

自由自励系の摩擦による振動*

(第2報, 断片線形近似と最大静止摩擦力 が孤立点となる場合の影響)

高野 英資*¹, 原 利昭*¹, 張 祥永*²

Free Oscillations in a Self-Sustained System with Solid Friction

(2nd Report, Analytical Method by Piecewise Linear Approximation and Effect of Maximum Static Friction Different from Kinetic Friction without Slipping)

Eisuke TAKANO, Toshiaki HARA, and Xiang yong ZHANG

Following the previous report, the frictional vibrations in a mechanical driving system were treated theoretically in the case of F_s (maximum static friction) different from F_d (kinetic friction without slipping). Friction-velocity characteristic curves were approximated by a polygon having numerous segments and the analytical method was shown for the solutions of steady-state vibrations which occurred in such a piecewise linear system. Lastly, when the friction-velocity curves were of types [A] (a cubic function), [B] (a quintic function) and [C] (combined function of a straight line and a hyperbolic curve), which were already used in calculation examples in the previous report, except for the condition of $F_s \neq F_d$, the curves of displacement-amplitudes and periods of limit cycles in such a system were obtained versus the speed of a moving surface on which a sliding block was lying.

Key Words: Frictional Vibration, Nonlinear Vibration, Solid Friction, Mechanical Driving System, Self-excited Oscillation, Limit Cycle, Piecewise Linear System, Sliding Surface

1. 緒 言

摩擦振動においては運動摩擦力速度特性曲線が性質の異なる二つの部分からなるため、物体が移動面速度に到達もしくはこれを超えて運動する場合には付着、滑りの両運動において運動方程式を使い分けねばならず、付着運動と滑り運動の境界点では必ず解のつなぎ合わせという困難な問題を生ずる。前報⁽¹⁾においては摩擦振動の理論的取扱いに関し、滑り運動時の運動方程式のみを用いて求めた平均法による解析結果が、付着・滑りの両運動を考慮した精度の高い断片線形近似解—ほとんど厳密解と考えるとよい—と比較して、振幅移動面速度特性や解の安定性などにおいてこれらの厳密解のもつ特性をかなりよく説明するものであることを指摘した。そして最大静止摩擦力が孤立点とならない場合、平均法による解析がかなり有効であること、および各種の摩擦特性において非線形性が小さいときには、付着・滑りの両運動をふくむ定常振動解の場合でも、平均法により求めた結果に簡単な修正を加えることにより厳密解のもつ振幅速度特性を推定できる簡

便法があることなどを示した。本報告では、まず前報で用いた断片線形近似解の解法の概要について述べ、続いて前報の [A], [B], [C] 形摩擦特性において最大静止摩擦力が孤立点となる場合の影響を検討したのでその結果について報告する。

2. 断片線形近似解法の概要

2-1 運動摩擦力速度特性曲線の折れ線近似 物体 m (図1) の運動方程式を断片線形化するにあたり、物体と移動面とのあいだに働く運動摩擦力速度特性曲線をいくつかの折れ線で近似することを考える。図2は摩擦力特性関数 $F(s')$ [前報(10), (12), (14)の各式など] を n 本の折れ線で近似したもので、 F_s は最大静止摩擦力に対応し、 F_{di}, F_{dj} はそれぞれ傾斜が $2B_i, 2B_j$ の i 番め線分と j 番め線分の延長線が縦軸と交わる点での運動摩擦力の大きさに対応する。 $F_d = F_{d1}$ は s' を零に近づけたときの $F(s')$ の値である。本報では $F_s \neq F_d$ なる場合も扱うので図2では F_s と F_d を区別して示している。したがって物体の運動はその速度の値によりこれら特性折れ線の各線分が支配する速度領域に対応する運動方程式を使い分けることと併せて、各速度境界における解のつなぎ合わせの方法によって順次求める必要が出てくる。次式は折れ線化した関数

* 昭和62年10月2日 北陸信越支部信越地方新潟講演会において講演, 原稿受付 昭和61年10月15日。

¹ 正員, 新潟大学工学部 (〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

² 正員, 重慶大学機械工学部 (中華人民共和国四川省)。

$F(s')$ の式を示す。

$$F(s') = \begin{cases} F_{di} + 2B_i s' & (V_i \leq s' \leq V_{i+1}) \\ F_s \sim -F_s & (s' = 0) \\ -F_{di} + 2B_i s' & (-V_{i+1} \leq s' \leq -V_i) \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

2.2 運動方程式 さて前報では物体 m が滑り運動するときの運動方程式は適当な変数変換をほどこすと次式のように与えられることを示した。

$$\eta'' + 2H\eta' + F(\eta' - Y_0/Y) + \eta = 0 \dots\dots\dots (2)$$

いま $x = \eta + F(-Y_0/Y)$, $\eta' = x' = \zeta$ とおくと上式は式(3)のように変換され, 式(4)は $x-\zeta$ 位相面上において図的に物体の運動を取扱えることを示している。

$$x'' + 2Hx' + f(x') + x = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$d\zeta/dx = -(x + f(\zeta) + 2H\zeta)/\zeta \dots\dots\dots (4)$$

$$f(\zeta) = F(\zeta - Y_0/Y) - F(-Y_0/Y) \dots\dots\dots (5)$$

図3は $x-\zeta$ 位相面上に表した運動摩擦速度特性折れ線と I 点を出発する解曲線の一例である。なお式中の η は物体のもつ無次元変位, また Y_0/Y は前報に示してあるように, 移動面速度 v_0 と運動摩擦速度特性曲線において摩擦力が極小となる相対速度 V との比を示しており, 移動面速度に比例する量である。図3のように Y_0/Y の値が $V_j \leq Y_0/Y \leq V_{j+1}$ を満足し, $x-\zeta$ 平面の特異点が j 番め折れ線上に存在するとしよう。この場合 $x-\zeta$ 位相面上の解曲線が i 番め折れ線の支配する速度領域を滑り運動するときの運動方程式ならびに式中の U は次式のようになる。

$$x'' + 2B_i x' + x + U = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここで

$$\begin{aligned} U &= F_{dj} - F_{di} + 2(B_j - B_i) Y_0/Y \\ & (Y_0/Y - V_{i+1} \leq x' \leq Y_0/Y - V_i) \dots\dots\dots (7) \\ U &= F_{dj} + F_{di} + 2(B_j - B_i) Y_0/Y \end{aligned}$$

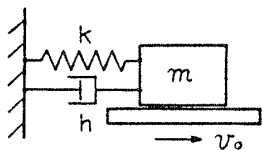


図 1

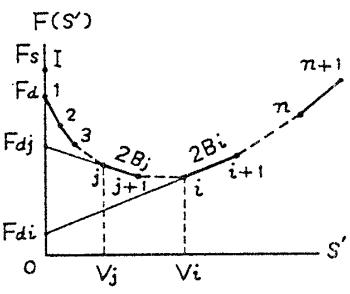


図 2

$$(Y_0/Y + V_i \leq x' \leq Y_0/Y + V_{i+1}) \dots\dots\dots (8)$$

であり, 簡単のため $H=0$ とおいた。一方物体が移動面と一体となって運動する場合には $x' = Y_0/Y \dots\dots\dots (9)$ なる運動方程式に支配される。

2.3 運動方程式の解 特異点が j 番め折れ線上にあるとき, i 番め折れ線が支配する速度領域内の任意の 1 点 (x_0, ζ_0) を出発する滑り運動時の解曲線式は式(6)から次のように求めることができる。

(1) $|B_i| < 1$ のとき

$$\begin{aligned} x &= -U + \exp(-B_i \tau) [(x_0 + U) \cos \sqrt{1-B_i^2} \tau \\ & \quad + \{\zeta_0 + B_i(x_0 + U)\} \sin \sqrt{1-B_i^2} \tau / \sqrt{1-B_i^2}] \\ x' &= \exp(-B_i \tau) [\zeta_0 \cos \sqrt{1-B_i^2} \tau - \{(x_0 + U) \\ & \quad + B_i \zeta_0\} \sin \sqrt{1-B_i^2} \tau / \sqrt{1-B_i^2}] \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

(2) $|B_i| = 1$ のとき

$$\begin{aligned} x &= -U + \exp(-B_i \tau) [(x_0 + U) + \{B_i(x_0 + U) \\ & \quad + \zeta_0\} \tau] \\ x' &= \exp(-B_i \tau) [\zeta_0 + B_i \{B_i(x_0 + U) + \zeta_0\} \tau] \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

(3) $|B_i| > 1$ のとき

$$\begin{aligned} x &= -U + \exp\{(-B_i + \sqrt{B_i^2 - 1}) \tau\} [(B_i \\ & \quad + \sqrt{B_i^2 - 1})(x_0 + U) + \zeta_0] / 2\sqrt{B_i^2 - 1} \\ & \quad + \exp\{(-B_i - \sqrt{B_i^2 - 1}) \tau\} [(-B_i + \sqrt{B_i^2 - 1}) \\ & \quad \times (x_0 + U) - \zeta_0] / 2\sqrt{B_i^2 - 1} \\ x' &= \exp\{(-B_i + \sqrt{B_i^2 - 1}) \tau\} [-(x_0 + U) \\ & \quad + (-B_i + \sqrt{B_i^2 - 1}) \zeta_0] / 2\sqrt{B_i^2 - 1} \\ & \quad + \exp\{(-B_i - \sqrt{B_i^2 - 1}) \tau\} [(x_0 + U) \\ & \quad + (B_i + \sqrt{B_i^2 - 1}) \zeta_0] / 2\sqrt{B_i^2 - 1} \end{aligned} \dots\dots\dots (12)$$

また $\tau=0$ のとき (x_0, ζ_0) から移動面に付着して運動する場合の解曲線式は次式で与えられる。

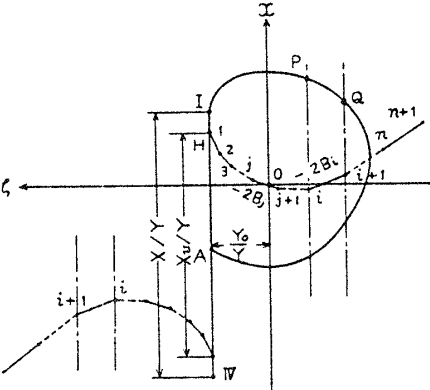


図 3

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + (Y_0/Y)\tau \\ x' &= \zeta_0 = Y_0/Y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

2・4 位相面上の解曲線 さて式(10)~(13)で与えられる解曲線式は x - ζ 位相面上においてどのような曲線をえがくのだろうか。前述したように x - ζ 平面における解曲線のうち i 番め折れ線に支配される速度領域を滑り運動する物体の運動方程式は式(6)で与えられる。いま式(6)において $y = x + U$ とおいてみよう。すると運動方程式は

$$y'' + 2B_i y' + y = 0 \dots\dots\dots (14)$$

となるので、 $y = x + U$ を縦軸にとり、 $y' = x' = \zeta$ を横軸にえらんだ位相面上の解曲線は y' の変域を $-\infty < y' < \infty$ とすれば B_i の値によって、図4のようにえられる。図4はいずれも B_i が負の値をもつ場合を例示したが、左図は $|B_i| < 1$ の場合で座標原点が渦状点となる場合、右図は $|B_i| > 1$ の場合で座標原点が結節点となる場合である。いずれも解曲線が直線 $x + U = -2B_i \zeta$ および縦軸を横切る点で解曲線にひいた接線のもつ傾きはそれぞれ縦軸、横軸に平行となる性質をもつ。しかるに x - ζ 位相面では式(6)が有効である速度範囲は i 番め折れ線が支配する速度領域であり、 $\zeta < Y_0/Y$ においては $Y_0/Y - V_{i+1} \leq \zeta \leq Y_0/Y - V_i$ となる。したがって図4においても式(14)の解曲線が有効な速度範囲はこれと同じ速度範囲となる。このことは図3のI点をとる解曲線のうちPQ部分は、あたかも i 番め折れ線の延長線が x 軸と交わる点に座標原点を有しているときに図4のようにえがかれた解曲線の一部であることを意味する。そしてこのようにして求められた解曲線を順次つないでえられたものが n 本の特性折れ線の場合にえられる解曲線の全体を構成することを示している。いま図3において座標原点ならびに摩擦特性折れ線の各折れ点をとる縦軸に平行な直線群で x - ζ 平面を多くの帯状速度領域に分割してみよう。すると各帯状速度領域を通過する解曲線が特性折れ線上の上側にあるか、下側にあるかによって、また特異点(⊗印)が速度境界をふくむその帯状領域の左側に存在するか、右側に存在するかによって、その解曲線は図5のような2とおりの様相を示すものに分類できることになる。すなわち帯状速度領域の i 番め折れ点をとる速度境界上の任意の1点Pを通過する解曲線が時間の経過に対してその帯状領域の反対側の境界線上でその到達点Qを有する場合はその一つであり、他の一つは相手側の境界線に達することなく、特性折れ線をE点で横切った後、もとの境界線上に戻ってしまう解曲線となる場合である。ここでE

点は解曲線が ζ に関し極大値または極小値を与える点である。したがって各特性折れ線に支配されながら運動する物体の解曲線を順次求めるにあたり、P点を通過した後の解曲線が帯状速度領域の反対側の境界線に達するかどうかは、その帯状速度領域内でE点が生ずるかどうかを判定することと対応していることになる。したがって電子計算機による解曲線上の x, ζ の値の計算ならびに解の接合に関するプログラミング上の判断命令の作成を容易にするものであることがわかる。

2・5 電子計算機による計算の流れ図 図6は、後述するように、運動摩擦係数速度特性曲線が前報と同じ[A], [B], [C]形の時電子計算機を用いて x - ζ 平面の解曲線を求める場合の流れ図の概要を示す。そして図6には Y_0/Y を与えると特性折れ線上に定まる特異点位置での折れ線の傾斜 B_i の値によって後述する図8の(a)~(f)図に対応してえられるリミットサイクルの分枝が分類して示されている。図6はI点から出発し、時間の経過に対してえられる解曲線ならびにH点を出発して時間を負方向に逆上るときにえられる解曲線が、それぞれにおいてリミットサイクルを形成するかどうかをチェックされ、解のつなぎ合わせの方法によって定常振動解を求めていく計算プログラムの主要部流れの概念図となっている。

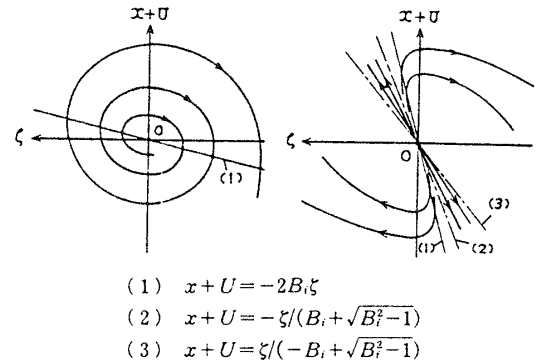


図4

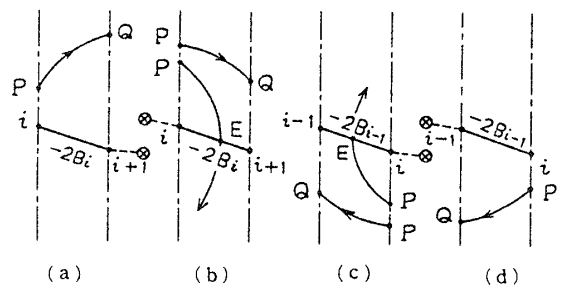


図5

3. 各種摩擦特性における断片線形近似解

3.1 運動摩擦係数速度特性曲線 次に運動摩擦係数速度特性曲線が孤立点となる $F_s = F_d$ の場合, すなわち図3の $x-\zeta$ 位相面上の I 点と H 点および IV 点と G 点とのあいだに不連続 $\Delta X/2Y = (X - X_0)/2Y (\neq 0)$ が存在する場合, 前報で使用した各種運動摩擦係数速度特性において生ずる定常振動解を考えてみよう. 図7は本章で例示している計算例に使用した運動摩擦係数速度特性曲線で, 上から順に [A] 形 (Y_0/Y の三次曲線), [B] 形 (五次曲線) および [C] 形 (直線と双曲線の合成曲線) の摩擦係数速度特性を示す.

3.2 位相面上の定常振動解 さて以上のようにして電子計算機による演算結果をプロットしてえられる定常振動解は $x-\zeta$ 平面においてどのような解曲線を示すだろうか. 前出の図3の中には I 点を出発する解曲線の一つが付記されており, 図8には上に凹形の任意の運動摩擦係数速度特性曲線 ([A] 形または [C] 形の摩擦特性) において発生可能ないくつかのリミットサイクルを示しておいた. これらは物体が移動面速度を超えて運動することのない場合に, 主として I 点をとるリミットサイクルについて定性的に示したものである. 太い実線で示した曲線は安定なリミットサイクル S. L. C. であり, 破線は不安定なリミットサイ

クル U. L. C. である. このうち図8(b), (e)は U. L. C. が滑りと付着の両運動を繰返す場合であり, 図8(b)では同じ移動面速度において2個の S. L. C. が発生している例で, これらは運動摩擦係数速度特性曲線における I 点と H 点に差がある場合, すなわち最大静止摩擦係数が孤立点となる $F_s = F_d$ の場合においてのみ

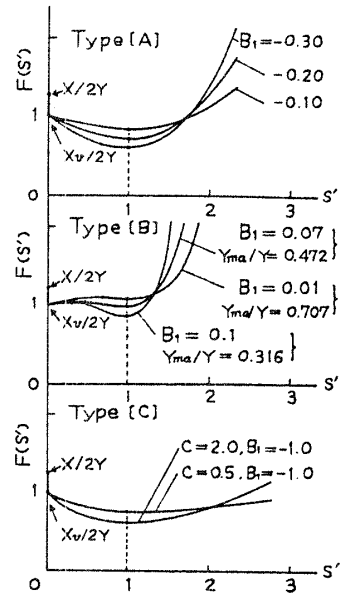


図7

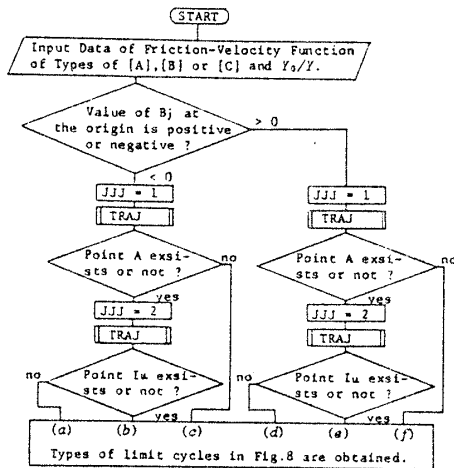


図6

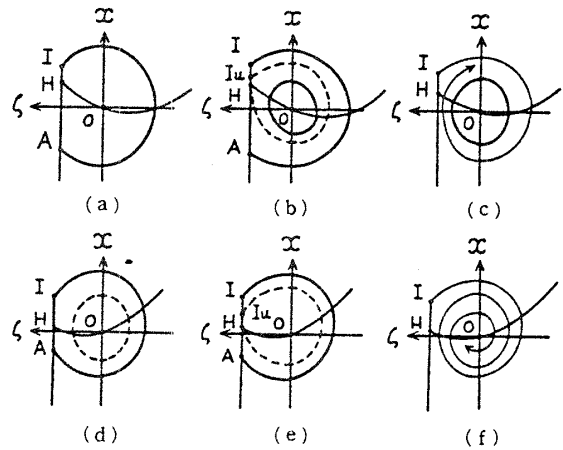


図8

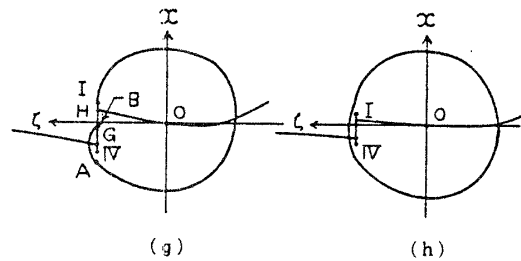


図9

しか現れないリミットサイクルである。運動摩擦力速度特性が上に凸形の場合 ([B] 形摩擦特性) にも図8と同様のリミットサイクルが発生する。また、運動摩擦力速度特性が低摩擦特性であり、相対速度が零のとき特性曲線にひいた接線の傾きが小さい場合には、物体が移動面速度を超えて運動する場合が生ずる。そしてリミットサイクルの速度の最大値も $\zeta_{max} > Y_0/Y$ となって、図9(g)のように付着運動をふくむ S.L.C. や図9(h)のように特性曲線の I-IV線分を内部にふくむ S.L.C. が生ずることがあるが、これらについては主たる解析の対象から除いた。

3.3 振幅移動面速度特性 図10~14は [A], [B], [C] 形摩擦特性における定常振動解の変位振幅 $A_x = (x_{max} - x_{min})/2$ ならびに周期比 $T_\tau/2\pi$ 曲線で、横軸が移動面速度 Y_0/Y に対して示されている。これらは $X_v/2Y=1$ のとき、それぞれ B_1 を一定として種々の $\Delta X/2Y$ の値に対してかかれており、特性曲線はいずれも $n \geq 40$ 本以上の折れ線で近似している。図中実線は安定なりミットサイクル、破線は不安定なり

ミットサイクルに対するものである。同じ Y_0/Y の値に対して存在するリミットサイクルの個数ならびに図7の各種摩擦特性曲線の極大点、極小点を与える相対速度に対応する横軸の値 (それぞれ $Y_0/Y = Y_{ma}/Y$ および $Y_0/Y=1$) から、[A] 形摩擦特性の場合 (図10) には、 Y_0/Y の増加に対して図8の(a)→(b)→(c)

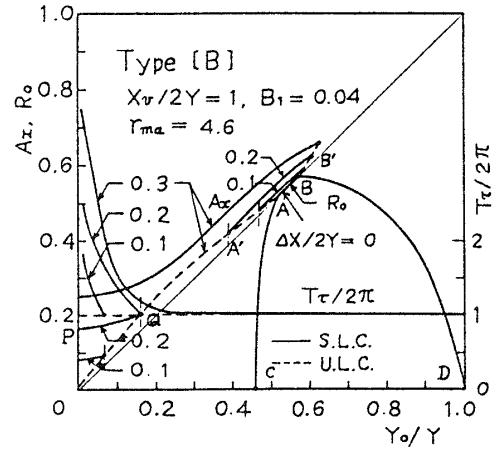


図 12

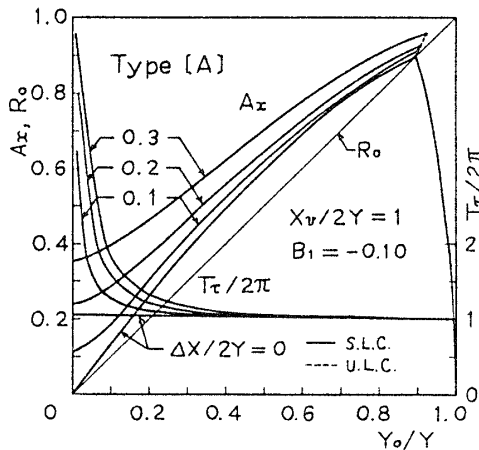


図 10

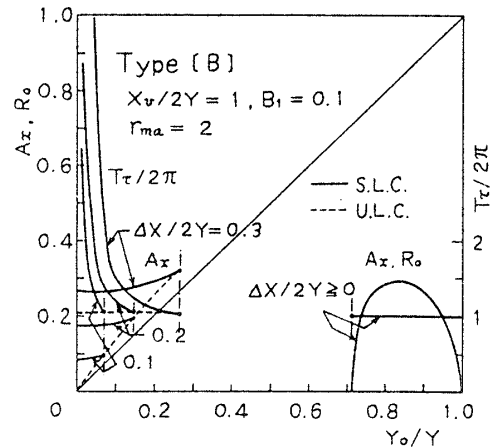


図 13

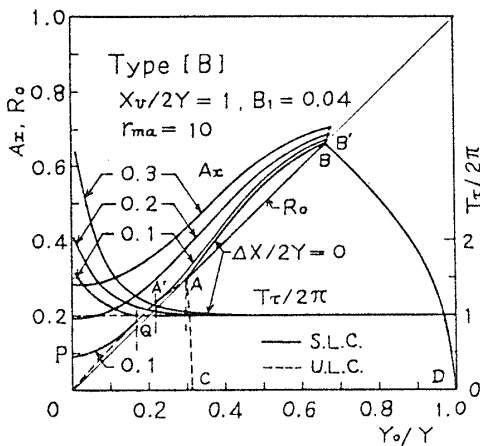


図 11

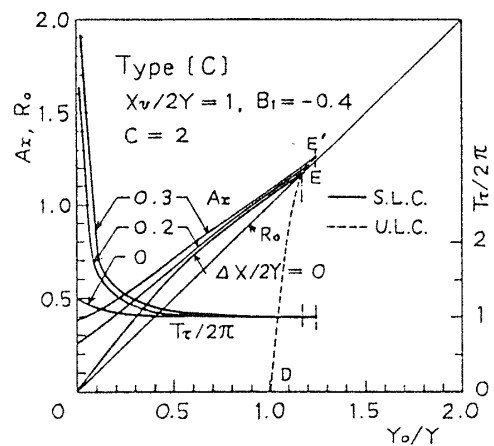


図 14

→(f)のリミットサイクルが順次発生し、また[C]形摩擦特性の場合(図14)には同様に(a)→(d)→(e)→(f)のリミットサイクルが順次発生することがわかる。[B]形摩擦特性については、 $r_{ma}=(Y/Y_{ma})^2$ とおくとき、 $\Delta X/2Y=0$ の場合、前報では $r_{ma}<r_s \cong 4.498$ において付着運動をふくむリミットサイクルが発生することはなかった。しかしながら r_{ma} に関するこのような範囲でも $\Delta X/2Y \neq 0$ の場合には前報で発生した滑り運動のみからなるリミットサイクルはその影響を受けることはなく、 Y_0/Y の小さいところで新たに発生する図8(e)形の場合を加え、例えば図13のように、(e)→(f)→(c)→(f)なる変化を示すことになる。しかるに $r_{ma}>r_L=5.500$ の場合と $r_L>r_{ma}>r_s$ の場合には、最大静止摩擦力が孤立点となる場合でも $\Delta X/2Y=0$ すなわち $F_s=F_d$ の場合と同様に付着運動をふくむリミットサイクルが生ずる。しかしながら $\Delta X/2Y=0$ のとき、小さい Y_0/Y において有限振幅のリミットサイクルが生ずることのなかったものが、 $\Delta X/2Y \neq 0$ の場合、 Y_0/Y の小さい範囲でも図8(e)のような有限振幅の定常振動解が発生し、 $\Delta X/2Y$ の大小関係に応じて図11, 12のように Y_0/Y の値の中間速度領域において有限振幅の解が存在しないものと、連続的に変化する有限振幅をもつ定常振動解が発生する場合が現れる。さらに $\Delta X/2Y=0$ のとき、図中のA, B点付近で生ずることのなかった付着運動をふくむ不安定なリミットサイクルが $\Delta X/2Y \neq 0$ の場合、A点のみならずB点付近でも生ずることになる。したがって Y_0/Y の中間速度領域において有限振幅の定常振動解が存在しない前者の場合には、図8のリミットサイクルの発生変化の形は $r_{ma}=10$, すなわち $Y_{ma}/Y=0.316$ (図11)の場合には(e)→(f)→(e)→(d)→(a)→(b)→(c)→(f)となり、 $r_{ma}=4.6$ すなわち $Y_{ma}/Y=0.472$ の場合(図12)には、(e)→(f)→(e)→(b)→(a)→(b)→(c)→(f)となる。有限振幅が連続的に変化していく後者の場合には、 $r_{ma}=10$ (図11)、 $r_{ma}=4.6$ (図12)のいずれの場合でも、リミットサイクルの発生順序は Y_0/Y の増加に対し、前者の変化から最初の二つの(e)形には含まれた(f)形を除いたリミットサイクルの発生変化のしかたを示す。

次に各種摩擦特性において、 $X_v/2Y=1$ のとき、 $\Delta X/2Y=(X-X_v)/2Y$ を一定として種々の B_1 の値に対して発生する定常振動解が有する変位振幅 A_x と周期比 $T_r/2\pi$ の変化を考えてみよう。図15~19はこれらの様子を示したもので、[A]、[C]形摩擦特性の場合、図15, 19からわかるように $|B_1|$ の値の大きいものほど A_x の値は大きく現れ、 $T_r/2\pi$ の値も Y_0/Y

の増加に対し急速に1に近づくものの、 Y_0/Y が小さいときほど1より大きな値を示すことがわかる。[B]形摩擦特性の場合には、これらの事情はいつそう複雑となる。まず $\Delta X/2Y=0$ のとき図中のA点とC点には含まれた速度領域でU.L.C.を生ずる $r_{ma}=10$ の場合には、図16が示すように $\Delta X/2Y$ を一定(>0)と

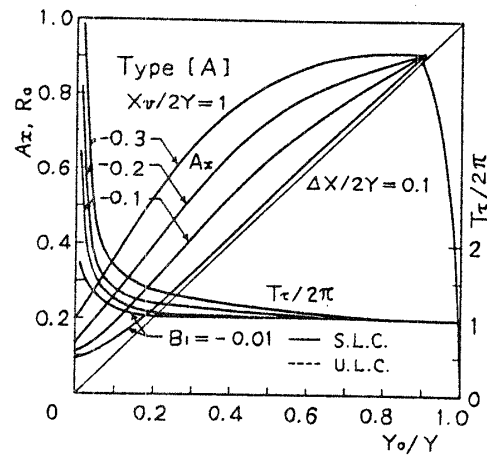


図 15

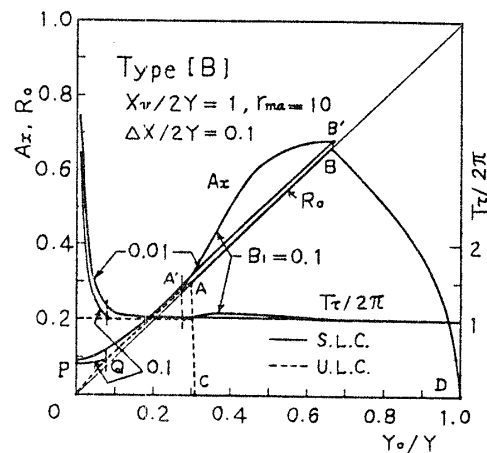


図 16

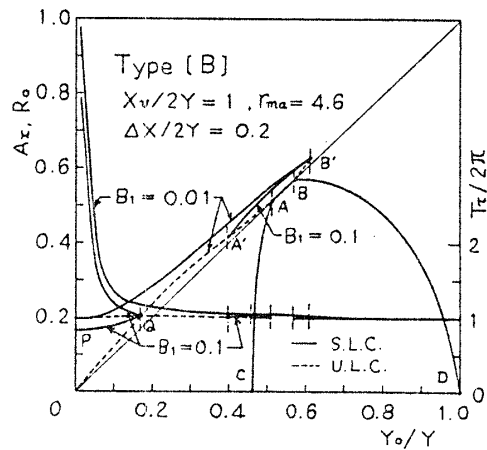


図 17

においても B_1 の値が概して小さい場合には Y_0/Y の変化に対して連続的な有限振幅変化が現れる。これに対し、 B_1 の値が大きくなると前述した図 11, 12 における場合のように Y_0/Y の中間速度領域において有限振幅のリミットサイクルが発生しない領域が現れる。図中の Q 点と A' 点にはさまれたこの速度範囲は段々と広がり、 A_x 曲線もおおよそ A 点と B 点間の速度領域で、 Y_0/Y の減少に対して大きな値から急激に B_1 の値が小さい場合の振幅曲線の下側にもぐりこむ変化のしかたを示す。そして Y_0/Y の値の小さい範囲では逆に B_1 の値の小さいほうが大きな A_x の値を示す。 $\Delta X/2Y=0$ のとき A 点と C 点にはさまれた速度区間で滑り運動のみからなる S. L. C. を生ずる $r_{ma}=4.6$ の場合にも、図 17 では顕著な例を示さなかったが、やや $r_{ma}=10$ の場合と同様な振幅移動面速度の変化曲線を与える。また $\Delta X/2Y=0$ のとき付着運動を生ずることのなかった図 18 の $r_{ma}=2.0$ の場合には、 B_1 の値が大きくなるほど、 A_x が逆に小さい値を示すのは図 16, 17 の場合と同様である。なお、図 15~19 において、滑

り運動のみからなる定常振動解の振幅曲線 (BD 部分および AC 部分) がただ 1 本の曲線として示されているのは、これらの諸図において採用した B_1 の値の変化程度では、図中に明確に区別できる曲線をひくことができなかつたためである。しかし特性値 B_1 の異なる摩擦力速度特性曲線に対して得られる A_x の値はわずかではあるが異なる値を与えることはいうまでもない。

4. 平均法と断片線形近似法による解の比較

以上前報で用いた [A], [B] 形および [C] 形摩擦特性において断片線形近似解法からえられる定常振動解のもつ変位振幅移動面速度曲線と周期比の変化について計算例を示したが、次に前報で行ったように平均法からえられる第 1 近似解 R_0 との比較についてふれておこう。 R_0 曲線についてはほとんど $R_0=Y_0/Y$ 直線

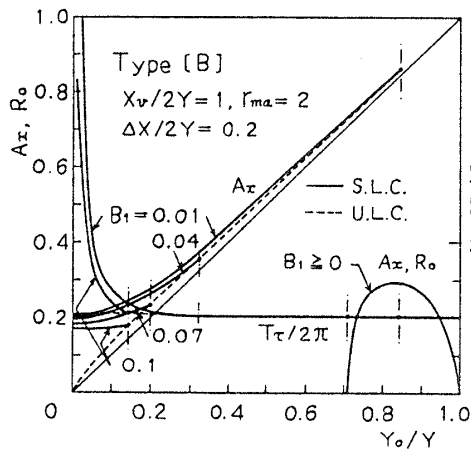


図 18

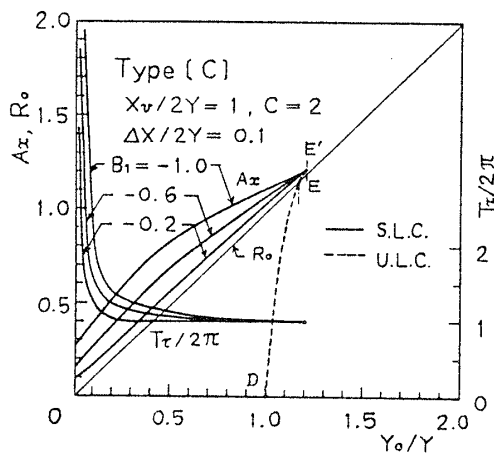


図 19

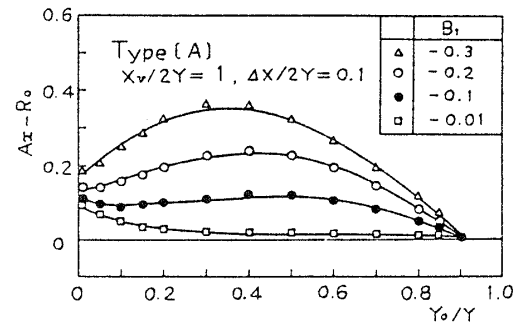


図 20

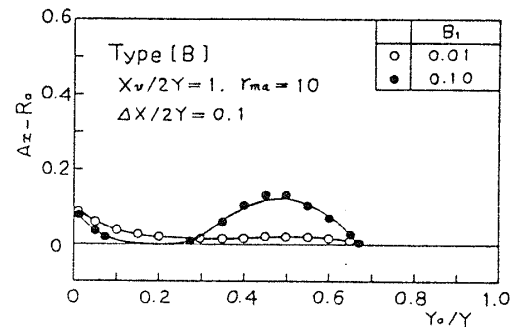


図 21

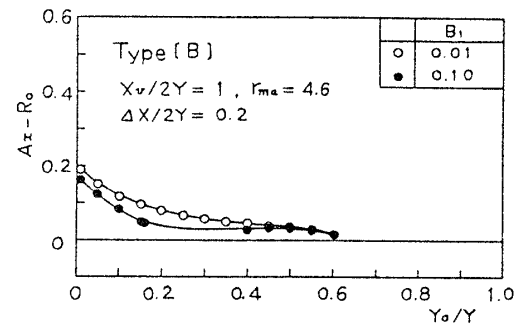


図 22

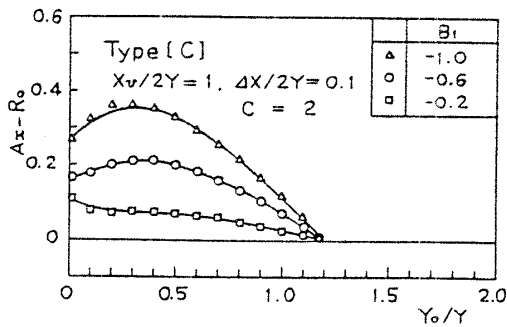


図 23

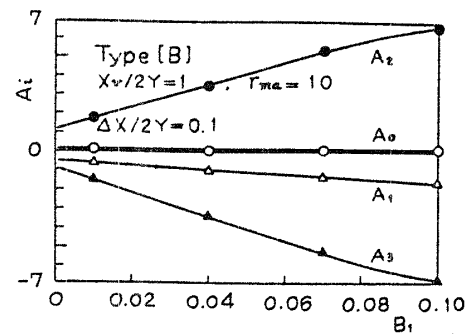


図 25

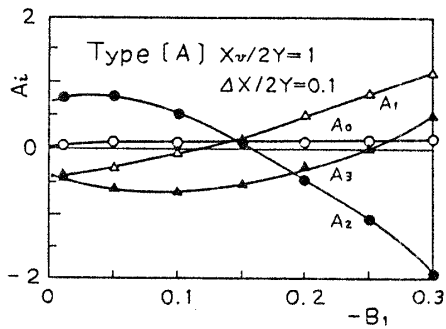


図 24

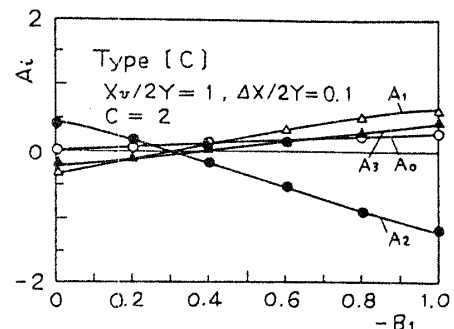


図 26

と重なるため、図 10~19 の中では R_0 を特に太い実線の曲線で示さなかった。前報で示された R_0 曲線は、平均法が滑り運動と付着運動を区別しないで第 1 近似解を求める方法であるため、 $\Delta X/2Y$ の影響をうけることはなく $R_0 = Y_0/Y$ に極めて近いやや大きい値のところで物体が移動面速度を超える場合の振幅曲線がえられる。また $\Delta X/2Y=0$ における断片線形近似解の有する振幅 A_x も付着運動を伴うところで R_0 曲線との差が顕著に現れ、滑り運動のみからなる定常振動解は平均法からえられる第 1 近似解と比較してかなりのよい一致を与え、両者の振幅曲線にはほとんど差が生じない。 $F_s \neq F_d$ である本報告の場合には断片線形近似法によりえられる定常振動解の発生範囲が、前報の $F_s = F_d$ の場合に比べて、 $\Delta F = F_s - F_d$ すなわち $\Delta X/2Y$ の大きさや $|B_1|$ の値によって付着運動をふくむリミットサイクルの発生速度範囲に関して影響をうける。そのため、前報のように $A_x - R_0$ 曲線のもつ性質から R_0 曲線をもとにして簡単な補正を加えることにより精度の高い断片線形近似解—ほとんど厳密解と考えるとよい—のもつ A_x の値を推定することはできない。しかしながら断片線形近似解において付着運動を伴う定常振動解が発生する速度の全範囲において $R_0 \cong Y_0/Y$ と仮定して $A_x - R_0$ 曲線をえがくと、 $\Delta X/2Y=0$ の場合の特徴をかなり有する曲線がえられる。図 20~23 はこれらの一例を示したものである。すなわち

[A] 形や [C] 形の摩擦特性の場合には、 $\Delta X/2Y=0$ のとき前報図 12 が示すように $A_x - R_0$ 曲線が零および正の 2 箇所の Y_0/Y の値で横軸を切るほぼ三次曲線として示され、さらにこれらの曲線の極大点がほぼ直線上に分布するという性質が見いだされた。それに対し、 $\Delta X/2Y \neq 0$ の場合 (図 20, 23) には、三次曲線は $\Delta X/2Y=0$ とほぼ同じ Y_0/Y の値 (>0) で横軸を切り、もう一方は縦軸を正の値で横切る曲線となる。加えて $A_x - R_0$ 曲線の中には明らかに極大点を有しないで変曲点を有する曲線となるものも生ずる。しかしながらこれらの $A_x - R_0$ 曲線は、それにもかかわらず、 Y_0/Y の三次曲線として近似すると図中の実線の曲線のように定常振動解から得られる $A_x - R_0$ の値 (○, △印など) をよくとおる近似曲線となる。そして [A] 形や [C] 形の $A_x - R_0$ 曲線の中で極大点を示す曲線の間ではやはり $\Delta X/2Y=0$ のときと同じく極大点はほぼ直線上に分布する性質を示すことも確認している。しかしながら本報告では極大点を有しない三次曲線が生ずる場合があるため、前報図 13, 14 の極大点の座標位置を示す M_{Y0}, M_{AR} と $|B_1|$ の関係線図のかわりに、 $A_x - R_0$ 曲線を直接最小二乗法により Y_0/Y の三次曲線として求めた場合の次式中の各係数 A_i の値を図 24, 26 に示す。

$$A_x = R_0 + \{A_3 (Y_0/Y)^3 + A_2 (Y_0/Y)^2 + A_1 (Y_0/Y) + A_0\} \dots\dots\dots (15)$$

摩擦特性が [B] 形となる図 21, 22 の場合についても, [A], [C] 形に比べて若干複雑となるが同様のことが結論され, 係数 $A_i (i=0\sim 3)$ についても例えば図 25 のようになる。

5. 結 言

以上本報告では前半において滑りと付着の両運動を考慮した精度の高い断片線形近似解を電子計算機を用いて求める場合の方法を説明した。また後半では最大

静止摩擦力が孤立点となる場合に発生するリミットサイクルについて検討するとともに, $F_s \neq F_d$ なる摩擦力の不連続性がリミットサイクルのもつ振幅移動面速度特性などに与える影響を, 前報の [A], [B] 形および [C] 形の各種摩擦特性に対して明らかにした。

文 献

- (1) 高野・ほか, 機論, 53-496, C (昭62), 2484.