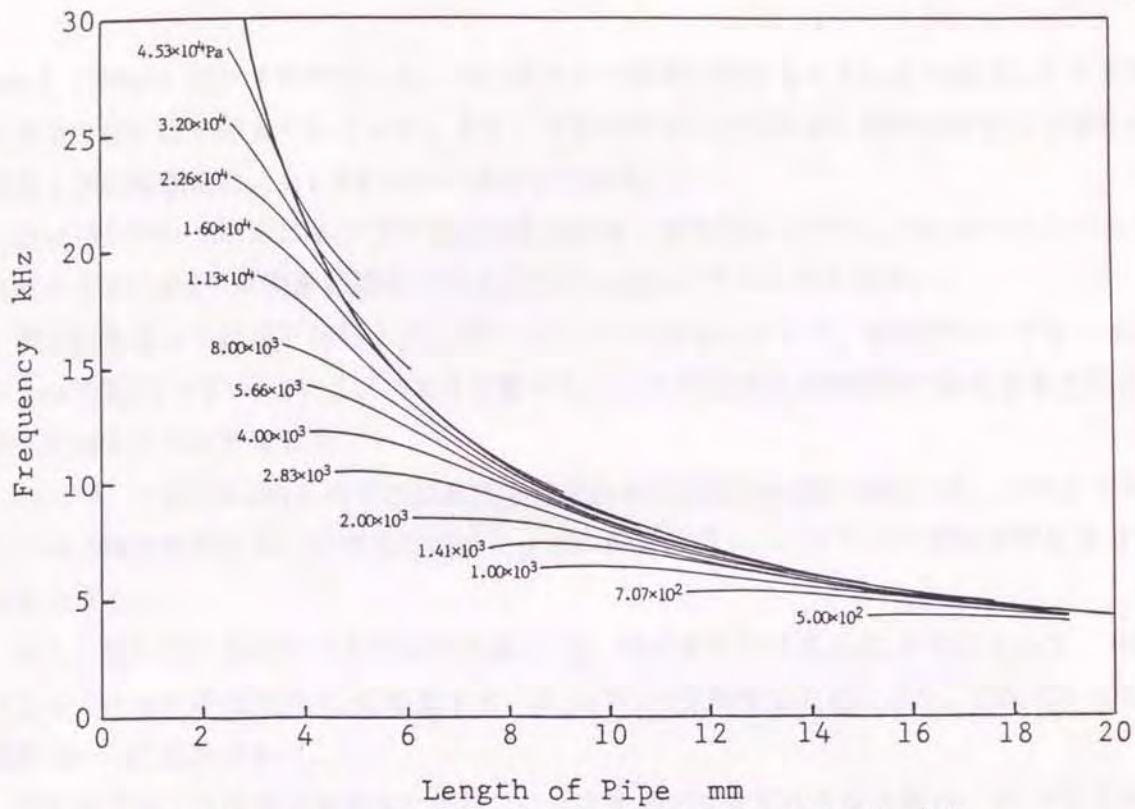


図 2 - 1 4 各吹付圧力における空気柱長さとの周波数の関係
(Type-B, □2.5mmの場合)

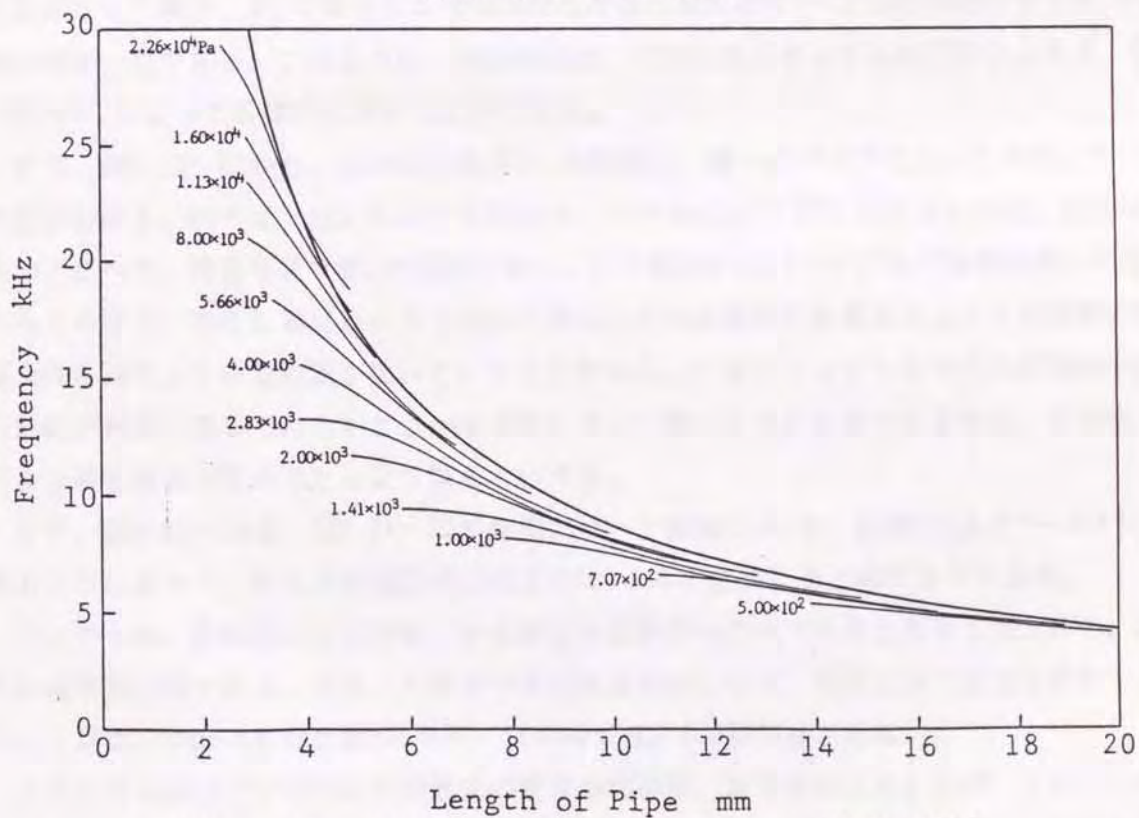


図 2 - 1 5 各吹付圧力における空気柱長さとの周波数の関係
(Type-B, □2mmの場合)

200, 0~300m/s のいずれかにした。測定値は全て時間内挿することにより補正してあるため誤差は最小限に抑えられている。また、既製のプローブのため、特性が安定しており実験前と後の再現性は、 $\pm 1.5\%$ 以内に納まっている。

図2-16にType-Aにおけるマウス付近の拡大図を、また図2-17にType-Bにおけるものをそれぞれ示す。表2-1に実験装置の寸法およびその他のパラメータを示す。

測定にあたっては図2-16および、図2-17の ||||| の領域において、熱線プローブをノズル-エッジ間($x=0\sim d$)で $d/10$ おきに動かし、ノズル内圧力を段階的に変化させた場合の各々の流速分布を測定した。

Type-A、一辺が2.5mmのパイプにおける流速分布の測定例を図2-18に示す。このような流速分布の測定結果から、マウス上のジェットの高断時間 τ は(2-3)式の幾何平均によって求められる。

次に、図2-12~15における発音周波数 f_s を、流速測定の結果と式(2-4)によって、マウス上のジェット位相進角 θ_s に変換する。 f_s を θ_s に変換することにより、図2-12~15は、図2-19~22に変換される。

図2-19より、ある空気柱長さについて、ノズル内圧力を変化させた場合、 θ_s で表される発音領域はおおむね $1\sim 3\text{rad}$ の範囲になる。また、あるノズル内圧力について、空気柱長さを変化させた場合、 θ_s で表される発音領域はやはりおおむね $1\sim 3\text{rad}$ の範囲になり θ_s の範囲はほぼ一定である。このように、発音領域は、空気柱長さやノズル内圧力によらず、位相進角 θ_s によって客観的に表すことができる。

また、図2-19~22から、この位相進角 θ_s の範囲は、個々のパイプについて異なっていることがわかる。例えば、図2-22に示すType-B、一辺2mmのパイプにおけるものは、図2-19のものと比べて、発音可能な θ_s の範囲が狭い。この範囲が広いパイプほど発音に対して寛容であるわけで、鳴らし易いということがわかる。これは発音に必要なジェットの揺動の振幅条件を満たしている範囲が広いということである。つまりジェットとマウスの幾何学的な関係が発音に適しているかどうかを実験によって調べようというのであれば、位相進角による発音領域を見ることにより判るといえる。

さて、図2-23~26は、図2-19~22の結果について横軸に θ_s を、縦軸に $(\Delta f^* - \varepsilon) l_r$ を取ることによって、測定点を(図2-8, 9のように)1本の直線にまとめたものである。

ここで ε は、直線群の交点が集まる部分を直線群の原点であると仮定したときの、原点の縦座標の値である。また、 ε はマウスの大きさによらず、形状のみで決まる定数である。これは、Type-Aではほぼ0になり、Type-Bでは、0.035前後となる。

これら各々のパイプについての直線の傾きや切辺は、若干異なっているが、これらの値とパイプの寸法や形状に対する相関関係は特に認められなかった。参考までに、図2-23~26を重ね合わせたものを図2-27に示す。

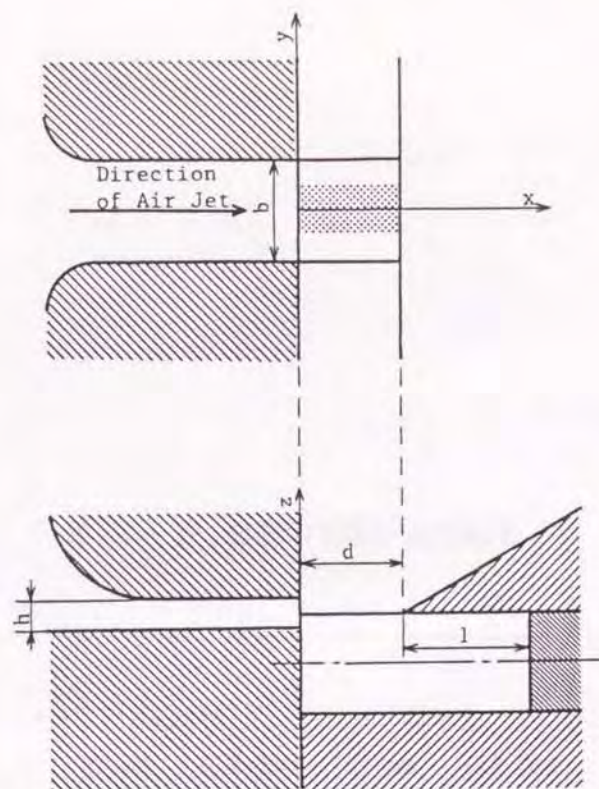


図 2 - 1 6 マウス付近の拡大図 Type-A

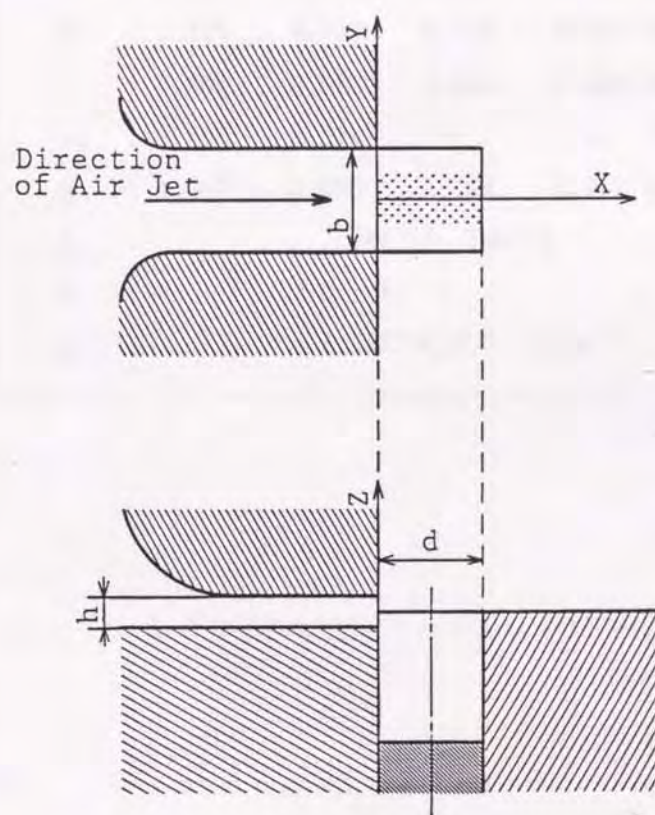


図 2 - 1 7 マウス付近の拡大図 Type-B

表 2 - 1 各部の寸法および定数

	Type-A		Type-B	
	□2mm	□2.5mm	□2mm	□2.5mm
a_n :	1.138	1.271	1.143	1.419 [mm]
b :	2.063	2.463	2.063	2.463 [mm]
d :	2.000	2.500	2.034	2.536 [mm]
E :	0.779	0.777	0.779	0.774 [mm]
h :	0.666	0.595	0.666	0.595 [mm]
l_n :	2.008	2.224	—	— [mm]
S_n :	4.067	5.075	4.101	6.322 [mm ²]
c :	344310 [mm/s]			
N :	1			
ρ :	1.2037×10^{-6} [g/mm ³]			

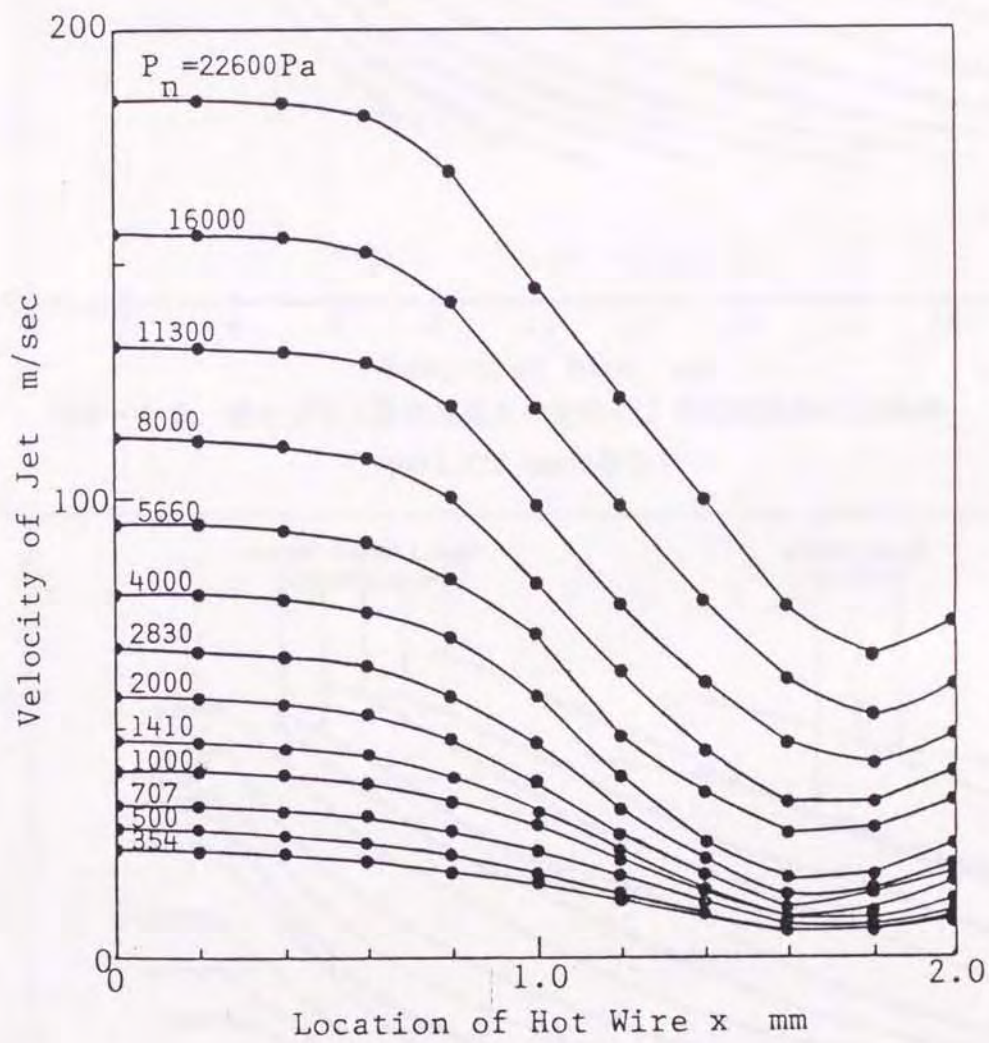


図 2 - 1 8 流速分布の測定例 (Type-A, □ 2.5mm の一例)

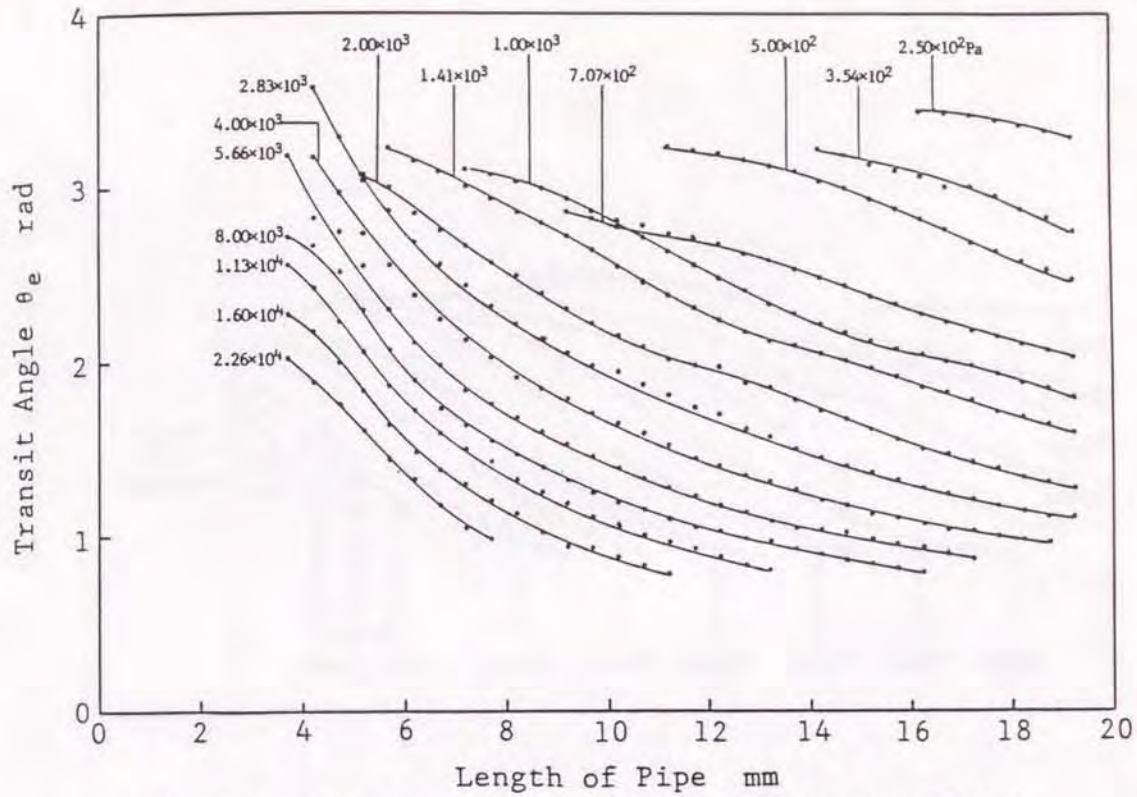


図 2-19 吹付圧力と空気柱長さの変化による位相進角 θ_e の範囲
(Type-A, 口2.5mmの場合)

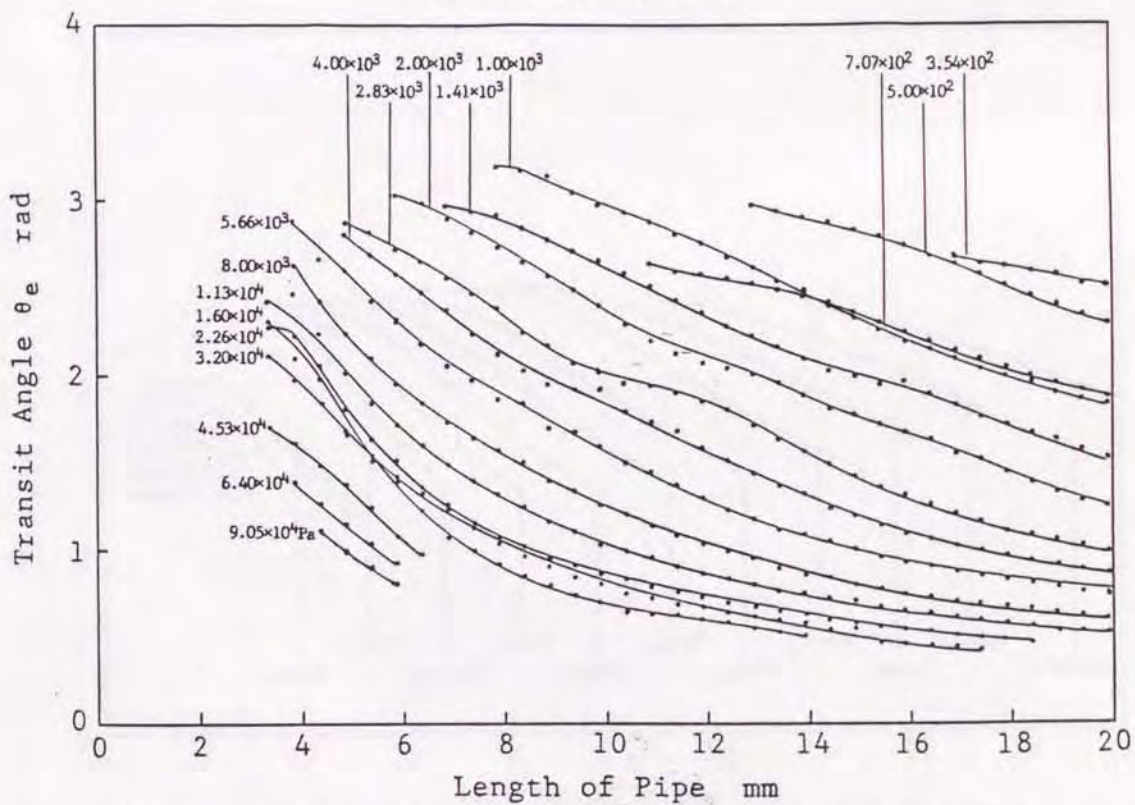


図 2-20 吹付圧力と空気柱長さの変化による位相進角 θ_e の範囲
(Type-A, 口2mmの場合)

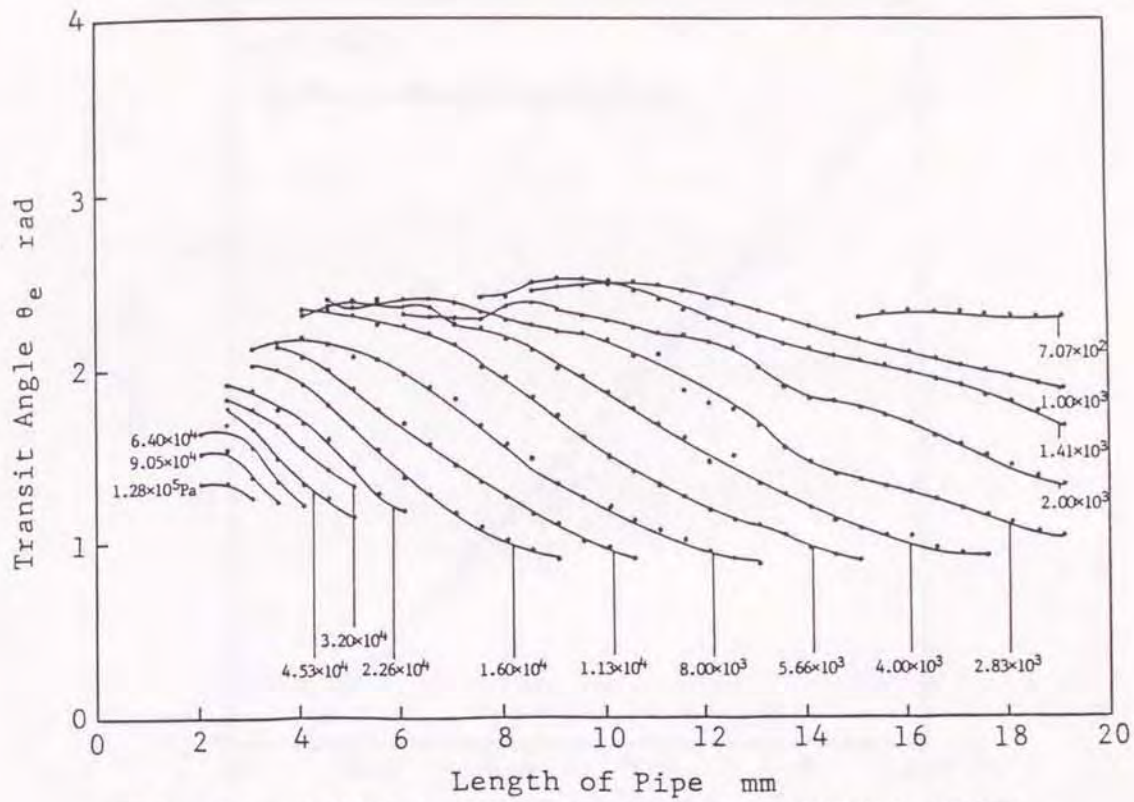


図 2-21 吹付圧力と空気柱長さの変化による位相進角 θ_e の範囲
(Type-B, □2.5mmの場合)

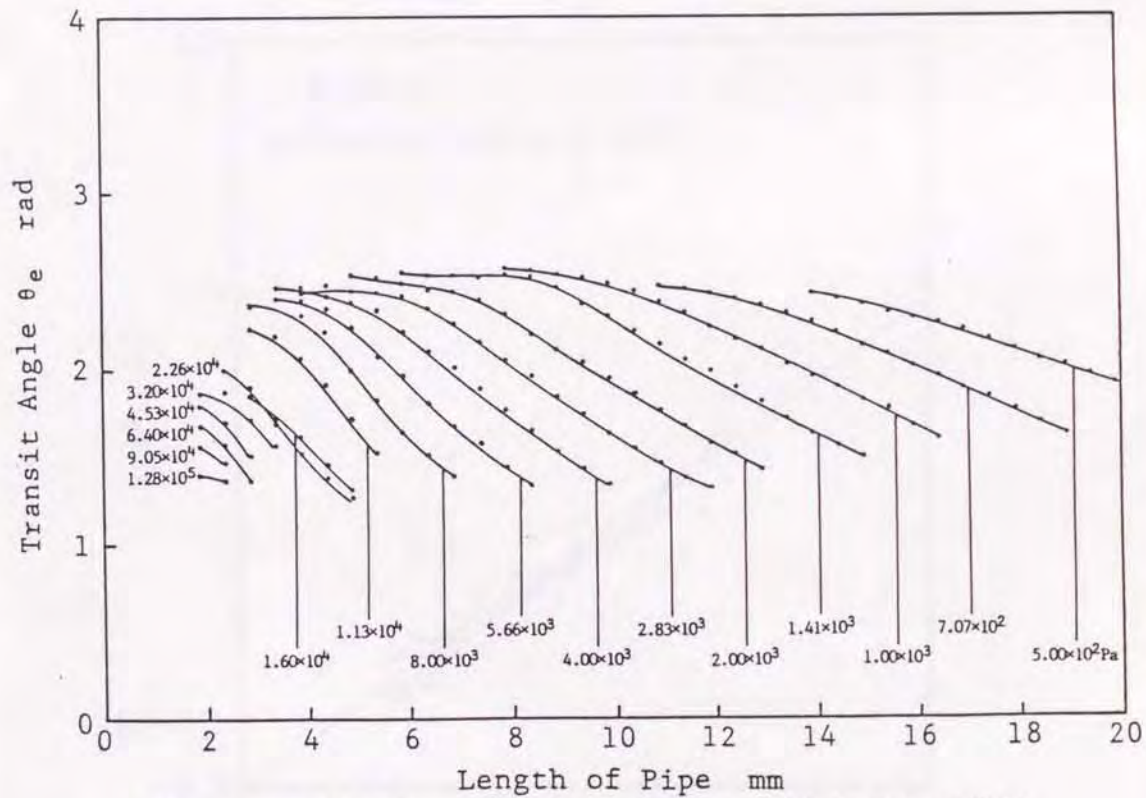


図 2-22 吹付圧力と空気柱長さの変化による位相進角 θ_e の範囲
(Type-B, □2mmの場合)

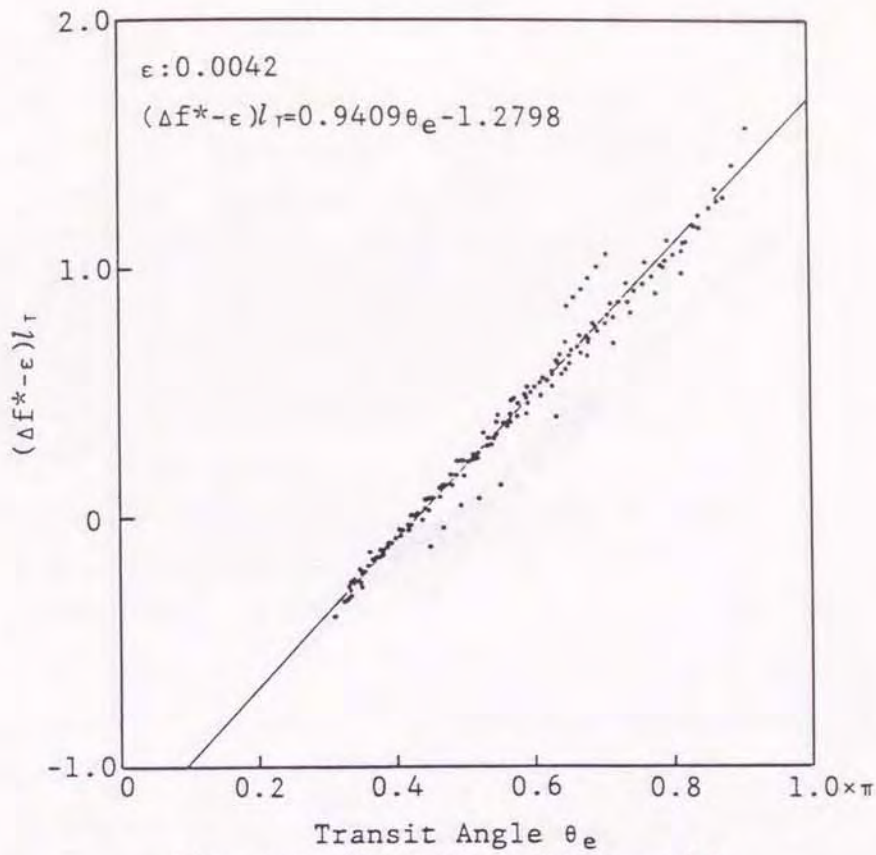


図2-23 位相進角 θ_e と $(\Delta f^* - \epsilon)l_T$
(Type-A, 2.5mmの場合)

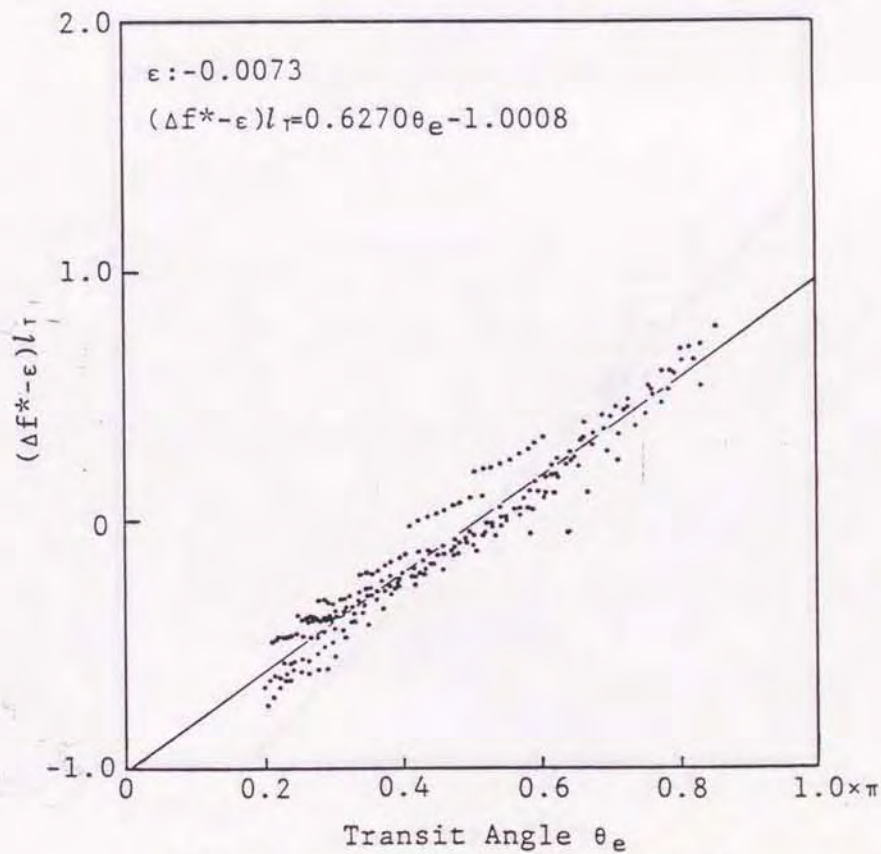


図2-24 位相進角 θ_e と $(\Delta f^* - \epsilon)l_T$
(Type-A, 2mmの場合)

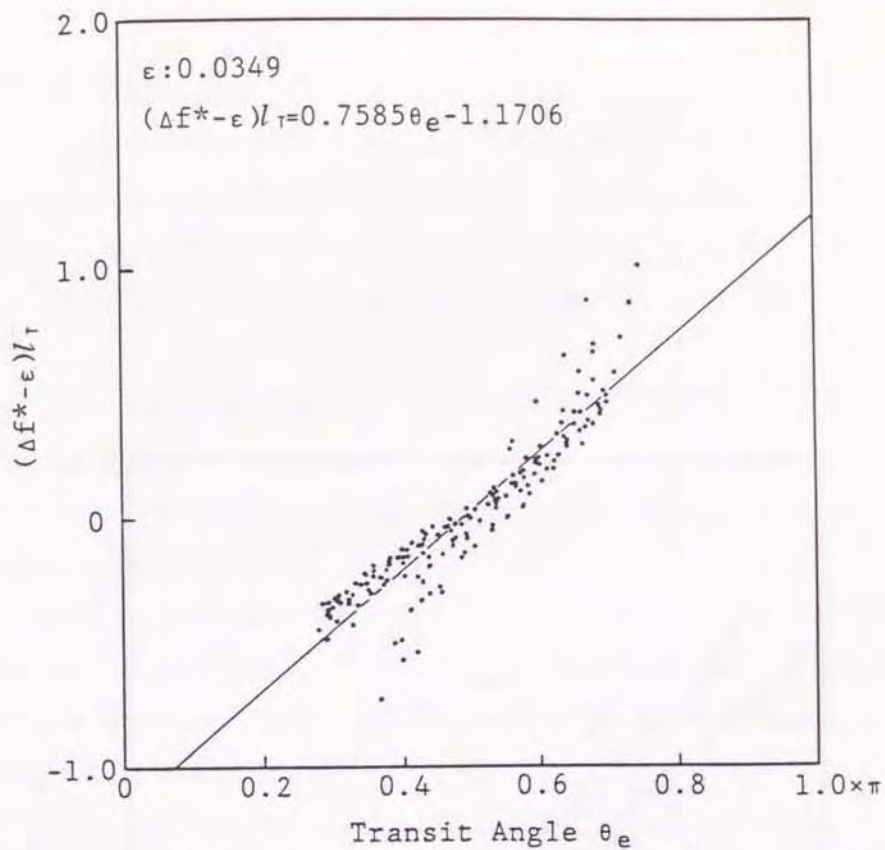


図 2-25 位相進角 θ_e と $(\Delta f^* - \epsilon)l_T$
(Type-B, 2.5mm の場合)

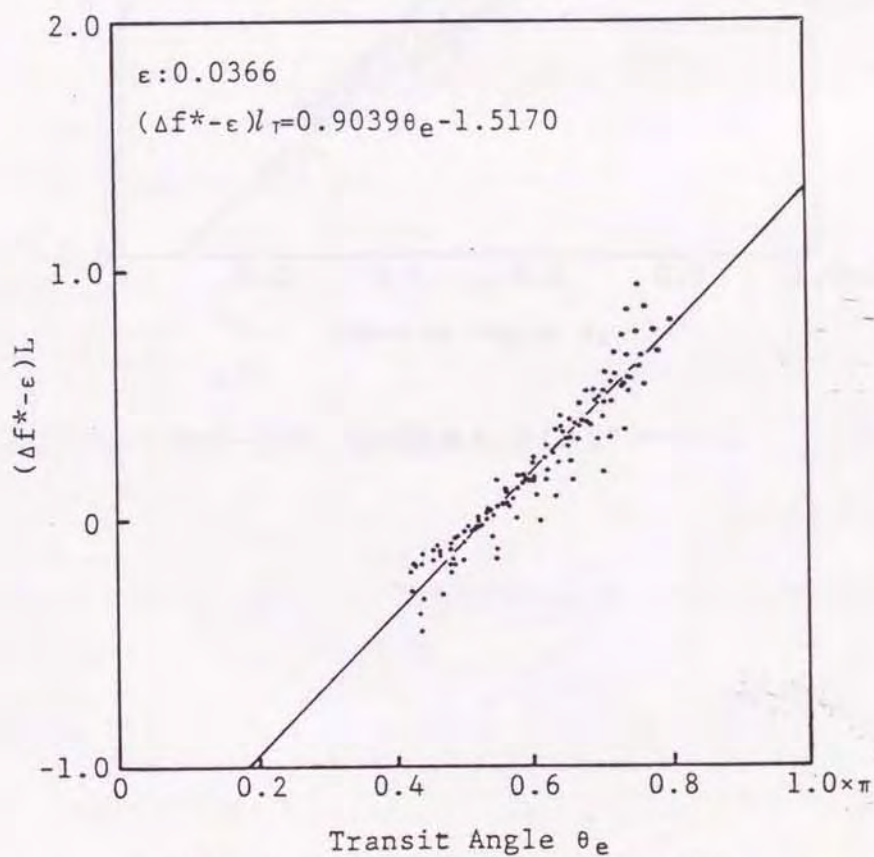


図 2-26 位相進角 θ_e と $(\Delta f^* - \epsilon)l_T$
(Type-B, 2mm の場合)

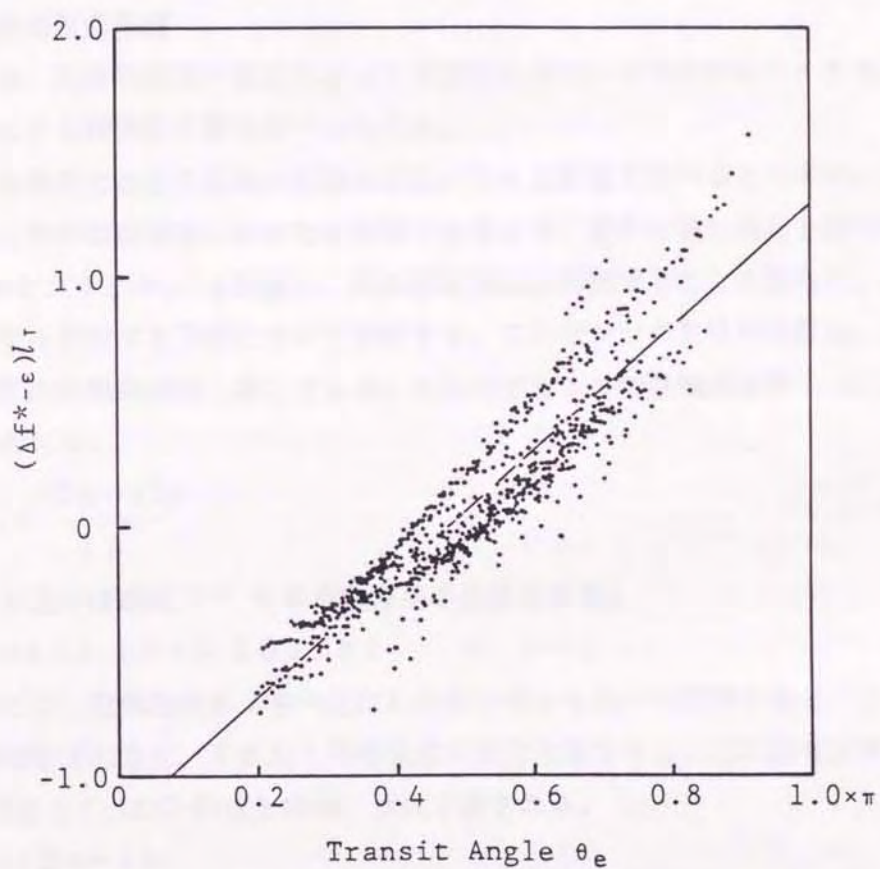


図 2-27 位相進角 θ_e と $(\Delta f^* - \epsilon) l_T$

使用したいずれの装置においても、空気ジェット速度、ノズルーエッジ間距離などが、位相進角に影響を与え、発音可能となるパイプ長さの範囲を制限していた。しかし、様々な条件にもかかわらず位相進角で表される発音領域は個々のパイプにおいてほぼ一定であった。そして、この範囲が広いパイプほど発音が容易であることが分かった。これは、これらの装置の発音機構が、エアリード楽器と共通なものであることを裏付けるものである。

2.6 補助センサによる温度補償

2.6.1 誤差相殺の原理

本センサは、発音周波数が温度によって左右されるという欠点があり、また、吹き付け圧力の変動による周波数変動も若干みられる。

そこで、温度変化と圧力変動が共振周波数に与える影響を調べるとともに、このセンサ本来の性能を実際の環境変化の中でも発揮できるよう、新たに同じ構造を持つ補助的なセンサ(以下副センサと呼ぶ)を設置し、先の誤差要因を排除することを試みた。

まず、誤差を相殺する原理について説明する。このセンサの共鳴周波数は、基本的に一端閉口パイプの共鳴周波数に準じている。ここで主センサの共鳴周波数 f_1 は(2-1)式により次式で表される。

$$f_1 = \frac{(2n-1)c}{4l_1} \quad \dots\dots\dots (2-8)$$

ここで、音速 c は次式⁽²⁻⁶⁾のような温度の関数となる。

$$c \doteq 331.45 + 0.6071 \times t \quad \dots\dots\dots (2-9)$$

さて、ここで、空気柱長さ l を一定にしたセンサをもう一つ設置すると、このセンサの周波数変動は音速の変化、すなわち環境温度の変化と見なせる。この副センサの共鳴周波数を f_2 とすると f_2 は(2-8)式と同様、次式で表される。

$$f_2 = \frac{(2n-1)c}{4l_2} \quad \dots\dots\dots (2-10)$$

ここで、両者の比をとると次式となる。

$$f^* \equiv \frac{f_1}{f_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad \dots\dots\dots (2-11)$$

このとき音速 c が消去され、副センサの空気柱長さ l_2 は一定なので f^* は l_1 のみの関数となる。(2-11)式より l_1 は次式のようになる。

$$l_1 = \frac{l_2}{f^*} \quad \dots\dots\dots (2-12)$$

したがって、温度の変動があっても、副センサの空気柱長さ l_2 が既知であることにより、主センサの空気柱長さは周波数比 f^* によって定まる値となる。

2.6.2 実験装置

実験に使用したパイプの断面図を図2-28に示す。材質は真ちゅうで、外径は10mm、内径は3mmであり、パイプの端面と内面は、精密に仕上げ加工した。また、本実験ではノズルはパイプ端面と10度の角度に固定した。

実験装置の概略を図2-29に示す。主センサ以外に同じ構造を持つ副センサを主センサと同じ環境の中に設置する。主センサの場合は、パイプ他端から差し込まれたプランジャはスプリングによりマイクロメータヘッドに押し付けられ、マイクロメータヘッドの移動によりプランジャの変位を正確に知ることができる。副センサの場合、パイプ他端から差し込まれたプランジャは、一定の空気柱長さを与える位置で固定されている。

パイプに発生する音は、主・副両センサともに、近くに設置したコンデンサマイクロホンに入り、精密騒音計を通して周波数カウンタで周波数が測定される。マイクロホンは、主・副両センサについて、ともに圧縮空気が音響測定へ影響を与えないような位置に設置されている。

周辺温度は熱電対により測定され、周波数の測定結果と共にパーソナルコンピュータに送られ、これらの測定値の推移はディスプレイ上で逐次監視される。

図2-30は、本センサ作動時に発生する音圧をマイクロホンでピックアップしたスペクトルを示している。発音周波数におけるピークスペクトルは非常に尖鋭に表れている。このように、ここで使用したセンサは度重なる改良により共振ピークのQが大きくなっているため、なんらの電氣的な信号処理を施すことなく周波数カウンタに直接入力して周波数測定することが可能であり、システム全体が安価であるという特徴を持っている。それにもなつて発音も安定しているため、定常的な周波数変動も、従来のものより小さくなっている。

図2-31は、実験に使用したセンサの空気柱長さと発音周波数の関係を表している。両者は良い対応を示している。図中の破線は参考のため、一端閉口管の共鳴周波数を示したものである。なお、計算に際しての空気柱長さには管端補正分が含まれている。このように空気を吹き付けて共鳴させる管においては、実際の発音周波数は、幾何学のみから求めた値と比較して通常1割～2割程度までのずれが生ずるが、この現象については、第3章で詳しく解析する。

2.6.3 実験方法

コンプレッサから送られてくる圧縮空気を精密フィルタに通し、高圧用と低圧用を直列にしたレギュレータへ送る。これにより、主・副両センサに送られる圧縮空気は共に精密に同圧力に調節され、ノズルからパイプ端面に空気ジェットが吹き付けられる。本実験に

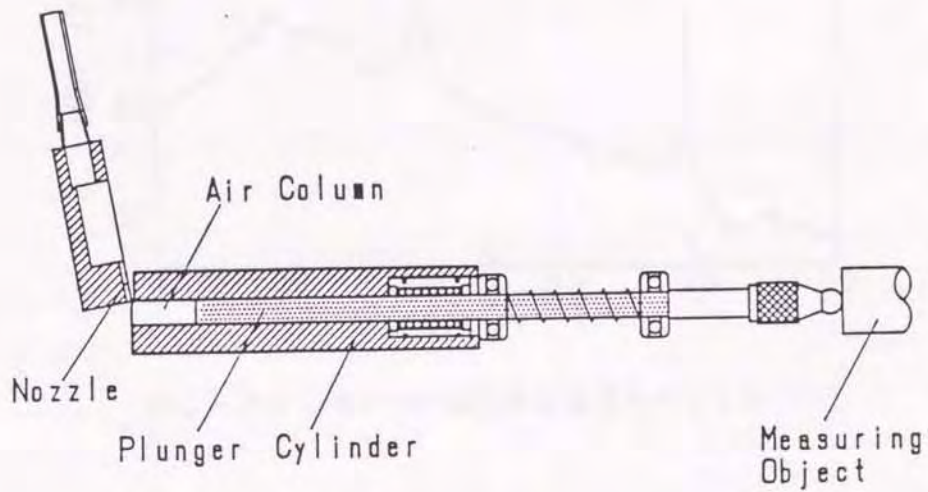


図 2-28 矩形ノズル，丸パイプ採用のセンサ

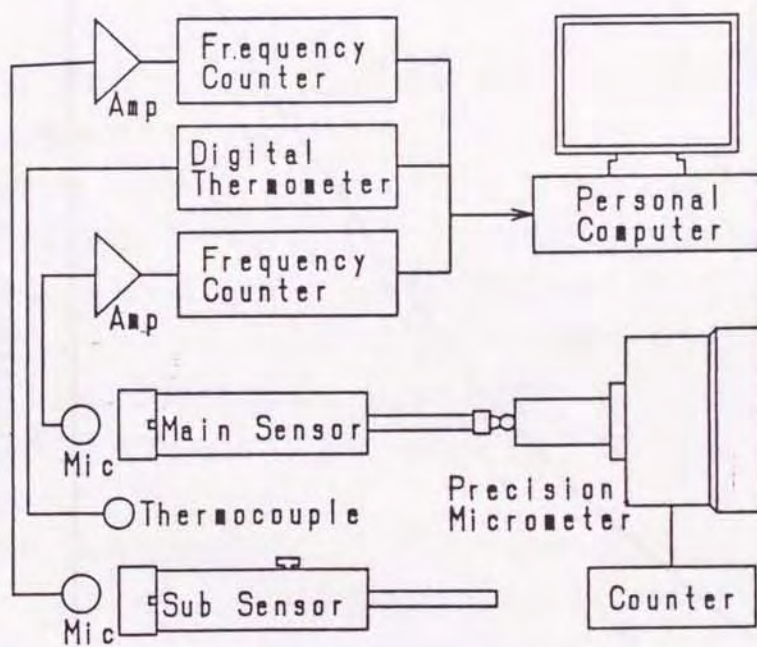


図 2-29 温度補償実験のブロック図

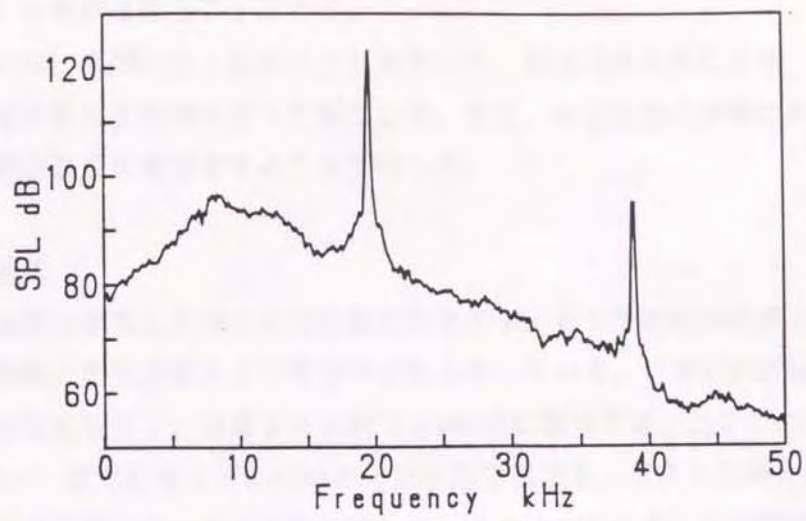


図2-30 センサの発生する音圧スペクトル

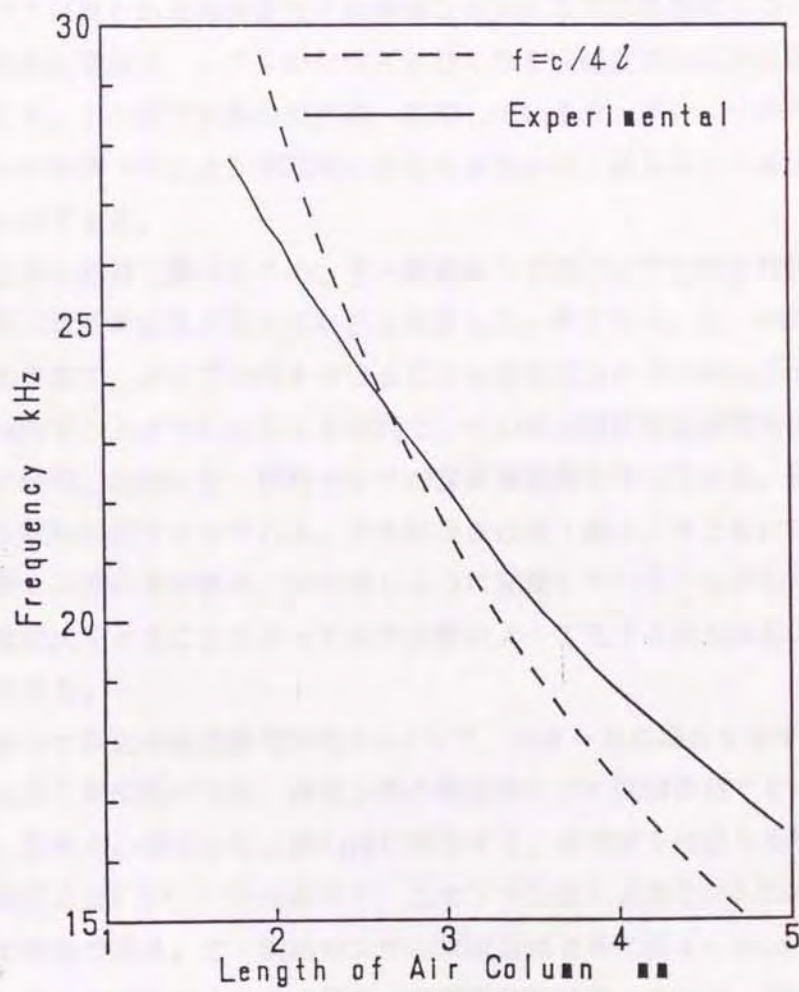


図2-31 空気柱長さの変化による発生音の周波数変化

においてもやはり1倍音を扱うことにする。

実験においては、実際に主・副両センサを用いて、周辺温度を変化させ、両センサの発音周波数及び周波数比を時間を追って測定した。また、周辺温度の制御にあたっては、恒温室において設定温度を変化させることで行った。

2.6.4 実験結果

図2-32に、温度が変化した場合の周波数変動を示す。センサの空気柱長さ一定の状態で横軸に時間、縦軸に環境温度および発音周波数を表している。音響周波数は1目盛り当り5 Hzで、これは空気柱長さに換算すると約1 μm の値に相当する。ここでの設定圧力は $7.0 \times 10^4 \text{Pa}$ の条件で、空気柱長さが2.85mmの一定状態で温度を上昇させた場合の周波数変動を表している。温度変動に伴い周波数も変動していることがわかる。この例の場合、温度が約0.8°C変化しているのに対して周波数は約33Hz変化しており、これを変位に換算すると約6 μm の誤差に相当する。

ここで、グラフに見られる温度変化に無関係な周期的な周波数変動について着目したい。この周期的な周波数変動は、ノズルから吹き付けられる圧縮空気の圧力変動が影響を与えているものである。この圧力変動の原因は、使用しているコンプレッサのタンク内の圧力が、コンプレッサのON・OFFにより周期的に変化するために、送られてくる圧縮空気に圧力変動が生ずるものである。

図2-33は、上述の影響を調べるため、主・副両センサのパイプに吹き付ける圧力を変動させて、発生音の音響周波数の圧力依存性を測定した一例である。主・副両センサの空気柱長さは一定の状態で、パイプに吹き付ける圧力を設定圧力から20mmHgずつ80mmHg下げていき、再び20mmHgずつ上げていったときの両センサの周波数変化を時間を追って測定した。やはり、横軸に時間、縦軸に主・副両センサの音響周波数を表している。縦軸のスケールは1目盛り当り50Hzの値でとっている。空気柱長さは主・副センサともに3.35mmとなっている。主・副両センサの周波数は、ほぼ同じように変動していることがわかる。したがって、両者の周波数比をとることによって圧力変動によって生ずる誤差はある程度相殺されることが期待される。

図2-34は、センサ周辺の温度変化が約 $\pm 0.2^\circ\text{C}$ で、ほぼ一定の場合を示す。縦軸のスケールは、1目盛りあたり周波数が5 Hz、両センサの周波数比が0.0002の値でとっており、変位に換算すると、これらの値はともに約1 μm に相当する。温度は1目盛り当り0.5°Cの値をとっている。設定圧力は $5.5 \times 10^4 \text{Pa}$ の条件で、主センサの空気柱長さが2.85mm、副センサが3.75mmの一定の状態である。主・副両センサの周波数はともに約 $\pm 2.5 \text{Hz}$ の精度でほぼ一定の値をとっていることがわかる。この場合、周波数変動は約 $\pm 2 \text{Hz}$ で、変位に換算すると約 $\pm 0.4 \mu\text{m}$ の精度を得ることが出来る。したがって、本センサは温度が一定の状態におい

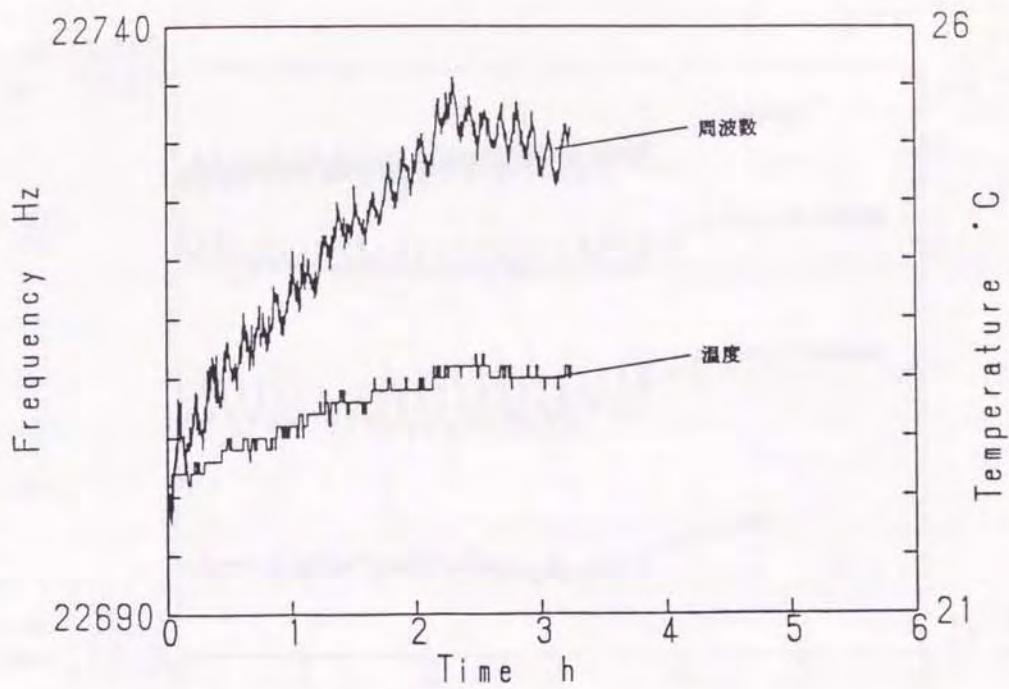


図 2 - 3 2 温度変化による周波数変化

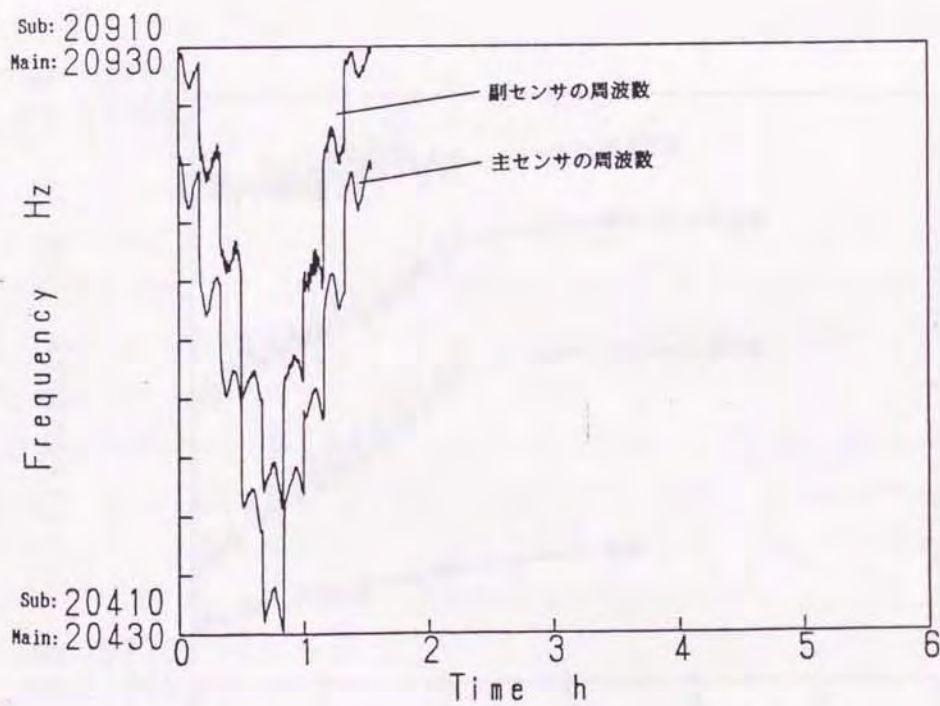


図 2 - 3 3 吹鳴圧力変化による周波数の変化

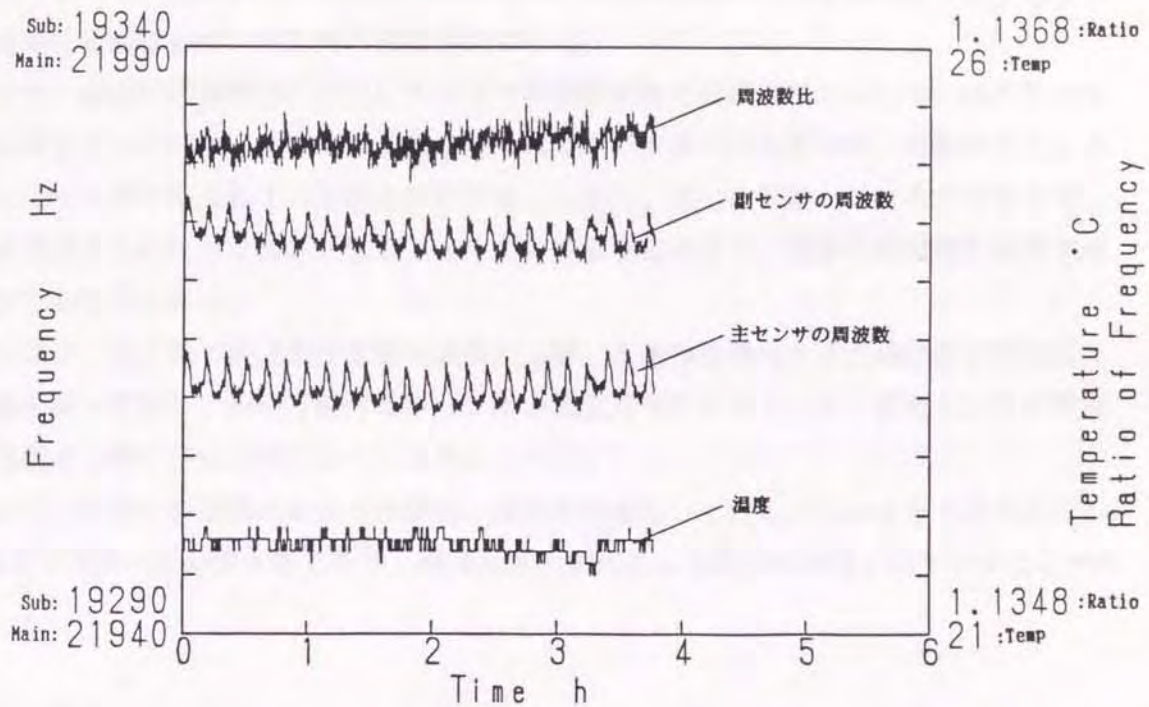


図 2 - 3 4 周波数比の経時変化(温度変化の無い場合)

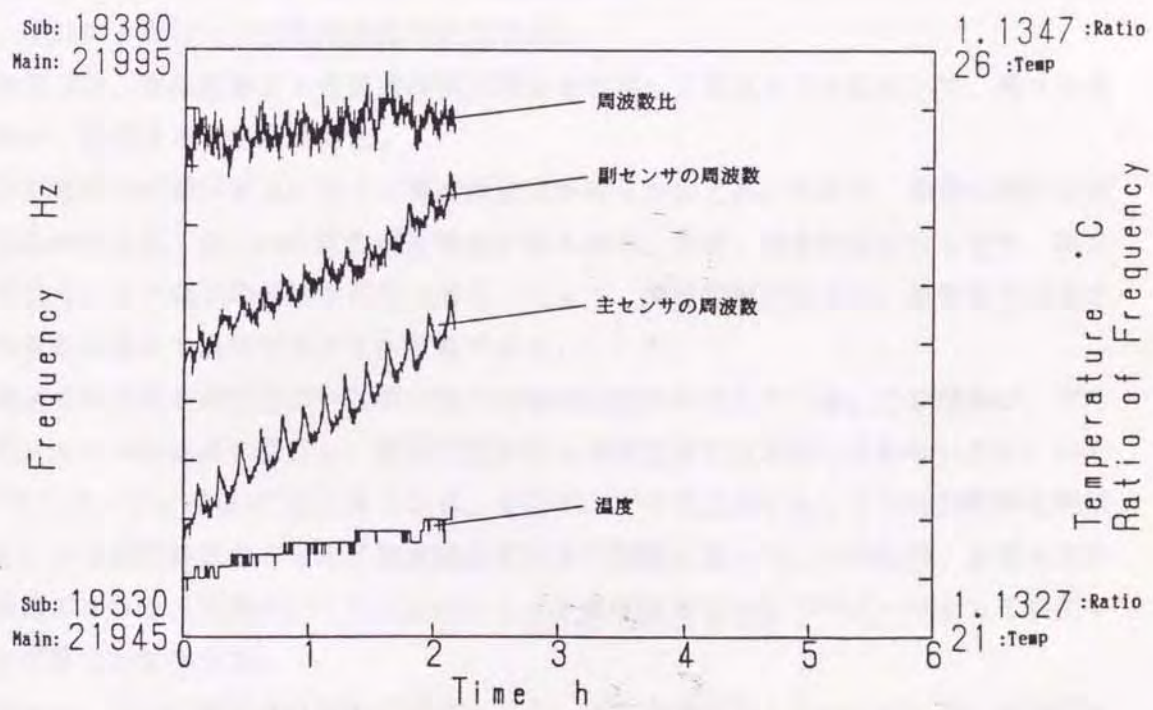


図 2 - 3 5 周波数比の経時変化(温度変化の有る場合)

ては高精度な測定が可能であることがわかる。

しかしながら、先ほど述べたパイプに吹き付ける圧縮空気の圧力変動により生ずる周期的な周波数変動は両センサの周波数に現れている。

ここで、両者の周波数比に着目してみると周波数変動と同様に約 $\pm 0.4 \mu\text{m}$ の精度でほぼ一定の値をとっている。また、周波数に見られる圧力変動による誤差は、両者の比をとることによって若干減少していることがわかる。しかし、完全に相殺しているとは言えず、これを解決するにはレギュレータやフィルタの精度を高めたり、流量を高精度で制御することなどが考えられる。

図2-35は、先と同じ設定条件で環境温度が上昇した場合の両センサの周波数と周波数比の変動を表している。先ほど述べた本センサの温度依存性により、主・副両センサの周波数は温度の上昇に伴って同じように上昇している。

ここで、両者の周波数比をとった場合、周波数が変化しているにもかかわらず約 $\pm 0.5 \mu\text{m}$ の精度でほぼ一定の値を得ており、環境温度の変化による影響が相殺されていることがわかる。

2.7 結言

エアリード楽器の発音機構を利用し、ノズルを通した圧縮空気を、固定したパイプの一端に吹き付け、パイプに音響を発生させる。パイプの他端から差し込まれたプランジャは被測定物体に押し当てられ、被測定物体の変位はプランジャを介して空気柱長さの変化となり、それにともなって共鳴周波数が変化する。

このような、空気柱長さと発音周波数の関係を利用した変位センサにおいて、種々の実験を行い、次のような結果を得た。

- (1) 空気柱長さが減少するに従って発音周波数が明らかに上昇しており、両者の間には良好な対応が見られ、約 $1 \mu\text{m}$ の変位測定精度が得られた。また、諸条件を変化させて、発音が得られるパイプ長さの範囲を選択することにより、測定範囲の広さと、測定精度の高さを適当なかねあいで選択することが可能である。
- (2) 測定された発音周波数は一端閉口管の共鳴周波数からずれている。この現象は、マウス上のジェットに速度に依存し、定数で表される端補正值では対応しきれないため、いわゆる“アクティブな端補正”が必要となる。そこで、マウス上のジェットの走行時間を熱線風速計による測定結果から求めて周波数のずれとの関係を調べた。その結果、正規化された周波数のずれは、定性的にマウス上のジェット位相進角を主なパラメータとして変化することが明らかになった。
- (3) さらに、流速の測定及び解析に適するよう、形状を理想化したパイプを用いた装置においても、発音状態を実験データを基に解析した。その結果、使用したいずれの装置にお

いても、空気ジェット速度、ノズルエッジ間距離などが、位相進角に影響を与え、発音可能となるパイプ長さの範囲を制限していた。しかし、様々な条件にもかかわらず位相進角で表される発音領域は個々のパイプにおいてほぼ一定であった。そして、この範囲が広いパイプほど発音が容易であることが判った。なお、付け加えると、この範囲が広いということは、後に述べる、「発音に必要なジェットの揺動の振幅条件」を満たす範囲が広いということである。

(4) 本センサは、発音周波数が温度によって左右される。また、吹付圧力の変動による周波数変動も若干みられる。そこで、温度変化と圧力変動が発音周波数に与える影響を調べ、センサ本来の性能を環境変化の中でも発揮できるよう、同じ構造を持つ副センサを設置し、先の誤差要因を排除することを試みた。その結果、センサの周辺温度が変化した場合でも、主・副両センサの周波数比をとることによって誤差を相殺することが可能となった。また、吹付圧力の変動による周波数変動の影響も若干相殺することが出来た。

第3章 吹鳴式変位センサにおける理論解析

(等価回路と流速分布による理論解析)⁽³⁻¹⁾

3.1 緒言

一端閉口管の開口端に圧縮空気を吹き付けると音響が発生する。そのとき空気柱長さを变化させると発生している音響の周波数が变化する現象を利用した変位測定法を考案し、実験結果を基に解析した結果については第2章において記述した。

このようにパイプの端面やそれに準ずる部位に空気を吹き付けると音響が発生するという現象は、エアリード楽器(フルート、オルガンパイプなど)の発音機構として知られている。これらの楽器ではパイプ寸法や吹き付ける空気の圧力などを变化させて周波数を変化させている。

本装置の発音機構はエアリード楽器のフィードバック発音機構と同一のものである。そこで、本章ではこの装置を、エアリードを持つ一端閉口の共鳴管(犬笛、一端閉口のオルガンパイプなど)として扱うことにより、等価回路を導いた。また、吹き付ける空気の流速の測定結果を導入した理論計算を行って発音周波数を算出すると共に、発音条件を満たすかどうかを求め、実際の吹鳴実験との比較を行った結果について記述する。

3.2 記号

本章において使用する記号を以下のように定める。

$A \sim D$: 伝達マトリックスの四端子定数

$A_n \sim D_n$: N_n の四端子定数

a : 管の内半径

a_{eff} : マウスの実効半径

a_n : マウス面の等価半径

a_p : パイプの等価半径

b : ノズルの幅

c : 音速

d : ノズルーエッジ間の距離

E : Benadeの端補正

F : 垂直断面にかかる力

f_0 : 理論周波数

f_s : 発音周波数

h : ノズルの高さ

- j : 複素定数
- k : 位相定数
- l : 管の長さ
- l_m : マウスの実効長さ
- N_m : マウスの四端子網
- P_n : ノズル内圧と大気圧との差
- p : 音圧
- $p_a \sim p_c$: ④～⑥点における音圧
- p_a^+, p_b^+ : ④, ⑤点における進行波
- p_a^-, p_b^- : ④, ⑤点における反射波
- $p^+, p^{+'}$: 分岐管入口および末端部における進行波
- $p^-, p^{-'}$: 分岐管入口および末端部における反射波
- p_j : ジェット膜上下の音圧差
- \hat{p}_j : ジェット膜上下の音圧差の振幅
- p_1 : パイプ入口における音圧
- p_2 : ジェット膜直下における音圧
- p_3 : ジェット膜直上における音圧
- $\text{Phase}()$: $()$ 内の関数の複素平面上の位相
- Q : 体積速度
- $Q_a \sim Q_c$: ④～⑥点における体積速度
- Q_e : 音響的駆動源としての体積速度(交流成分)
- Q_e^{new} : フィードバック・ループを一循した後の Q_e
- Q_m : マウスにおける音響的体積速度(交流成分)
- Q_m' : マウスにおける音響的体積速度(交流成分)
- Q_p : パイプ入口における音響的体積速度(交流成分)
- S : 管の断面積
- S_{eff} : マウスの実効断面積
- S_p : パイプの断面積
- t : 時刻
- U_e : エッジにおけるジェット平均流速
- U_0 : ノズルにおけるジェット平均流速
- u : 粒子速度
- u_a, u_b : ④, ⑤点における粒子速度
- W : (3-6)式で定義

- w : マウス面におけるフランジ幅
 Z : 音響インピーダンス
 Z_j : ジェットの揺動インピーダンス
 Z_p : パイプの入力インピーダンス
 Z_r : マウスからの放射インピーダンス
 β : 帰還関数
 δ : 管内平面波の減衰定数
 θ_e : ジェットの位相進角
 μ : 増幅関数
 μ_t : (3-3)式で定義
 ν : 空気の動粘度
 ξ : ジェットの揺動変位
 ξ_e : エッジにおけるジェットの揺動変位
 ρ : 空気の比重
 τ_e : マウス上のジェット横断時間
 ω : 角周波数

3.3 理論解析のための実験モデル

理論解析にあたっては、後に述べるジェットの数学的記述のため、以下のパラメータをできるだけ正確に把握しておく必要がある。

- ①(リップにおける)ジェットの運動量
- ②リップーエッジ間の距離 d
- ③リップおよびエッジにおけるジェットの平均速度 U_e , U 。
- ④リップーエッジ間のジェット走行時間 τ 。
- ⑤マウスの長さ l 。

例えば、2.5節において使用したモデル(図2-1参照)は、製作が容易であるため、実用には適するが、解析にあたって上述の①～⑤を定める上で次のような問題が生じた。

- ①ジェットの流れは、ノズルからエッジまで到達する段階で、 z 軸方向へ散逸している。したがって、熱線風速計により流速分布を知ることができても、 z 軸のどの位置までの運動量をリップにおける運動量とするか不明である。
- ②マウスが円形であるため、リップとエッジの位置は y の関数となり、リップーエッジ間の距離 d は不明確である。また、ジェットはマウス上を放射状に広がりながら進むため、ジェット主流は、 y 方向成分も持つ。したがって、リップ、エッジの定義は不明確となる。
- ③上で述べたことから、 U_e , U も y の位置により一定でない。

- ④リップーエッジ間のジェット走行時間 τ は、②と③で決定するため、不明確となる。
 ⑤独立したマウス部分を持たないため、マウスの長さ l は決定できない。

以上のような問題を解決し、数学的な取扱いを容易にするため、形状を理想化したモデルを使用した。図2-10にモデルの断面図を既に示した。なお、パイプの断面は正四角形であり、1辺が2.5mmのものである。前述の①～⑤について、このようなモデルを使用した理由を以下に述べる。

- ①細長い長方形断面を持つノズルは、そのままリップとなる。ノズル内部では助走区間を取っているため出口ではポテンシャル流れになり、出口断面での流速はほぼ一定と見なせる。したがって、リップにおける運動量はノズル出口における流速を知ることによって容易に決定できる。
 ②リップーエッジ間距離 d は幾何学的に明らかである。
 ③ U_0 はノズル出口における初速であり容易に決定できる。ノズルから出発したジェット膜は、比較的良い二次元性を保ちながらマウス上を通過し、エッジに到達するため、 U_0 は y 方向の位置によらずほぼ一定である。
 ④上述の点から問題なく求められる。
 ⑤マウスの長さ l は幾何学的に明らかである。

このモデルの基本的な形状は、一端閉口であることを除けば、エアリード楽器の中でも特にオルガンパイプの形状に似ている。一端閉口のオルガンパイプも存在するが、身近にあるものの中でこのモデルに最も近いのは、犬笛である。これは、大きさ、形状などが、ほぼ等しいばかりでなく、プランジャの出し入れにより、管内空気柱の長さを変化させて、共鳴周波数を変化させるようになっている。このような、同一の発音機構を有する楽器等の形状を学ぶことにより、広範囲において安定した発音を得る装置が可能となった。

細長い長方形断面を持つノズルは、そのまま明確にリップを形成し、ジェット膜は、比較的良い二次元性を保ちながら、矩形のマウス上を通過し、エッジに到達する。ノズル内部の形状により、ノズル吹き出し面におけるジェットは、ポテンシャル流れになっているため、この面での流速分布は一樣と見なすことができる。したがって、ここでの流速を計ることにより、ノズルから吹き出す(言い替えればリップを通過する)ジェットの運動量は、正確に知ることが出来る。

3.4 ジェットの数学的記述 (3-2) (3-3)

3.4.1 音響的駆動源 Q 。

図3-1にパイプの発音機構の概念図を示す。また、マウスの詳細は図2-16において既に示してある。マウス開口上の空気ジェットはパイプ内部の空気とパイプ外部の空気を分離する一種の隔膜と見なせる。そして、この隔膜の上下に音圧差 p が存在するものと仮定すれ

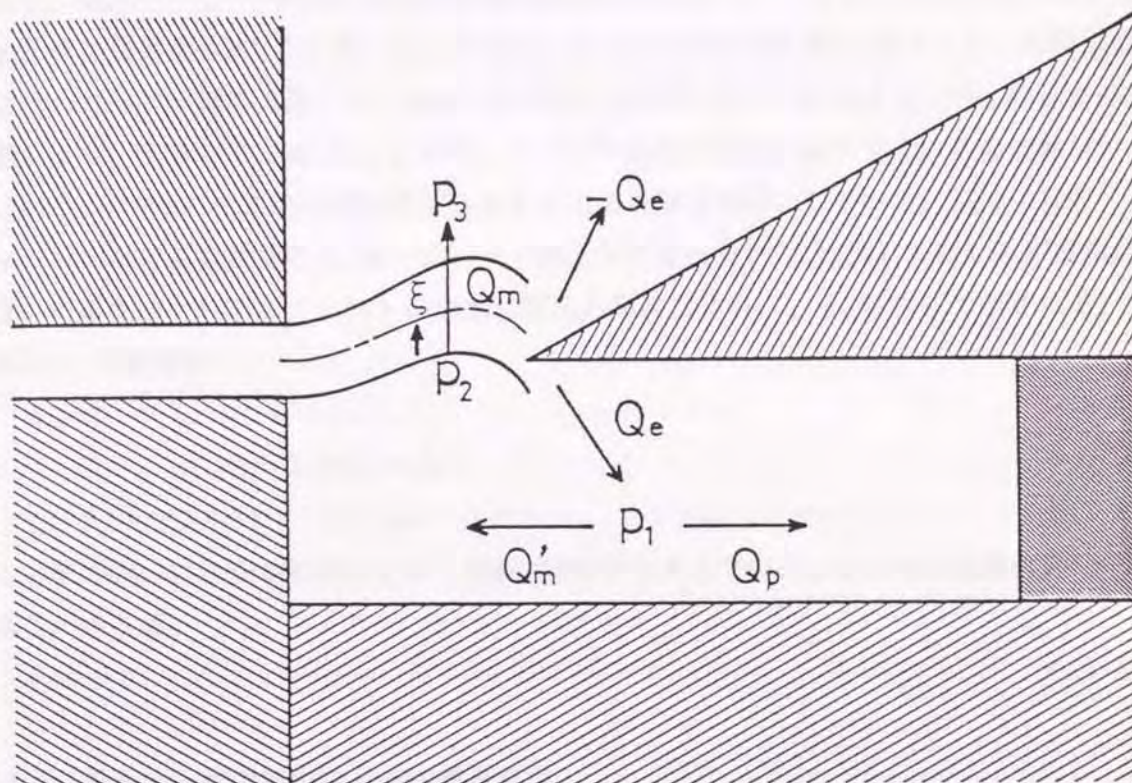


図 3 - 1 発音機構の概念図

ば、隔膜内の全ての粒子は風にはためく波状の旗のように見える。このようなジェット膜の揺動運動はエッジにおいてジェットの流れる方向を制御し、ジェットはパイプの内外に交互に流れる。この振動成分が音響的駆動源 Q_e として作動し、その一部がパイプ内空気柱の振動をもたらす。さて、ノズルを出たジェットはある流速 U_e でエッジに当たり、ある揺動変位 ξ_e をもってエッジの上下を横切っている。そしてエッジにおける体積流は ξ_e によって変調され、 Q_e は次式で示される。

$$Q_e = -b \xi_e U_e \quad \dots\dots\dots (3-1)$$

ここで、 Q_e がパイプの中に吹き込む音響的体積速度となり、 $-Q_e$ がパイプの外に吹き出す直流的体積速度 $b h U_e$ に加わる。ここで、ジェットの平均流速 U_e はジェットの断面積 $b h$ にわたって一様に分布しているものとする。また式(3-1)の負号は ξ_e と Q_e の正方向の定義による。すなわち、 ξ_e の正方向はパイプの内側から外側に向かっているのに対して、 Q_e はジェットがパイプの内側に吹き込むとき正值を取るものとしている。(図3-1参照)

エッジにおける揺動変位 ξ_e は、ジェット膜上下の音圧差 p_j に比例してはいるが位相はお互いに異なっている。ジェットの揺動に関する理論によれば、 ξ_e は次式で示される。

(付録1, 78頁参照)

$$\xi_e / p_j = (1 / \rho h \omega^2) \mu_e(\theta_e) \quad \dots\dots\dots (3-2)$$

$$; p_j = \hat{p}_j \exp(j \omega t)$$

$$\mu_e(\theta_e) = -1 + (1 + j \theta_e) \exp(-j \theta_e) \quad \dots\dots\dots (3-3)$$

ここで θ_e は τ_e に ω をかけたジェット位相進角(マウス上でのジェットの位相遅れ)であり、次式で示される。

$$\theta_e = \omega \tau_e \quad \dots\dots\dots (3-4)$$

3.4.2 ジェット膜の揺動による体積速度 Q_m

ジェット膜はマウス上の柔らかいふたのように振舞うので、ジェットの揺動 ξ はマウスにおける音響的体積速度 Q_m を生み出す。揺動理論によれば、 Q_m は、次式で示される。

(付録2, 79頁参照)

$$Q_m = b \int_0^d (j \omega \xi) dx = (b U_e / \rho h \omega^2) W p_j \quad \dots\dots\dots (3-5)$$

$$W = [2(U_e / U_e) - (2 \cos \theta_e + \theta_e \sin \theta_e)] \\ + j [-(\omega d / U_e) + (2 \sin \theta_e - \theta_e \cos \theta_e)] \quad \dots\dots\dots (3-6)$$

3.4.3 パイプ内の音響的体積速度 Q_p

さて、音圧差 p_j は、エッジにおいて駆動源 Q_e および $-Q_e$ をもたらす、同時にマウスにおいて揺動による体積速度 Q_m をもたらす。ところで、図3-1によれば Q_e は p_j の位置にお

いて Q_p と Q_m' に分岐するものと考えられる。したがって、パイプ内への音響的体積速度である Q_p は次式で示される。

$$Q_p = Q_0 - Q_m' \quad \dots\dots\dots (3-7)$$

もう一つの駆動源 $-Q_0$ はジェットの上側において Q_m と合体し、マウスの放射インピーダンス Z_r を通して音波を放射する。

3.5 等価回路

理論計算にあたっては、発音に関係する要素を電氣的素子に置き換えることにより、発音機構を電気回路に置き換えて計算し、発音条件や発音周波数を求める。

さて、二つの駆動源 Q_0 と $-Q_0$ に対して得られた上述の関係により、図3-1に示した発音状態に対する等価回路は図3-2により表すことができる。図中の素子 Z は、それぞれ音響インピーダンスを示している。音響的要素を電氣的な素子に置き換える場合、一般には電氣的四端子網で表す必要があり、単一のインピーダンスで表すことは特別な場合に許される。

この場合では、図3-1における p_1 の点より右側の管における部分は、 $Q_0 \rightarrow Q_m'$ という音響的流れの途中からの分岐管と見なすことにより図3-2のインピーダンス Z_p で表すことができる。

また、素子 N_m はマウスの部分を四端子網で示したものである。また、一端開口他端閉口管において、開口部のマウスについては、 p_1 の点～ p_2 の点までの音響的流れに着目すると、音圧と体積速度が共に変化する仮定をとらざるを得ないので、四端子網 N_m で示す必要がある。

3.6 フィードバック・ループ⁽³⁻²⁾⁽³⁻³⁾

以上の説明をまとめると、 $p_1 \rightarrow \xi_0 \rightarrow Q_0 \rightarrow Q_m \rightarrow p_1$ という循環的な流れのパターンを得ることが出来る。そしてこの閉じたループを増幅作用と帰還作用に分けて考えることが出来る。かりに Q_0 を増幅作用の出力と見なすならば Q_m が帰還される量すなわちジェットへの帰還体積速度を与えるものと考えられる。増幅作用の入力としては、揺動変位 ξ_0 を選ぶことが自然であるが、数学的取扱の都合上、式(3-5)によってジェットの揺動による体積速度として定義される Q_m を選択することにする。したがって、循環的な流れのパターンを、 $Q_m \rightarrow p_1 \rightarrow \xi_0 \rightarrow Q_0 \rightarrow Q_m$ として再構成することが出来る。

このようにして、一つのフィードバック・ループが形成される。ジェット膜上の乱れとしての Q_m が原因となって音響的駆動源である Q_0 が生ずる。この $Q_m \rightarrow Q_0$ の過程が増幅作用に相当し、原因 Q_m は、ジェット膜の揺動インピーダンス Z_r に従って音圧 p_1 を発生させ、さらにこの p_1 がエッジにおいてジェット膜の揺動変位 ξ_0 をもたらし、ジェットの体積速度はこの ξ_0 に従って変調されて駆動源 Q_0 が生ずることになる。この Q_0 の一部である Q_p

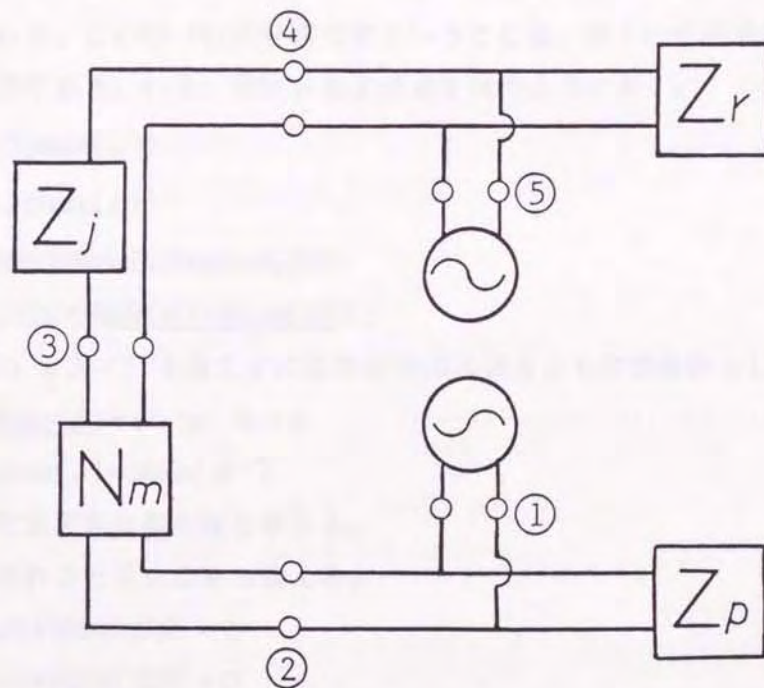


図 3 - 2 電氣的等価回路①

がパイプ内でのエネルギー散逸による放射に打ち勝ってパイプ内の空気中の振動を維持する。そして残りの成分である $Q_e - Q_p$ が初めの原因であった Q_m としてマウスを通してジェットに帰還される。

このようなフィードバック・ループに基づいて、増幅関数 μ と帰還関数 β をそれぞれ次式のように表す。

$$\mu = (p_j / Q_m) (\xi_e / p_j) (Q_e / \xi_e) = Q_e^{new} / Q_m \quad \dots\dots\dots (3-8)$$

$$\beta = Q_m / Q_e \quad \dots\dots\dots (3-9)$$

このとき次の発音方程式が定常的発音状態に対して成り立つ。

$$\mu \beta = [(Q_e / \xi_e) (\xi_e / p_j) (p_j / Q_m)] [(Q_m / Q_e)] = 1 \quad \dots\dots (3-10)$$

発音方程式(3-10)は、フィードバック・ループを一巡したときの利得がちょうど1に等しいことを示している。この(3-10)式を満たすということは、以下の位相条件と振幅条件を満たすことと等価である。いま、関数 μ および β を次のようにおく。

$$\mu = \hat{\mu} \exp(j \text{phase}(\mu))$$

$$\beta = \hat{\beta} \exp(j \text{phase}(\beta))$$

$$\therefore \mu \beta = \hat{\mu} \hat{\beta} \{ \cos(\text{phase}(\mu) + \text{phase}(\beta)) + j \sin(\text{phase}(\mu) + \text{phase}(\beta)) \}$$

発音方程式(3-10) $\mu \beta = 1$ を満たすには実数項のみ残るから位相条件として次式を得る。

$$\text{Phase}(\mu) + \text{Phase}(\beta) = 0 \quad \text{or} \quad 2n\pi \quad \dots\dots\dots (3-11)$$

または $\text{phase}(\mu) = \text{phase}(\beta^{-1})$

この位相条件が発音可能な周波数を与える。

位相条件が満たされるとき次の事が言える。

$$\cos(\text{phase}(\mu) + \text{phase}(\beta)) = 1$$

$$\sin(\text{phase}(\mu) + \text{phase}(\beta)) = 0$$

$$\therefore \hat{\mu} \hat{\beta} \geq 1$$

$$|\mu \beta| \geq 1 \quad \dots\dots\dots (3-12)$$

または $|\mu| \geq |\beta^{-1}|$

つまり、位相条件と振幅条件が同時に満たされるならば、上記の周波数での発音が実現されることになる。もしも不等式 $|\mu \beta| > 1$ が満たされるならば、発音は時間と共に成長する。しかし、そのような場合には ξ_e と Q_e との間での非線形性が μ または β を減少させ、最終的には $|\mu \beta| = 1$ での振幅が与えられる。こうして発音は定常状態に落ち着く。このような観点から式(3-12)に不等号がつけられている。

ここで、 ξ_e と Q_e との間での非線形性とは、次のような意味である。 ; ξ_e が小さいときには ξ_e の値に Q_e が比例するが、 ξ_e がジェットの厚さよりも大きくなり、エッジにおける

ジェットが完全にパイプの内外とに振り切って振動している場合は、 Q_e の値は飽和状態となりそれ以上大きくならない。

3.7 増幅関数

増幅関数 μ は(3-1), (3-2)式を(3-8)式に代入することにより次式となる。

$$\begin{aligned}\mu &= (Q_e/\xi_e) (\xi_e/p_j) (p_j/Q_m) \\ &= (-bU_e) (\mu_t/\rho h\omega^2) Z_j \\ &= (b/\rho h\omega^2) (-U_e\mu_t) Z_j \quad \dots\dots\dots(3-13)\end{aligned}$$

ただし、ここで $Z_j \equiv p_j/Q_m$ と定義する。

3.8 帰還関数

理論解析に先立って、まず、音圧と体積速度に関する伝達マトリックスの四端子定数を求める。次に、帰還関数 β を周波数の関数として示すために、等価回路における各素子の音響インピーダンスならびに四端子定数を決定する。

3.8.1 減衰伝搬を伴う管路の伝達マトリックス⁽³⁻⁴⁾

図3-3のような、断面積 S の直管の任意垂直断面における音圧を p とすると、垂直断面にかかる力 F は次式で得られる。

$$F = S \cdot p \quad \dots\dots\dots(3-14)$$

また、管内平面波の音圧 p は、粒子速度 u の関数として $p = \rho \cdot c \cdot u$ で与えられるので(3-14)式に代入すると垂直断面 S に作用する力 F は次式のごとく書き換えることができる。

$$F = S \cdot p = \rho \cdot c \cdot S \cdot u = \rho \cdot c \cdot Q \quad \dots\dots\dots(3-15)$$

いま、長さ l 、断面積 S の管において、入口点①と出口点②における音圧、粒子速度、および体積速度をそれぞれ図3-3のように $p_a, u_a, Q_a, p_b, u_b, Q_b$ とすると、(3-15)式における定義により

$$Q_a = S \cdot u_a \quad \dots\dots\dots(3-16)$$

$$Q_b = S \cdot u_b \quad \dots\dots\dots(3-17)$$

で与えられる。また①点における進行波の音圧を p_a^+ 、①点における反射波の音圧を p_a^- とすると、②点における進行波の音圧 p_b^+ および反射波 p_b^- は次式で与えられる。^{(3-5) (3-6)}

$$p_b^+ = p_a^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\delta z} \quad \dots\dots\dots(3-18)$$

$$p_b^- = p_a^- \cdot e^{jkz} \cdot e^{\delta z} \quad \dots\dots\dots(3-19)$$

ここで減衰定数 δ [1/m] は、次の近似式を用いる。⁽³⁻⁵⁾

$$\delta \doteq 2.11 \times 10^4 (2\pi c/\omega)^{-0.5} (2ca/\nu)^{-1} \quad \dots\dots\dots(3-20)$$

ここで、 a は空気柱断面の半径を示す。

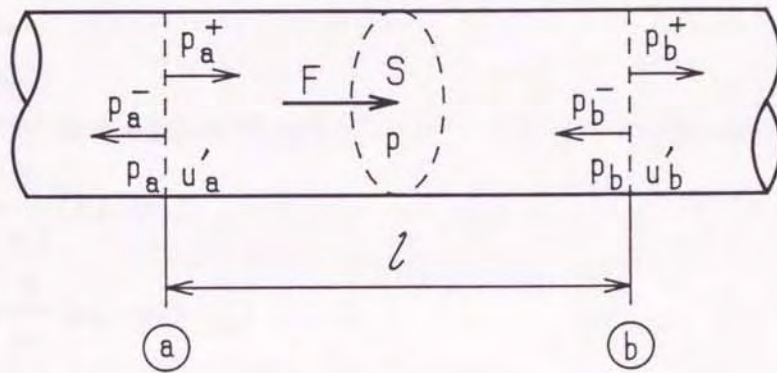


図 3 - 3 直管内における平面波

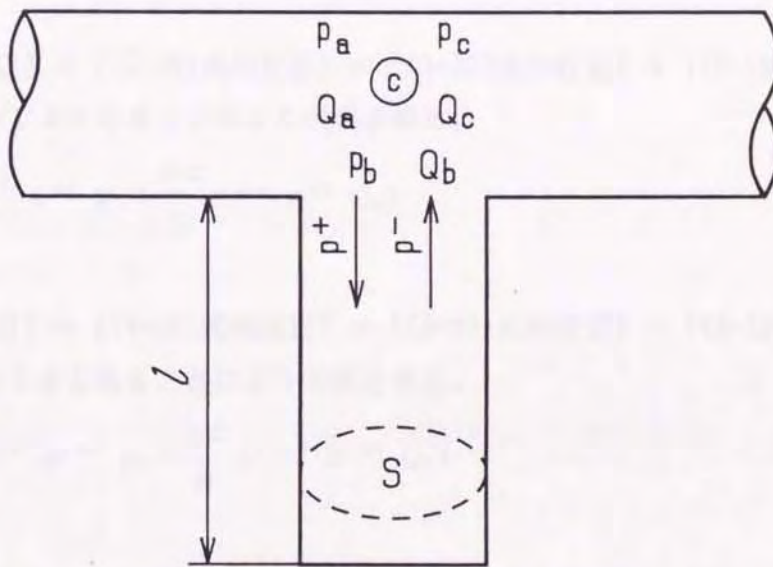


図 3 - 4 分岐管における平面波

また、 k は位相定数であり、次の式で示される。

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \delta^2} \quad \dots\dots\dots(3-21)$$

さて、㊸点および㊹点における進行波と反射波の合成音圧と体積速度は次のようになる。

$$p_a = p_a^+ + p_a^- \quad \dots\dots\dots(3-22)$$

$$p_b = p_b^+ + p_b^- \\ = p_a^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\delta z} + p_a^- \cdot e^{jkz} \cdot e^{\delta z} \quad \dots\dots\dots(3-23)$$

$$Q_a = S u_a = \frac{S}{\rho c} (p_a^+ - p_a^-) \quad \dots\dots\dots(3-24)$$

$$Q_b = S u_b = \frac{S}{\rho c} (p_b^+ - p_b^-) \\ = \frac{S}{\rho c} (p_a^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\delta z} - p_a^- \cdot e^{jkz} \cdot e^{\delta z}) \quad \dots\dots\dots(3-25)$$

いま、(3-25)式の両辺に $\rho c / S$ をかけることで次式を得る。

$$\frac{\rho c}{S} Q_b = (p_a^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\delta z} - p_a^- \cdot e^{jkz} \cdot e^{\delta z}) \quad \dots\dots\dots(3-26)$$

ここで、

{(3-23)式の左辺} + {(3-25)式の左辺} = {(3-23)式の右辺} + {(3-25)式の右辺}
として p_a^+ についてまとめることにより次式を得る。

$$p_a^+ = \frac{1}{2} (e^{jkz} \cdot e^{\delta z} \cdot p_b + \frac{\rho c}{S} e^{jkz} \cdot e^{\delta z} \cdot Q_b) \quad \dots\dots\dots(3-27)$$

同様に、

{(3-23)式の左辺} - {(3-25)式の左辺} = {(3-23)式の右辺} - {(3-25)式の右辺}
として p_a^- についてまとめることにより次式を得る。

$$p_a^- = \frac{1}{2} (e^{-jkz} \cdot e^{-\delta z} \cdot p_b - \frac{\rho c}{S} e^{-jkz} \cdot e^{-\delta z} \cdot Q_b) \quad \dots\dots\dots(3-28)$$

先程と同様、

{(3-27)式の左辺} + {(3-28)式の左辺} = {(3-27)式の右辺} + {(3-28)式の右辺}
とすることにより次式を得る。(付録3, 80頁参照)

$$p_a^+ + p_a^- = \frac{1}{2} [(e^{\delta z} + e^{-\delta z}) \cos k l + j(e^{\delta z} - e^{-\delta z}) \sin k l] p_b \\ + \frac{\rho c}{S} [(e^{\delta z} - e^{-\delta z}) \cos k l + j(e^{\delta z} + e^{-\delta z}) \sin k l] Q_b \quad \dots\dots\dots(3-29)$$

また、

{(3-27)式の左辺} - {(3-28)式の左辺} = {(3-27)式の右辺} - {(3-28)式の右辺}
 とすることにより次式を得る。(付録3, 80頁参照)

$$p_a^+ - p_a^- = \frac{1}{2} [(e^{\delta l} - e^{-\delta l}) \cos k l + j(e^{\delta l} + e^{-\delta l}) \sin k l] p_b \\
 + \frac{\rho c}{S} [(e^{\delta l} + e^{-\delta l}) \cos k l + j(e^{\delta l} - e^{-\delta l}) \sin k l] Q_b \quad \dots\dots (3-30)$$

(3-29), (3-30)式を(3-22), (3-24)式に代入することにより次式が求められる。

$$p_a = \{\cosh \delta l \cdot \cos k l + j \sinh \delta l \cdot \sin k l\} p_b \\
 + \frac{\rho c}{S} \{\sinh \delta l \cdot \cos k l + j \cosh \delta l \cdot \sin k l\} Q_b \quad \dots\dots (3-31)$$

$$Q_a = \frac{S}{\rho c} \{\sinh \delta l \cdot \cos k l + j \cosh \delta l \cdot \sin k l\} p_b \\
 + \{\cosh \delta l \cdot \cos k l + j \sinh \delta l \cdot \sin k l\} Q_b \quad \dots\dots (3-32)$$

ここで、 $\textcircled{A} = \cosh \delta l \cdot \cos k l + j \sinh \delta l \cdot \sin k l$

$\textcircled{B} = \sinh \delta l \cdot \cos k l + j \cosh \delta l \cdot \sin k l$

とおくと(3-31), (3-32)式は次のように書き換えることができる。

$$p_a = \textcircled{A} \cdot p_b + \frac{\rho c}{S} \textcircled{B} \cdot Q_b \quad \dots\dots (3-33)$$

$$Q_a = \frac{S}{\rho c} \textcircled{B} \cdot p_b + \textcircled{A} \cdot Q_b \quad \dots\dots (3-34)$$

ここで \textcircled{A} 点と \textcircled{B} 点の音圧と体積速度に関する(3-33), (3-34)式をマトリックスの形に書き換えることにより次式を得る。

$$\begin{pmatrix} p_a \\ Q_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textcircled{A} & \rho c / S \cdot \textcircled{B} \\ S / \rho c \cdot \textcircled{B} & \textcircled{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_b \\ Q_b \end{pmatrix} \quad \dots\dots (3-35)$$

いま(3-35)式の伝達マトリックスの四端子定数を次のように表すことにする。

$$\begin{pmatrix} p_a \\ Q_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_b \\ Q_b \end{pmatrix} \quad \dots\dots (3-36)$$

このとき、(3-35)式により上式の四端子定数 $A \sim D$ は次のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} A &= \{\cosh \delta l \cdot \cos k l + j \sinh \delta l \cdot \sin k l\} \\ B &= \frac{\rho c}{S} \{\sinh \delta l \cdot \cos k l + j \cosh \delta l \cdot \sin k l\} \\ C &= \frac{S}{\rho c} \{\sinh \delta l \cdot \cos k l + j \cosh \delta l \cdot \sin k l\} \\ D &= A \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3-37)$$

3.8.2 減衰伝搬する分岐管の伝達マトリックス⁽³⁻⁴⁾

図3-4のように長さ l の分岐管入口境界点◎において、管路入口側、分岐管入口、管路出口側の音圧および体積速度をそれぞれ $p_a, Q_a, p_b, Q_b, p_c, Q_c$ とすると、◎点における連続の式は次式で表される。

$$p_a = p_b = p_c \quad \dots\dots\dots (3-38)$$

$$Q_a = Q_b + Q_c \quad \dots\dots\dots (3-39)$$

ここで、分岐管末端部からみた進行波の音圧を $p^{+'}$ 、反射波の音圧を $p^{-'}$

分岐管入口部からみた進行波の音圧を p^+ 、反射波の音圧を p^-

とすると、(3-18), (3-19)式より次式を得る。

$$p^{+'} = p^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z}$$

$$p^{-'} = p^- \cdot e^{jkz} \cdot e^{\alpha z}$$

分岐管末端部の境界条件は体積速度が0、つまり粒子速度が0であるので次の関係を得る。

$$p^{+'} - p^{-'} = 0$$

$$\therefore p^{+'} = p^{-'}$$

$$\therefore p^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z} = p^- \cdot e^{jkz} \cdot e^{\alpha z}$$

$$\therefore p^- = p^+ \cdot e^{-2jkz} \cdot e^{-2\alpha z} \quad \dots\dots\dots (3-40)$$

いま、分岐管入口の音圧を考えると

$$p_a = p_b = p_c = p^+ + p^-$$

上式に(3-40)式を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} p_b &= p^+ + p^+ \cdot e^{-2jkz} \cdot e^{-2\alpha z} \\ &= p^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z} (e^{jkz} \cdot e^{\alpha z} + e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z}) \quad \dots\dots\dots (3-41) \end{aligned}$$

また、分岐管入口の体積速度は

$$Q_b = \frac{S}{\rho c} (p^+ - p^-)$$

やはり、上式に(3-40)式を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} Q_b &= \frac{S}{\rho c} (p^+ - p^+ \cdot e^{-2jkz} \cdot e^{-2\alpha z}) \\ &= \frac{S}{\rho c} p^+ \cdot e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z} (e^{jkz} \cdot e^{\alpha z} - e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z}) \quad \dots\dots\dots (3-42) \end{aligned}$$

◎点から分岐管を見た音響インピーダンス Z は(3-41), (3-42)式により次式で表せる。

$$\begin{aligned} Z &= \frac{p_b}{Q_b} = \frac{\rho c}{S} \cdot \frac{e^{jkz} \cdot e^{\alpha z} + e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z}}{e^{jkz} \cdot e^{\alpha z} - e^{-jkz} \cdot e^{-\alpha z}} \\ &= \frac{\rho c}{S} \cdot \frac{(e^{2\alpha z} + e^{-2\alpha z})}{(e^{2\alpha z} - e^{-2\alpha z})} \quad \dots\dots\dots (3-43) \end{aligned}$$

次に、分岐管(並列接続)の伝達マトリックスを求める。(3-38)式より

$$P_a = P_c \quad \dots\dots\dots(3-44)$$

(3-39)式により

$$Q_a = Q_b + Q_c = \frac{P_b}{Z} + Q_c = \frac{P_c}{Z} + Q_c \quad \dots\dots\dots(3-45)$$

(3-44),(3-45)式より、分岐管(並列接続)の伝達マトリックスは次式のように表される。

$$\begin{pmatrix} P_a \\ Q_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_c \\ Q_c \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3-46)$$

3.8.3 パイプの入力インピーダンス Z_p

帰還関数 β を周波数の関数として示すために、等価回路のインピーダンスと四端子定数を決定する。まず、図3-2の等価回路は駆動源を省いて表すと図3-5のようになる。

図3-5において、 Z_p は①～②間に並列接続されるので、伝達マトリックスは(3-46)式より、次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ Q_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_p^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ Q_m \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3-47)$$

ここで Z_p は(3-43)式により、次式で示される。

$$Z_p = \frac{\rho c}{S_p} \frac{(\exp(2\delta l) + \exp(-2jk l))}{(\exp(2\delta l) - \exp(-2jk l))} \quad \dots\dots\dots(3-48)$$

以後空気柱長さ l は、図2-16に示すセンサ内の空気柱長さを示す。式中の δ は(3-20)式中の a を a_p に置き換えることで得られ、位相定数 k はその δ を(3-21)式に代入して得られる。

3.8.4 マウスの四端子定数

図3-5における②～③間の素子 N_m は、②～③間で音圧、体積速度共に変化しているので、電気的四端子網で表され、伝達マトリックスは(3-36)式により次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ Q_m' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P^2 \\ Q_m \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3-49)$$

減衰伝搬する管内平面波を適用すると、(3-37)式により、次の四端子定数を得る。

$$\left. \begin{aligned} A_m &= \{ \cosh(\delta l_m) \cdot \cos(k l_m) + j \sinh(\delta l_m) \cdot \sin(k l_m) \} \\ B_m &= \frac{\rho c}{S_{eff}} \{ \sinh(\delta l_m) \cdot \cos(k l_m) + j \cosh(\delta l_m) \cdot \sin(k l_m) \} \\ C_m &= \frac{S_{eff}}{\rho c} \{ \sinh(\delta l_m) \cdot \cos(k l_m) + j \cosh(\delta l_m) \cdot \sin(k l_m) \} \\ D_m &= A_m \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(3-50)$$

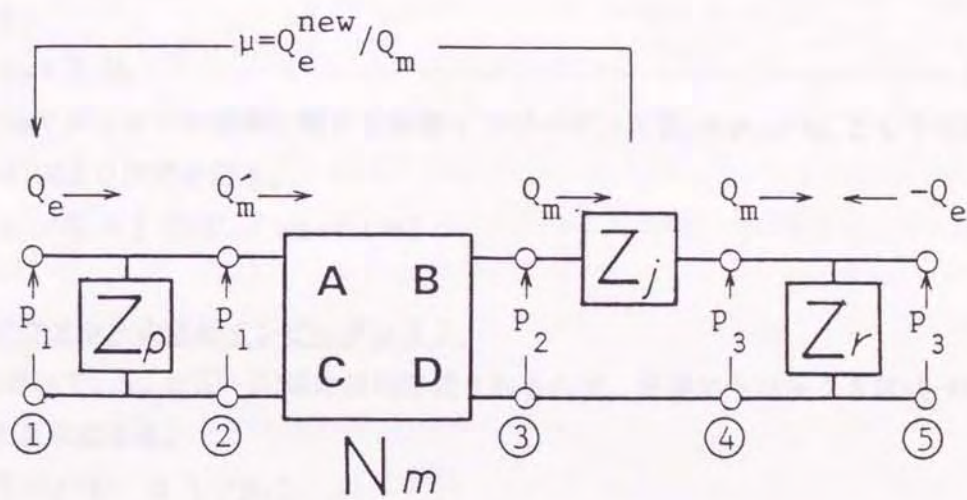


図 3-5 電氣的等価回路②(各点の音圧と体積速度)

ここで、式中の δ は(3-20)式中の a を a_{eff} に置き換えることで得られ、位相定数 k はその δ を(3-21)式に代入して得られる。

また、マウスの実効長さ l_m と実効断面積 S_{eff} および実効半径 a_{eff} を知る必要があるが、ここではマウスに等価な円錐台を仮定した近似により求めた。(3-2)

3.8.5 ジェットの揺動インピーダンス Z_J

図3-5における③～④間の伝達マトリックスは、音圧が変化し、体積速度は変化しないので次式で示される。

$$\begin{pmatrix} p_2 \\ Q_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z_J \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_3 \\ Q_m \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3-51)$$

したがって、

$$p_2 = p_3 + Z_J Q_m \quad \dots\dots\dots (3-52)$$

3.7節においてジェットの揺動に関する音響インピーダンス $Z_J \equiv p_J / Q_m$ として定義したので、(3-5)式より次式を得る。

$$Z_J = p_J / Q_m = [(b U_o / \rho h \omega^2) W]^{-1} \quad \dots\dots\dots (3-53)$$

3.8.6 マウスからの放射インピーダンス Z_r

図3-5において、 Z_r は④～⑤間に並列接続されるので、伝達マトリックスは(3-46)式より、次式のようなになる。

$$\begin{pmatrix} p_3 \\ Q_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_r^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_5 \\ Q_o \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3-54)$$

したがって、

$$Q_m = p_3 Z_r^{-1} + Q_o \quad \dots\dots\dots (3-55)$$

マウスからの放射をバッフルなしのピストンからの放射に等価と見なすことにより、マウスの音響的放射インピーダンス Z_r は次の式で表される。(付録4, 82頁参照)

$$Z_r = \frac{\rho \omega^2}{4 \pi c} + j \frac{\rho \omega}{\pi a_m^2} E \cdot a_m \quad \dots\dots\dots (3-56)$$

ここで E はBenadeの端補正⁽³⁻⁷⁾である。((2-7)式参照)

3.8.7 帰還関数 β の導出

以上の結果より等価回路を構成する音響インピーダンス、および四端子定数が得られた。最後に帰還関数 β を導出する。図3-5における①～③間の伝達マトリックスより次式を得る。

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ Q_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_p^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_2 \\ Q_m \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3-57)$$

したがって、

$$Q_e = (A_m Z_p^{-1} + C_m) p_2 + (B_m Z_p^{-1} + D_m) Q_m \quad \dots\dots\dots (3-58)$$

(3-52)式, (3-55)式, および(3-58)式により、帰還関数 $\beta (= Q_m / Q_e)$ が次式のように求められる。

$$\beta = \frac{(A_m Z_p^{-1} + C_m) Z_r + 1}{(A_m Z_p^{-1} + C_m) (Z_r + Z_J) + B_m Z_p^{-1} + D_m} \quad \dots\dots\dots (3-59)$$

3. 9 発音方程式

(3-13)式, (3-59)式より、発音方程式(3-10)式は、 $\mu = \beta^{-1}$ とすることにより次式のようになる。

$$(b / \rho h \omega^2) (-U_e \mu_e) Z_J = \frac{(A_m Z_p^{-1} + C_m)(Z_r + Z_J) + B_m Z_p^{-1} + D_m}{(A_m Z_p^{-1} + C_m) Z_r + 1} \quad (3-60)$$

いま、マウスにおけるジェットの平均流速分布を測定すれば、 τ_e, U_e, U_e がわかるので、(3-4)式により(3-3)式, (3-6)式, および(3-53)式で表される μ_e, W, Z_J を周波数の関数として扱うことができる。また、パイプやマウスの幾何学的寸法がわかるならば音響インピーダンス Z_p, Z_r および N_m の四端子定数も周波数の関数として扱うことができる。

3. 10 測定機器

本章において使用した測定機器は以下の通りである。

1) 精密騒音計

リオン社製	NA-40
測定範囲	音圧レベル 35~130dB(FLAT, 20~20kHz)
周波数特性	2~70kHz ± 3 dB(FLAT, 20~20kHz)

2) コンデンサ マイクロホン

リオン社製	UC-29
外径	$\phi 7.00$ mm
感度	-47dB
容量	8pF (pv200V)
周波数特性	20~70kHz ± 0.5 dB(FLAT)

3) FFT デジタル スペクトラム アナライザ

アドバンテスト社製	TR-9404 (改)
周波数軸分析レンジ	1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1k, 2k, 5k, 10k, 20k, 50k, 100kHz(16レンジ)
分解能	400ライン

ランニングズーム機能

各周波数レンジにおいて、任意のスペクトルを、測定時にリアルタイムで拡大可能。(倍率: 2~256倍、バイナリ)

総合分解能 周波数レンジ/倍率/400 [Hz]

インターフェース GP-IB

4) マイクロメータヘッド

(高精度デジマチックヘッド)

三豊製作所製 MHD-25H

測定範囲 25mm

測定子 超硬チップ、平面測定子

総合情報 0.001mm 以内

5) デジタル カウンタ

三豊製作所製 ARC-17001

最小読取值 0.0001mm

指示範囲 ± 999.9999

軸数 1

検出器 デジマチックヘッド

6) 圧力調整器

(プレッシャー レギュレータ)

SMC製 IR200

最大供給圧力 $6.9 \times 10^5 \text{ Pa}$

調整圧力範囲 $5 \times 10^3 \sim 2 \times 10^5 \text{ Pa}$

感度 100Pa

7) 圧力計

水銀マンノメータ(一端は大気圧に開放)

最大測定圧力 $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$

最小目盛り 2mm (約260Pa)

8) 圧力計

水マンノメータ(一端は大気圧に開放)

最大測定圧力 $1.5 \times 10^4 \text{ Pa}$

最小目盛り 2mm (約20Pa)

9) エア コンプレッサ

日立社製

最大使用圧力 $9.81 \times 10^5 \text{ Pa}$

吐出容積 255 l/min

10) 熱線風速計

(定温度型熱線流速計)

司測研製 HC-30

11) 熱線プローブ

(I形プローブ)

司測研製 HC-25-5L

線材: $\phi 5.3 \mu\text{m}$ タングステン フィラメント

有効長 約1.0mm

11) 熱線風速計用電圧計

(デジタル マルチメータ)

日置電機株式会社 3223-01

分解能 1mV (20V レンジ)

精度 $\pm 0.3\% \text{rdg.} \pm 2 \text{dgt.}$

サンプルレート 6.25回/sec (Fast モード)

インターフェース GP-IB

3.1.1 流速の測定

ジェットの平均流速の測定には、熱線風速計を使用した。一連の実験においては、有効長約1mmのI形プローブを使用している。熱線の較正はセンサ本体のノズルを使用して行った。較正の範囲は、精度を向上させるため、ノズル内圧に合わせて0~50, 0~100, 0~200m/sのいずれかにした。マッハ数が大きいと、2.5節と同様に空気の圧縮性を考慮してある。

さて、流速の測定は、ノズル内圧力を段階的に変化させて行った。測定にあたっては、既に示した図2-16の領域において、熱線プローブをノズルエッジ間($x=0 \sim d$)で $d/10$ おきに動かして平均流速分布を測定した。測定結果は既に図2-18に示している。そして、マウス上のジェット横断時間 τ は幾何平均による近似式、(2-4)式で求めた。

なお、実験はすべて恒温室内で行った。

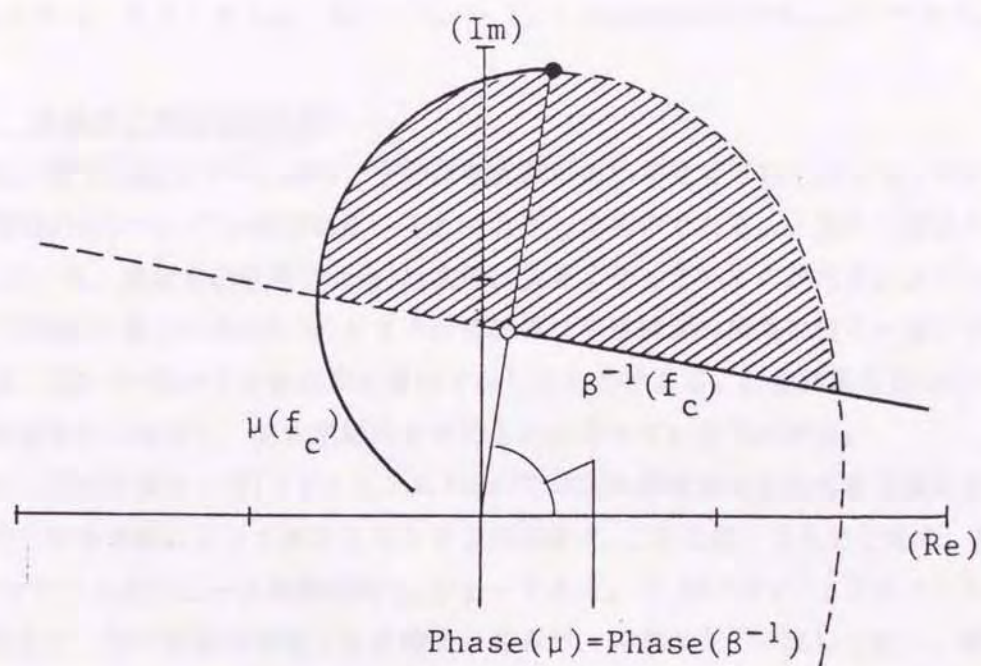
3.1.2 発音点の図的解法

はじめに、計算に用いた定数などを表3-1に示す。

吹鳴実験においては、空気柱長さと、ノズル内圧力を変化させている。これにともない、発生する周波数は変化する。ところで、空気柱の長さによって、発音の起こるノズル内圧力の範囲は異なる。また、同様に、ノズル内圧力によって、発音の起こる空気柱長さの範

表 3 - 1 計算に用いた定数

a_{eff} : 1.343mm	a_m : 1.271mm	a_p : 1.419mm
S_{eff} : 5.662mm ²	S_m : 5.072mm ²	S_p : 6.322mm ²
b : 2.463mm	d : 2.00 mm	h : 0.595mm
l_m : 2.224mm	E : 0.777	c : 344310mm/s
ν : 15.49mm ² /s	ρ : 1.2037×10^{-6} g/mm ³	

図 3 - 6 $\text{Phase}(\mu) = \text{Phase}(\beta^{-1})$ となる点

囲は異なる。したがって、計算結果と吹鳴実験の結果の比較においては、両者の周波数ならびに両者が示す発音範囲が一致するかどうかを問題にした。

さて、ノズル内圧力の変化を理論式に反映させるには、比較しようとする吹鳴実験のときと同じノズル内圧力における τ_0 、 U_0 、 U_1 を理論式に代入して計算を行えばよい。その結果、残るパラメータは周波数のみとなり μ と β を、理論周波数 f_0 のみで掃引することが可能となる。

図3-6は $\beta^{-1}(f_0)$ と $\mu(f_0)$ を位相平面上で重ねたものである。 f_0 が高くなるに従って β^{-1} は位相平面上で左上に動き、第一象限に中心を持つ大きな円を時計周りに描く。そしてその位相 $\text{Phase}(\beta^{-1})$ は図3-6に示す範囲では次第に大きくなっていく。また、 f_0 が高くなるにつれ μ は位相平面上で時計周りに動いていく。そしてその位相 $\text{Phase}(\mu)$ は次第に小さくなっていく。このように両者をパラメータ f_0 で動かしていくと、必ず $\text{Phase}(\mu) = \text{Phase}(\beta^{-1})$ となる点がある。(3-11)式の位相条件を満たす発音可能な周波数はこのときの f_0 である。

さらに、このとき $|\beta^{-1}| \leq |\mu|$ であれば(3-12)式の振幅条件が満たされ、理論上発音が起こることになる。つまり、図3-6の斜線の範囲で両者の位相(Phase)が合致すれば振幅条件は満たされる。平たく言えば、図上の $|\mu| - |\beta^{-1}|$ は振幅条件のマージンである。

3. 1 3 理論値と実験値の比較

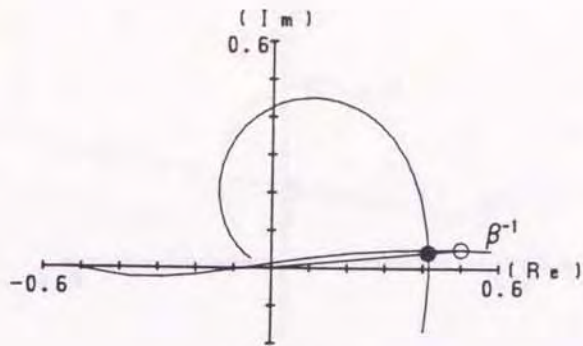
図3-7は、空気柱長さ $l = 3\text{ mm}$ のときの吹鳴実験において発音可能であったノズル内圧力(1410~22600Pa)についての計算結果をそれぞれ示したものである。ノズル内圧力 P_0 が大きくなるにつれ、発音点の位相(Phase)は次第に大きくなっていくのが判る。ノズル内圧力が最小(1410Pa)と最大(22600Pa)のときの計算結果は発音領域の両端に良く一致している。

図3-8は、図3-7における計算結果を重ねて示したものである。計算結果を重ねたものは、図3-6の斜線部分に相当し、発音領域の形そのものになっているのが判る。

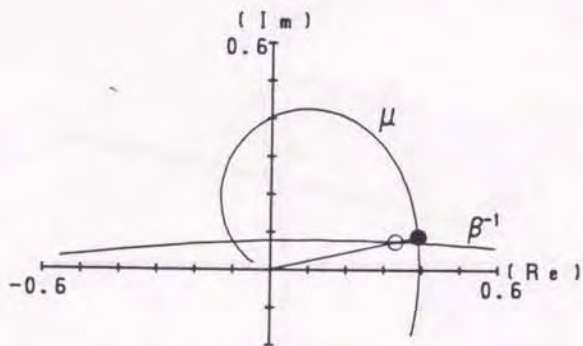
図3-9は、空気柱長さ一定($l = 1.5, 3, 6, 12\text{ mm}$)でノズル内圧力を変化させた場合の理論周波数 f_0 と、吹鳴実験によって測定された発音周波数 f_0 とを比較したものである。なお、横軸にはマウス上のジェット横断時間 τ_0 がとってある。 τ_0 が小さい(つまりノズル内圧力が高い)部分で、若干理論値が低くなる傾向があるが、両者は良く一致しており、理論値は吹奏圧の増加に伴うピッチの上昇に追従している。

図3-10は、ノズル内圧力4000Paのときの吹鳴実験において、発音可能であった空気柱長さ($l = 1 \sim 15.5\text{ mm}$)についての計算結果をそれぞれ示したものである。 l が大きくなるにつれて、発音点の位相(Phase)は次第に大きくなっていくのが判る。空気柱長さ l が最小(1mm)と最大(15.5mm)のときの計算結果は発音領域の両端に良く一致している。

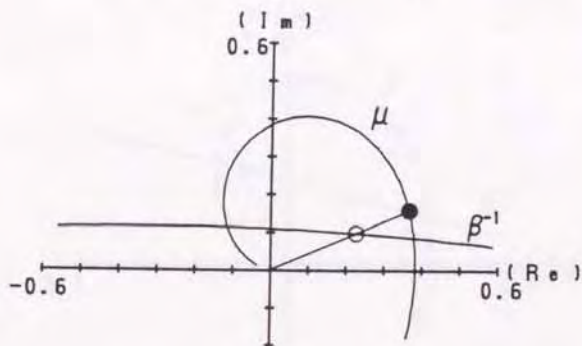
図3-11は、図3-10における計算結果を重ねて示したものである。やはり、計算結果を重



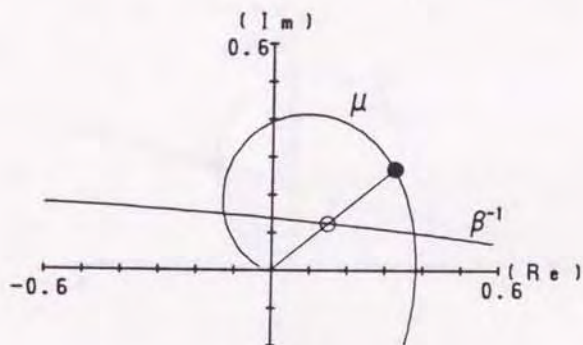
$l = 3.0 \text{ mm}$
 $P_n = 1410 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 5.608 \text{ rad}$
 $f_c = 9226 \text{ Hz}$
 $f_s = 8931.2 \text{ Hz}$



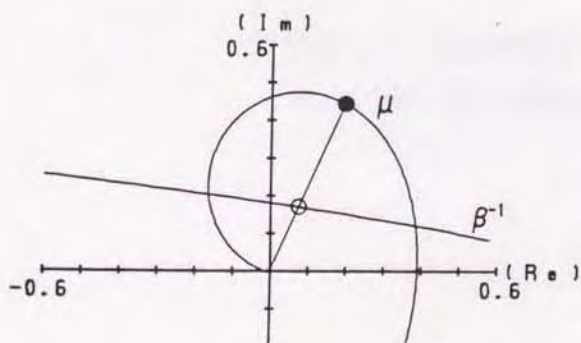
$l = 3.0 \text{ mm}$
 $P_n = 2000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 5.346 \text{ rad}$
 $f_c = 10720 \text{ Hz}$
 $f_s = 10340.6 \text{ Hz}$



$l = 3.0 \text{ mm}$
 $P_n = 2830 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 4.923 \text{ rad}$
 $f_c = 11596 \text{ Hz}$
 $f_s = 11481.2 \text{ Hz}$



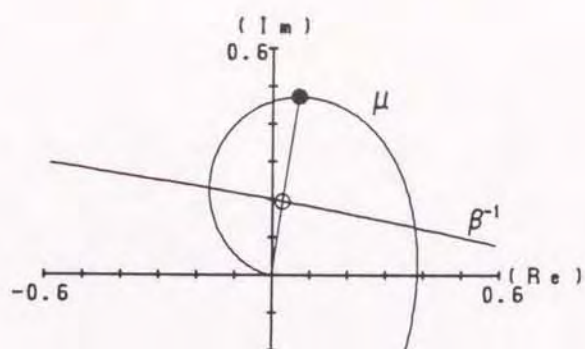
$l = 3.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 4.259 \text{ rad}$
 $f_c = 12273 \text{ Hz}$
 $f_s = 12217.2 \text{ Hz}$



$l = 3.0 \text{ mm}$
 $P_n = 5660 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 3.245 \text{ rad}$
 $f_c = 12942 \text{ Hz}$
 $f_s = 12914.1 \text{ Hz}$

図3-7 位相平面上での計算結果

($l : 3\text{mm}$, $P_n : 1410 \sim 5660\text{Pa}$)



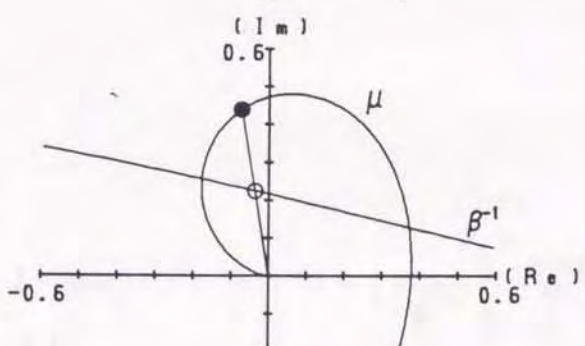
$$l = 3.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 8000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 2.738 \text{ rad}$$

$$f_c = 13319 \text{ Hz}$$

$$f_s = 13595.3 \text{ Hz}$$



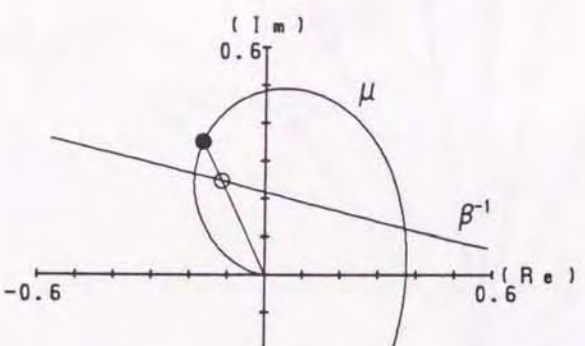
$$l = 3.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 11300 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 2.256 \text{ rad}$$

$$f_c = 13761 \text{ Hz}$$

$$f_s = 14562.5 \text{ Hz}$$



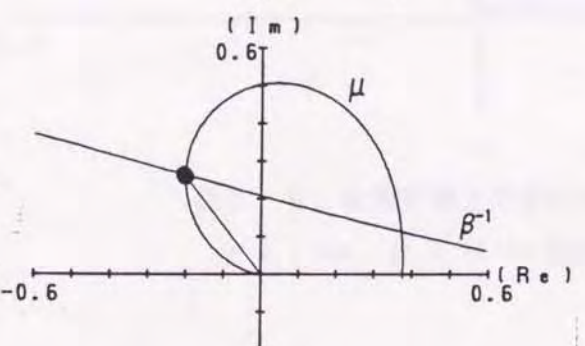
$$l = 3.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 16000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 1.879 \text{ rad}$$

$$f_c = 14219 \text{ Hz}$$

$$f_s = 15112.5 \text{ Hz}$$



$$l = 3.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 22600 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 1.581 \text{ rad}$$

$$f_c = 14708 \text{ Hz}$$

$$f_s = 16021.9 \text{ Hz}$$

図 3-7 位相平面上での計算結果

(l : 3mm、 P_n : 8000~22600Pa)

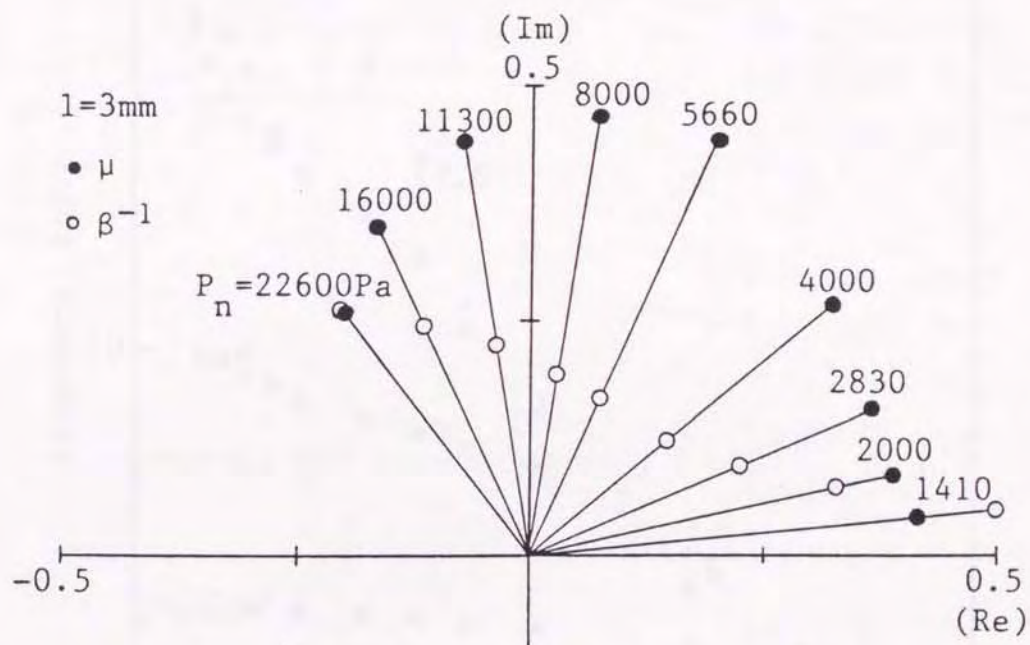


図3-8 位相平面上で重ねた計算結果
 ($l: 3\text{mm}$, $P_n: 1410 \sim 22600\text{Pa}$)

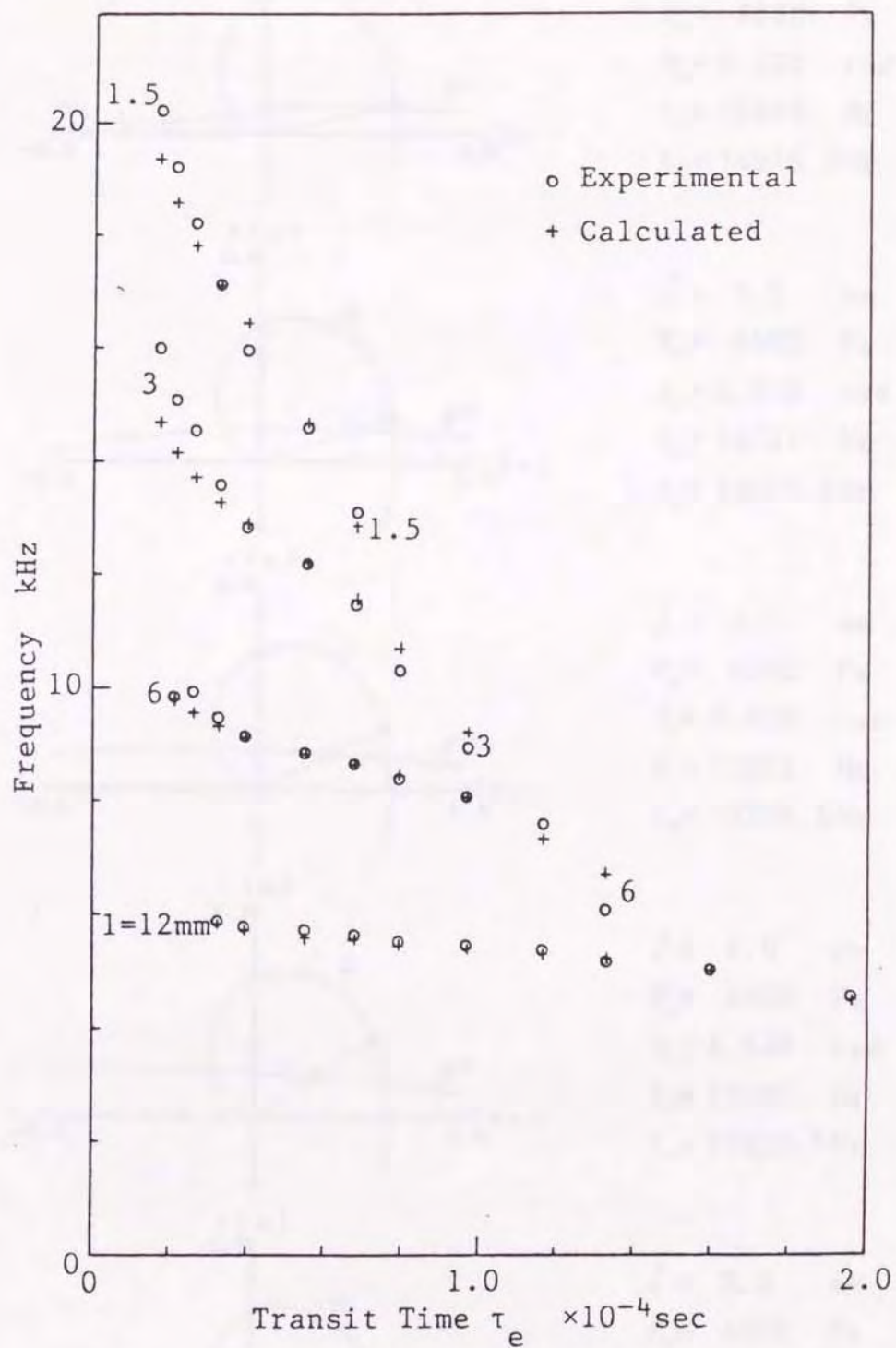
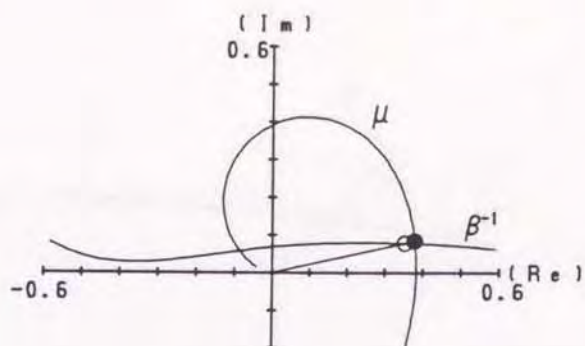
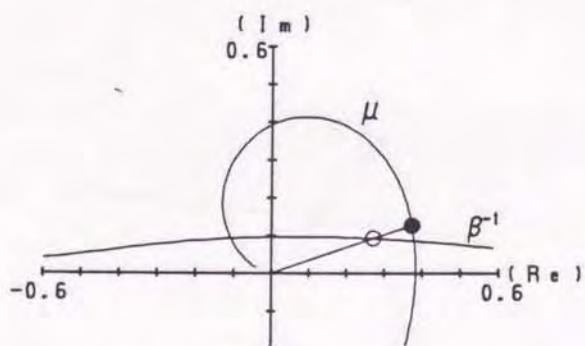


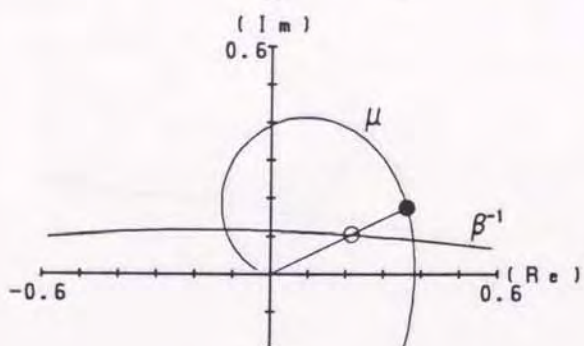
図3-9 理論周波数 f_c と測定周波数 f_s の比較
(l :一定、 P_n を変化させた場合)



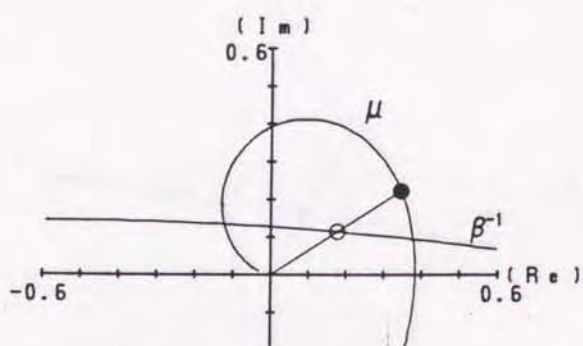
$l = 1.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 5.353 \text{ rad}$
 $f_c = 15424 \text{ Hz}$
 $f_s = 14975.0 \text{ Hz}$



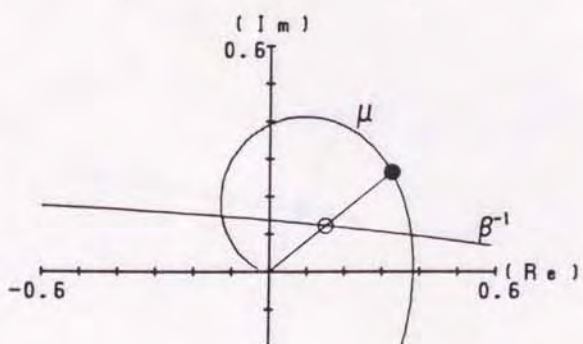
$l = 1.5 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 5.119 \text{ rad}$
 $f_c = 14751 \text{ Hz}$
 $f_s = 14625.0 \text{ Hz}$



$l = 2.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 4.835 \text{ rad}$
 $f_c = 13932 \text{ Hz}$
 $f_s = 13700.0 \text{ Hz}$

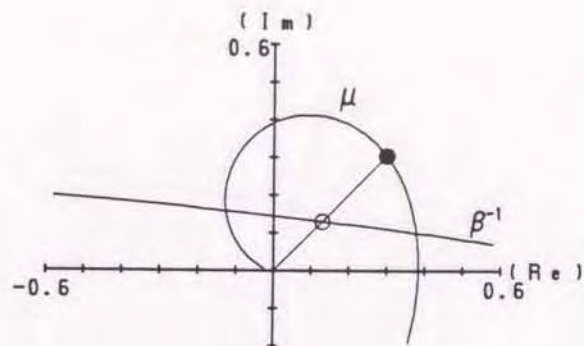


$l = 2.5 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 4.540 \text{ rad}$
 $f_c = 13081 \text{ Hz}$
 $f_s = 13029.7 \text{ Hz}$



$l = 3.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 4.259 \text{ rad}$
 $f_c = 12273 \text{ Hz}$
 $f_s = 12217.2 \text{ Hz}$

図3-10 位相平面上での計算結果
 ($l: 1 \sim 3 \text{ mm}$, $P_n: 4000 \text{ Pa}$)



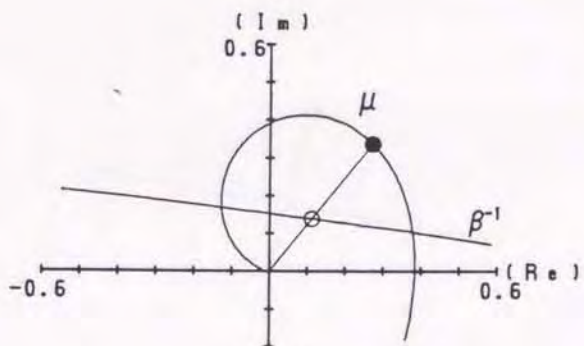
$$l = 3.5 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 4.003 \text{ rad}$$

$$f_c = 11535 \text{ Hz}$$

$$f_s = 11457.8 \text{ Hz}$$



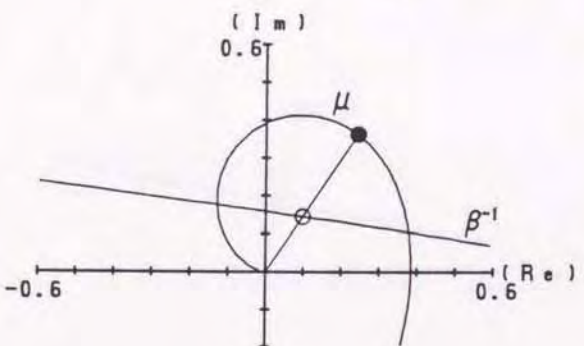
$$l = 4.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 3.773 \text{ rad}$$

$$f_c = 10871 \text{ Hz}$$

$$f_s = 10823.4 \text{ Hz}$$



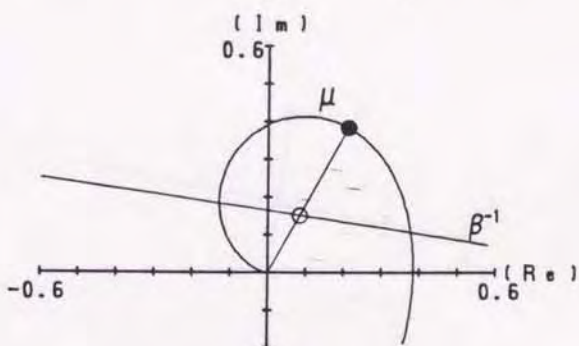
$$l = 4.5 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 3.565 \text{ rad}$$

$$f_c = 10273 \text{ Hz}$$

$$f_s = 10267.2 \text{ Hz}$$



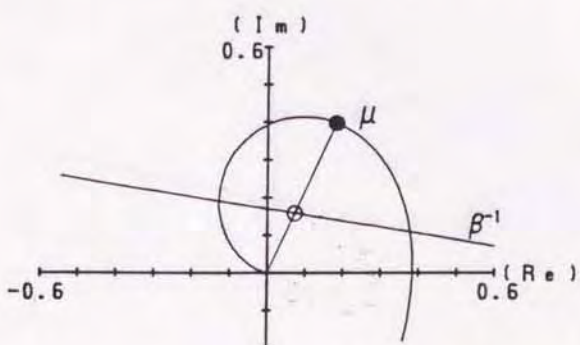
$$l = 5.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 3.379 \text{ rad}$$

$$f_c = 9736 \text{ Hz}$$

$$f_s = 9760.9 \text{ Hz}$$



$$l = 5.5 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

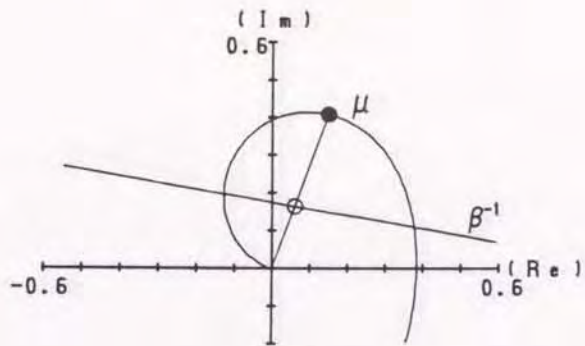
$$\theta_e = 3.210 \text{ rad}$$

$$f_c = 9250 \text{ Hz}$$

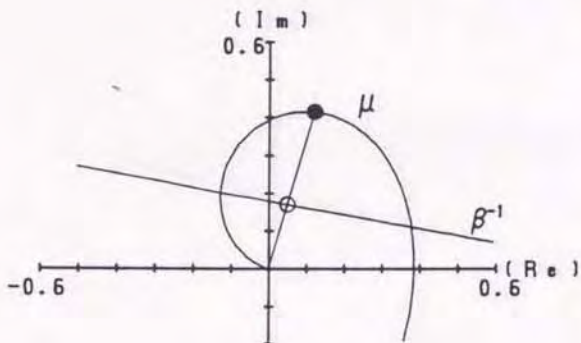
$$f_s = 9257.8 \text{ Hz}$$

図3-10 位相平面上での計算結果

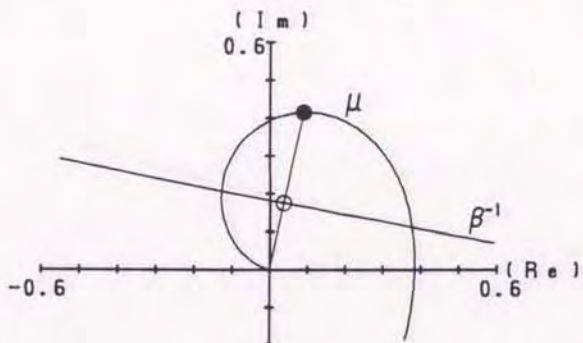
(l : 3.5~5.5mm、 P_n : 4000Pa)



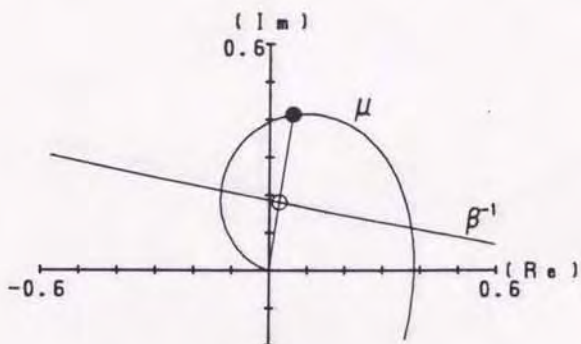
$l = 6.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 3.057 \text{ rad}$
 $f_c = 8809 \text{ Hz}$
 $f_s = 8837.5 \text{ Hz}$



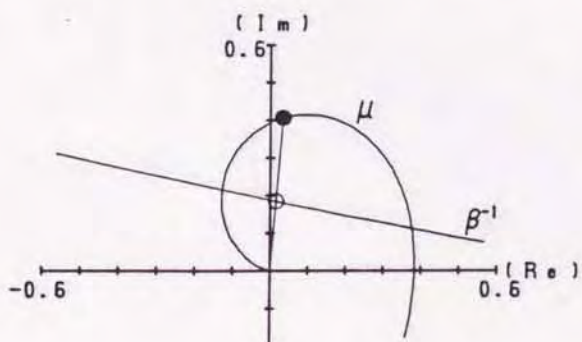
$l = 6.5 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 2.918 \text{ rad}$
 $f_c = 8408 \text{ Hz}$
 $f_s = 8456.2 \text{ Hz}$



$l = 7.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 2.791 \text{ rad}$
 $f_c = 8042 \text{ Hz}$
 $f_s = 8117.2 \text{ Hz}$



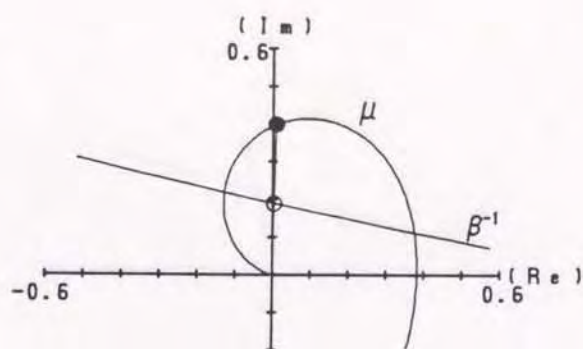
$l = 7.5 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 2.674 \text{ rad}$
 $f_c = 7706 \text{ Hz}$
 $f_s = 7840.6 \text{ Hz}$



$l = 8.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 2.567 \text{ rad}$
 $f_c = 7396 \text{ Hz}$
 $f_s = 7531.2 \text{ Hz}$

図3-10 位相平面上での計算結果

($l : 6 \sim 8 \text{ mm}$, $P_n : 4000 \text{ Pa}$)



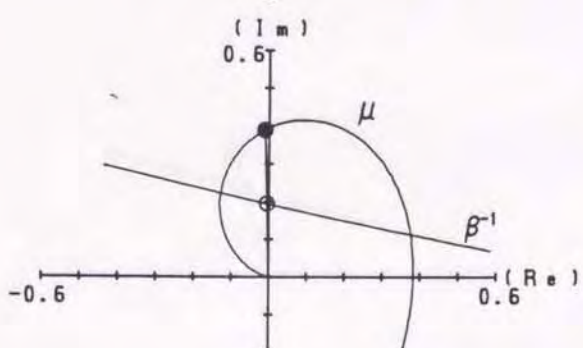
$$l = 8.5 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 2.468 \text{ rad}$$

$$f_c = 7111 \text{ Hz}$$

$$f_s = 7245.3 \text{ Hz}$$



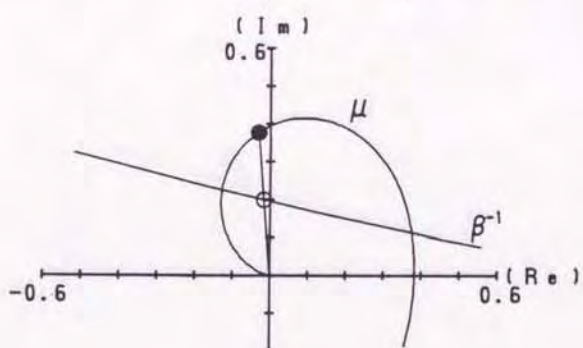
$$l = 9.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 2.376 \text{ rad}$$

$$f_c = 6846 \text{ Hz}$$

$$f_s = 6979.7 \text{ Hz}$$



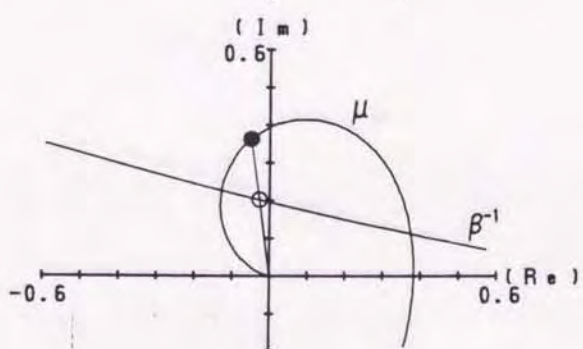
$$l = 9.5 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 2.291 \text{ rad}$$

$$f_c = 6601 \text{ Hz}$$

$$f_s = 6737.5 \text{ Hz}$$



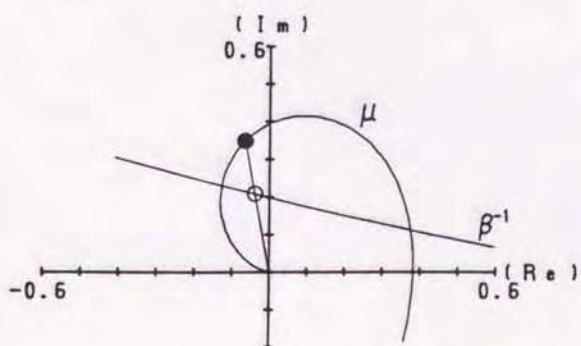
$$l = 10.0 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

$$\theta_e = 2.212 \text{ rad}$$

$$f_c = 6373 \text{ Hz}$$

$$f_s = 6515.6 \text{ Hz}$$



$$l = 10.5 \text{ mm}$$

$$P_n = 4000 \text{ Pa}$$

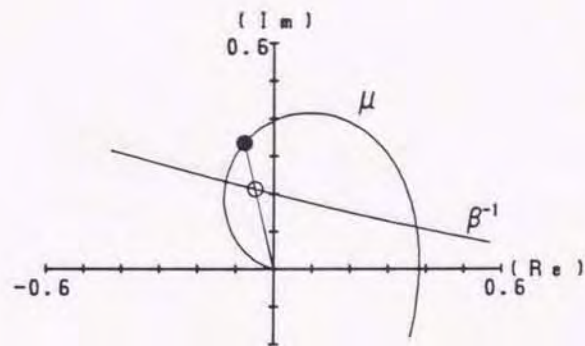
$$\theta_e = 2.138 \text{ rad}$$

$$f_c = 6160 \text{ Hz}$$

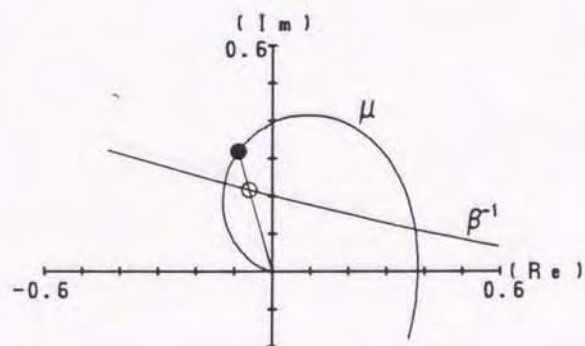
$$f_s = 6292.2 \text{ Hz}$$

図3-10 位相平面上での計算結果

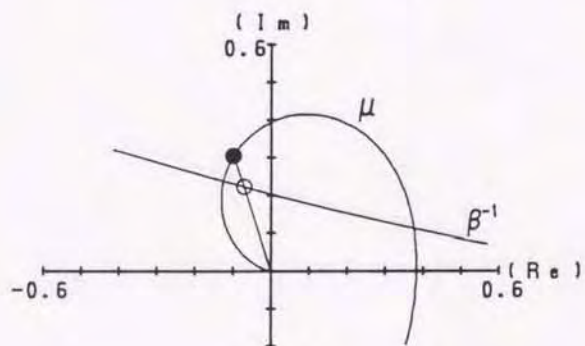
(l : 8.5~10.5mm, P_n : 4000Pa)



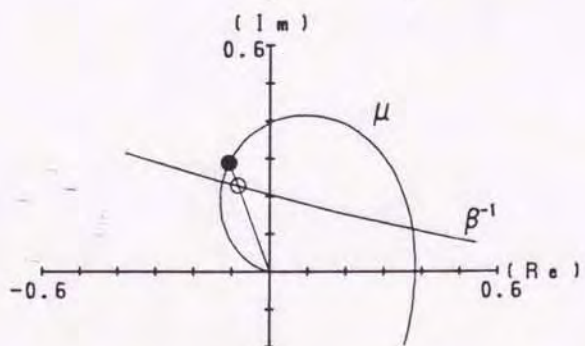
$l = 11.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 2.069 \text{ rad}$
 $f_c = 5961 \text{ Hz}$
 $f_s = 6084.4 \text{ Hz}$



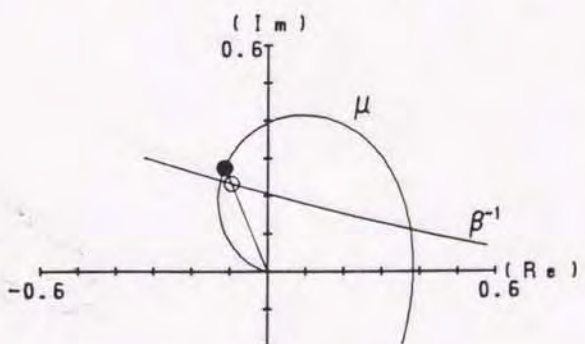
$l = 11.5 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 2.004 \text{ rad}$
 $f_c = 5774 \text{ Hz}$
 $f_s = 5893.7 \text{ Hz}$



$l = 12.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 1.943 \text{ rad}$
 $f_c = 5599 \text{ Hz}$
 $f_s = 5709.4 \text{ Hz}$



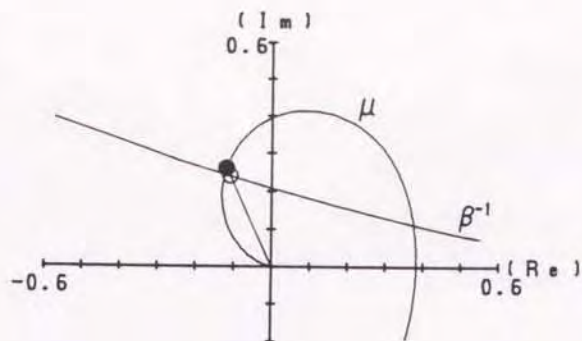
$l = 12.5 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 1.886 \text{ rad}$
 $f_c = 5435 \text{ Hz}$
 $f_s = 5535.9 \text{ Hz}$



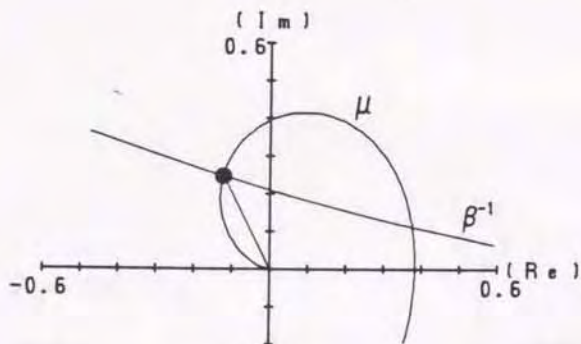
$l = 13.0 \text{ mm}$
 $P_n = 4000 \text{ Pa}$
 $\theta_e = 1.832 \text{ rad}$
 $f_c = 5280 \text{ Hz}$
 $f_s = 5371.9 \text{ Hz}$

図 3-10 位相平面上での計算結果

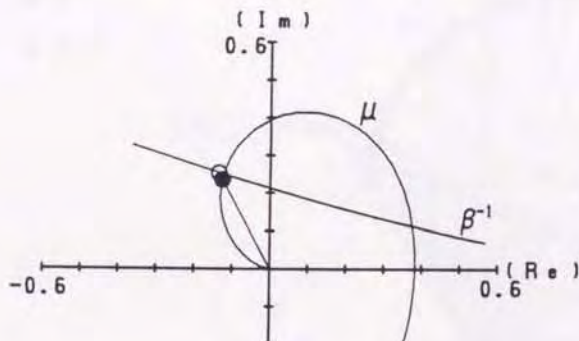
(l : 11~13mm、 P_n : 4000Pa)



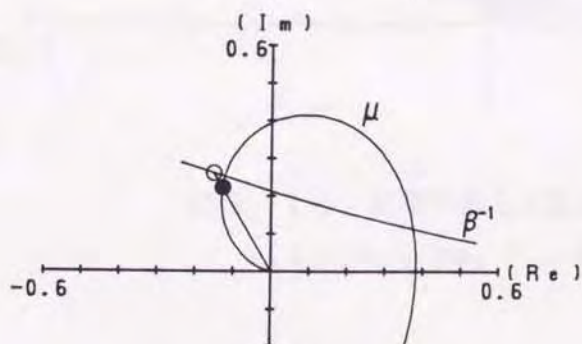
$l = 13.5$ mm
 $P_n = 4000$ Pa
 $\theta_e = 1.782$ rad
 $f_c = 5135$ Hz
 $f_s = 5220.3$ Hz



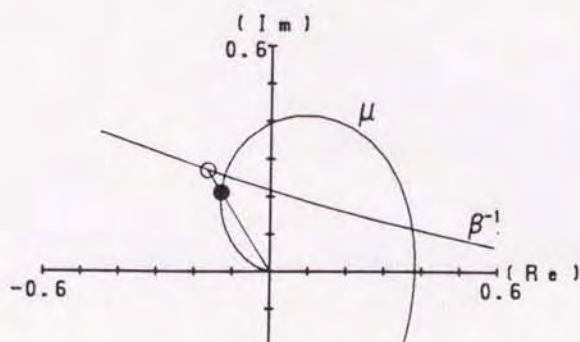
$l = 14.0$ mm
 $P_n = 4000$ Pa
 $\theta_e = 1.734$ rad
 $f_c = 4997$ Hz
 $f_s = 5079.7$ Hz



$l = 14.5$ mm
 $P_n = 4000$ Pa
 $\theta_e = 1.689$ rad
 $f_c = 4867$ Hz
 $f_s = 4946.9$ Hz



$l = 15.0$ mm
 $P_n = 4000$ Pa
 $\theta_e = 1.646$ rad
 $f_c = 4744$ Hz
 $f_s = 4820.3$ Hz



$l = 15.5$ mm
 $P_n = 4000$ Pa
 $\theta_e = 1.606$ rad
 $f_c = 4627$ Hz
 $f_s = 4700.0$ Hz

図3-10 位相平面上での計算結果
 (l : 13.5~15.5mm、 P_n : 4000Pa)

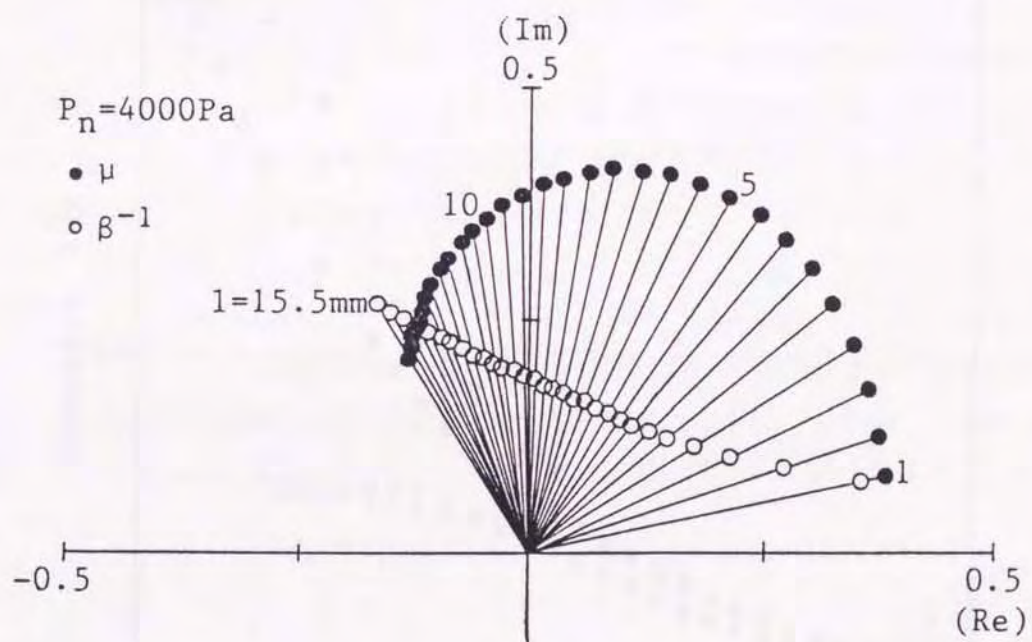


図3-11 位相平面上で重ねた計算結果
 ($l : 1 \sim 15.5 \text{ mm}$ 、 $P_n : 4000 \text{ Pa}$)

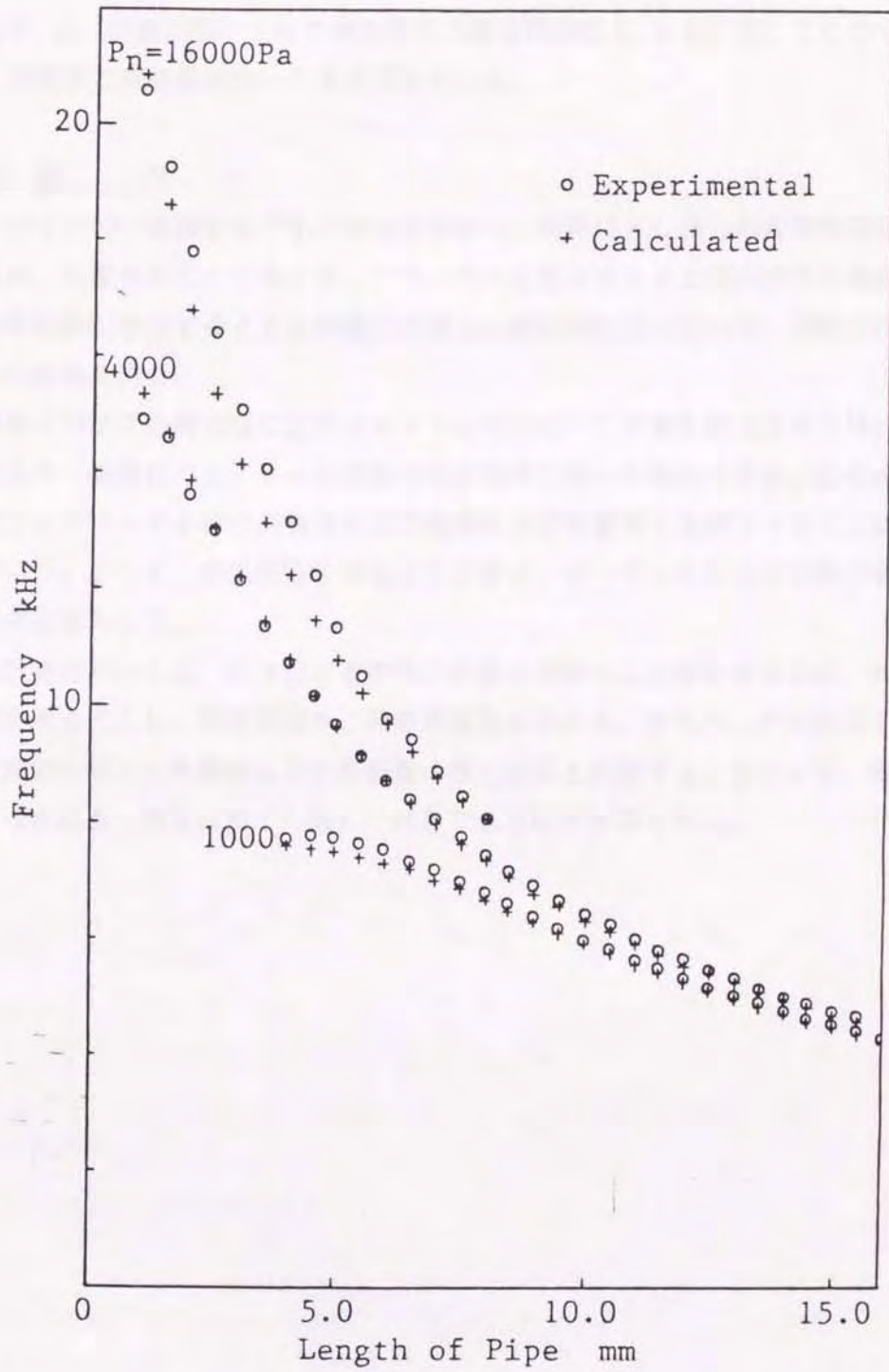


図3-12 理論周波数 f_c と測定周波数 f_s の比較
(l を変化させた場合、 P_n :一定)

ねたものは図3-6の斜線部分に相当し発音領域の形そのものになっている。

図3-12は、ノズル内圧力一定(1000, 4000, 16000Pa)で、空気柱長さを変化させた場合の理論周波数 f_0 と、吹鳴実験によって測定された発音周波数 f_0 とを比較したものである。ここでも、理論値と実験値は良い一致を見せている。

3. 1 4 結 言

小さいパイプの一端面からプランジャを差込み一端閉口としたものの他端面に圧縮空気を吹き付け、音響を発生させたとき、プランジャを変位させると管内の空気柱長さが変わり音響の周波数が変化することを利用した新しい変位測定法において、実験及び理論解析を行い次の結果を得た。

(1) 一端閉口パイプの開口端に空気ジェットを吹き付けて音響を発生させた場合の発音機構は、犬笛や一端閉口のエアリード楽器の発音機構と同一のものである。この点に着目し、一端閉口でエアリードを持つ共鳴管の発音機構および音響素子を解析することにより等価回路を導いた。そして、等価回路を構成する音響インピーダンスおよび四端子網の四端子定数の各式を導入した。

(2) 数値計算においては、吹き付ける空気の状態を理論式に反映させるため、式中に平均流速の測定値を代入し、発音領域や、発音周波数を求めた。さらに、その結果を吹鳴実験において発音の起こった範囲および周波数の測定結果と比較することにより、等価回路の検証を行った結果、両者は良く一致し、満足できる結果が得られた。

3. 15 付 録

3.15.1 付録1 (3-2)式,(3-3)式について

揺動ジェット運動方程式は次式で表される。

$$\rho h(d^2\xi/dt^2) = \hat{p}_j \exp(j\omega t) \quad \dots\dots\dots (A-1)$$

ある時刻 t_0 とある位置 x において観測されるジェット粒子は時刻 $t_0 - \tau_0$ にノズルを出発している。ここで τ はジェットがノズルからある位置 x まで走行するのにかかる時間である。ここで、ジェットがエッジに到達するまでの時間 τ_0 は次式で表される。

$$\tau_0 = \int_0^d (dx/U(x))$$

ノズルにおけるジェットの z 方向変位と z 方向速度は共に0であるから、ノズルをちょうど出発したところのジェットは時刻 $t = t_0 - \tau_0$ において次の条件を満足する。

$$(\xi)_{t=t_0-\tau_0} = 0 \quad (d\xi/dt)_{t=t_0-\tau_0} = 0 \quad \dots\dots\dots (A-2)$$

(A-2)式の条件のもとで(A-1)式を二回積分し、更に積分結果に $t = t_0$ を代入すれば、ジェットの走行時間 τ の関数として観測時間 t_0 におけるジェットの揺動変位 ξ を得ることができる。

(A-1)式より

$$\rho h(d^2\xi/dt^2) = \hat{p}_j \exp(j\omega t)$$

積分すると

$$\rho h(d\xi/dt) = \hat{p}_j(1/j\omega)\exp(j\omega t) + C_1$$

さて $(d\xi/dt)_{t=t_0-\tau_0} = 0$ であつたから

$$0 = \hat{p}_j(1/j\omega)\exp[j\omega(t_0-\tau)] + C_1$$

$$C_1 = \hat{p}_j(j/\omega)\exp[j\omega(t_0-\tau)]$$

$$\therefore \rho h(d\xi/dt) = -\hat{p}_j(j/\omega)\exp(j\omega t) + \hat{p}_j(j/\omega)\exp[j\omega(t_0-\tau)]$$

もう一度積分すると

$$\rho h\xi = -\hat{p}_j(1/\omega^2)\exp(j\omega t) + \hat{p}_j(j/\omega)\exp[j\omega(t_0-\tau)]t + C_2$$

さて $(\xi)_{t=t_0-\tau_0} = 0$ であるから

$$C_2 = \hat{p}_j(1/\omega^2)\exp[j\omega(t_0-\tau)] - \hat{p}_j(j/\omega)\exp[j\omega(t_0-\tau)](t_0-\tau)$$

$$\begin{aligned} \therefore \rho h\xi &= -\hat{p}_j(1/\omega^2)\exp(j\omega t) + \hat{p}_j(j/\omega)\exp[j\omega(t_0-\tau)]t \\ &\quad + \hat{p}_j(1/\omega^2)\exp[j\omega(t_0-\tau)] - \hat{p}_j(j/\omega)\exp[j\omega(t_0-\tau)](t_0-\tau) \\ &= \hat{p}_j(1/\omega^2)\{-\exp(j\omega t) + \exp[j\omega(t_0-\tau)]\} \\ &\quad + \hat{p}_j(j/\omega)\{\exp[j\omega(t_0-\tau)]t - \exp[j\omega(t_0-\tau)](t_0-\tau)\} \end{aligned}$$

ここで、積分結果に $t = t_0$ を代入する。また、(3-4)式より $\omega\tau \rightarrow \theta$ と置き換える。

$$\begin{aligned}
&= \hat{p}_J(1/\omega^2)\{-\exp(j\omega t_0) + \exp(j\omega t_0)\exp(-j\theta)\} \\
&\quad + \hat{p}_J(j/\omega)\{\exp(j\omega t_0)\exp(-j\theta)t_0 - \exp(j\omega t_0)\exp(-j\theta)(t_0 - \tau)\} \\
&= \hat{p}_J(1/\omega^2)\{\exp(j\omega t_0)[-1 + \exp(-j\theta)]\} \\
&\quad + \hat{p}_J(j/\omega)\{\exp(j\omega t_0)\exp(-j\theta) \cdot \tau\} \\
&= \hat{p}_J(1/\omega^2)\{\exp(j\omega t_0)[-1 + \exp(-j\theta)]\} \\
&\quad + \hat{p}_J(1/\omega^2)\{\exp(j\omega t_0)\exp(-j\theta)j\theta\} \\
&= \hat{p}_J(1/\omega^2)\{\exp(j\omega t_0)[-1 + \exp(-j\theta) + j\theta\exp(-j\theta)]\} \\
&= \hat{p}_J(1/\omega^2)\{\exp(j\omega t_0)[-1 + (1 + j\theta)\exp(-j\theta)]\} \\
\therefore \xi(\theta; t_0) &= (\hat{p}_J/\rho h \omega^2)\exp(j\omega t_0)[-1 + (1 + j\theta)\exp(-j\theta)]
\end{aligned}$$

ここで、エッジにおけるジェットの揺動変位 ξ_e は θ を θ_e とすることで得られる。 t_0 のかわりに t を使うと、

$$\xi_e = (\hat{p}_J/\rho h \omega^2)\exp(j\omega t)[-1 + (1 + j\theta_e)\exp(-j\theta_e)] \quad \dots\dots\dots(A-3)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
p_J &= \hat{p}_J \exp(j\omega t) \\
\mu_\xi(\theta_e) &= -1 + (1 + j\theta_e)\exp(-j\theta_e) \quad \dots\dots\dots(3-3)
\end{aligned}$$

と表せば、(A-3)式から次式が導かれる。

$$\xi_e/p_J = (1/\rho h \omega^2)\mu_\xi(\theta_e) \quad \dots\dots\dots(3-2)$$

3.15.2 付録2 (3-5)式, (3-6)式について

マウスにおける音響的体積流 Q_m は揺動変位 ξ を積分することにより得られ

$$Q_m = b \int_0^d (j\omega \xi) dx \quad \dots\dots\dots(A-4)$$

(A-4)式の ξ に(A-3)式を代入して

$$Q_m = (j\omega b/\rho h \omega^2) \hat{p}_J \exp(j\omega t) \cdot \int_0^d [-1 + (1 + j\theta)\exp(-j\theta)] \quad \dots\dots(A-5)$$

(A-5)式の積分を I として部分積分を行う

$$I = \int_0^d [-1 + (1 + j\theta)\exp(-j\theta)]$$

ここで $\theta = \omega \tau = \omega \int_0^x dx/U(x)$ だから

$$I = \int_0^d \{-1 + [1 + j\omega \int_0^x (dx/U(x))] \cdot \exp[-j\omega \int_0^x (dx/U(x))]\} dx$$

これを部分積分すると

$$\begin{aligned}
I &= -d + [[1 + j\omega \int_0^x (dx/U(x))][-U(x)/j\omega] \cdot \exp[-j\omega \int_0^x (dx/U(x))]]_{x=0}^d \\
&\quad - \int_0^d (j\omega/U(x))[-U(x)/j\omega] \cdot \exp[-j\omega \int_0^x (dx/U(x))] dx \\
I &= -d + (1 + j\theta_e)(-U_e/j\omega) \cdot \exp(-j\theta_e) \\
&\quad - (1 + j\theta_0)(-U_0/j\omega) \cdot \exp(-j\theta_0)
\end{aligned}$$

$$+(-U_0/j\omega)\cdot\exp(-j\theta_0)-(-U_0/j\omega)\cdot\exp(-j\theta_0)$$

$\theta_0 = 0$ であるから

$$\begin{aligned} I &= -d + (1 + j\theta_0)(-U_0/j\omega)\cdot\exp(-j\theta_0) - (-U_0/j\omega) \\ &\quad + (-U_0/j\omega)\cdot\exp(-j\theta_0) - (-U_0/j\omega) \\ &= -d + (2 + j\theta_0)(-U_0/j\omega)\cdot\exp(-j\theta_0) - 2(-U_0/j\omega) \\ &= -d + 2(U_0/j\omega) - (U_0/j\omega)(2 + j\theta_0)\cdot\exp(-j\theta_0) \\ &= -d + 2(U_0/j\omega) - (U_0/j\omega)(2 + j\theta_0)(\cos\theta_0 - j\sin\theta_0) \\ &= -d + 2(U_0/j\omega) - (U_0/j\omega)\{(2\cos\theta_0 + \theta_0\sin\theta_0) \\ &\quad + j(2\sin\theta_0 - \theta_0\cos\theta_0)\} \\ I &= (U_0/j\omega)\{[2(U_0/U_0) - (2\cos\theta_0 + \theta_0\sin\theta_0)] \\ &\quad + j[-(\omega d/U_0) + (2\sin\theta_0 - \theta_0\cos\theta_0)]\} \end{aligned}$$

ここで 〇〇〇 の部分を W とおくと I は次式のようにになる。

$$I = (U_0/j\omega)W$$

上式を (A-5) 式に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} Q_m &= (j\omega b/\rho h\omega^2)\hat{p}_j\exp(j\omega t)(U_0/j\omega)W \\ &= (bU_0/\rho h\omega^2)\hat{p}_j\exp(j\omega t)W \\ &= (bU_0/\rho h\omega^2)Wp_j \dots\dots\dots (3-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= [2(U_0/U_0) - (2\cos\theta_0 + \theta_0\sin\theta_0)] \\ &\quad + j[-(\omega d/U_0) + (2\sin\theta_0 - \theta_0\cos\theta_0)] \dots\dots\dots (3-6) \end{aligned}$$

3.15.3 付録3 (3-29)式, (3-30)式について

(3-27)式 + (3-28)式より

$$\begin{aligned} p_a^+ + p_a^- &= \frac{1}{2}[(e^{jkz}, e^{sz} + e^{-jkz}, e^{-sz})p_b \\ &\quad + \frac{\rho c}{S}(e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{-sz})Q_b] \dots\dots\dots (A-6) \end{aligned}$$

(3-27)式 - (3-28)式より

$$\begin{aligned} p_a^+ - p_a^- &= \frac{1}{2}[(e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{-sz})p_b \\ &\quad + \frac{\rho c}{S}(e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{-sz})Q_b] \dots\dots\dots (A-7) \end{aligned}$$

ところで

$$\begin{aligned}
 & e^{jkz}, e^{sz} + e^{-jkz}, e^{-sz} \\
 &= \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} + e^{-jkz}, e^{-sz}) + \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} + e^{-jkz}, e^{-sz}) \\
 &= \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} + e^{-jkz}, e^{sz} + e^{jkz}, e^{-sz} + e^{-jkz}, e^{-sz}) \\
 &\quad + \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{sz} - e^{jkz}, e^{-sz} + e^{-jkz}, e^{-sz}) \\
 &= \frac{1}{2}(e^{jkz} + e^{-jkz})(e^{sz} + e^{-sz}) + \frac{1}{2}(e^{jkz} - e^{-jkz})(e^{sz} - e^{-sz}) \\
 &= (e^{sz} + e^{-sz})\cos k l + (e^{sz} - e^{-sz})\sin k l \quad \dots\dots\dots (A-8)
 \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned}
 & e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{-sz} \\
 &= \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{-sz}) + \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{-sz}) \\
 &= \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} + e^{-jkz}, e^{sz} - e^{jkz}, e^{-sz} - e^{-jkz}, e^{-sz}) \\
 &\quad + \frac{1}{2}(e^{jkz}, e^{sz} - e^{-jkz}, e^{sz} + e^{jkz}, e^{-sz} - e^{-jkz}, e^{-sz}) \\
 &= \frac{1}{2}(e^{jkz} + e^{-jkz})(e^{sz} - e^{-sz}) + \frac{1}{2}(e^{jkz} - e^{-jkz})(e^{sz} + e^{-sz}) \\
 &= (e^{sz} - e^{-sz})\cos k l + (e^{sz} + e^{-sz})\sin k l \quad \dots\dots\dots (A-9)
 \end{aligned}$$

(A-6)式に(A-8)式, (A-9)式を代入すると

$$\begin{aligned}
 p_a^+ + p_a^- &= \frac{1}{2}[(e^{sz} + e^{-sz})\cos k l + j(e^{sz} - e^{-sz})\sin k l]p_b \\
 &\quad + \frac{\rho c}{S}[(e^{sz} - e^{-sz})\cos k l + j(e^{sz} + e^{-sz})\sin k l]Q_b \quad \dots\dots\dots (3-29)
 \end{aligned}$$

(A-7)式に(A-8)式, (A-9)式を代入すると

$$\begin{aligned}
 p_a^+ - p_a^- &= \frac{1}{2}[(e^{sz} - e^{-sz})\cos k l + j(e^{sz} - e^{-sz})\sin k l]p_b \\
 &\quad + \frac{\rho c}{S}[(e^{sz} + e^{-sz})\cos k l + j(e^{sz} - e^{-sz})\sin k l]Q_b \quad \dots\dots\dots (3-30)
 \end{aligned}$$

3.15.4 付録4 (3-56)式について

例えば、早坂,吉川,「音響振動論」,(1974),627,丸善.

(19.100)式より

$$Z_R = \frac{\pi a^4 \rho}{2c} \omega^2 + j \omega \frac{8}{3} \rho a^3 \quad \dots\dots\dots (A-10)$$

(A-10)式では機械インピーダンス $Z_R = \text{力} / \text{粒子速度}$ で表されている。

本論文では音響インピーダンス $Z_r = \text{音圧} / \text{体積速度}$ で扱っているため

(A-10)式の両辺を 管断面積の2乗すなわち $(\pi a^2)^2$ で除する。

$$Z_r = \frac{\rho \omega^2}{2\pi c} + j \frac{\rho \omega}{\pi a^2} \frac{8a}{3\pi} \quad \dots\dots\dots (A-11)$$

ところで(A-10)式はバップル有りの式である。バップル無しの場合は放射空間が2倍になると考えて(A-11)式の右辺を1/2倍する。

$$Z_r = \frac{\rho \omega^2}{4\pi c} + j \frac{\rho \omega}{\pi a^2} \frac{8a}{3\pi} \times \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots (A-12)$$

ここで(A-12)式の右辺第二項の管端補正に相当する値 $(8a/3\pi) \times 1/2$ を、Benadeの端補正 $E \cdot a_m$ に置き換える。(ここでの a_m はマウスの内半径)

$$Z_r = \frac{\rho \omega^2}{4\pi c} + j \frac{\rho \omega}{\pi a^2} E \cdot a_m \quad \dots\dots\dots (3-56)$$

第4章 音響信号を利用した変位センサ

(スピーカと電氣的フィードバックループによる共鳴法)⁽⁴⁻¹⁾⁽⁴⁻²⁾

4.1 緒言

本章において扱う変位センサは、被測定物の変位を空気柱の共鳴周波数に対応させるという前章までのアイデアをさらに生かし、先の空気源に代わりスピーカを音源とし、マイク、PLL(位相同期ループ)デバイス等を用いて、電子回路によりフィードバックループを構成し発振させるものである。この方法によると、接触子の変位に対し発振周波数が忠実に追従し、約 $1\mu\text{m}$ の精度で変位測定が可能である。

この変位測定用のセンサは以下のようなものである。；小さな両端閉口管の一端に設けた小孔から適当な音波を入れると、管内の音圧には両端閉口管の共鳴周波数近傍でピークが現れる。管内の音圧は端面付近に開けられた小孔からマイクロホンによりピックアップされる。この空気柱(共鳴器)の長さは、管の一端を閉止しているプランジャが動くことにより変化する。したがって、空気柱の発振周波数は測定子の変位に対応する。そこで、スピーカを音源とし、マイク、PLLデバイス等を用いて、電子回路によりフィードバックループを構成し発振させる。

本章においては、まず本センサの概要と動作原理を説明し、次に実験を行い、空気柱長さと発振周波数の関係の一例を示す。

次に、等価回路近似によりセンサの音響系を理論解析し、実験結果と比較する。それに先立って、比較される実験結果として理想的な遮断特性を持ったフィルタの使用を仮定した特性を調べるためセンサの伝達関数を測定し、この結果から客観的な発振周波数を実験的に求める。

以上の事について記述する。

4.2 記号

本章において使用する記号を以下のように定める。

$A_1 \sim D_1$: ②～③点の伝達マトリックスの四端子定数

$A_2 \sim D_2$: ①～②点の伝達マトリックスの四端子定数

$A_3 \sim D_3$: ④～⑤点の伝達マトリックスの四端子定数

$A_T \sim D_T$: ①～③点の伝達マトリックスの四端子定数

a_{mh} : マイク前室頸部の内半径

a_p : 空気柱の内半径

a_{sh} : スピーカ前室頸部の内半径

- c : 音速
- C_{mr} : マイク前室空洞部の音響キャパシタンス
- C_{sr} : スピーカ前室空洞部の音響キャパシタンス
- f : 周波数
- j : 複素定数
- k : 位相定数
- l : 空気柱の長さ
- l_{mh} : マイク前室頸部の長さ
- l_{sh} : スピーカ前室頸部の長さ
- l_1 : 空気柱②～③間の長さ
- l_2 : 空気柱③より右側の長さ
- N_m : N_p の右側～ Z_p の左側までの伝達マトリックス
- N_{mh} : マイク前室頸部④～⑤間の伝達マトリックス
- N_p : 空気柱②～③間の伝達マトリックス
- N_{sh} : スピーカ前室頸部①～②間の伝達マトリックス
- N_{sr} : スピーカ前室空洞部の伝達マトリックス
- n : 倍音次数 ($n=1, 2, 3, \dots$)
- $p_1 \sim p_5$: 各点の音圧
- $Q_1 \sim Q_5$: 各点の体積速度
- S_{mh} : マイク前室頸部の断面積
- S_p : 空気柱の断面積
- S_{sh} : スピーカ前室頸部の断面積
- V_{mr} : マイク前室空洞部の体積
- V_{sr} : スピーカ前室空洞部の体積
- Z_m : マイク前室とその頸部の音響インピーダンス
- Z_{mr} : マイク前室の音響インピーダンス
- Z_p : 空気柱③より右側の音響インピーダンス
- Z_{sr} : スピーカ前室の音響インピーダンス
- Z_1 : センサの入力インピーダンス
- δ : 管内平面波の減衰定数
- ν : 空気の動粘度
- ρ : 空気の比重
- ω : 角周波数

4.3 本測定法の原理

図4-1に示すような両端を閉じたパイプの一端に設けた小孔から適当な音波を入れると、管内の音圧にはある周波数でピークが現れる。管内の音圧は端面付近に開けられた小孔からマイクロホンによりピックアップされる。この空気柱の長さは、管の他端から差し込まれたプランジャが動くことにより変化する。したがって、空気柱の共振周波数は測定子の変位に対応する。

スピーカからの音圧は管端面の小孔から空気柱内部に放射される。小孔の存在により、図4-1における空気柱の左端は厳密には閉端とはならないが、空気柱の内径3mmに対して、小孔の内径は1mmであり、空気柱内部から見た端面を音響的に明確にするため小さくしてある。そのため、音響系全体の共振周波数は、空気柱部分の長さ l を両端閉口管として計算したときの共振周波数におおむね等しくなる。両端閉口の空気柱の共振周波数は次式により示される。以後、1倍音を対象に話を進める。

$$f = \frac{nc}{2l} \quad \dots\dots\dots(4-1)$$

4.4 測定機器

本章において使用した測定機器は以下の通りである。

1) 精密騒音計 (センサのスピーカ、マイクの周波数特性測定に使用)

リオン社製 NA-40

測定範囲 音圧レベル 35~130dB(FLAT, 20~20kHz)

周波数特性 2~70kHz ± 3 dB(FLAT, 20~20kHz)

2) コンデンサ マイクロホン(センサのスピーカ、マイクの周波数特性測定に使用)

リオン社製 UC-29

外径 $\phi 7.00$ mm

感度 -47dB

容量 8pF (pv200V)

周波数特性 20~70kHz ± 0.5 dB(FLAT)

3) FFT デジタル スペクトラム アナライザ

アドバンテスト社製 TR-9404(改)

周波数軸分析レンジ 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1k, 2k, 5k, 10k,
20k, 50k, 100kHz(16レンジ)

分解能 400ライン

ランニングズーム機能

各周波数レンジにおいて、任意のスペクトルを、測定時にリア

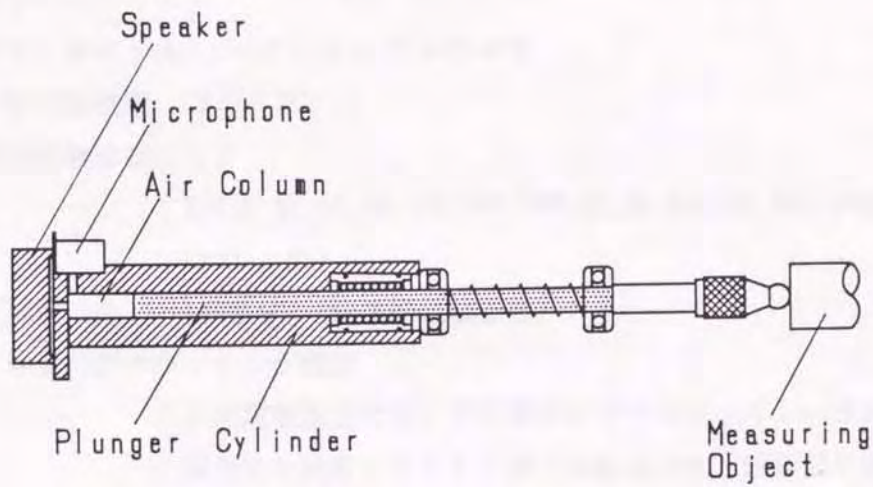


図 4-1 変位センサの詳細図

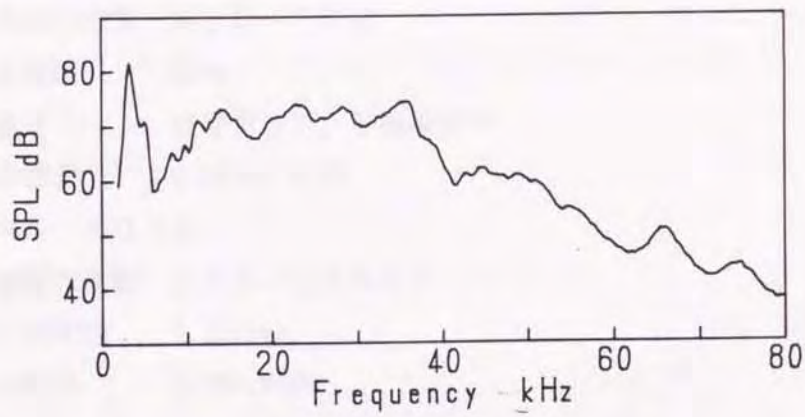


図 4-2 スピーカの周波数特性

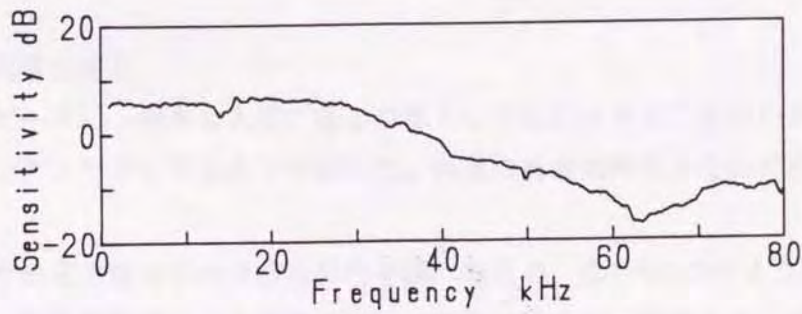


図 4-3 マイクの周波数特性

ルタイムで拡大可能。(倍率: 2~256倍、バイナリ)

総合分解能 周波数レンジ/倍率/400 [Hz]

インターフェース GP-IB

4) FFT デジタル スペクトラム アナライザ

小野測器社製 CF-910

周波数軸分析レンジ

1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1k, 2k, 5k, 10k, 20k, 40kHz

(15レンジ)

分解能 400ライン(伝達関数測定時)

サーボ・アナライジング機能

伝達関数測定において内蔵のシグナルジェネレータにより、試験信号と同期してFFTが行われるため、短時間で測定可能

インターフェース GP-IB

5) マイクロメータヘッド

(高精度デジマチックヘッド)

三豊製作所製 MHD-25H

測定範囲 25mm

測定子 超硬チップ、平面測定子

総合情報 0.001mm 以内

6) デジタル カウンタ

三豊製作所製 ARC-17001

最小読取值 0.0001mm

指示範囲 ± 999.9999

軸数 1

検出器 デジマチックヘッド

4.5 伝達関数の測定

本装置のスピーカは、簡単に入手できる音源としてHiFiイヤホンを用いた。マイクも市販の安価なコンデンサマイクロホンを用いた。両者の周波数特性をそれぞれ図4-2および図4-3に示す。

さて、センサの電気音響系の周波数特性を調べるため、図4-4に示すような構成で伝達関数を測定した。関数発生器による正弦波スイープ信号をスピーカからセンサ内に放射し、それに同期した信号と、マイクが拾った信号とをFFTアナライザに入力してフーリエ解析を行った。

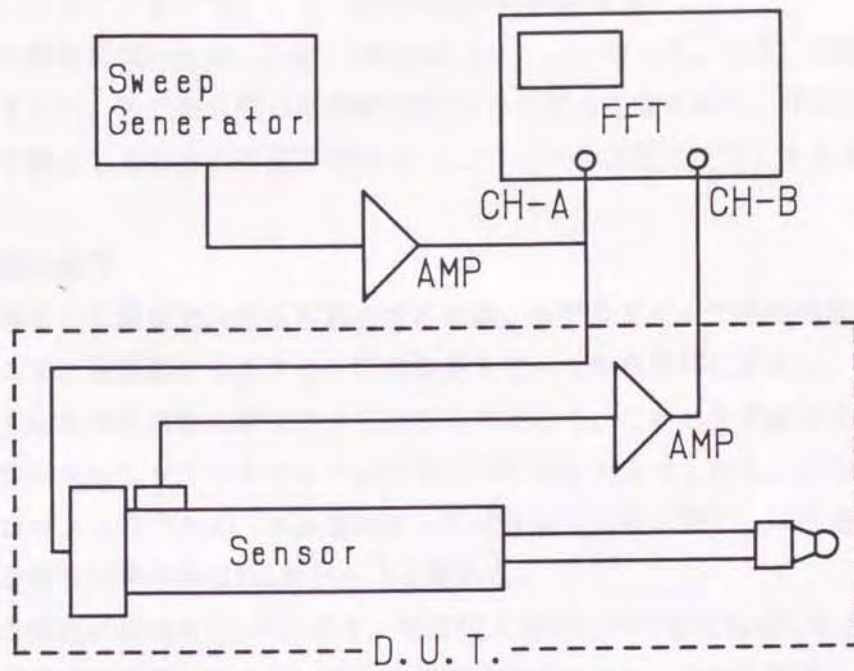


図4-4 センサの伝達関数測定時のブロック図

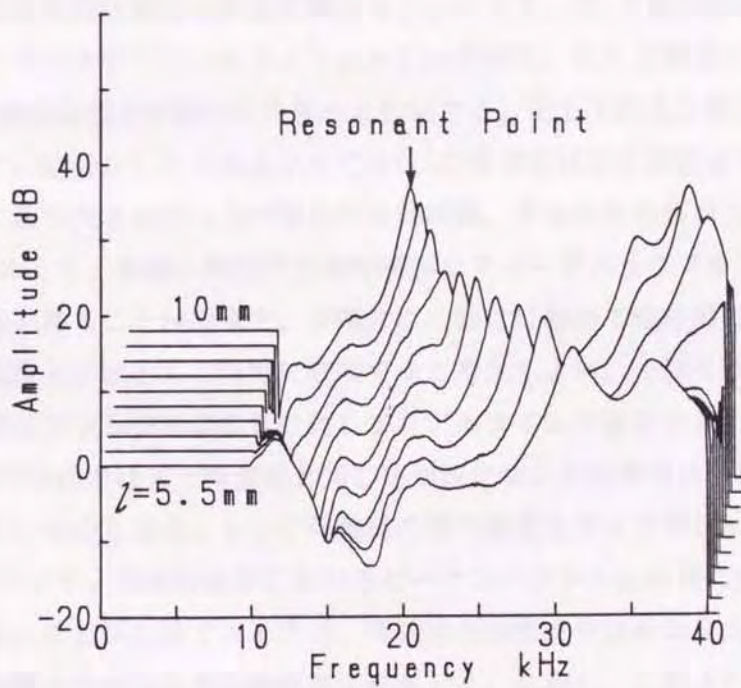


図4-5 センサの伝達関数測定結果の3次元表示

図4-5はセンサの伝達関数測定結果を周波数領域で示したものである。縦軸には振幅、奥行き方向には空気柱長さをとっている。共振ピークが空気柱長さの変化につれて移動していくのが判る。このことを原理として、変位測定が可能となる。

なお、測定は所要時間の短縮のため、10kHz以上について行った。なお、共振分のみを客観的に観察するため、非共振状態の周波数特性(ブランジャを抜き取り、代わりに吸音材としてフェルトで閉止したときの周波数特性)でイコライズした結果を示してある。

4. 6 本装置の動作

先の原理を利用した変位センサを可能とするには、リアルタイムで共振周波数を知る必要がある。そこで、発振器によるスイープ信号をスピーカから管内に放射し、マイクが拾った音圧が最大になる周波数に収束させる方法を考案した。このときすばやく共振点に収束させることが出来ればリアルタイムで変位測定が可能なセンサとなる。このようなフィードバックプロセスを行うため、本装置においては安価で入手し易く、応答性や安定度についても良好な特性が得られるPLLデバイスを用いた。

実験に用いた装置の構成を図4-6に示す。電源投入瞬間のVCO(電圧制御発振器)は設定範囲の下限である自走周波数を出力し、その周波数の音波がスピーカから管内に放射される。管内の音圧はマイクによりピックアップされ、PC(位相比較器)に入力される。こうしてPLLはロックする。VCOの周波数は電気音響系を経由して再びPCに入力されるため、PLLはロックした状態で設定周波数範囲を自由に動けることになる。PLLの動作周波数の両端付近ではフィルタによりマイクのゲインがカットされているので、PC入力電圧が比較的強く不安定なためPLLの周波数は設定範囲の中央部へと移動する。そしてPC入力電圧がより大きくなる周波数へと動く。結果として共振点以外ではPLLの周波数は設定範囲をスイープしていく。そして最終的に最も大きなPC入力が見られる周波数、すなわち共振点に収束する。このようなPLLの性質により、高価な関数発生器や特別なフィードバックアルゴリズムを必要とせず十分な性能を得ることが出来た。実際にこの動作は極めて短時間に完了するので、発振周波数は電源投入とほとんど同時に収束すると考えてよい。一旦PLLが収束すると、その後の発振周波数はブランジャの動きに対してリアルタイムで追従する。

スピーカへのVCO出力は入力周波数と同じ矩形波となるため奇数次倍音を除けば歪やノイズを殆ど含まないものとなる。センサ作動時の管内音圧をマイクでピックアップしたスペクトルを図4-7に示す。発振周波数におけるピークスペクトルは非常に尖鋭となり、周波数も安定している。なお矩形波であるため、奇数次の倍音成分はかなり大きく出るが、1倍音と3倍音では隔たりがあるため誤動作は無かった。しかし、このような分岐管などを持つ音響系の高次の共振周波数は正確に基準モードの倍数とならない。したがって、PLLの高調波周波数と音響系の高次共振周波数との不一致による周波数安定度の低下を防ぐため、

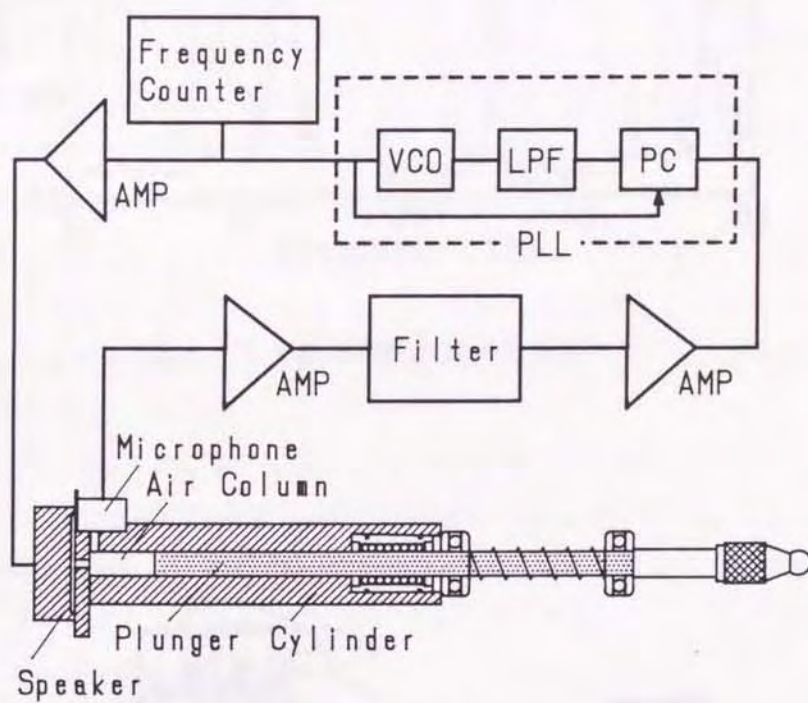


図 4-6 装置のブロック図

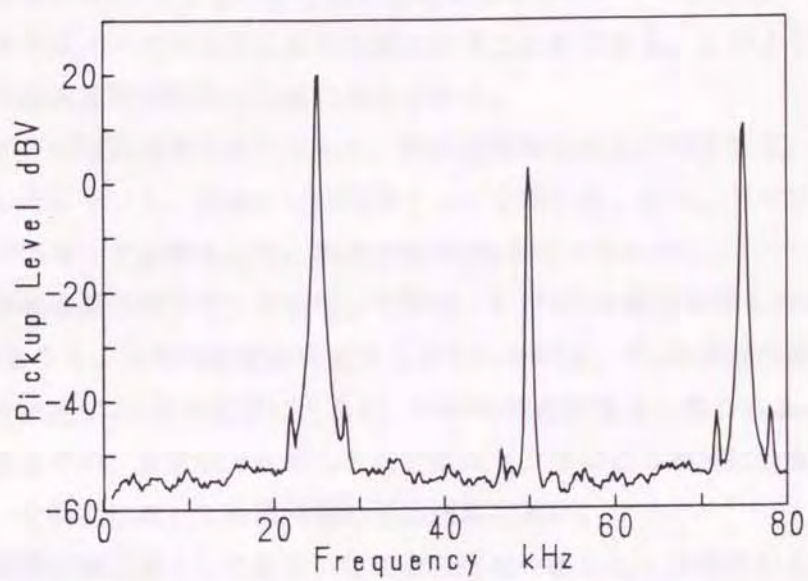


図4-7 管内音圧のスペクトル

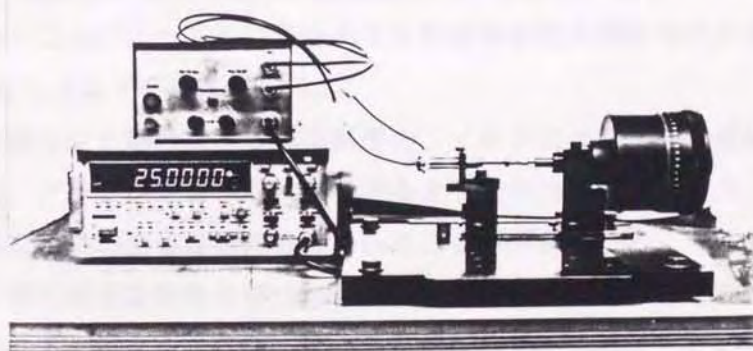


図4-8 装置の外観

PLL後段にLPFを挿入すればより望ましい。

4.7 実験方法および結果

装置の外観を図4-8に示す。管端から差し込まれたプランジャの変位は、被測定物として設けた精密マイクロメータヘッドにより正確に知ることができる。このようにして管内空気柱の長さ l と発振周波数の関係は正確に測定される。

使用したパイプの材質は真ちゅうであり、内面は精密に仕上げ加工した。プランジャは円筒研削を施したシャフト、接触子には超硬チップを用いた。また、パイプの端部にはスライドボールベアリングを挿入した。測定圧は約30gとなっている。

応答時間は写真の周波数カウンタを用いた場合、0.1Hzの分解能を得るのにレシプロカル方式で100msecとなる。発振周波数が安定するまでの時間は、PLLの周波数安定度と収束時間のバランスを決定するLPFの選択によるが、50msec程度が適当と思われる。なお、VCO出力は矩形波であるため、正弦波と比較して周波数カウンタによる測定には有利であり、同じゲート時間、分解能においても周波数の測定精度は高い。

一般に、本装置が測定器としてあるいは制御装置の一部として使用される環境は0.5~10kHzの騒音レベルが高い場合が多い。本センサは音響系がほぼ閉じているため暗騒音の影響は受けにくく、外部への音響の放射も少ないが、周波数分解能を上げるためもあって使用する周波数は20kHz以上とした。

図4-9の実線は、空気柱長さ l を変化させ、それに追従する発振周波数を測定したものである。この場合、1 μ mを読み取るのに必要な周波数分解能は約2 Hzとなる。

ところで、図4-5に示したような伝達関数測定結果の共振ピークをそれぞれの空気柱長さについて拾っていくことによっても空気柱長さ l と共振周波数の関係を求めることが出来る。図4-9に示したプロットはその結果である。

センサとして発振させた場合は、帯域制限用のフィルタにより周波数領域の両端のゲインが減少するため、グラフが逆S字形に反り返るようになっている。一方、伝達関数測定により求めた結果ではその影響は排除されていることが分かる。

この問題は、平坦な周波数特性を持つスピーカ、マイクの採用やデジタル信号処理の応用により解決されると考えられるが、後の理論解析結果と比較するための客観的な共振周波数を測定する容易な方法としては伝達関数測定が適当であろう。よって、以下の理論解析の結果は、この伝達関数測定結果と比較することにする。

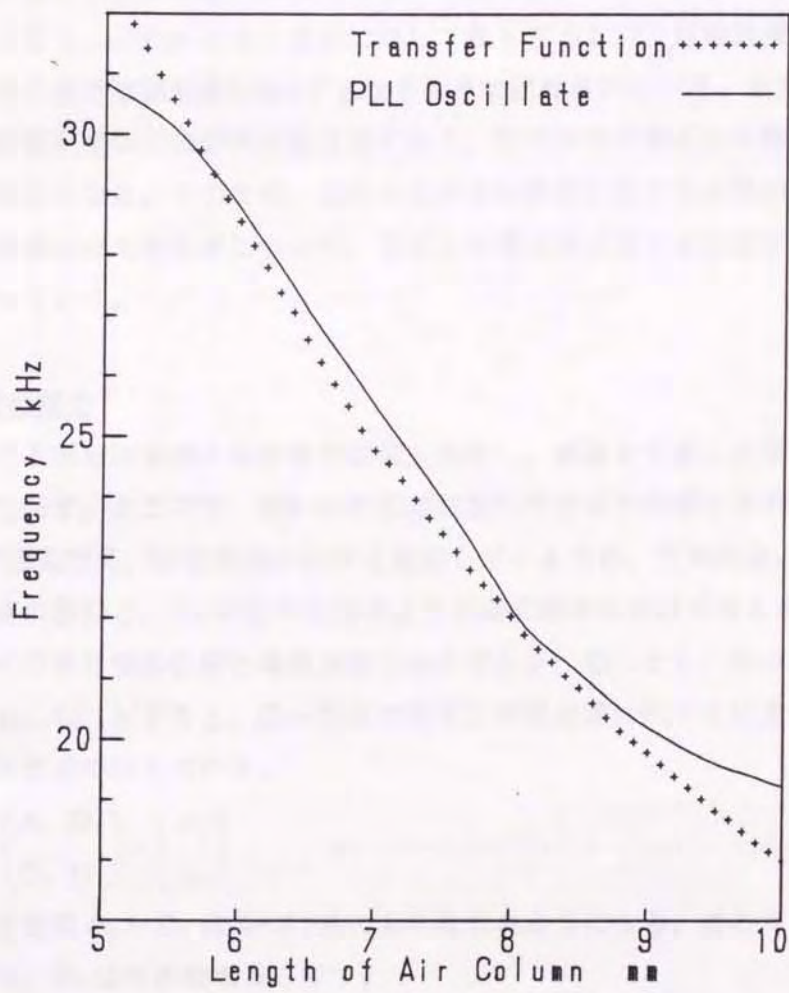


図4-9 空気柱長さと発振周波数の関係

4. 8 理論解析

4.8.1 等価回路

理論解析にあたっては、音響系を電氣的等価回路に置き換えて計算することにより、共振周波数を求める。図4-10にセンサ内部の管路系を示すが、図4-10における①～⑤は、図4-11に示す等価回路にも対応させることが出来る。

ところで、共振子としての空気柱に対して、小孔①②、および④⑤は音響を入出力するための結合子となる。小孔が音波の波長に対して長すぎるとLPF(低域濾波器)の働きをしてしまうため、その長さは波長の1/4以下となるように設計されている。また、これらの小孔が短過ぎると音響系全体の共振周波数は高くなり、空気柱の共振点から離れて行くことにより発振は不安定になる。そのため、これらの長さは慎重に定める必要がある。

以下、この等価回路の各要素について、音圧と体積速度に関する伝達マトリックスを用いて解析を行っていく。

4.8.2 空気柱の部分

空気柱にあたる部分は音波の伝搬を平面波と仮定し、減衰を考慮した場合の伝達マトリックスを用いて表す。ところで、図4-11の③点においてマイク前室とその頸部のインピーダンス(破線で囲んだ Z_m)が空気柱の途中を短絡しているため、空気柱は、図4-11の N_p にあたる②～③点の部分と、 Z_p にあたる③点より右側の部分に分けて考える。

さて、②点の空気柱側の音圧と体積速度をそれぞれ p_2' , Q_2' とし、③点の音圧と体積速度をそれぞれ p_3 , Q_3 とすると、②～③点の音圧と体積速度に関する伝達マトリックスは(3-36)式により次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} p_2' \\ Q_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_3 \\ Q_3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4-2)$$

次に、四端子定数 $A_1 \sim D_1$ は(3-37)式により次式のようなになる。ここで、 l_1 は②～③点の部分の長さを、 S_p はその断面積を示す。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \{ \cosh(\delta l_1) \cdot \cos(k l_1) + j \sinh(\delta l_1) \cdot \sin(k l_1) \} \\ B_1 &= \frac{\rho c}{S_p} \{ \sinh(\delta l_1) \cdot \cos(k l_1) + j \cosh(\delta l_1) \cdot \sin(k l_1) \} \\ C_1 &= \frac{S_p}{\rho c} \{ \sinh(\delta l_1) \cdot \cos(k l_1) + j \cosh(\delta l_1) \cdot \sin(k l_1) \} \\ D_1 &= A_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-3)$$

ここで、減衰定数 δ [1/m] は、次の近似式⁽⁴⁻³⁾により得られる。

$$\delta \doteq 2.11 \times 10^4 (2\pi c / \omega)^{-0.5} (2c a_p / \nu)^{-1} \quad \dots\dots\dots (4-4)$$

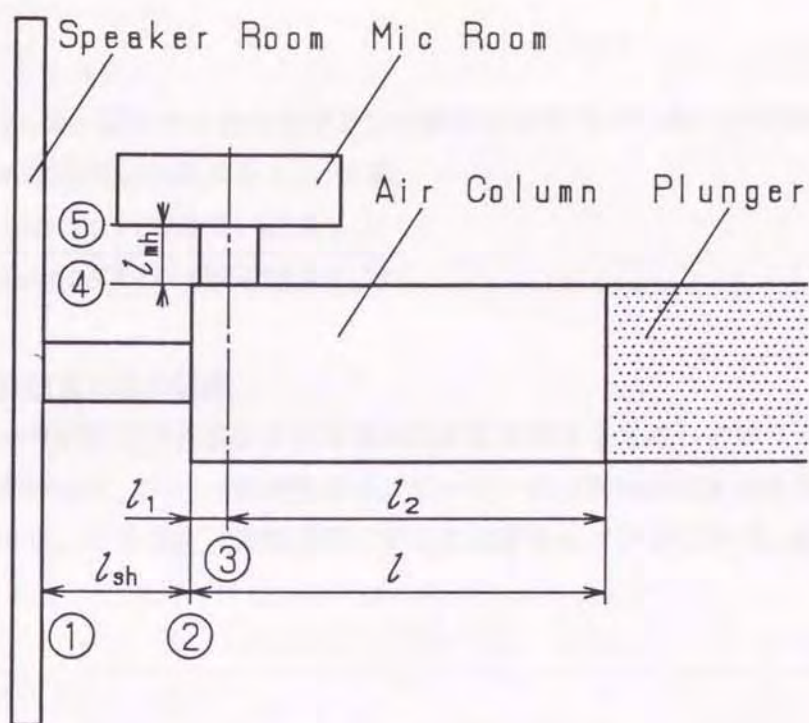


図4-10 センサ内部の音響系

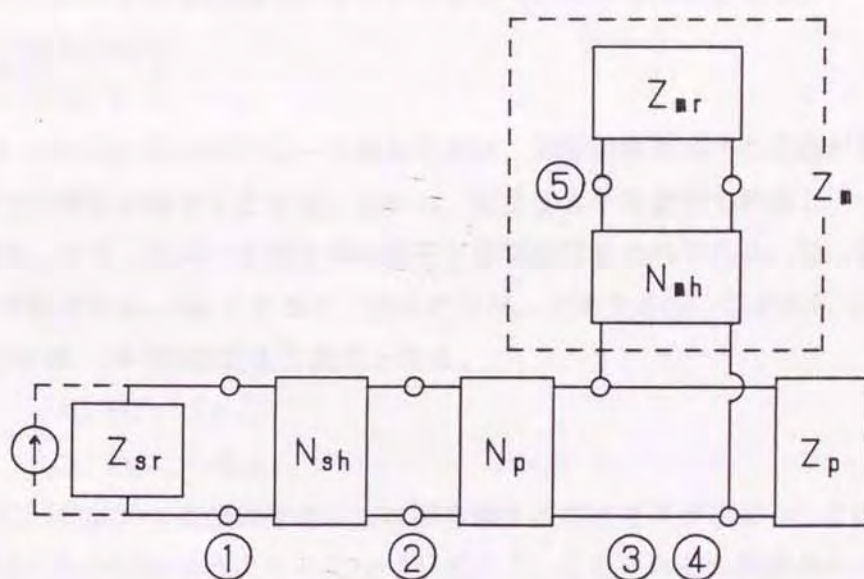


図4-11 センサ内部の音響系に対応する電氣的等価回路

また、 k は位相定数であり、上式で求められた δ により次式で示される。

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \delta^2} \quad \dots\dots\dots(4-5)$$

さて、右端の Z_p は、③点からの分岐管として扱えるので(3-43)式により次式で示される。

なお、③点から右側の部分の長さを l_2 とする。

$$Z_p = \frac{\rho c}{S_p} \frac{(\exp(2\delta l_2) + \exp(-2jk l_2))}{(\exp(2\delta l_2) - \exp(-2jk l_2))} \quad \dots\dots\dots(4-6)$$

4.8.3 スピーカ前室とその頸部

図4-10のスピーカ前室の空洞部はその形状から容量性のみを考慮し音響キャパシタンスとして扱う。したがって、スピーカ前室のインピーダンスは図4-11における Z_{sr} に相当する。音響インピーダンス \equiv 音圧/体積速度とすると音響キャパシタンス C_{sr} は次式⁽⁴⁻⁴⁾で示される。

$$C_{sr} = \frac{V_{sr}}{\rho c^2} \quad \dots\dots\dots(4-7)$$

よって、インピーダンス Z_{sr} は、次の式で表される。

$$Z_{sr} = \frac{1}{j\omega C_{sr}} = -j \frac{\rho c^2}{V_{sr} \omega} \quad \dots\dots\dots(4-8)$$

さて、スピーカ前室部分のインピーダンス Z_{sr} は駆動源に並列接続されることになるため、図4-11の N_{sr} にあたる伝達マトリックスは(3-46)式より次式を得る。

$$N_{sr} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_{sr}^{-1} & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(4-9)$$

次に、図4-10の①～②点のスピーカ前室頸部は、音響的質量素子の役割が期待され、スピーカ前室と共鳴器の結合子となる。しかし、抵抗要素や容量性も考慮し、一般の音響管と同様に扱う。さて、①点の空気柱側の音圧と体積速度をそれぞれ p_1, Q_1 、②点の音圧と体積速度をそれぞれ p_2, Q_2 とすると、図4-11の N_{sh} にあたる①～②点の伝達マトリックスは(4-2)式と同様、(3-36)式により次式となる。

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_2 \\ Q_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(4-10)$$

このとき(3-20)式の a を頸部半径 a_{sh} に置き換えることで δ が求まり、このときの δ と(3-21)式により k が求められ、さらに(3-37)式の l, S をそれぞれ頸部長さ l_{sh} 、頸部断面積 S_{sh} に置き換えることにより四端子定数 $A_2 \sim D_2$ を得る。なお、頸部の長さには付加質量として両端に端補正を考慮する。

4.8.4 マイク前室とその頸部

本来この部分は空気柱部分の音圧を拾うのが目的であるので、音響系の特性に影響を及ぼさないのが理想的である。しかし、センサそのものが小さく、その影響は相対的に無視できないため、解析に加える。

図4-10のマイク前室の空洞部はスピーカ前室と同様に音響キャパシタンス C_{mr} として扱う。マイク前室のインピーダンスは図4-11の Z_{mr} に相当し(4-7)式と同様に次式で示される。

$$Z_{mr} = \frac{1}{j\omega C_{mr}} = -j \frac{\rho c^2}{V_{mr} \omega} \quad \dots\dots\dots (4-11)$$

次に、マイク前室頸部④～⑤点は②～③点と同様、音響的質量素子の役割が期待され、マイク前室と空気柱の結合子となる。この場合もスピーカ前室頸部の場合と同様、一般の音響管として扱うことにする。さて、④点の頸部側の音圧と体積速度をそれぞれ p_4, Q_4 、⑤点の頸部側の音圧と体積速度をそれぞれ p_5, Q_5 とすると、図4-11の N_{mh} にあたる④～⑤点の伝達マトリックスは(4-2)式、(4-10)式と同様、(3-36)式により次式となる。

$$\begin{pmatrix} p_4 \\ Q_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_5 \\ Q_5 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4-12)$$

先と同様(3-20)式の a を頸部半径 a_{mh} に置き換えることで δ が求まり、このときの δ と(3-21)式により k が求められ、さらに(3-37)式の l, S をそれぞれ頸部長さ l_{mh} 、頸部断面積 S_{mh} に置き換えることにより四端子定数 $A_3 \sim D_3$ を得る。やはり、頸部の長さには付加質量として両端に端補正を考慮する。

さて、図4-11の破線で囲んだインピーダンス Z_m は前述の Z_{mr} と N_{mh} を用いて求められる。ここで、(4-12)式は $Z_{mr} = p_5 / Q_5$ であることにより、次のように書き換えられる。

$$\begin{pmatrix} p_4 \\ Q_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_5 \\ p_5 / Z_{mr} \end{pmatrix}$$

ここで p_5 を消去し、空気柱側からみたインピーダンスを Z_m とおくと $Z_m = p_4 / Q_4$ であることにより次式を得る。

$$Z_m = \frac{A_3 + B_3 / Z_{mr}}{C_3 + D_3 / Z_{mr}} \quad \dots\dots\dots (4-13)$$

ここで、空気柱は③点において Z_m により音響的に短絡されることになる。したがって、図4-11の Z_p と電気的には並列接続(音響的には互いに分岐管)になるので、(3-46)式により次の伝達マトリックスを得る。

$$N_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_m^{-1} & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4-14)$$

4.8.5 入力インピーダンス

以上のように求められた伝達マトリックス(4-2)式,(4-9)式,(4-10)式および(4-14)式は次式のようにまとめられる。したがって、①点から③点における音圧と体積速度に関する連続の式が求められる。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_{sr}^{-1} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_m^{-1} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_3 \\ Q_3 \end{pmatrix}$$

上式を改めて次のようにおく。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_T & B_T \\ C_T & D_T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_3 \\ Q_3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4-15)$$

ここで③点は Z_p により閉止されるので上式は $Z_p = P_3 / Q_3$ であることにより、次式のよう書き換えられる。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_T & B_T \\ C_T & D_T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_3 \\ P_3 / Z_p \end{pmatrix}$$

ここで P_3 を消去し、駆動源から(結果的に①点より)みたインピーダンスを Z_1 とおくと、 $Z_1 = P_1 / Q_1$ であることにより次の式を得る。

$$Z_1 = \frac{A_T + B_T / Z_p}{C_T + D_T / Z_p} \quad \dots\dots\dots (4-16)$$

このようにして、駆動源からみたインピーダンスは求められる。

4.9 理論値と実験値の比較

計算結果を示すにあたり、用いた定数などを表4-1に示す。

さて、 k や δ も ω の関数であるので(4-16)式で表される Z_1 は周波数のみの関数となる。パラメータの周波数を横軸にとり、複素数 Z_1 の絶対値を縦軸に、そして奥行き方向に空気柱長さをとった一例が図4-12である。

このようにして求まった線図の中でインピーダンスの絶対値が極小値をとる周波数を共振点とした。なお、4 kHz 付近にみられる共振点は空気柱とスピーカ前室頸部との空洞共鳴を示し、10 kHz 付近にみられる共振点は、マイク前室とその頸部の空洞共鳴の影響を示している。実際にセンサとして作動させるときは、これら低域の共振点の影響をなくすため緒言でも述べたようにフィルタが必要になる。

実験値と理論値の比較は、共振点の決定に大きな影響を及ぼす因子であるスピーカ前室頸部長さ、およびマイク前室頸部長さの異なる10種類のセンサについて行った。

図4-13および図4-14は計算結果と、伝達関数測定による実験結果を重ねて示したものであり、横軸に空気柱長さ、縦軸に周波数をとっている。それぞれ5種類の結果はマイク前

表 4-1 計算の際用いたパラメータ

a_p : 1.51mm	a_{mh} : 0.515mm
a_{sh} : 0.515mm	l_1 : 0.58mm
V_{mr} : 4.355mm ³	V_{sr} : 56.55mm ³
c : 343.707m/s	ν : $14.823 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$
ρ : 1.213kg/m ³	

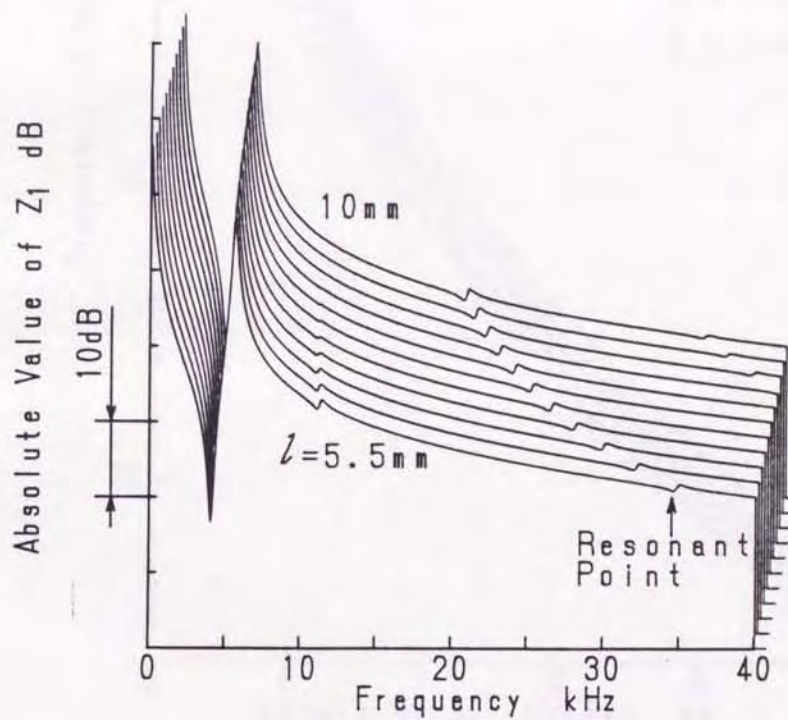


図 4-12 周波数とインピーダンスの関係の計算結果

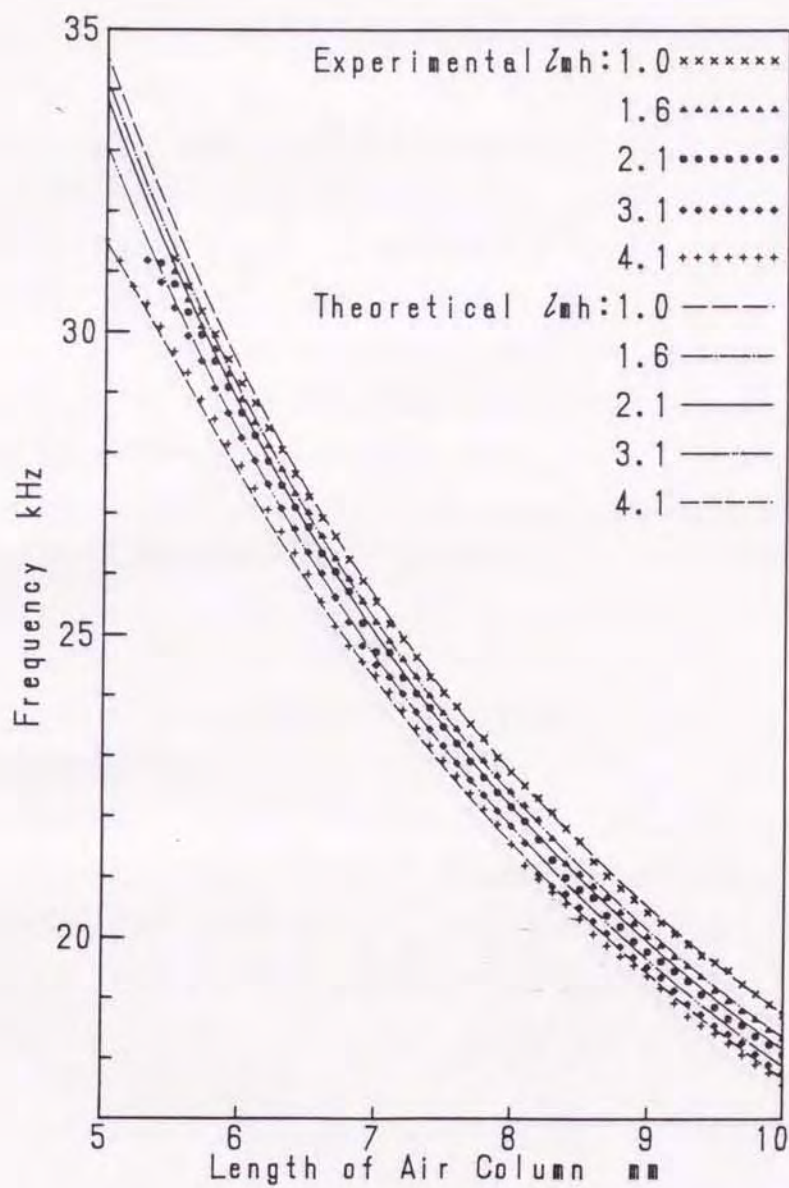


図4-13 理論値と実験値の比較($l_{sh}=1.8\text{mm}$)

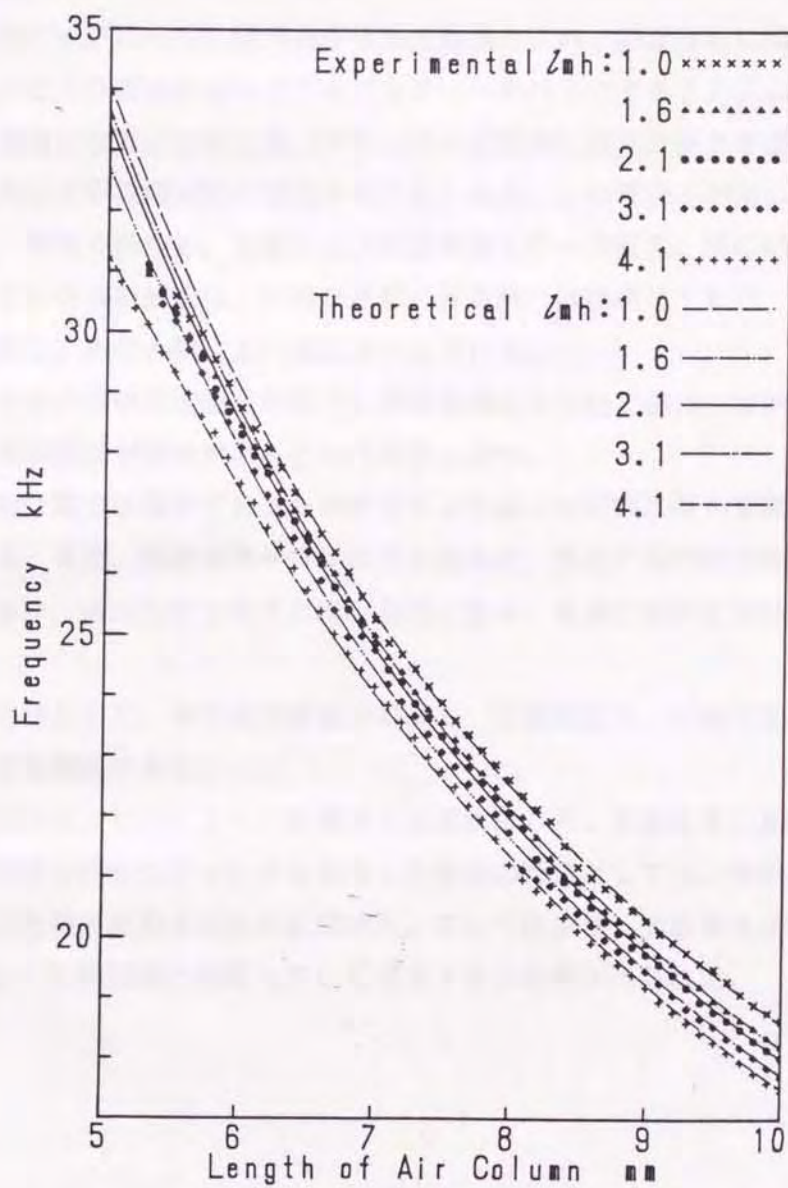


図 4-14 理論値と実験値の比較 ($l_{sh}=2.4\text{mm}$)

室頸部長さ l_{mh} を変化させたものである。図4-13および図4-14ではそれぞれスピーカ前室頸部長さ l_{sh} が1.8mmのものと2.4mmのものについて示している。いずれの場合も理論値と実験値の傾向はよく一致している。なお、伝達関数測定に用いたFFTアナライザの周波数分解能は100Hzである。

4. 10 結言

両端を閉じたパイプの一端に設けた小孔から音波を入れ、端面付近に開けられた小孔からマイクロホンにより音波をピックアップしフィードバックすることにより共振周波数において強力に発振させる。このとき、プランジャを動かし空気柱長さを変化させると被測定物の変位に対して発振周波数が追従することになる。この現象を利用した新しい変位測定法を考案し、装置を試作し、実験および理論解析を行った結果、次の結果を得た。

- (1) パイプ内での発振周波数は、共鳴周波数の計算値にほぼ準じており、空気柱長さの減少に従って増加し、両者の間により対応を示している。
- (2) このセンサは比較的測定範囲が広く、高精度測定も可能であり、接触式でありながらセンサ内部の構成部品が皆無であるという特徴を持つ。
- (3) 本装置の消費電力は微少であるため使用する電源はAC100Vに限らず乾電池などでも動作が可能である。また、装置全体がコンパクトなため、電池で動作が可能な周波数カウンタを接続するなり、組み込むなりすれば可搬性に富み、電源の制約を受けないシステムとなる。
- (4) 変位の測定法として、本方法は装置が簡単で、安価であり、工場などの暗騒音の大きい場所においても使用できる。
- (5) 等価回路近似により、センサの音響系を理論解析した。実験結果と比較するにあたり、理想的な遮断特性を持ったフィルタを使用した場合の特性としてセンサの伝達関数を測定しセンサ本来の発振周波数を実験的に求めた。そして理論値、実験値を比較した結果、両者はよく一致し、等価回路の検証において満足できる結果が得られた。

第5章 音響信号を利用した管の長さ測定

(管内空気柱の共振周波数検出)⁽⁵⁻¹⁾

5.1 緒言

管の長さの簡易な測定方法として、従来はノギス、巻尺等が広く用いられてきたが、これらの方法に測定精度を求める事には無理がある。さらに、管が地中や液体中などに埋設されている場合には測定が困難である。そこでこのような問題を無くした新しい測定方法として、管内の空気柱の共鳴現象を利用して管の長さを測定する方法を考案した。

この方法は、管内空気柱の共鳴周波数は管の長さによって変化することを利用し、管外に設けた音源から音響を発生させ、共鳴周波数を測定することにより管の長さを測定するものである。

前章において、スピーカを音源とし、マイク、PLL(位相同期ループ)デバイス等を用いて、電子回路によりフィードバックループを構成し発振させる方法を記述した。このPLLを応用した共振追尾により管の共振点が検出され、逆数方式の周波数カウンタにより短時間で比較的良い測定分解能が得られた。

本章においては、被測定管を両端閉口とした場合の装置を紹介し、解析を行う。続いて両端開口とした場合の装置を紹介し解析を行う。

次に、被測定管を含めた電気音響系の伝達関数測定結果を示す。続いて、PLLにより発振させた場合の周波数を示し、先の解析結果から計算した周波数と比較する。

そして、経時変化および温度変動による周波数変動を示し、温度補償の方法について考察する。

最後に、本測定法の応用例として、曲がり管(ビニールホース)の長さを同定した測定例と、伝達関数測定結果および計算結果を示す。

以上の事について記述する。

5.2 記号

本章において使用する記号を以下のように定める。

$A_a \sim D_a$: ⑤～⑧間の伝達マトリックスの四端子定数

$A_c \sim D_c$: ⑥～⑨間の伝達マトリックスの四端子定数

$A_{12} \sim D_{12}$: ①～②間の伝達マトリックスの四端子定数

a : 管の内半径

C_{sr} : スピーカ前室空洞部の音響キャパシタンス

c : 音速

- E : Benadeの端補正
- f : 周波数
- f_{20} : 20°Cに換算した周波数
- j : 複素定数
- k : 位相定数
- l_a : ③～⑤間の管の長さ
- l_p : 管の長さ
- l_{sh} : スピーカ前室頸部の長さ
- N_{pa} : ③～⑤間の伝達マトリックス
- N_{pc} : ⑤～⑦間の伝達マトリックス
- N_{sh} : スピーカ前室頸部①～②間の伝達マトリックス
- n : 倍音次数 ($n=1, 2, 3, \dots$)
- P_1, P_2, P_a, P_b : 各点の音圧
- Q_1, Q_2, Q_a, Q_b : 各点の体積速度
- S_p : 空気柱の断面積
- S_{sh} : スピーカ前室頸部の断面積
- t : 室温
- V_{sr} : スピーカ前室空洞部の体積
- w : 管壁厚さ
- Z_{ba} : ③点から左側を見たときの音響インピーダンス
- Z_{bc} : ③点から右側を見たときの音響インピーダンス
- Z_c : ①点から左右を見たときの並列音響インピーダンス
- Z_p : 空気柱②より右側の音響インピーダンス
- Z_o : ⑤点から左右を見たときの並列音響インピーダンス
- Z_r : 管端からの放射インピーダンス
- Z_{sr} : スピーカ前室の音響インピーダンス
- Z_{12} : ①点から右側を見たときの音響インピーダンス
- δ : 管内平面波の減衰定数
- ν : 空気の動粘度
- ρ : 空気の比重
- ω : 角周波数

5.3 本測定法の原理

ここでは、両端閉口管と両端開口管を対象にした。これらの共鳴周波数は次式のように

なる。

$$f = \frac{nc}{2l_p} \dots\dots\dots (5-1)$$

なお、両端開口管の空気柱長さには管端補正分が含まれるので、同じ管でも両端閉口の時より共鳴周波数は若干低くなる。

また、一端開口他端閉口のものについては、共鳴周波数が、 $f = (2n - 1)c / 4l_p$ で与えられ、周波数分解能の点で不利であるので今回は見送った。

さて、図5-1のブロック図に示す装置は、図5-2の両端閉口管、図5-4の両端開口管にそれぞれ接続される。

以下、この装置の動作を説明する。；電源投入瞬間のVCO(電圧制御発振器)は設定範囲の下限である自走周波数を出力し、その周波数の音波がスピーカから管内に放射される。管内の音圧はマイクによりピックアップされ、PC(位相比較器)に入力される。こうしてPLLはロックする。VCO出力の信号は電気音響系を経由して再びPCに入力される。そのため、PLLがロックした状態でVCO出力の周波数は設定範囲を自由に動けることになる。結果として共振点以外ではVCO出力の周波数は設定範囲をスイープしていく。そして最終的に最も大きなPC入力が見られる周波数、すなわち共振点に収束する。実際にこの動作は極めて短時間に完了するので、発振周波数は電源投入とほとんど同時に収束すると考えてよい。

5. 4 測定機器

本章において使用した測定機器は以下の通りである。

1) 精密騒音計

リオン社製 NA-40
測定範囲 音圧レベル 35~130dB(FLAT, 20~20kHz)
周波数特性 2~70kHz ±3dB(FLAT, 20~20kHz)

2) コンデンサ マイクロホン

リオン社製 UC-29
外径 φ7.00mm
感度 -47dB
容量 8pF (pv200V)
周波数特性 20~70kHz ±0.5dB(FLAT)

3) FFT デジタル スペクトラム アナライザ

小野測器社製 CF-910

周波数軸分析レンジ

1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1k, 2k, 5k, 10k, 20k, 40kHz

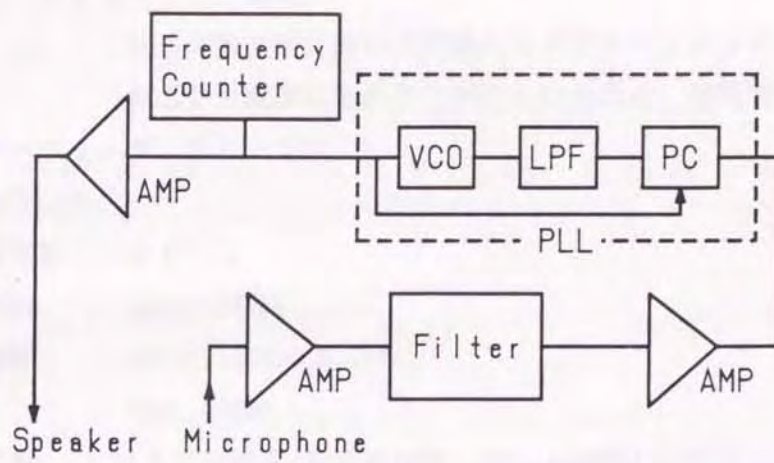


図5-1 装置のブロック図

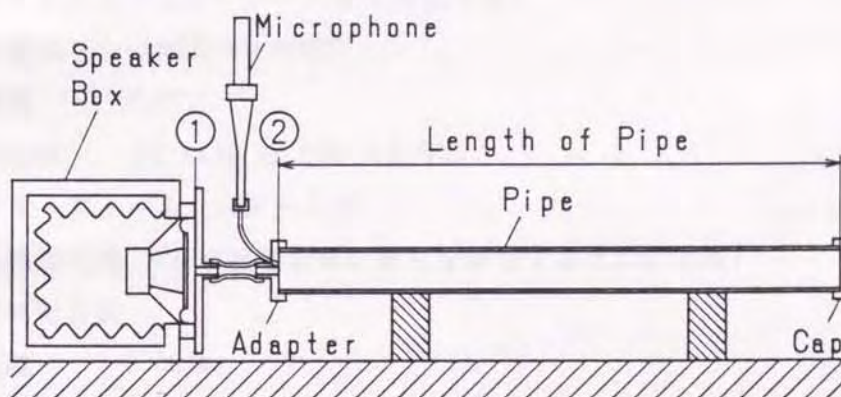


図5-2 両端閉口の場合の配置図

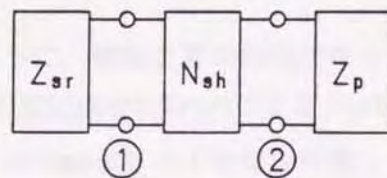


図5-3 両端閉口の場合の等価回路

(15レンジ)

分解能 400ライン(伝達関数測定時)

サーボ・アナライジング機能

伝達関数測定において内蔵のシグナルジェネレータにより、試験信号と同期してFFTが行われるため、短時間で測定可能

インターフェース GP-IB

4) 周波数カウンタ

日置電気製 3601

測定範囲 1mHz~20MHz

計測時間 1msec, 10msec, 0.1sec,
1sec, 10sec

測定感度 (トリガ誤差/測定周波数・ゲート時間)±1カウント±基準時間

インターフェース GP-IB

5) デジタル・マルチ温度計

アドバンテスト社製 TR2114

TR1101-100シース型T熱電対使用

測定範囲 -180°C~+400°C

分解能 0.1°C

測定確度 ±0.06% of rdg ±0.3°C

インターフェース GP-IB

6) 3次元座標測定機 (予め被測定管の長さを測定するために使用)

東京精密社製

分解能 0.001mm

測定確度 0.007mm

5.5 両端閉口管について (5-2) (5-3)

5.5.1 装置について

測定にあたっては図5-2のように、被測定管の両端にキャップを取り付けて、音響系の一部にする。被測定管には市販の電縫鋼管STKM16(JIS G 3445)から3種類の径のものをを用いた。また、管の長さは250mm~3000mmまでの7種類を用意した。

音源には、有効直径85mmの平面振動板を持つスピーカを用いた。振動板の前面は板で密閉され、小さな空間が形成される。そして、高インピーダンス音源とするため、板に開けられた小孔と管端のアダプターはチューブで接続される。使用した1/4インチのコンデンサマイクロホンは細いチューブ(内径1mm)を介して、管端のアダプターに設けた小孔から音

圧を拾っている。

5.5.2 等価回路とインピーダンスの導出

図5-2に示す音響系を等価回路表すと図5-3のようになる。 Z_{sr} はスピーカ振動板前面の空間を示し、 N_{sh} はスピーカからのチューブの部分を示す四端子網である。また、 Z_r は被測定管のアダプター側からみた入力インピーダンスである。なお、音圧を拾うチューブと管端の小孔は内径1mmであり、音響系の特性に及ぼす影響は無視できたのでここでは計算から除外する。

さて、音響系全体としてみたときの共振点は、①点から左右をみた並列インピーダンス(駆動源からみた入力インピーダンス)が極小値をとる周波数であると考えられる。なお、ここでは音響インピーダンス≡音圧/体積速度として記述している。

まず、図4-3左端のスピーカ前室空洞部はその形状から容量性のみを考慮し音響キャパシタンスとして扱う。音響キャパシタンス C_{sr} は次式⁽⁵⁻⁴⁾で示される。

$$C_{sr} = \frac{V_{sr}}{\rho c^2} \quad \dots\dots\dots(5-2)$$

よって、インピーダンス Z_{sr} は、次の式で表される。

$$Z_{sr} = \frac{1}{j\omega C_{sr}} = -j \frac{\rho c^2}{V_{sr} \omega} \quad \dots\dots\dots(5-3)$$

さて、①点より右側の音圧と体積速度を p_1, Q_1 とし、②点より左側の音圧と体積速度を p_2, Q_2 とすると、①～②点の音圧と体積速度に関する伝達マトリックスは(3-36)式より次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_2 \\ Q_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(5-4)$$

ここで、四端子定数 $A_{12} \sim D_{12}$ は音波の伝搬を平面波と仮定し、減衰を考慮した伝達マトリックスを用いて(3-37)式により次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} A_{12} &= \{ \cosh(\delta l_{sh}) \cdot \cos(k l_{sh}) + j \sinh(\delta l_{sh}) \cdot \sin(k l_{sh}) \} \\ B_{12} &= \frac{\rho c}{S_{sh}} \{ \sinh(\delta l_{sh}) \cdot \cos(k l_{sh}) + j \cosh(\delta l_{sh}) \cdot \sin(k l_{sh}) \} \\ C_{12} &= \frac{S_{sh}}{\rho c} \{ \sinh(\delta l_{sh}) \cdot \cos(k l_{sh}) + j \cosh(\delta l_{sh}) \cdot \sin(k l_{sh}) \} \\ D_{12} &= A_{12} \end{aligned} \right\} \quad (5-5)$$

ここで、 l_{sh} は①～②点の部分の長さ(チューブとその接続部)を、 S_{sh} はその断面積を示す。なお、 l_{sh} には付加質量として両端に端補正を考慮する。

ここで、減衰定数 δ [1/m] は、次の近似式⁽⁵⁻⁵⁾中の a に管の内半径を代入して得られる。

$$\delta \doteq 2.11 \times 10^4 (2\pi c/\omega)^{-0.5} (2ca/\nu)^{-1} \dots\dots\dots (5-6)$$

また、 k は位相定数であり、次の式で示される。

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \delta^2} \dots\dots\dots (5-7)$$

図5-3右端の Z_p は、(3-43)式により次式で示される。なお、 l_p は測定される管の幾何学的長さ、 S_p はその断面積を示す。

$$Z_p = \frac{\rho c}{S_p} \frac{(\exp(2\delta l_p) + \exp(-2jk l_p))}{(\exp(2\delta l_p) - \exp(-2jk l_p))} \dots\dots\dots (5-8)$$

さて、①点から右側を見たインピーダンスを Z_{12} とすると、 Z_{12} は前述の N_{sh} と Z_p を用いて求められる。

ここで、(5-4)式は $Z_p = p_2 / Q_2$ であることにより、次のように書き換えられる。

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_2 \\ p_2 / Z_p \end{pmatrix}$$

ここで p_2 を消去し、 $Z_{12} = p_1 / Q_1$ であることにより次式で表される。

$$Z_{12} = \frac{A_{12} + B_{12} / Z_p}{C_{12} + D_{12} / Z_p} \dots\dots\dots (5-9)$$

ここで、①点から左右を見た並列インピーダンスを Z_c とすると、この Z_c は次式で表される。

$$Z_c = \frac{1}{Z_{sr}^{-1} + Z_{12}^{-1}} \dots\dots\dots (5-10)$$

この並列インピーダンス Z_c (駆動源からみた入力インピーダンス)は周波数のみの関数となる。共振周波数は、複素インピーダンス Z_c の絶対値が極小値をとる周波数を算出して求める。

5. 6 両端開口管について

5.6.1 装置について

被測定管は両端閉口の場合と同じものを用いた。音源には、有効直径220mmの平面振動板を持つスピーカを用いた。管端の付加質量効果に影響を与えない程度に振動板を離す必要があるため、振動板と管端面の距離は50mmとした。

管端面付近では共振ピークの音圧が低いため、図5-4のようにブローブマイクロホンを端面から50mm差し込んで管内の音圧を拾った。両端開口管の基準倍音では管長の中央で最も音圧が高くなるが、管長が大きい場合は中央まで差し込むことは現実的でないため、このような位置とした。

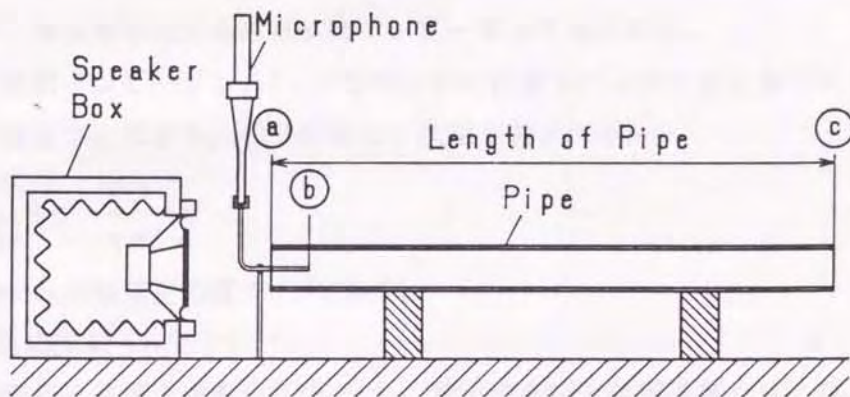


図 5 - 4 両端開口の場合の配置図

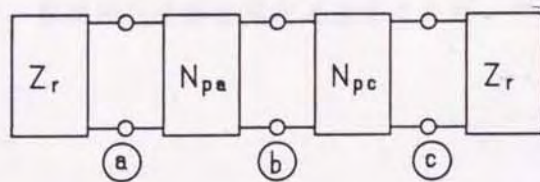


図 5 - 5 両端開口の場合の等価回路

5.6.2 等価回路とインピーダンスの導出

図5-4の音響系の等価回路は図5-5で示される。左右の Z_r は管端②, ③からの放射インピーダンスを示し、管を示す四端子網はプローブマイクの位置⑤点において N_{pa} と N_{pc} の二つに分けて表す。

このときマイクロホンは電氣的等価回路の⑤点から電圧を測定する電圧計に相当する。したがって共振点は、⑤点におけるインピーダンスが極大になる周波数と考える。この等価回路について、⑤点から左右をみた並列インピーダンスを求める。

まず、両端の放射インピーダンス Z_r は管端からの放射をバツフルなしのピストンからの放射に等価と見なすことにより、(3-56)式より次式で表される。

$$Z_r = \frac{\rho \omega^2}{4\pi c} + j \frac{\rho \omega}{\pi a^2} E \cdot a \quad \dots\dots\dots (5-11)$$

ここで E はBenadeの端補正の式⁽⁵⁻⁶⁾である。

$$E = 0.821 - 0.13(0.42 + w/a)^{-0.54} \quad \dots\dots\dots (5-12)$$

さて、⑥点の音圧と体積速度を p_b, Q_b とし、②点の音圧と体積速度を p_a, Q_a とすると、⑥～②点の音圧と体積速度に関する伝達マトリックスは次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} p_b \\ Q_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_a \\ Q_a \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (5-13)$$

ここで、 $A_a \sim D_a$ は(5-5)式における l_{sh}, S_{sh} を、⑥～②までの長さ l_a , 被測定管の断面積 S_r に置き換えることで得られる。さて、(5-13)式において、 $Z_r = p_a / Q_a$ であることにより、 p_a, Q_a を消去できる。⑥点から左側を見たインピーダンスを Z_{ba} とおくと、 $Z_{ba} = p_b / Q_b$ であることにより次式を得る。

$$Z_{ba} = \frac{A_a + B_a / Z_r}{C_a + D_a / Z_r} \quad \dots\dots\dots (5-14)$$

(5-14)式と全く同様に、⑥点から右側を見たときのインピーダンスを Z_{bc} とおくと、次式が得られる。

$$Z_{bc} = \frac{A_c + B_c / Z_r}{C_c + D_c / Z_r} \quad \dots\dots\dots (5-15)$$

やはり、 $A_c \sim D_c$ は(5-5)式における l_{sh}, S_{sh} を、⑥～③までの長さ l_c , 被測定管の断面積 S_r に置き換えることで得られる。

⑥点から左右を見た並列インピーダンスを Z_0 とすると、この Z_0 は次式で表される。

$$Z_0 = \frac{1}{Z_{ba}^{-1} + Z_{bc}^{-1}} \quad \dots\dots\dots (5-16)$$

このように、マイクロホンが音圧を拾う⑥点から見たインピーダンスが求められる。この Z_0 は周波数のみの関数となる。共振周波数は、複素インピーダンス Z_0 の絶対値が極大

値をとる周波数を算出して求める。

5.7 伝達関数が示す共振点

音響系の共振点を実験的に求めるための伝達関数(周波数応答)測定は図5-6に示すような構成で行った。関数発生器による正弦波スイープ信号をスピーカから管内に放射し、その同期信号とマイクロホンが拾った信号をFFTアナライザに入力してフーリエ解析を行うものである。

図5-7および図5-8は、それぞれ両端閉口、両端開口の場合について内径28.67mmの管の伝達関数を同一の周波数レンジで測定した一例である。縦軸には振幅をとっている。管長は手前から奥へ3000mm→250mmとなっている。■の部分を使用した1次倍音である。両端閉口の場合、それより低い周波数においてなだらかなピークが見られるが、これは管内空気柱とスピーカからのチューブによる空洞共鳴である。

なお、FFTアナライザの分解能は周波数レンジあたり400ラインと余り高くないため、測定後のデータ処理により分解能を上げている。

5.8 計算値と実験値の比較

計算結果を示すにあたり、用いた定数などを表5-1に示す。

表5-2～表5-7は計算結果と、伝達関数測定による共振点およびPLLによる発振周波数を示したものである。

図5-9および図5-10は、それぞれ表5-3および表5-6の場合について横軸に管の長さ、縦軸に周波数をとったものである。計算値と伝達関数測定による共振点はよく一致しているが、PLLにより発振させた際の発振周波数は電気系の周波数特性の影響で、伝達関数測定による共振点と一致しない場合があった。精度を高めるためには、被測定管にほぼ等しい基準長となる管を用いて較正する必要がある。

5.9 経時変化と温度特性

図5-11は経時変化と温度変化が周波数へ及ぼす影響を内径28.67mm、長さ1000mmの両端開口とした場合について示した例である。縦軸の周波数と温度のスケールは温度変化による音速の変化に起因する周波数変動の関係を基に、おおむね対応する幅でとっている。

ここで、 f_{20} は測定された温度を基に20℃における周波数に補正したものである。温度測定の分解能が粗いため、これを基にして補正した f_{20} は定常的にばらついているかに見えるが、生の周波数 f には定常的なばらつきが殆ど無いことから、温度変化の影響を除けば発振周波数は非常に安定していることが判る。したがって、温度補償が出来れば 10^{-4} 以上の分解能を得る事は十分に可能となる。なお、いずれの管においても周波数の安定度は

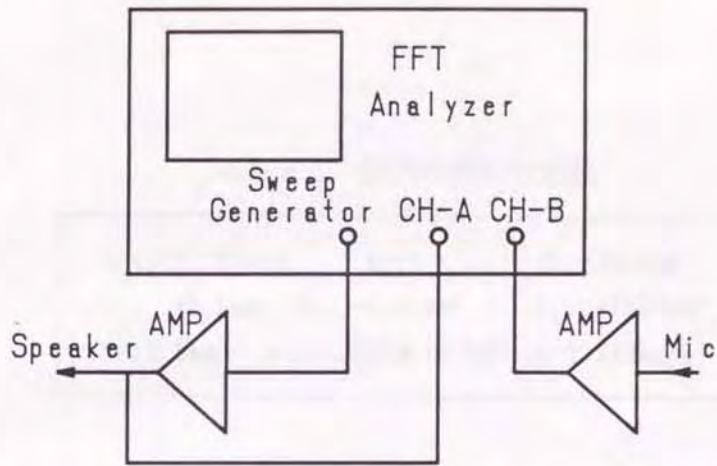


図 5 - 6 伝達関数測定時のブロック図

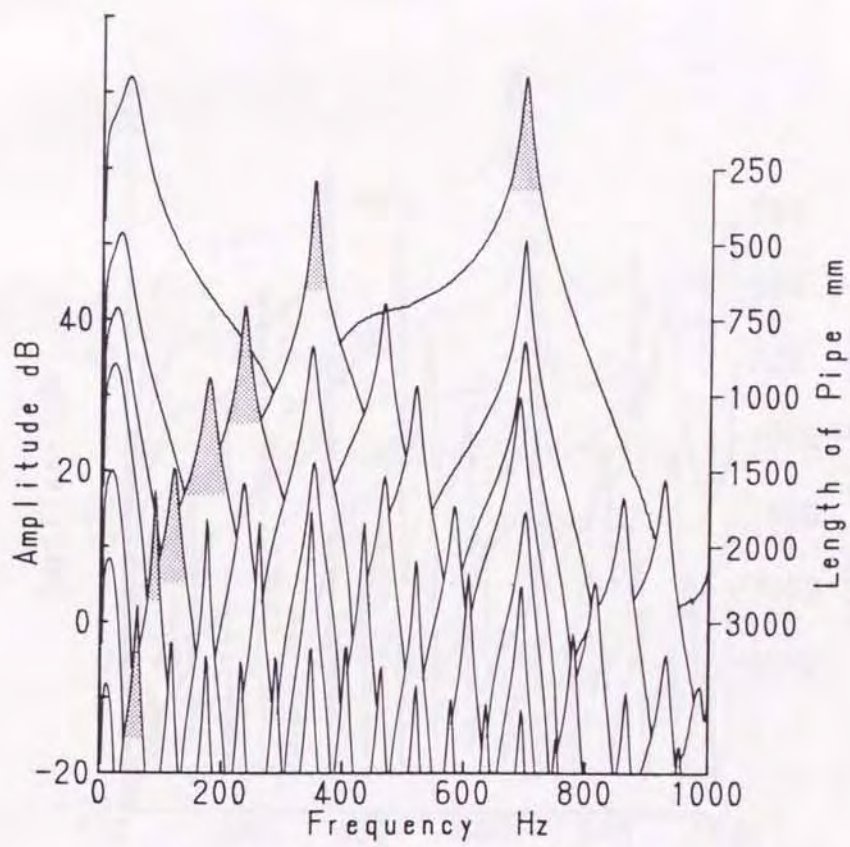


図 5 - 7 音響系の伝達関数測定結果(両端閉口)

表 5 - 1 計算に用いた定数

$c:343.707\text{m/s}$	$n:1$	$l_o:50.0\text{mm}$
$l_{sh}:40.0\text{mm}$	$S_{sh}:4.91\text{mm}^2$	$V_{sr}:47550\text{mm}^3$
$w:1.6\text{mm}$	$\nu:14.823 \times 10^{-6}\text{m}^2$	$\rho:1.213\text{kg/m}^3$

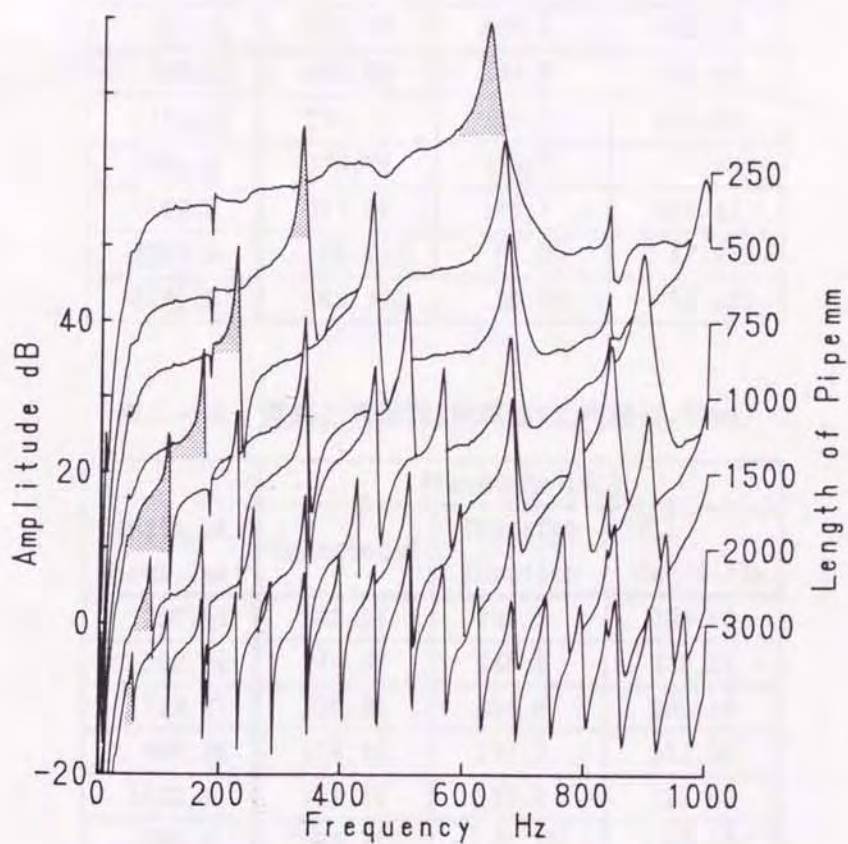


図 5 - 8 音響系の伝達関数測定結果(両端開口)

表5-2 管長と周波数(両端閉口, 内径47.70mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.02	687.23	687.3	694.80
500.32	343.56	340.1	335.60
749.87	229.45	229.2	228.82
999.90	172.31	172.4	171.82
1500.0	115.34	114.9	115.16
1999.7	87.000	86.22	86.635
2999.9	58.553	58.09	58.345

表5-3 管長と周波数(両端閉口, 内径28.67mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.01	688.28	686.4	695.30
499.91	345.06	344.6	335.88
749.93	230.79	230.7	229.20
1000.0	173.79	175.7	173.60
1499.8	117.06	116.7	116.41
1999.8	88.780	87.25	87.935
2999.9	60.360	58.72	59.635

表5-4 管長と周波数(両端閉口, 内径15.97mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.14	692.57	691.5	703.60
500.14	349.97	348.6	336.24
749.97	236.04	234.8	233.18
999.88	179.21	177.7	177.24
1499.7	122.57	121.2	121.60
1999.9	94.170	91.37	92.720
2999.7	65.373	65.51	65.165

表 5 - 5 管長と周波数(両端開口, 内径47.70mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.02	613.86	608.7	614.40
500.32	323.99	322.4	316.52
749.87	220.28	218.2	217.17
999.90	166.77	165.4	165.01
1500.0	112.21	111.2	111.71
1999.7	84.526	83.69	83.960
2999.9	56.529	55.93	55.970

表 5 - 6 管長と周波数(両端開口, 内径28.67mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.01	640.51	635.9	638.50
499.91	331.51	328.1	321.96
749.93	223.53	221.7	220.08
1000.0	168.55	166.6	166.39
1499.8	112.90	111.5	111.53
1999.8	84.778	83.64	84.305
2999.9	56.483	55.52	55.995

表 5 - 7 管長と周波数(両端開口, 内径15.97mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.14	659.38	651.2	645.90
500.14	336.25	331.4	322.62
749.97	225.48	221.9	220.35
999.88	169.42	165.7	166.24
1499.7	112.90	110.0	111.37
1999.9	84.480	81.85	83.175
2999.7	56.070	53.35	54.505

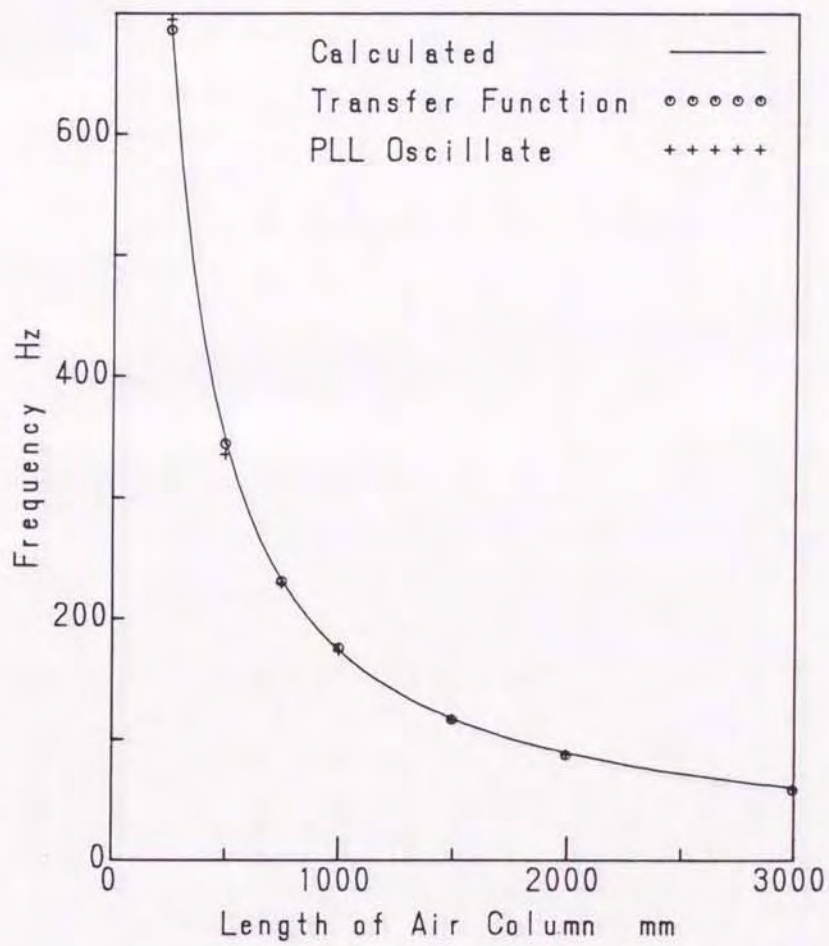


図5-9 計算値と実験値の比較(両端閉口)

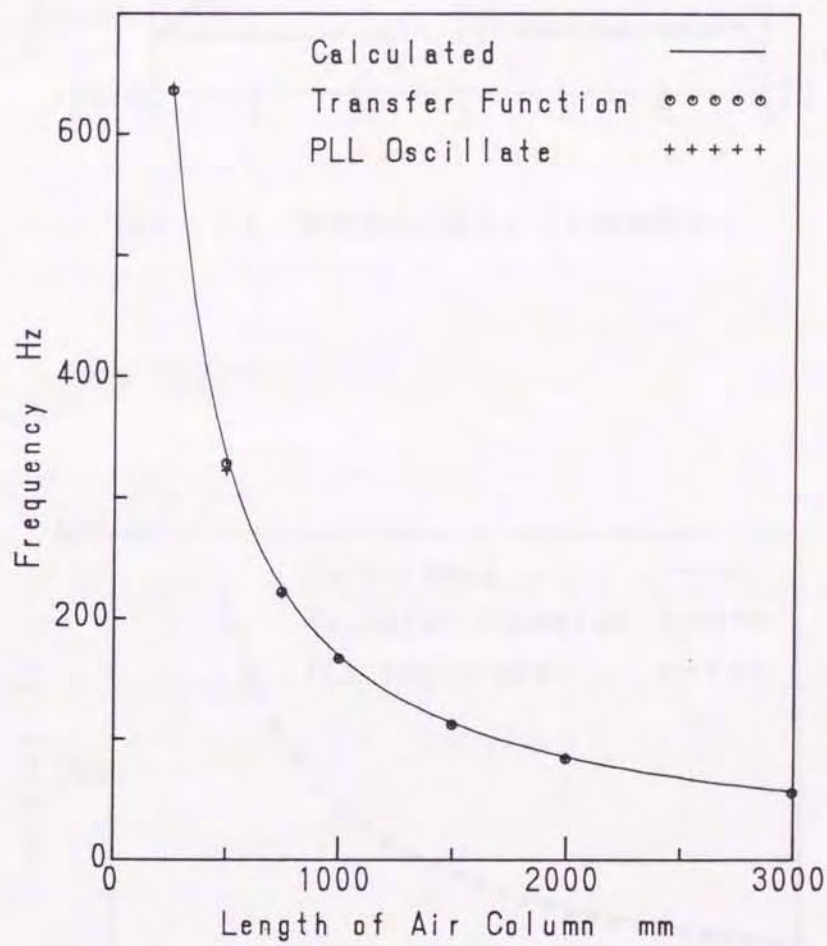


図 5 - 1 0 計算値と実験値の比較(両端開口)

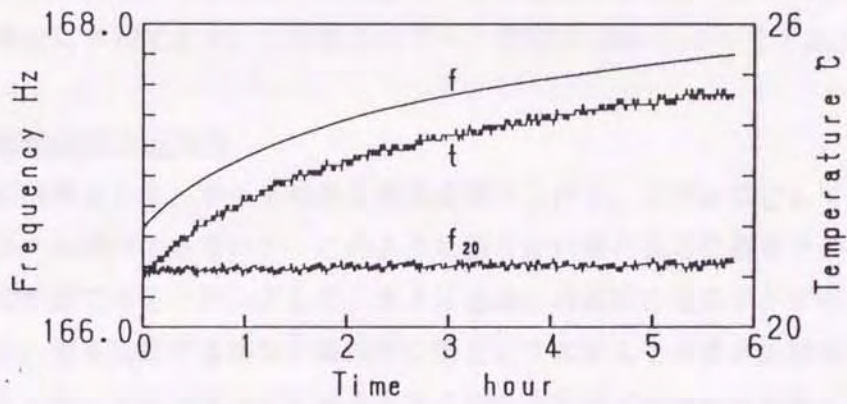


図 5 - 1 1 環境温度の変化による周波数変化

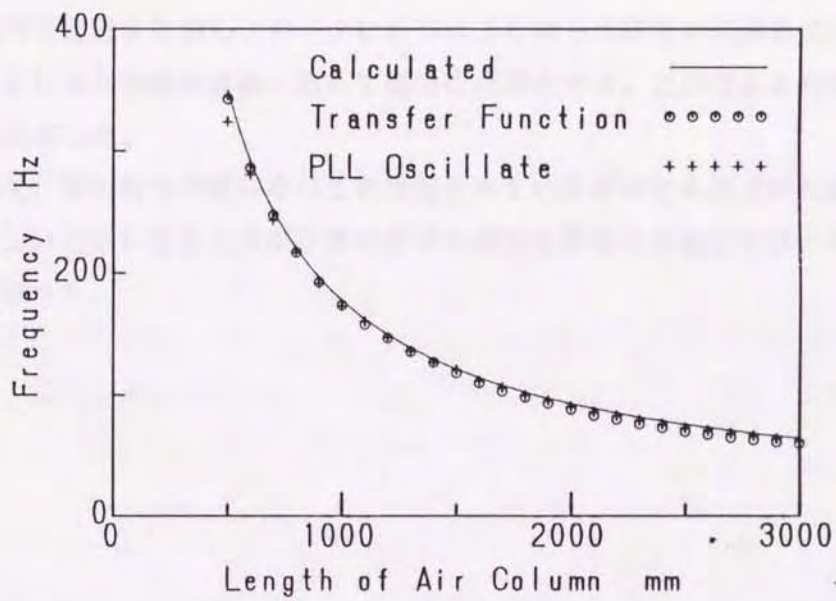


図 5 - 1 2 計算値と実験値の比較

分解能にして 10^{-4} 程度かそれより良いものであった。

急激な温度変化などにも対応した対策としては、同じ装置をパラレルで使い、一方の装置により基準周波数を得ることが最も適当であると考ええる。

また、ここで用いたレシプロカル方式を持つ周波数カウンタでは、ゲート時間当りに得られる有効桁数が周波数の絶対値に関係なく一定であるため、このような低周波数で高分解能を得る場合に有利である。この場合のゲート時間は100msecで十分であった。

5. 1 0 本測定法の応用例

ここでは応用例として、ホースの長さ測定を取り上げる。被測定管としては、内径15mmの市販のビニールホースを用いた。このように柔らかい管のある位置までの長さを知りたい場合、その位置で管をクランプしてしまえば他端に両端閉口用のアダプターを取り付けることにより、管を切断する事なく両端閉口管としておおよその長さが測定できる。図5-12は10cmおきにホースのクランプ位置を変えて巻いた状態での共振周波数を測定した結果である。

ここでは両端閉口の例のみを示したが、均一径の曲がり管の平均長さを測定することも可能である。この事を剛体の曲がり管に適用すれば、曲がり管の長さの同定が容易に可能となる。

5. 1 1 結言

被測定管内に音波を放射し、マイクロホンにより拾った信号の周波数成分をフィードバックすることにより共振周波数において強力に発振させる。この現象を利用した新しい管長測定法を提案した。

本測定法は、管が地中や液体中などに埋設されている場合にも測定が可能である。さらに、従来難しいとされてきた曲がり管の長さの同定も容易に可能となり、本測定法の特徴が明らかになった。

第6章 結 論

管内空気柱の長さと言響周波数の関係を利用した測定法に関する研究において、得られた成果を以下に述べる。

- (1) エアリード楽器の発音機構を利用した変位センサにおいて、一端閉口管の共鳴周波数からの発音周波数のずれを正規化したものは、マウス上のジェット位相進角をパラメータとして変化することを明らかにした。
- (2) 上記の変位センサにおける発音機構は、犬笛や一端閉口のエアリード楽器の発音機構と同一である点に着目して発音機構ならびに等価回路を構成する音響素子を解析した。また、数値計算結果を実験結果と比較した結果、両者は良く一致し、等価回路の検証において満足できる結果が得られた。
- (3) 温度補償を行うことによりセンサの周辺温度が変化した場合でも誤差を相殺することが可能となった。
- (4) 電氣的フィードバックにより発振させるセンサを考案した。このセンサは、装置全体がコンパクトであり、消費電力も微少であるため電池で動作可能な周波数カウンタを使用すれば可搬性に富んだシステムとなることが明らかになった。
- (5) 上記のセンサにおいて等価回路を導き音響系を理論解析した。また、実験結果と理論計算結果とを比較した結果、両者はよく一致し等価回路の妥当性が確認された。
- (6) 上記2種類の変位センサは、接触式センサでありながらセンサ内部の構成部品が皆無であるため、測定圧を容易に小さくできる。また、空気柱長さと音響周波数の間には良好な対応が見られ、約 $1\mu\text{m}$ の変位測定精度が得られた。
- (7) 電氣的フィードバックにより発振させる方法を応用した管長測定法を提案し、音響系の解析および実験を行い両者を比較した結果よく一致し、等価回路の妥当性が確認された。
- (8) 上記の測定法では、管が地中や液体中などに埋設されている場合にも測定が可能であり、曲がり管の長さの同定も可能であることが明らかになった。

文 献

第1章

- (1-1) 電気マイクロメータ, JIS B 7536(1982)
- (1-2) H.von Helmholtz,「On the Sensation of Tone」(1954),88,Dover,New York.
- (1-3) Lord Rayleigh,「The Theory of Sound」,Vol.2(1945),376,Dover,New York.
- (1-4) G.B.Brown,Proc.Phys.Soc.(London),47(1935),703.
- (1-5) G.B.Brown,Proc.Phys.Soc.(London),49(1937),493.
- (1-6) P.M.Morse,「Vibration and Sound」(1948),245,McGraw-Hill,New York.
- (1-7) E.G.Richardson (ed.),「Technical Aspects of Sound」,Vol.I(1953),499,Elsevier,Amsterdam.
- (1-8) J.Backus,「The Acoustical Foundation of Music」(1969),184,W.W.Norton,New York
- (1-9) A.Wood,「音楽の物理学(邦訳 石井伸生)」(1976),164,音楽の友社.
- (1-10) 実吉, エレクトロニシャン, (1953-10),49.
- (1-11) J.W.Coltman,J.Acoust.Soc.Am,44(1968),983.
- (1-12) 安藤, 日本音響学会誌, 26(1970),253.
- (1-13) 安藤, 日本音響学会誌, 26(1970),297.
- (1-14) 安藤,「楽器の音響学」(1971),66,音楽の友社.
- (1-15) L.Cremer and H.Ising,Acustica.,19(1967/68),143.
- (1-16) S.A.Elder,J.Acoust.Soc.Am.,54(1973),1554.
- (1-17) N.H.Fletcher,J.Acoust.Soc.Am.,60(1976),481.
- (1-18) S.Yoshikawa and J.Saneyoshi,J.Acoust.Soc.Jpn.(E),1(1980),175.
- (1-19) A.F.Seybert and D.F.Ross,J.Acoust.Soc.Am.,61(1977).
- (1-20) D.A.Blaster and J.Y.Chung,Proc.Inter Noise'78.,(1978).
- (1-21) 須山・平田, 日本音響学会誌, 35(1979),152.
- (1-22) 西村・深津・泉山・長谷川, 日本機械学会論文集, 56-504,C(1988),1740.

第2章

- (2-1) 早坂・吉川,「音響振動論」(1974),490,丸善.
- (2-2) 一宮・坂本, 日本機械学会論文集, 54-499,C(1988),651.
- (2-3) A.H.Benade,J.Acoust.Soc.Am.,41(1967),1609.
- (2-4) S.A.Elder,J.Acoust.Soc.Am.,41(1967),1609.

- (2-5) 森・一色・河田,「熱力学概論」(1983),183,養賢堂.
- (2-6) 「理科年表」(1990),493,丸善.

第3章

- (3-1) 坂本・一宮,日本機械学会論文集, 56-522,C(1990),435.
- (3-2) S.Yoshikawa and J.Saneyoshi,J.Acoust.Soc.Jpn.(E),1(1980),175.
- (3-3) 吉川・実吉,日本音響学会誌, 37(1981),543.
- (3-4) 須山・平田,日本音響学会誌, 35(1979),165.
- (3-5) 須山・平田,日本音響学会誌, 35(1979),152.
- (3-6) 伊藤,「音響工学原論」,上巻(1955),206,コロナ社.
- (3-7) A.H.Benade,J.Acoust.Soc.Am.,41(1967),1609.

第4章

- (4-1) 坂本・一宮・鈴木,日本機械学会論文集, 56-530,C(1990),2562.
- (4-2) 坂本・一宮,日本機械学会論文集, 57-535,C(1991),780.
- (4-3) 須山・平田,日本音響学会誌, 35(1979),152.
- (4-4) 伊藤,「音響工学原論」,上巻(1955),206,コロナ社.

第5章

- (5-1) 一宮・坂本,日本機械学会論文集, 投稿中 ,C,No.90-1347B.
- (5-2) 坂本・一宮・鈴木,日本機械学会論文集, 56-530,C(1990),2562.
- (5-3) 坂本・一宮,日本機械学会論文集, 57-535,C(1991),780.
- (5-4) 伊藤,「音響工学原論」,上巻(1955),206,コロナ社.
- (5-5) 須山・平田,日本音響学会誌, 35(1979),152.
- (5-6) A.H.Benade,J.Acoust.Soc.Am.,41(1967),1609.

謝 辞

本論文は昭和60年より平成3年にわたって、新潟大学工学部、新潟大学大学院工学研究科、自然科学研究科において行った研究をまとめたものです。

本研究を遂行するにあたりまして、終始懇切な御指導を賜りました恩師新潟大学工学部教授一宮亮一博士に心より厚く御礼申し上げます。また、理論解析を行うにあたり、有意義な御教示を頂きました防衛庁技術研究本部吉川茂博士に深く感謝致します。

さらに本研究の遂行に対し、御指導および御協力頂いた新潟大学工学部助教授横山和宏博士、機械システム工学科高野剛技官、松平雄策技官ならびに本機械製作研究室に在籍された皆様、新潟大学工学部ならびに自然科学研究科教職員の皆様に感謝の意を表します。

平成3年3月 坂本 秀一

発表論文一覧

- (1) 管内空気柱の音響周波数変化を利用した変位の精密測定
(動的端補正と位相進角の関係)
一宮 亮一, 坂本 秀一
日本機械学会論文集(C編) 54巻 499号 (1988-3) p651-655
- (2) 管内空気柱の音響周波数変化を利用した変位の精密測定
(等価回路と流速分布による理論解析)
坂本 秀一, 一宮 亮一
日本機械学会論文集(C編) 56巻 522号 (1990-2) p435-441
- (3) 管内空気柱の音響周波数変化を利用した変位の精密測定
(スピーカと電気的フィードバックループによる共鳴法)
坂本 秀一, 一宮 亮一, 鈴木 祐治
日本機械学会論文集(C編) 56巻 530号 (1990-10) p2562-2566
- (4) 管内空気柱の音響周波数変化を利用した変位の精密測定
(スピーカによる共鳴法における理論解析)
坂本 秀一, 一宮 亮一
日本機械学会論文集(C編) 57巻 535号 (1991-3) p780-786

(投稿中)
音響信号を利用した管の長さ測定
(管内空気柱の共振周波数検出)
一宮 亮一, 坂本 秀一
日本機械学会論文集(C編) 投稿中 論文No.90-1347B