

三次元座標測定機の精度向上に関する基礎的研究*
(誤差補正法)

大矢 誠**, 穂苅 久**, 田村久司***

A Study on the Improvement in the Accuracy
of the Three-coordinate Measuring Machine
(A Method of Error Correction)

by Makoto OYA, Hisashi HOKARI, and Hisashi TAMURA

To improve the accuracy of the three-coordinate measuring machine, a method of correcting the error in the coordinate measurement is proposed. The discrete distribution of the error vector can be determined, as was reported in the earlier papers. The correcting method is as follows: (1) The measuring range is divided into a number of elements of a rectangular prism, (2) The error vector is presumed with the interpolation polinomial for the element in which the probe is positioned, (3) The results of the coordinate measurement are corrected by the presumed error vector. In order to confirm the method, measurements are made on both distance and flatness, and the results are corrected using the proposed method. It is shown that the corrected values are closer to the true values, and that the method proposed here is useful for improving the accuracy of the three-coordinate measuring machine.

Key Words: Measurement, Three-Coordinate Measuring Machine, Error Correction Three-Dimensional Element, Interpolation Polinomial

1. 緒 言

測子が直交三軸方向に移動して座標を検出する形式の三次元座標測定機では、測定機の幾何学的誤差とキャリジの移動による機械各部の変形が測定機の精度に大きな影響を及ぼす。本研究では、さらに座標検出スケール自身の精度も含めて考えることにし、これらの要因が総合されて生ずる系統的誤差を知り、これを補正することで測定機の精度を向上させることを目差している。

そのために、この系統的誤差を、基準となる理論座標系における“誤差ベクトル”として表すことにした。そして、前二報⁽¹⁾⁽²⁾では、この誤差ベクトルを決定するための基本的手法と、離散的ではあるが測定範囲内の誤差ベクトルの分布を測定する方法とを提案した。また、実機で測定実験を行い、離散的な誤差分布を求めた。

座標測定値に含まれる誤差ベクトルが既知であれば、これを補正して真の座標を知ることが可能であ

る。しかし、測定空間内のすべての位置での誤差ベクトルを求めておくことは不可能である。そこで本報では、有限個の位置で求めた誤差ベクトルの値を用いて、任意の位置での誤差ベクトルの値を推定し、座標測定値をソフトウェア的に補正する方法について述べる。

また、ブロックゲージと精密定盤を測定し、前報⁽²⁾で求めた誤差ベクトルの値を用いて測定値の補正を行ってみた。その結果、補正の効果が明らかになった。また補正方法の妥当性も確認できた。

2. 誤差補正法

2.1 誤差ベクトルに関する基礎的事項 測子の真の位置を知るために、測定機座標系 ($O-xyz$ 系) とは別に理論的な基準直角座標系を用いることにした。この基準座標系 ($O-XYZ$ 系) は、図1に示すように、測定機座標系の原点 O 、 x 軸上の点 P 、そして y 軸上の点 Q の計3点で決定することができる。すなわち、これら3点で XY 平面と Z 軸を決定し、2点 O, P を結ぶ方向で X 軸を決定すれば、残りの Y 軸は必然的に決まる。

図1の点 R に置かれた測子の真の位置ベクトル $X_R(X_R, Y_R, Z_R)$ は、基準座標系からみた点 R の座標

* 昭和61年6月21日 東北支部秋田地方講演会において講演、原稿受付 昭和60年9月30日。

** 正員、長岡工業高等専門学校 (〒940 長岡市西片貝町888)。

*** 正員、新潟大学工学部 (〒951-21 新潟市五十嵐2-8050)。

位置であり、これは不明である。一方、測定機座標系では測子の位置ベクトル $x_R(x_R, y_R, z_R)$ を測定することができる。この (x_R, y_R, z_R) をそのまま基準座標系での座標値とみなすと、それは一般に真の位置 $X_R(X_R, Y_R, Z_R)$ とは異なる。すなわち、点 R に位置するものが点 R' に位置しているように見える。このとき2点 R, R' の偏差を誤差ベクトルと呼ぶことにし、これを $\Delta x_R(\Delta x_R, \Delta y_R, \Delta z_R)$ で表すことにする。これより、図1に示した真の位置ベクトル X_R 、測定される位置ベクトル x_R および誤差ベクトル Δx_R の関係は次式で表される。

$$X_R = x_R - \Delta x_R \dots\dots\dots(1)$$

図2に示した2点 R_i, R_j の真の位置ベクトルをそれぞれ X_i, X_j とし、2点間距離を L_{ij} 、 $R_i R_j$ 方向の単位ベクトルを N_{ij} とすれば、これらの間には次の関係が成り立つ。

$$N_{ij} \cdot (X_j - X_i) = L_{ij} \dots\dots\dots(2)$$

また、測子を点 R_i, R_j の位置に置けば、測定機座標系でそれぞれの位置ベクトルを測定できる。この測定値 x_i, x_j から計算される2点間距離と真の距離 L_{ij} との差を M_{ij} とすると、

$$M_{ij} = N_{ij} \cdot (x_j - x_i) - L_{ij} \dots\dots\dots(3)$$

となる。ここで L_{ij} が既知であるとすれば、測定機の系統的誤差に関する M_{ij} は既知となる。

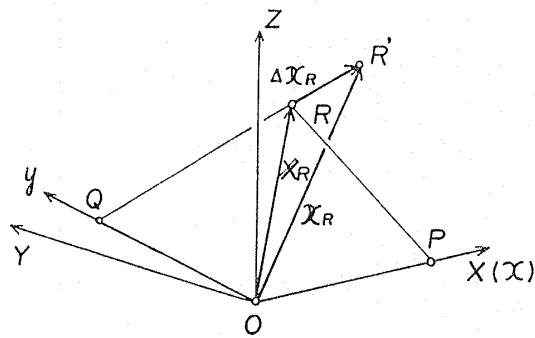


図1 座標系と誤差ベクトル

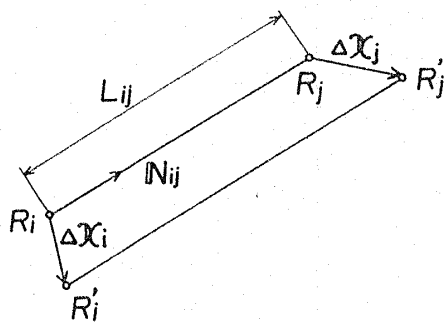


図2 2点間距離の測定

一方、測定される位置ベクトルとその点の誤差ベクトルとは式(1)のような関係にあるから、距離を測定したときの観測値 M_{ij} は誤差ベクトルを用いて次のようにも表すことができる。

$$M_{ij} = N_{ij} \cdot (\Delta x_j - \Delta x_i) \dots\dots\dots(4)$$

式(4)の M_{ij} の値は式(3)より求めることができるから、式(4)は2点の誤差ベクトルの各成分を未知数とする観測(測定)方程式となる。

実際に測定を行う場合には、 R_i, R_j などの'点'を、そのまわりの小さな'面'で置き換えて考えることにし、ブロックゲージを用いて面間距離の測定を行えばよい。この場合には L_{ij} はゲージの寸法であり、2点 R_i, R_j はゲージ測定面上の点になる。また N_{ij} はゲージ測定面の単位法線ベクトルに相当し、座標測定値から決定できる。したがって式(4)は、寸法 L_{ij} のゲージを測定したとき、測定機の誤差に関する M_{ij} を「観測値」とし、 R_i, R_j 付近の誤差ベクトルを「未知量」とする観測方程式である。

誤差ベクトルを求めようとする観測点を図1の3点 O, P, Q を含み4点以上とり n 点とし、各2点間に寸法既知のゲージを置いて距離測定を行えば、 $n(n-1)/2$ とおりの観測方程式が得られる。そして、各観測方程式の残差 r_{ij} の平方和を最小とする条件から、各点の誤差ベクトル成分を求めることにする。すなわち

$$r_{ij} = M_{ij} - N_{ij} \cdot (\Delta x_j - \Delta x_i) \dots\dots\dots(5)$$

とおき、

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (r_{ij})^2 \rightarrow \text{minimum} \dots\dots\dots(6)$$

より、各点の誤差ベクトル成分を算出する。

前報では、図3に示すような測定範囲(320×240×160) mm の直方体の隅の8点を観測点とし28とお

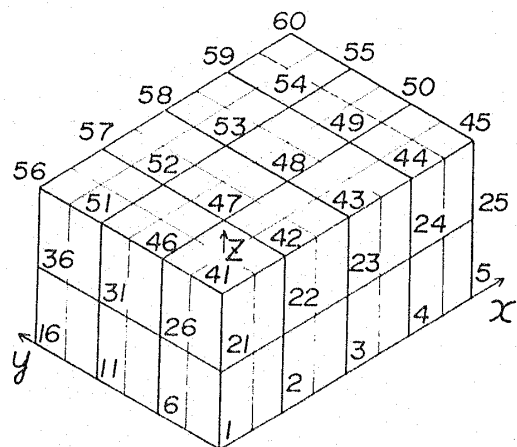


図3 測定範囲の分割

の距離測定を行った。そして、それらの観測方程式から、8箇所の観測点位置での誤差ベクトルを決定した。さらに誤差ベクトルの分布を詳細に知るために、各軸を80 mm 間隔にそれぞれ4, 3, 2等分した60の格子点を観測点として選んだ。これらの観測点の誤差ベクトルに関しては各軸方向成分を個別に測定して決定した。すなわち、各軸についてそれぞれ3本の軸方向指示精度の測定と、各軸直角断面内での平面度測定とを行って60点の観測点位置での誤差ベクトルを定めた。

2・2 誤差ベクトルによる補正方法 式(1)からわかるように点 R での誤差ベクトル Δx_R が既知であれば、測定機座標系での位置ベクトル x_R を Δx_R で補正して、この点の真の位置ベクトル X_R を知ることができる。しかし、すべての点の誤差ベクトルをあらかじめ求めておくことはできない。そこで、有限個の観測点での既知誤差ベクトルの値を用いて任意の点の誤差ベクトルの推定値を求めることにした。

本研究では、観測点の配置を図3のように定め、測定範囲全体を四角柱の要素に分割し、各要素内の誤差ベクトルを、その要素を囲む8節点(四角柱の頂点)の誤差ベクトル(既知)によって内挿する。

2・3 既知誤差ベクトルによる内挿 図3のように観測点の位置を定め、これらの点によって測定範囲全体をいくつかの四角柱要素に分割する。本研究では、1辺80 mm の立方体要素24個に分割した。各要素の境界は測定機座標系と平行である。図4に、この立方体要素の一つを示す。点 $P_1 \sim P_8$ の座標、すなわち測定機座標系に対する位置ベクトルと各点の誤差ベクトルの値 $\Delta x_1 \sim \Delta x_8$ は既知である。また、点 P_1 を原点とし、立方体要素の1辺の長さを基準長さとして無次元化した局部座標系 (P_1 -UVW 系) を図4のように定め

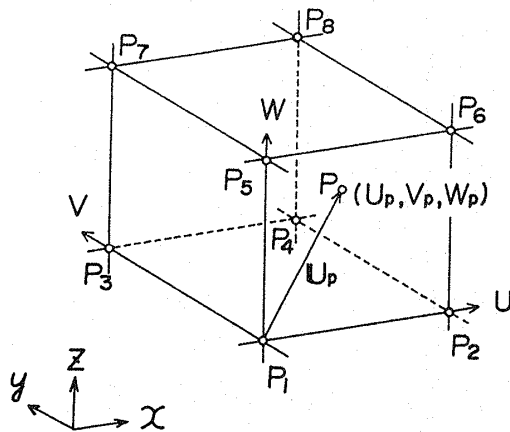


図4 要素分割と局部座標系

ておく。各節点の位置ベクトルを、この局部座標系での位置ベクトルに変換し、それぞれ $U_1(0, 0, 0) \sim U_8(1, 1, 1)$ のように表すことにする。

点 P がこの要素内にあるとき、その測定機座標系での位置ベクトル x_P を局部座標系に対する位置ベクトル $U_P(U_P, V_P, W_P)$ に変換しておく。そして、点 P の誤差ベクトル $\Delta x_P(\Delta x_P, \Delta y_P, \Delta z_P)$ の各成分を U_P を用いて、次の内挿多項式により定めることにする⁽³⁾。次式で $\{E\}$ は点 P の座標のみに関係する行ベクトルであり、 $\{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}$ は $\{E\}$ の各要素と誤差成分とを関係づけるための係数列ベクトルである。

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_P &= \{E\} \{\alpha\} \\ \Delta y_P &= \{E\} \{\beta\} \\ \Delta z_P &= \{E\} \{\gamma\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ただし

$$\begin{aligned} \{E\} &= \{1 \ U_P \ V_P \ W_P \ U_P V_P V_P W_P \ W_P U_P \ U_P V_P W_P\} \\ \{\alpha\}^T &= \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6 \ \alpha_7 \ \alpha_8\} \\ \{\beta\}^T &= \{\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \beta_5 \ \beta_6 \ \beta_7 \ \beta_8\} \\ \{\gamma\}^T &= \{\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_4 \ \gamma_5 \ \gamma_6 \ \gamma_7 \ \gamma_8\} \end{aligned}$$

この多項式は y および z の一定の線に沿って考えると、 x についての直線補間になっている。他の方向についても同様に直線補間である。

係数 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i (i=1, \dots, 8)$ は、8節点の既知誤差ベクトルから次のようにして決定することができる。すなわち、 x 軸方向成分 Δx_P の内挿多項式の係数列ベクトル $\{\alpha\}$ の各要素は、次の8元連立1次方程式の解として求められる。

$$[C] \{\alpha\} = \{\Delta x\} \dots\dots\dots (8)$$

ただし上式の $\{\Delta x\}, [C]$ は次の内容を持ち、 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots$ などは各節点での x 軸方向誤差ベクトル成分である。

$$\{\Delta x\}^T = \{\Delta x_1 \ \Delta x_2 \ \Delta x_3 \ \dots \ \Delta x_8\}$$

$$[C] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

係数列ベクトル $\{\beta\}, \{\gamma\}$ についても同様である。したがって式(7)は次のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_P &= \{E\}[C]^{-1}\{\Delta x\} \\ \Delta y_P &= \{E\}[C]^{-1}\{\Delta y\} \\ \Delta z_P &= \{E\}[C]^{-1}\{\Delta z\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

要素の形状が同じであれば、式(9)の $[C]^{-1}$ はどの要素にも共通である。なお、各立方体要素の $[C]^{-1}\{\Delta x\}$, $[C]^{-1}\{\Delta y\}$, $[C]^{-1}\{\Delta z\}$ については8節点の誤差ベクトルからあらかじめ計算しておく。位置ベクトル x_P が与えられたとき真の位置ベクトル X_P の推定値は次の手順により定めることができる。

- (i) 測定機座標系での位置ベクトル x_P の値から、それが含まれる立方体要素を決定する。
- (ii) x_P を局部座標系の位置ベクトル U_P に変換し、 $\{E\}$ を計算する。
- (iii) 式(9)より Δx_P , Δy_P , Δz_P を計算する。
- (iv) 式(1)により真の位置ベクトルの推定値を定める。

なお、(i)に関しては、測定誤差のばらつきなどを考慮する必要があるが、本法ではあらかじめ設定した立方体要素のいずれかに x_P が含まれるものと考えた。

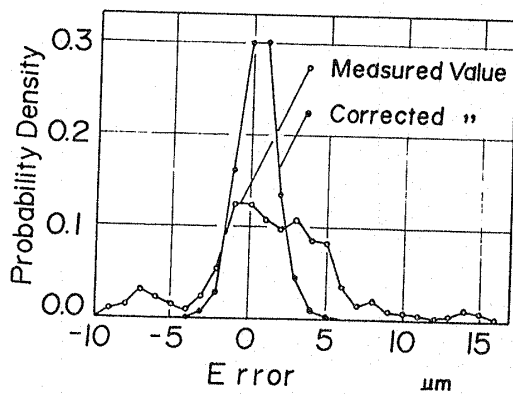


図5 補正前後の観測値の確率密度分布 (距離測定)

3. 測定例と補正結果

誤差ベクトルによる補正の効果を知るために、実機でブロックゲージと定盤をそれぞれ測定し、それらの測定値を前章の方法によって補正した。測定環境は $20^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$ の恒温室内である。ブロックゲージは面間距離の測定における基準長さとして用い、定盤は平面度測定における基準測定面として用いた。使用した三次元測定機は、図3に示す60点の観測点位置で誤差ベクトルがわかっている測定機である。これについては前報⁽²⁾で報告した。本研究では、そのときの誤差ベクトルを用いて補正計算を行った。

3.1 面間距離の測定⁽¹⁾ 面間距離の測定は、50 mm から 400 mm の数種の寸法のブロックゲージの一端にオプティカルフラットを密着させたものを測定範囲内 ($320 \times 240 \times 160$) mm でいろいろな位置と方向に置いて、これを行った。

測定面はオプティカルフラットの密着面とゲージの他端面であり、各測定面について約15点ずつ座標を測定した。その測定値から面間距離を算出し、ゲージ寸法 L_{ij} を差し引いて観測値 M_{ij} の値を得た。次に、各測定面中央付近での誤差ベクトルを前章の方法で計算し、式(4)の右辺の値を求めた。そして、この値によって観測値を補正した。したがって、補正結果は式(5)の残差 r_{ij} に等しい。

ゲージの位置と姿勢を変えて約700回の距離測定を行った。図5に観測値とその補正結果とを確率密度分布の形で示す。観測値は $-8.6 \sim 16.1 \mu\text{m}$ の間に分布し、その標準偏差は、 $4.1 \mu\text{m}$ である。しかるに、補正後は $-3.9 \sim 4.8 \mu\text{m}$ の間に分布し、その標準偏差は $1.2 \mu\text{m}$ となり、大幅に測定精度の向上することがわかる。図6は観測値とその補正後の値との関係を散布図の形で示したものである。これによれば、補正の効果はゲージ寸法を測定したときの誤差の大きさによら

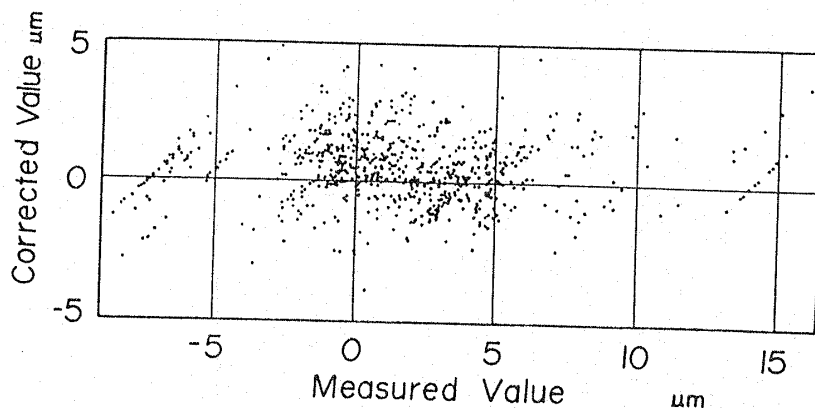


図6 補正前後の観測値の散布図

ないことがわかる。また、図5と図6から、補正結果はやや+側に偏っているが、700回の測定約98%は補正後には±3μmの範囲に入っている。

3.2 平面度の測定 大きさ(450×300)mmの石製定盤を測定範囲内に置き、平面度測定を行った。これにさきだち、定盤の平面度はオートコリメータを用いて検定した。検定結果は約2μm以下であり、基準平面としては十分な精度を有するものと判断した。図7(a)に測定結果の一例を示す。この例では、定盤上の15箇所座標測定を行い、そのうちの3箇所座標値から基準平面を定めた。そして、各測定位置における座標値と基準平面との距離を求め、これを観測値とした。次に各測定位置での誤差ベクトルの値を計算して補正值を求め、各位置での観測値からこれを差し引いて補正した。図7(b)は(a)を補正した結果である。

さて、このようにして定盤の位置と姿勢を120とおり変えて平面度測定を行った。各測定での測定箇所を合計すると約1200箇所になる。図8に観測値とその補正後の値とを確率密度分布の形で示す。観測値は-11.6~2.8μmの範囲に分布し標準偏差は2.8μm

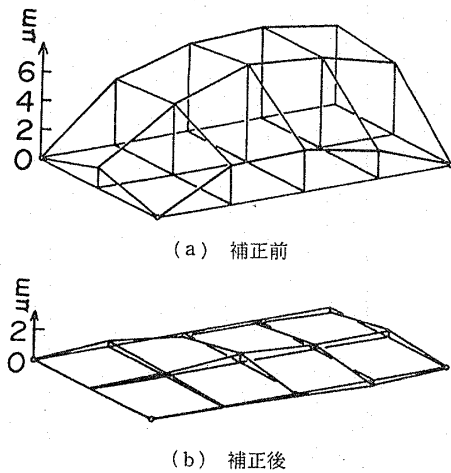


図7 平面度の測定(補正の効果)

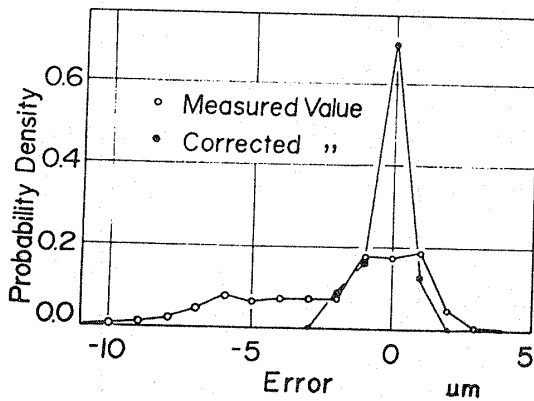


図8 補正前後の観測値の確率密度分布(平面度)

である。また補正後には、その分布は-2.6~1.5μmの範囲で標準偏差は0.5μmとなり距離測定以上に補正の効果が大きい。

3.3 各点の誤差ベクトル推定値の精度 図9に示した18点について、各々の2点を結ぶ153とおりの方向での距離測定を行い、式(6)の条件より誤差ベクトルを求めた⁽²⁾。その値はそれぞれの点の誤差ベクトルを正しく表現しているものと考えて、それと本研究の推定方法で計算した値とを各軸方向成分ごとに比較してみた。本節では前者を'真値'と表現することにする。

この18点が含まれる領域は、図3の座標系に対して(60, 20, 60)mmの位置に原点があり、x, y軸方向に200mm, z軸方向に100mmの大きさになっている。本研究の直線補間による推定値と真値(距離測定

表1 誤差ベクトル推定値と真値との差(μm)

No	ΔX	ΔY	ΔZ
1	0.0	0.0	0.0
2	0.3	-0.5	0.4
3	-0.1	0.0	0.0
4	0.1	0.8	-0.2
5	0.1	0.0	0.5
6	-0.2	0.3	0.1
7	-0.7	0.2	0.0
8	-0.7	-0.7	1.0
9	-0.9	-0.4	0.4
10	-0.1	0.3	-0.1
11	0.1	-0.2	-0.5
12	-0.3	-0.4	-0.7
13	-0.5	1.1	-1.1
14	-0.3	-0.1	-1.2
15	-0.6	0.3	-1.4
16	-1.6	0.7	-0.9
17	-0.8	-0.3	-0.3
18	-1.1	0.3	-1.5

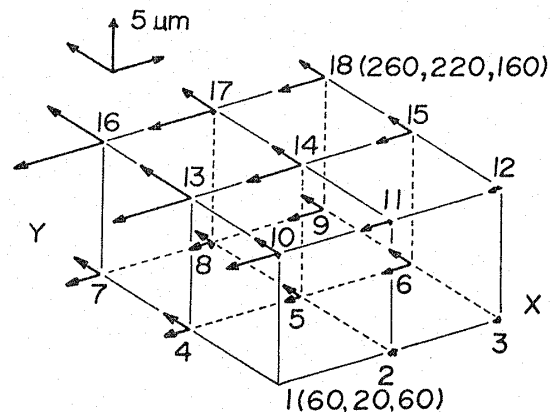


図9 距離測定より定めた誤差ベクトル分布

表 2 観測値とその補正前後の結果 (分割要素数による比較) (μm)

		Measured M_{ij}	Corrected (24 Elements)	Corrected (96 Elements)
Distance	mean	1.51	0.51	0.36
	absolute mean	3.25	1.01	0.96
	standard deviation	4.13	1.20	1.12
Flatness	mean	-1.85	-0.09	-0.03
	absolute mean	2.44	0.42	0.38
	standard deviation	2.82	0.56	0.50

による値)とは最大 $3\mu\text{m}$ 程度の違いがあった。また、 x 軸方向成分の推定値はどの点でも真値より小さい値となっていた。そして、このことが3・1節の距離測定の補正結果を+側に偏らせる原因であると考えられる。

3・4 要素の細分化 より高精度で誤差ベクトルを推定するためには要素の細分化がまず考えられる。前報⁽²⁾の結果から確認できていることではあるが、測定実験に用いた三次元測定機は、誤差ベクトルの x 軸方向成分は z 座標が変わるとそれに比例して変わる。また誤差ベクトルの他の二軸方向成分は z 座標が変化しても、それはあまり変化しない。そこで z 軸方向の分割はそのままとし、 x, y 両軸方向をさらに2分割して40mm間隔とし、 x, y, z 各軸方向の分割をそれぞれ8, 6, 2等分した189節点で誤差ベクトルの値を求め、それらを用いて補正を行ってみることにした。

189節点の観測点のうち、図3の60点の観測点以外での誤差ベクトルは、2・1節に記したように x, y 軸方向の指示精度測定を40mm間隔に行うことと、図3の細線で示した軸直角断面での平面度測定を行うこととで決定できる。測定範囲を189節点によって96個の四角柱要素に分割し、各要素内では2・3節と同様の内挿多項式を用いて誤差ベクトルの値を推定した。

表1は、96要素を用いて求めた図9の18点の誤差ベクトル各成分の推定値と真値との差を示したものであり、24要素の場合より真値に近い値となった。また、距離と平面度の測定についても同様に補正を行い、24要素の補正結果と比較してみた。表2には各測定における観測値 M_{ij} と、24要素および96要素を用いてそれぞれの観測値を補正した結果について、その平均値、絶対値の平均値および標準偏差の値を示す。分割要素数を24から96に増加させたとき、補正後の誤差

が全体にやや小さくなっていることがわかる。

また、24要素で距離測定の補正を行ったときに補正結果が $\pm 3\mu\text{m}$ を越えていたものは、700回の測定のうち17回あった。そのうちの12回については、96要素の補正で誤差の減少することが確認できた。また、残りの5回については再測定を行ったところ、補正結果は、いずれも $\pm 3\mu\text{m}$ 以下となり、偶然誤差によるものとわかった。

4. 結 言

三次元座標測定機の測定範囲を座標系と平行に四角柱要素に分割し、要素内の誤差ベクトルの値を節点の既知誤差ベクトルの値で推定し、座標測定値を補正する方法を提案した。また、この方法を実機に適用してみた。そして、測長と平面の測定とを行い、補正前と補正後の結果を比較した。その結果、補正の効果は大きく、測定精度を $\pm 3\mu\text{m}$ 程度以下に抑えることができた。

前二報⁽¹⁾⁽²⁾も含め、三次元測定機の精度向上に関して行ってきた本研究の主な結論は次のようにまとめることができる。

- (1) ブロックゲージを数種類用いて寸法測定を行えば、誤差ベクトルを決定することができる。
- (2) 得られた誤差ベクトル分布を用いて座標測定値を補正することができる。また、こうすることによって、測定精度が向上する。

文 献

- (1) 大矢・徳珂・田村, 機論, 51-471, (昭60), 2851.
- (2) 大矢・徳珂・田村, 機論, 52-473, (昭61), 336.
- (3) Segerlind, L. J., (川井監訳), 応用有限要素解析, (昭53), 313, 丸善.

討 論

〔質問〕 清野 慧（東北大学工学部）

三次元測定機の座標を、それぞれの物指しの目盛と方向としてでなく、三次元の座標として校正しようというお考えと結果を興味深く拝見した。

（１）重い被測定物の重心の位置によってこの補正データは変化しないか。

（２）補正後の定盤平面形状〔図 7 (b)〕は、オートユリメータによる結果とどの程度一致するか。

（３）平面度の測定における補正の効果が、距離測定における補正の効果より大きいという原因は何か。

〔回答〕（１）被測定物の重心位置による測定機の変形は考えられるが、本研究では、それによって誤差ベクトル分布が変化することまでは考慮していない。また、実験に用いた被測定物の重さ（最大約 40 kg

の石製定盤）程度では、その影響はないようである。

（２）図 7 (b)については、補正後の形状とオートユリメータによる結果との差は、最大約 1 μm である。また、他の測定例についても、その差は最大 2 μm ほどである。

（３）本報に示した補正結果は、約 1 年間にわたって測定したデータに対して補正を行った結果である。この期間の測定室温度の変化は $20 \pm 1^\circ\text{C}$ 程度であった。距離測定では、この温度変化によるブロックゲージの伸縮が測定結果のばらつきの大きな原因となる。一方、平面度の測定に用いた定盤は、温度の変化に対しても、その平面形状がほぼ一定に保たれるものと考えられる。