

セラミックスと金属の締めばめ部の表面あらしの変形
を考慮した締め付け圧力の解析**
新田 勇**
下田 茂***
椎谷佳弘***
加藤康司Analysis of the Hoop Stress between Ceramic and Metal Considering
the Deformation of Surface Roughness

Isami NITTA, Shigeru SHIMODA, Yoshihiro SHIYA, and Kohji KATO

Ceramic is a better material than metal to use in the corrosive environment or at an elevated temperature. But brittleness is a defect in ceramic. Therefore joining techniques between ceramic and metal are needed. We thought that shrinkage fit is one of the most available techniques, compared with welding, diffusion bonding and brazing. In the previous work, we made it clear experimentally and theoretically that the existence of surface roughness reduced the strength of shrinkage fit. And the theoretical values were in good agreement with the experimental ones. But the distributions of hoop stress in the axial direction could not be calculated because the analysis was made on the basis of two-dimensional elastic theory.

In this paper, the distributions of hoop stress in the axial direction were analyzed as a three-dimensional problem. And we investigated how the distributions of hoop stress were changed by the surface roughnesses theoretically. Comparisons between the hoop stresses by the three-dimensional elastic theory and the ones by the two-dimensional elastic theory were also made.

Key Words: Machine Element, Fixing Element, Ceramic, Shrink Fit, Surface Roughness, Elastic Theory, Stainless Steel, Hoop Stress

1. 緒言

セラミックスは、耐熱性、耐蝕性及び熱膨張率が小さい等の優れた性質を持っている反面、脆性と難加工性といった欠点も有している。従ってセラミックスの欠点を補い、その長所を活かして機械構造材料として用いるためには、金属との複合構造が必要不可欠となってくる。その際、強度と寿命及び精度を保証した簡便なセラミックスと金属の結合方法を確立することが最大の技術的課題の一つになる。セラミックスと金属の結合方法としては、現在、ろう付け、拡散接合等があるが、著者らは、その簡便さから金属同士の結合において広く用いられている『締めばめ』に着目した。従来より締めばめはそのはめあい部に高い寸法精度と表面仕上げの良い加工が要求されてきているが、このことはその結合方法の簡便さに反して加工上の難点と

なっている。しかし、表面あらしの変形を考慮することにより、あらい面による締めばめでも強度が正確に予測できれば、加工に要求される条件は緩和され生産工程の簡略化が計れると考えられる。一方、締めばめ部の締め付け圧力を正確に求めることはセラミックスがリンクで金属がシャフトの場合には、脆性材料であるセラミックスリンクの割れ防止という点からも重要である。このような観点から著者らは、表面あらしを有する固体表面の接触機構の知識を導入して、締めばめ部接合強度を予測する計算式を求め、実験とよい一致を見ることを明らかにした。しかし、その際の締め付け圧力の計算式は解析を簡単にするために平面応力を仮定した二次元弾性問題として求めたものであった。従って軸方向の締め付け圧力分布が求められずこの様な解析だけではまだ十分であるとは考えられない。

そこで本論文では、セラミックスと金属の締めばめにおける締め付け圧力分布をより正確に解析することを目的に、三次元軸対称問題として表面あらしの変形を考慮した締め付け圧力分布を求め、この圧力分布が表面あらしによりどの様に影響を受けるかを理論的に調べた。また、締めばめ部にテーパが存在する場合の

* 昭和61年10月25日 山梨地方講演会において講演, 原稿受付 昭和61年3月18日.

** 正員, 新潟大学工学部(〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050).

*** 学生員, 新潟大学工学部.

**** 正員, 東北大学工学部(〒980 仙台市荒巻字青葉).

締め付け圧力分布についても解析し表面あらしの影響を調べた。

2. 理論

固体表面はどんなに精密に仕上げても細かい凸凹やうねりが存在する。このような固体表面が突き合わされて接触圧力を受けると図1に示す様な接触圧力-変位の関係を呈する。ここで、図1の変位とは変位測定区間に接触面を含んだ実験による変位から、接触面を含まない実験による変位を引いた値、すなわち表面微小突起が存在したために生ずる変位である。従って、接触面上の表面微小突起は構造物全体の剛性を著しく低下させることになる。R.H.Thronleyら¹⁾はこの様な観点から表面微小突起の荷重-変位曲線についての研究を行っており、その後接触面剛性については盛んに研究が行われてきた。そして多くの研究者によりある接触圧力の範囲内で接触面の荷重-変位曲線の実験式が提案されている。しかしながら締め付けの場合、締め付け圧力は100MPaに達することもあるが、その適用範囲が100MPaまでの実験式はほとんど無い。著者らも図2に示す様なあらしを有する、ほとんどうねりを含まない旋削仕上げ面について接触面の荷重-変位曲線を求める実験を行なった。旋削においては、バイト先端の曲率半径は0.4mmとし、バイトの送りを変えることで表面あらしの大きさを变化させた。同一条件でその両面を旋削された円板試験片を多数重ね合わせて実験を行なったところ、見掛けの接触圧力0.35MPa~100MPaの範囲で以下の様な実験式が得られた²⁾。

$$\delta = f(p) = R_{max} (C_1 p^{C_2} - C_3) \quad (1)$$

R_{max} : 最大高さあらし

C_1, C_2, C_3 : 定数

ここで、 δ は表面微小突起が存在したために生ずる変位である。

さて、尾田らは三次元弾性理論を基礎として無限円柱と有限円筒の締め付け圧力をポイントマッチング法を利用して求めている³⁾。本論文でもこの解析法を応用して締め付け部に表面あらしが存在する場合について解析を行った。

円筒と円柱が図3に示す様にある締めしろ(円柱の直径と円筒の内径の差)で締め付けされる場合、一般に接触面には垂直応力 p とせん断応力 τ が生じる。そして、これらによって生ずる r 方向変位 u は接触面で連続し、 z 方向変位 w は与えられた条件を満足しなければ

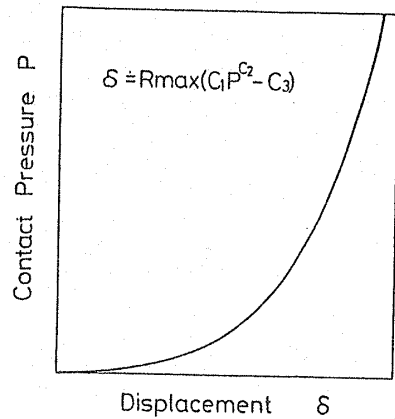


図1 微小突起の存在による変位

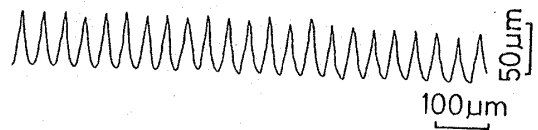


図2 断面曲線

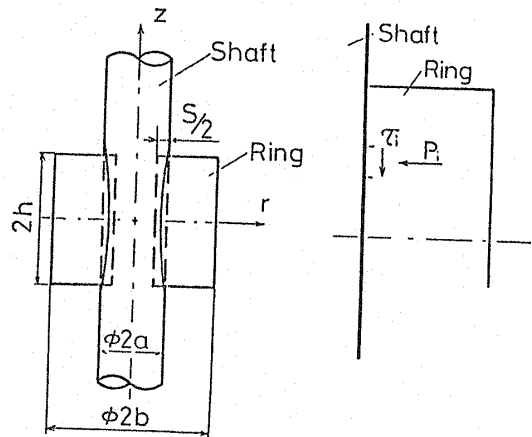


図3 シャフトとリンクのはめあい

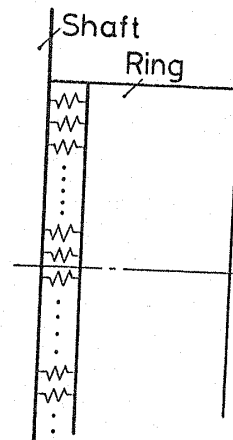


図4 表面あらしを考慮したはめあいのモデル

はならない。ポイントマッチング法では、接触面を近似的に2m個に分割する。この各部に作用する垂直応力pとせん断応力τを未知数として、これらを接触面上の2m個の位置の変位連続条件によって求める。図3の様な問題の場合は、その対称性より図の上半分だけを解析すればよいことになる。

表面あらしを考慮しなければ、図3の様なはめ合いの変位の連続条件は、接触面が完全に固着の場合と接触面が完全に滑る場合について、次式の様に記述できる。

完全固着の場合

$$M_R P - M \cdot P = s \tag{2}$$

完全滑りの場合

$$M_{R11} p - M_{S11} p = s_r \tag{3}$$

固体表面に圧力が加わると表面微小突起が存在するために表面からある深さまで変位（又は応力）のみたれが生じる。従って、リング、シャフト共にその母材の表面下の変位はある深さまでみだされることになる。本論文ではこの表面微小突起が存在するために引き起こされる変位を考慮するために式(1)で示される特性を持つおのおの独立な非線形ばねが並んでいる薄い層か表面あらしを持たないリングとシャフトの界面に存在していると考えた(図4)。

さて、表面あらしの変形は半径方向の変形（すなわち図3のr方向の変形）のみに影響を与え、軸方向の

$$M_R = \begin{bmatrix} M_{R11} & M_{R12} \\ M_{R21} & M_{R22} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} u_{p1}^{i1} & \dots & u_{p1}^{im} & u_{\tau1}^{i1} & \dots & u_{\tau1}^{im} \\ u_{p1}^{i2} & \dots & u_{p1}^{im} & u_{\tau1}^{i2} & \dots & u_{\tau1}^{im} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{p1}^{im} & \dots & u_{p1}^{im} & u_{\tau1}^{im} & \dots & u_{\tau1}^{im} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{p1}^{i1} & \dots & w_{p1}^{im} & w_{\tau1}^{i1} & \dots & w_{\tau1}^{im} \\ w_{p1}^{i2} & \dots & w_{p1}^{im} & w_{\tau1}^{i2} & \dots & w_{\tau1}^{im} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{p1}^{im} & \dots & w_{p1}^{im} & w_{\tau1}^{im} & \dots & w_{\tau1}^{im} \end{bmatrix}$$

$$M_S = \begin{bmatrix} M_{S11} & M_{S12} \\ M_{S21} & M_{S22} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} u_{p1}^{i1} & \dots & u_{p1}^{im} & u_{\tau1}^{i1} & \dots & u_{\tau1}^{im} \\ u_{p1}^{i2} & \dots & u_{p1}^{im} & u_{\tau1}^{i2} & \dots & u_{\tau1}^{im} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{p1}^{im} & \dots & u_{p1}^{im} & u_{\tau1}^{im} & \dots & u_{\tau1}^{im} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{p1}^{i1} & \dots & w_{p1}^{im} & w_{\tau1}^{i1} & \dots & w_{\tau1}^{im} \\ w_{p1}^{i2} & \dots & w_{p1}^{im} & w_{\tau1}^{i2} & \dots & w_{\tau1}^{im} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{p1}^{im} & \dots & w_{p1}^{im} & w_{\tau1}^{im} & \dots & w_{\tau1}^{im} \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} p \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_m \\ \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_m \end{bmatrix}$$

$$f = \begin{bmatrix} f_r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(p_1) \\ \vdots \\ f(p_m) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$s = \begin{bmatrix} s_r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{1/2} \\ \vdots \\ s_{m/2} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- p_i : i番目の分割要素における垂直応力
- τ_j : j番目の分割要素におけるせん断応力
- u_{p1}^i : リングに p_i が作用した時のリングj番目の分割要素の半径方向変位
- $u_{\tau1}^i$: リングに τ_j が作用した時のリングj番目の分割要素の半径方向変位
- w_{p1}^i : リングに p_i が作用した時のリングj番目の分割要素の軸方向変位
- $w_{\tau1}^i$: リングに τ_j が作用した時のリングj番目の分割要素の軸方向変位
- u_{p2}^i : シャフトに p_i が作用した時のシャフトj番目の分割要素の半径方向変位
- $u_{\tau2}^i$: シャフトに τ_j が作用した時のシャフトj番目の分割要素の半径方向変位

- w_{p1}^i : 分割要素の半径方向変位
- $w_{\tau1}^i$: シャフトに p_i が作用した時のシャフトj番目の分割要素の軸方向変位
- w_{p2}^i : シャフトに τ_j が作用した時のシャフトj番目の分割要素の軸方向変位
- $f(p_i)$: p_i の接触圧力が作用した場合の表面あらしによる変位
- $s_{1/2}$: i番目の分割要素における締めしろ
- M_R : リングの変位-接触圧力マトリックス
- M_S : シャフトの変位-接触圧力マトリックス
- P : 接触圧力の値
- f : 表面あらしの変位-荷重マトリックス
- s : 締めしろの値

変形(すなわち図3のz方向の変形)には影響を与えないと仮定する。すなわちこの仮定より接触面が完全に固着の場合、非線形バネは軸方向にはそれぞれ独立な剛体棒としてリング内周面各部分の軸方向変位をそのままシャフト外周面に伝えるということになる。以上の仮定により、表面あらさの変形を考慮した場合に式(2)、(3)は次の様になる。

完全固着の場合

$$M_R P - M_S P + f = s \quad (4)$$

完全滑りの場合

$$M_{R1} p - M_{S1} p + f_r = s_r \quad (5)$$

従って、式(4)、(5)を解けば接触面が完全に固着の場合、或いは接触面が完全に滑る場合について、表面あらさの変形を考慮した締め付け圧力P及びpが求められる。

また、前報の解析の様に軸方向を考慮しない二次元平面応力問題として締め付け圧力を求めるためには次式を解けばよい。

$$C a p + f(p) = s/2 \quad (6)$$

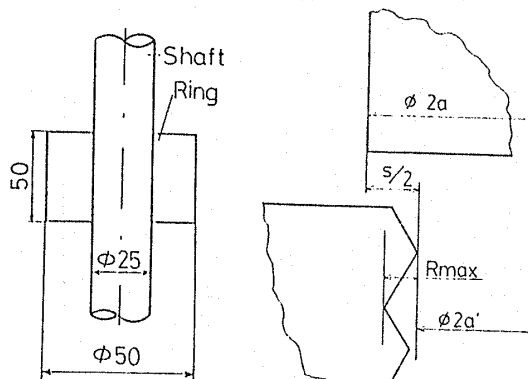
$$C = (1 - \nu_S) / E_S + \{ (b^2 + a'^2) / (b^2 - a'^2) + \nu_R \} / E_R$$

E_S, E_R : シャフト及びリングのヤング率

ν_S, ν_R : シャフト及びリングのポアソン比

a, b: シャフトの外半径及びリングの内半径

3. 計算



a: Outer Radius of Shaft
a': Inner Radius of Ring
s: Interference

(a) (b)
図5 締めばめ部の寸法

図5(a),(b)は計算に使用した寸法と、 R_{max} と締めしろの関係を示したものである。締めしろは0~40 μ mの範囲で、また表面あらさ R_{max} は0~50 μ mの範囲内で変化させた。シャフトを Si_3N_4 セラミックス、リングをSUS304ステンレス鋼とした。 Si_3N_4 セラミックスとSUS304ステンレス鋼のヤング率とポアソン比を表1に示す。

前報の実測値によると Si_3N_4 セラミックスの表面あらさは1~2 μ m程度とSUS304鋼の表面あらさに比較して大分小さいので、本報の解析においても Si_3N_4 セラミックスの表面あらさの変形は無視した。SUS304鋼に対する式(2)の表面あらさの接触圧力-変位の式は $R_{max} = 19\mu$ m~60 μ mの範囲で次の様になる。

$$\delta = f(p) = R_{max}(0.18 p^{0.17} - 0.12) \quad (7)$$

p: 接触圧力(MPa)

ポイントマッチング法での計算では締めばめ部全域を20等分した δ 。

4. 計算結果及び考察

締めばめ部全域について締めしろを一定にして表面あらさを変化させた時の締め付け圧力の計算値を図6に示す。縦軸は締め付け圧力を、横軸は締めばめ部の軸方向の位置を示す。図中の実線は締めばめ部が完全滑りの場合、破線は締めばめ部が完全固着の場合に対する計算値であることを表わす。表面あらさの変形を考慮しない、締めばめ部が完全滑りの場合は締め付け圧力は場所によらずほぼ一定であるが、締めばめ部ではかなり大きくなる。また、締めばめ部が完全固着の場合、締めばめ部での締め付け圧力の上昇率は、完全滑りの場合に比べるとそれほど大きくない。ここで、表面あらさの変形を考慮すると、完全滑り、完全固着の場合共に同じ締めしろでも締め付け圧力は小さくなること分かる。また完全滑りの場合でも、表面あらさの変形を考慮することによって締めばめ部での締め付け圧力の増加率はかなり低下する。特に $R_{max} = 50\mu$ mでは、完全滑り、完全固着による締め付け圧力の差はほとんど無く、締めばめ部で僅かに差があるのみである。この表面あらさによる締めばめ部の応力集中の緩和はセラミックスがリングで金属がシャフト

表1 材料特性値

	Young's Modulus(MPa)	Poisson's Ratio
Si_3N_4	3.04×10^5	0.27
SUS304	1.94×10^5	0.30

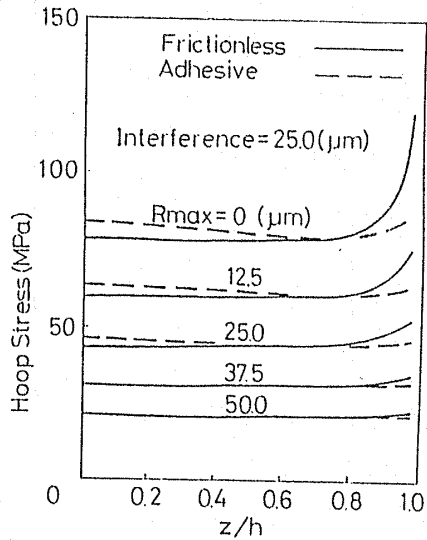


図6 接触面締め付け圧力分布 (締めしろ一定)

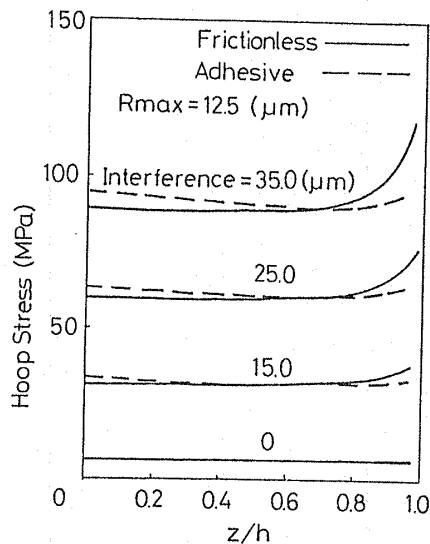


図7 接触面締め付け圧力分布 (R_{max} 一定)

トの場合はセラミックスリングの割れ防止という点からは有効であると考えられる。

図7は、表面あらさ R_{max} を一定にして、締めしろを締めばめ部全域について一様に変化させた場合の締め付け圧力の計算値を示したものである。図中の実線は完全滑りの場合、破線は完全固着の場合を示す。締めしろが減少するにつれて同一締めしろの実線と破線で比した場合その差は減少していく。このことは、表面あらさが存在する場合でも、締めしろが増加するにつれて表面あらさが締め付け圧力に及ぼす影響が減少していくことを示している。

図8は図6より締めばめ部全域について求めた平均締め付け圧力と次式により求めた締めばめ部平均せん

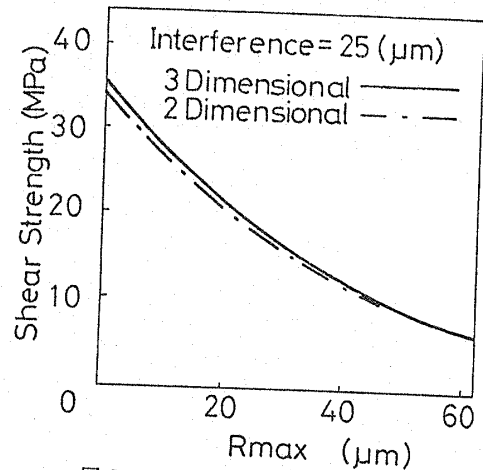


図8 せん断強度と R_{max} の関係

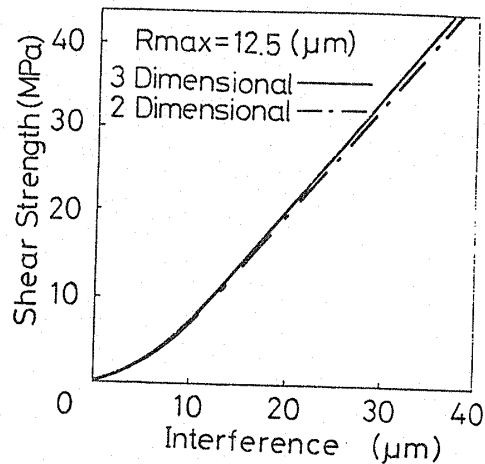


図9 せん断強度と締めしろの関係

断強度 τ_m と表面粗さ R_{max} の関係を示したものである。

$$\tau_m = \mu p_m \tag{8}$$

μ : 締めばめ部の摩擦係数

τ_m : 平均せん断強度

p_m : 平均締め付け圧力

ここで、摩擦係数 μ は著者らが $S_{13}N_4$ セラミックスとSUS304鋼との間で実測した値の平均値0.44とした。図中の実線と一点鎖線はそれぞれ締めばめ部が完全滑りの場合の三次元軸対称問題及び二次元平面力問題についてのものである。この平均せん断強度 τ_m はセラミックスと金属の締めばめ部強度を表すものとして非常に重要なものであると考えられる。図8より R_{max} が小さい程一点鎖線は実線より小さくなっていることが認められる。

図9は締めばめ部が完全滑りの場合についての平均

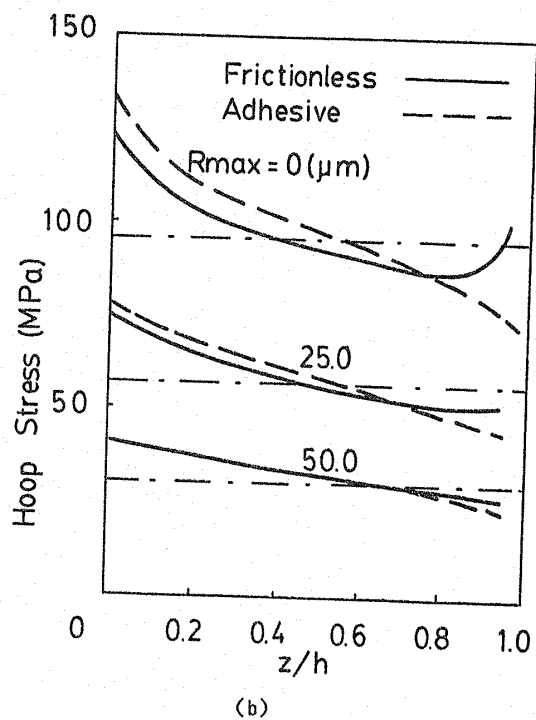
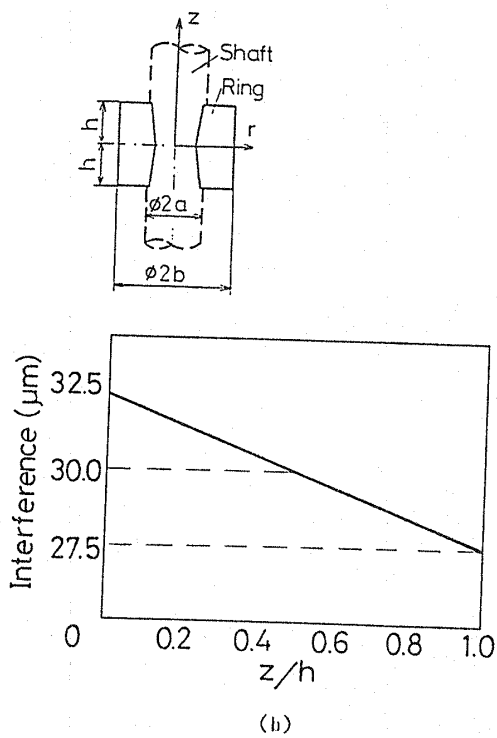
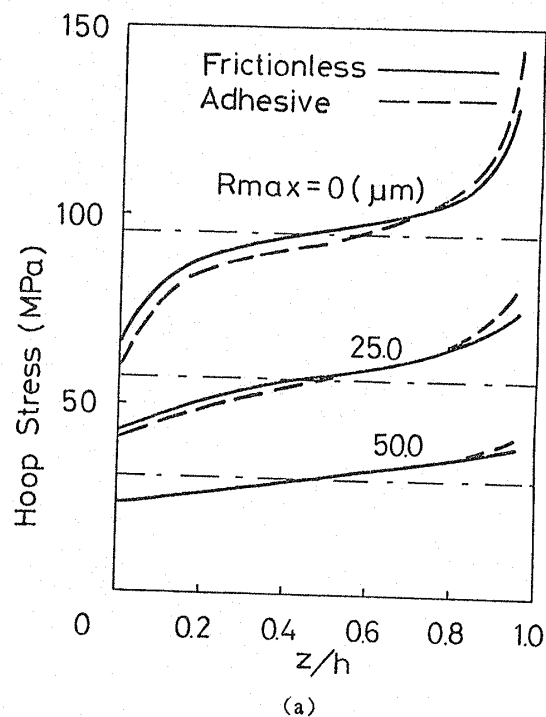
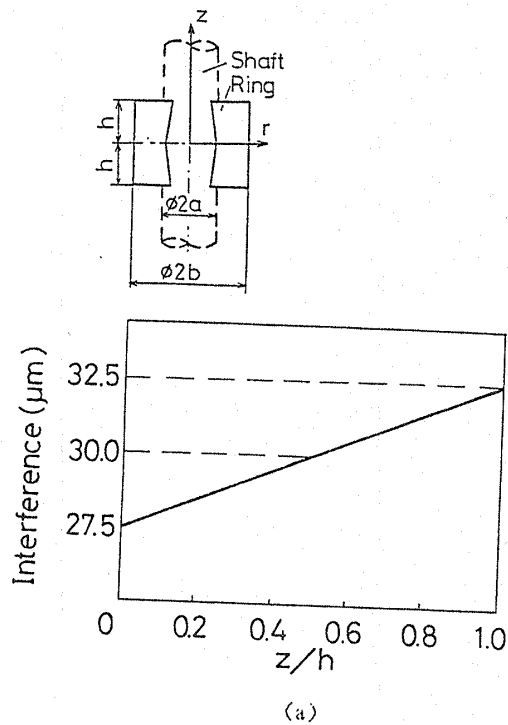


図10 締めしろの分布

図11 接触面締め付け圧力分布

せん断強度と締めしろの関係を示したものである。図中の実線と一点鎖線はそれぞれ三次元軸対称問題及び、二次元平面応力問題についてのものである。図りより締めしろが増す程、一点鎖線は実線より小さくなっていることが認められる。

しかし表面粗さがある程度大きくまた締めしろもあまり大きくない場合は二次元解析でせん断強度を評価しても解析的な精度は十分であると考えられる。

図10(a)、(b)は縦軸に締めしろ、横軸に締めばめ部の軸方向の位置をとって締めしろの状態を表した図である。図10(a)は、締めしろが両端と真中でそれぞれ $2.5\mu\text{m}$ と $27.5\mu\text{m}$ であり、平均締めしろが $30.0\mu\text{m}$ の場合である。また図10(b)は、締めしろが両端と真中でそれぞれ $27.5\mu\text{m}$ と $32.5\mu\text{m}$ であり、平均締めしろが $30.0\mu\text{m}$ の場合である。

図11(a)、(b)は締めしろがそれぞれ図10(a)、(b)の場合の締め付け圧力を示したものである。図中の実線は締めばめ部が完全滑りの条件、破線は締めばめ部が完全固着の条件でそれぞれ三次元軸対称問題として計算した締め付け圧力、一点鎖線は平均締めしろを用いて二次元平面応力問題として計算した締め付け圧力を示している。

表面あらさの変形を考慮しない場合は、締め付け圧力は締めしろの分布状態に強く影響を受けて変化するが、表面あらさを考慮する場合、表面あらさが大きくなるに従ってこの締め付け圧力の変化の割合は小さくなる傾向にある。また表面あらさを考慮した締め付け圧力の分布は、表面あらさが大きくなるに従って二次元平面応力問題として求めた締め付け圧力に近づく傾向にある。このことは、表面あらさの変形は締めばめ部のテーハの影響を緩和する様に作用することを示しているものと考えられる。

5. 結言

セラミックスと金属の締めばめ部の締め付け圧力を表面粗さの変形を考慮し三次元軸対称問題として解析した。また、締めばめ部にテーハが存在する場合の締

め付け圧力についても解析を行なった。さらに、得られた結果を二次元解析結果と比較して以下の様な結論が得られた。

- (1) 締めしろを一定とした場合、表面あらさ k_{max} が増加するにつれて締め付け圧力は減少する。
- (2) 締めばめ部が完全滑りの条件の場合、締めばめ端部で締め付け圧力かなり増加するが、表面あらさ R_{max} が大きくなるにつれて、この増加の傾向は小さくなっていく。従って、表面あらさ R_{max} を大きくすることはセラミックスと金属の締めばめにおいては、セラミックスの割れ防止という点から有効な手段になると考えられる。
- (3) 表面あらさ k_{max} が大きくなると三次元解析結果と二次元解析結果の差が小さくなっていく。
- (4) 表面あらさの変形は、締めばめ部のテーハが締め付け圧力に及ぼす影響を緩和する様に作用する。

謝辞

計算に関して貴重な助言を戴いた新潟大学工学部原利昭助教に深く感謝致します。又、計算の遂行に協力頂いた4年次学生木越健二君に対して感謝の意を表します。

文献

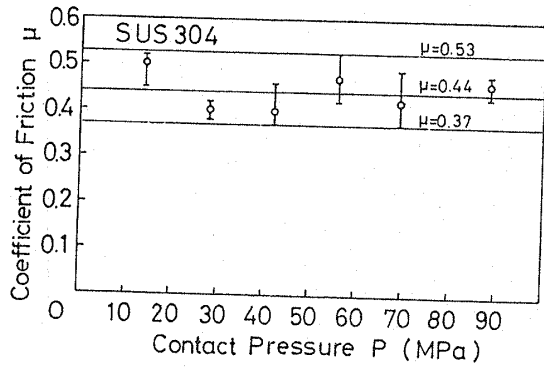
- (1) 例えば 岡根, 機械の研究, 37-1 (昭60), 15.
- (2) 新田・下田・加藤・椎谷, 機論, 52-481(昭61), 2503.
- (3) Thronley, R. H., CONNOLLY, R., BRASH, M. M., and KOENIGSBERGER, F., Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 5 (1965), 57.
- (4) 塚田・阿武, 機論, 40-336(昭49), 2389.
- (5) 久門・築添・大島, 機論, 42-359(昭51), 2196.
- (6) KAYABA, T., KATO, K., and NITTA, I., The Technology Report of Tohoku Univ., 49-1(1984), 1.
- (7) 尾田・柴原・宮本, 機論, 38-306(昭47), 241.

討 論

〔質問〕 塚田 忠夫〔東京工業大学工学部〕
貴研究で、セラミックスという材料に対して特別に考慮した事項は何か。

〔回答〕 Si_3N_4 セラミックスの材料特性であるヤング率とポアソン比である。さらに、締めばめ部の接合強度といった場合には、接合部の摩擦係数の値が

重要となるので、計算のモデルに使用した Si_3N_4 セラミックスとSUS304ステンレス鋼の組合せの摩擦係数も実測した値を使用した。したがって本研究で想定した寸法あるいは寸法比に近ければ、表面粗さを考慮した Si_3N_4 セラミックスシャフトとSUS304リングの締め付け圧力および接合強度を見積るために、図6



付図1 摩擦係数と接触圧力の関係

～9の結果は有用であると考えられる。

〔質問〕 岡根 功〔豊橋技術科学大学〕

表面粗さを考慮した締め付け部の接合強度を論ずる場合、微小突起部の変形による圧着効果についても

言及する必要があると思う。したがって、図8および図9の計算結果のように、強度と R_{max} 、または締め代との関係は単純でないと考えられる。ご見解をお示しいただきたい。

〔回答〕 ご質問の意味は締め付け圧力と R_{max} が摩擦係数に及ぼす影響についてのものと解釈すると、摩擦の凝着理論によれば摩擦係数は突起の変形程度（塑性変形域において）よりも雰囲気が大きく影響を受ける。また見掛けの接触圧力にはほとんど影響を受けないことも知られている。著者らが Si_3N_4 セラミックスとSUS304ステンレス鋼の組合せにおいて摩擦係数を測定した結果を付図1に示す。この結果は、表面清浄度が一定であれば、締め代や粗さの変化による突起の変形度の差が摩擦係数に大きな影響を与えないことを意味する。したがって、図8、9の計算結果は実用的には妥当であろうと考えている。