

ボギー車の車体上下曲げ振動に及ぼす支持ばねの影響*

(第1報, 振動モードの形と固有振動数)

谷藤克也*¹, 桜井賢一*³
小林正樹*², 横瀬景司*¹

The Effects of Resilient Support on the Vertical Body-Bending Vibration of a Bogie Car

(1st Report, Mode Shapes and Natural Frequencies)

Katsuya TANIFUJI, Masakazu SAKURAI,
Masaki KOBAYASHI, and Keiji YOKOSE

The lightening of the car-body mass of railway vehicles is desirable for increasing speed and saving energy. But this may adversely affects riding comfort due to increased bending vibration of the car-body. So, in order to examine the bending vibration characteristics more accurately, it was necessary to improve the calculation model. The improved model for vertical bending is a uniform beam supported on 2 resilient stands at each truck center position. Calculation results about mode shapes and natural frequencies are compared with the bench test data of a real car. As a result, it was made clear that the bending mode remarkable in real cars was simulated more accurately by the 2nd modal shape of an elastically supported beam. And, in the range of the realistic value of supporting elasticity, this shape almost corresponds with the 1st modal one of free beam.

Key Words: Railway, Bogie Car, Bending Vibration, Resilient Support, Mode Shape, Natural Frequency

1. ま え が き

鉄道のスピードアップと省エネルギーのため, 車両の軽量化が検討されている⁽¹⁾. その際の重要なことの一つは, 車体に生ずる上下方向の曲げ振動が乗り心地を損わないことである. ボギー車の車体上下曲げ振動は, すでに幾多の研究⁽²⁾⁽³⁾が行われており, 車両設計に反映されている. しかし, 従来の計算法では現車の固有振動数と合わない場合が認められ, 効果的な設計検討のためにその改善が求められていた.

車体の曲げ振動は2点(二つの台車中心位置)で支持された均一はりの振動として取扱われるが, 文献(2), (3)の方法ではこの支持点を剛体として, その支持点位置に曲げモードの節が存在する形で解析がなされている. 一方, 現車の振動測定結果からは曲げモードの節が台車中心位置より内方にあることが報告されている⁽⁴⁾. このような固有振動数または曲げ振動のモード形(以下では, 振動形ともいう)における現車の

傾向との違いは, はりが剛体的に支持されるとして振動形を決定したためであり, その改善には台車の支持ばね, 特に二次ばね(まくらばね)の剛性を考慮し, 弾性支持されたはりとして解析を行うことが考えられる. このような解析の例としては, 両端で弾性支持されたはりに関して斎藤の報告⁽⁵⁾などがある.

本報ではボギー車の構造を考慮し, 車体を2点で弾性支持した張出し部を有する均一はりとして, 曲げの振動形と固有振動数を解析する. 解析結果を現車の定置試験データと比較することにより, 台車二次ばねの剛性の影響を調べる.

記号の説明

本報で使用する主な記号は以下のとおりである.

$2l$: 車体長

$2l_1$: 台車中心間距離

l_2 : 台車中心位置から車端まで(張出し部)の長さ

m_B : 車体質量

m : 車体単位長さ当たりの質量 $= m_B/2l$

EI : 車体の相当曲げ剛性

k_v : はりを支持する上下方向ばねの剛性

k_B : ボルスタアンカゴムの前後方向剛性

* 昭和63年3月12日 東北支部第23期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和62年7月17日.

¹ 正員, 新潟大学工学部(〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050).

² 学生員, 新潟大学大学院.

³ 正員, 近畿車両(株)車両設計部(〒577 東大阪市稲田966-1).

h : ボルスタアンカから車体曲げ中立軸までの高さ

$z_i(x_i, t)$: はりのたわみ (x_i は長手方向の距離, t は時間)

$Z_1(x_1)$: l_1 区間の曲げ振動形

$Z_2(x_2)$: l_2 区間の曲げ振動形

f_n, ν_n : 曲げ振動の固有振動数, 固有角振動数

ω : 外力の角振動数

j : 虚数記号

2. 弾性支持されたはりの曲げ振動

前述のごとく, ボギー車としての車体は図1(a)に示すような剛体支持台上の単純支持ではなく, 台車ばね系により弾性的に支持されている。そこで, 図1(b)に示すように支持弾性を考慮し, 張出し部を有する均一はりとしてその振動形と固有振動数を解析する。支持弾性は台車中心位置にある上下方向の k_v であり, その他にボルスタアンカゴムによる前後方向の弾性 k_b が考慮されている。ただし, 単純化のために, ボルスタアンカ力の車体側作用位置は台車中央位置上とするほか, 一次ばね(軸ばね)および台車枠の影響は考慮されていない。また, はりの中央に周期的外力 $pe^{j\omega t}$ が作用するものとする。

一般にはりの曲げ振動は, せん断変形と回転慣性の影響を無視すれば, 運動方程式は次式で表される。

$$\partial^2 z / \partial t^2 + (EI/m) \partial^4 z / \partial x^4 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

図において $z_i(x_i, t) = Z_i(x_i)e^{j\omega t}$ なる解を OA 間および AB 間に仮定すれば, それぞれ曲げ振動の規準関数 $Z_i(x_i)$ は, 次式の形で求められる。

OA 間 $Z_1(x_1) = A_1 \cosh \beta x_1 + A_2 \sinh \beta x_1 + A_3 \cos \beta x_1 + A_4 \sin \beta x_1$

AB 間 $Z_2(x_2) = B_1 \cosh \beta x_2 + B_2 \sinh \beta x_2$

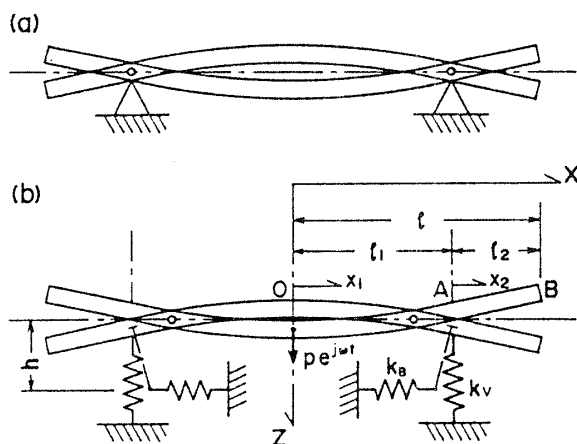


図1 車体上下弾性振動の計算モデル

$$+ B_3 \cos \beta x_2 + B_4 \sin \beta x_2 \dots\dots\dots (2)$$

ここに, β は次式で表される。

$$\beta^4 = \omega^2 m / EI \dots\dots\dots (3)$$

はりの振動形として O 点に関し対称なモードのみを考えることにすれば, 境界条件は次のようになる。

- (1) $x_1 = 0: dZ_1/dx_1 = 0$
- (2) $x_1 = 0: EI(d^3 Z_1/dx_1^3) = p$
- (3) $x_2 = l_2: d^2 Z_2/dx_2^2 = 0$
- (4) $x_2 = l_2: d^3 Z_2/dx_2^3 = 0$
- (5) $x_1 = l_1, x_2 = 0: dZ_1/dx_1 = dZ_2/dx_2$
- (6) $x_1 = l_1, x_2 = 0:$

$$EI(d^2 Z_1/dx_1^2 - d^2 Z_2/dx_2^2) + k_b h^2 dZ_1/dx_1 = 0$$

$$(7) \quad x_1 = l_1, x_2 = 0: Z_1 = Z_2$$

$$(8) \quad x_1 = l_1, x_2 = 0:$$

$$EI(d^3 Z_1/dx_1^3 - d^3 Z_2/dx_2^3) - k_v Z_1 = 0$$

これらの境界条件から次の各式が得られる。

$$A_2 + A_4 = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$A_2 - A_4 = P \dots\dots\dots (5)$$

$$B_1 Y_1 + B_2 Y_2 - B_3 Y_3 - B_4 Y_4 = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$B_1 Y_2 + B_2 Y_1 + B_3 Y_4 - B_4 Y_3 = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$A_1 X_2 + A_2 X_1 - A_3 X_4 + A_4 X_3 - B_2 - B_4 = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$A_1(K_b X_2 + X_1) + A_2(K_b X_1 + X_2) - A_3(K_b X_4 + X_3) + A_4(K_b X_3 - X_4) - B_1 + B_3 = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + A_4 X_4 - B_1 - B_3 = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$A_1(K_v X_1 - X_2) + A_2(K_v X_2 - X_1) + A_3(K_v X_3 - X_4) + A_4(K_v X_4 + X_3) + B_2 - B_4 = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ここに, $X_1 = \cosh(\beta l_1)$, $X_2 = \sinh(\beta l_1)$, $X_3 = \cos(\beta l_1)$, $X_4 = \sin(\beta l_1)$, $Y_1 = \cosh(\beta l_2)$, $Y_2 = \sinh(\beta l_2)$, $Y_3 = \cos(\beta l_2)$, $Y_4 = \sin(\beta l_2)$, $K_v = k_v / (EI\beta^3)$, $K_b = k_b h^2 / (EI\beta)$, $P = p / (EI\beta^3)$ である。

式(4)~(11)を連立方程式として解くことにより, 任意の β に対して係数 $A_1 \sim A_4$, $B_1 \sim B_4$ が定まり, 規準関数 $z_i(x_i)$ を求めることができる。

次に, 外力 $pe^{j\omega t}$ が作用しない場合を考えれば, 条件(1)と(2)から $A_2 = A_4 = 0$ となり, 残りの条件式から係数 $A_1, A_3, B_1 \sim B_4$ を消去することにより, 次の振動数方程式が得られる。

$$(K_v X_1 - X_2) \{ X_4 (Y_1 Y_4 - Y_2 Y_3) - X_3 (1 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_4) - K_b X_4 (1 + Y_1 Y_3) \} + (K_v X_3 - X_4) \{ X_2 (Y_1 Y_4 - Y_2 Y_3) - X_1 (1 + Y_1 Y_3 - Y_2 Y_4) - K_b X_2 (1 + Y_1 Y_3) \}$$

$$\begin{aligned}
 & -X_1X_4(1+Y_2Y_4-Y_1Y_3)-X_2X_3(1-Y_2Y_4 \\
 & -Y_1Y_3)+2X_1X_3(Y_1Y_4+Y_2Y_3) \\
 & +K_B(Y_1Y_4+Y_2Y_3)(X_1X_4+X_2X_3)=0 \\
 & \dots\dots\dots(12)
 \end{aligned}$$

ボルスタアンカゴムの剛性を無視し、支持点が弾性的でないとした場合、すなわち $k_B=0, k_V=\infty$ では次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & (Y_1Y_4-Y_2Y_3)(X_1X_4+X_2X_3) \\
 & -2X_1X_3(1+Y_1Y_3)=0\dots\dots\dots(13)
 \end{aligned}$$

式(13)は松井の導出結果⁽³⁾に一致している。

K_V および K_B をパラメータとして式(12)を満足する β_n を求めることにより、支持弾性 k_V, k_B に応じた n 次の固有角振動数が次式で決定される。

$$\nu_n = \beta_n^2 \sqrt{EI/m} \dots\dots\dots(14)$$

この β を用いて $A_1=1$ と置くことにより、式(6)~(11)から残りの係数 $A_3, B_1 \sim B_4$ を求めれば、固有モードの振動形は式(2)の $Z_i(x_i)$ で表される。便宜的には、車体中央位置 ($x_1=0$) を単位量のわたみとして振動形の比較することができる。

3. 現車による定置試験

車体曲げ振動の実態が通勤形電車を用いて調べられた。試験は、在姿状態で定置された供試車両を対象として、共振法(回転質量 3.4 kg, 偏心量 47.5 mm の加振機使用)で行われ、車体長手方向に約 700 mm 間隔で配置された加速度計により側より下面の振動が測定された。測定条件として、空気ばねが正常動作状態とパンク状態の二つが考慮された。供試車両の主要諸元は以下に示すとおりである。

$$m_B = 24.34 \text{ t}, l_1 = 7.05 \text{ m}, l_2 = 2.95 \text{ m},$$

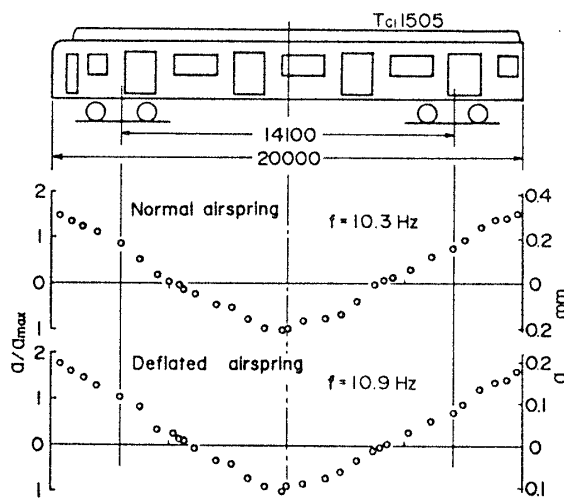


図2 現車の振動形 (定置試験結果)

$$\begin{aligned}
 EI &= 1.44 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2, k_B = 8.33 \times 10^3 \text{ kN/m}, \\
 k_V &= 657 \text{ kN/m} \text{ (空気ばね正常時)}, \\
 k_V &= 1.55 \times 10^4 \text{ kN/m} \text{ (空気ばねパンク時)}
 \end{aligned}$$

図2に共振時における振動形の測定結果を示す。長手方向各測定点の変位 a を最大変位 a_{max} との比で表した。上側が空気ばね正常の場合、下側が同パンク時の場合である。ここに、振動形の変位 a は測定加速度 α から $a = \alpha/\omega^2$ により求められる。ここで、振動数を f とすると、 $\omega = 2\pi f$ である。

図示されるように、曲げ振動形の節は台車中心位置ではなく、それよりも車体内方へ車端からの距離にして全長 ($2l$) のほぼ 1/4 強の位置にある。これは、この振動形が台車中心位置を節とする剛体台上の単純支持はりとしての曲げモードではないことを示している。この傾向は空気ばねがパンクの場合も同様となっており、空気ばね内のストッパゴムないしは軸ばねがなお弾性的支持効果を及ぼしていると考えられる。

4. 数値計算

4.1 共振試験の模擬 定置試験の共振法を想定した、車体中央の加振力を $p = m_a r \omega^2$ とする計算を行った。ここに、 m_a は加振機の回転質量、 r は偏心量を表す。計算に用いた車両諸元および m_a, r の値は、3章に示したものである。図3に、車体中央の加速度に

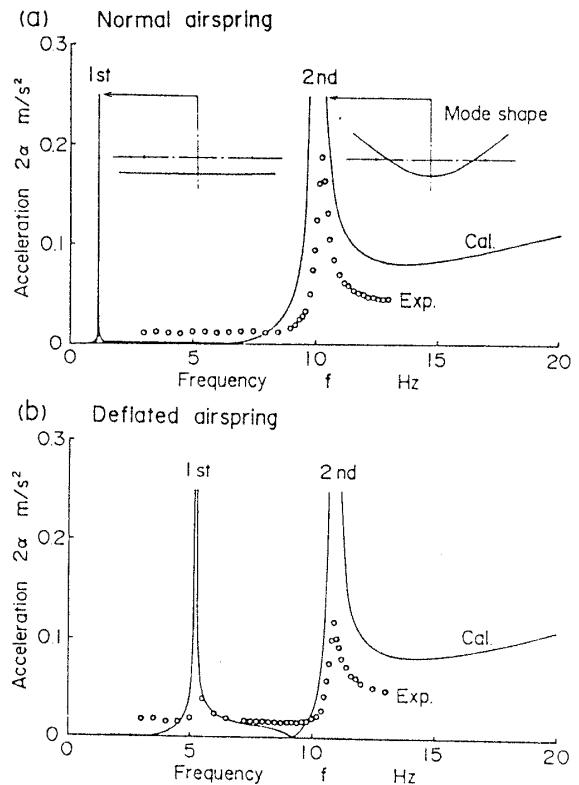


図3 現車データと計算結果の比較 (共振試験)

より、計算結果を現車データと比較して示す。図3(a)は空気ばね正常時、図3(b)はパンク時の場合である。

計算では減衰が考慮されていないため、図示の振動数範囲で計算値に一次および二次固有振動数の強い共振ピークが現れている。各ピーク近傍における振動形が合わせて示される。これらから、共振振動数として現車データに対応するのは二次のピークであり、振動形として図2の測定データに最も近いのも二次ピーク近傍のものであることが示される。

4.2 固有振動の振動数と振動形 次に、自由振動として固有振動の特性を求める。式(12)の振動数方程式から β を直接解くことはできないので、ここでは $\beta=0.001$ から $\Delta\beta(=0.001)$ ごとに式(12)の左辺を計算し、その値が零を横切るような β を求めた。この条件を満たす β は複数存在するが、値の小さなものから n 番目が n 次モードに対応する。

上下支持剛性 k_v をパラメータとする計算結果を図4(a)に示す。実際に現車で問題とされる振動モードは低次のものであることから、ここでは三次モードまでを求めた。現車の k_v に対応するものとして、空気ば

ね正常時とパンク時の値を縦の実線および破線により示す。パンク時の値は内蔵される緩衝ゴムの剛性によるものである。空気ばね正常時の k_v (①)における各モードの形を図4(b)に示す。現車の振動形に近似するのは二次のものであり、振動数も現車データの共振振動数 10.3 Hz にほぼ近い値となっている。ただし、振動形を詳細に比較すると、現車データで節の位置がより内方にあり、しかも張出し部のたわみがより小さいという違いが認められる。

図5は二次モードの固有振動数 f_2 について、 k_v が空気ばねパンク相当値までの範囲で拡大したものである。合わせて、ボルスタアンカゴムの剛性 $k_B=0$ の場合を示す。 k_v が空気ばねパンク相当値で、 f_2 は 10.1 Hz から、10.7 Hz に増大し、 $k_B=0$ で 9.7 Hz に減少する。この k_v の変化に対する f_2 の変動傾向は、図2の現車データのものと同様である。

各次数の固有振動数について、 k_v が極めて小さい場合(②)のモード形を図4(c)に、 k_v が極めて大きい場合(③)を図4(d)に示す。

これらの比較および4.1節の結果から、現車に現れる曲げ振動が単純支持はりの一次モードではなく、弾

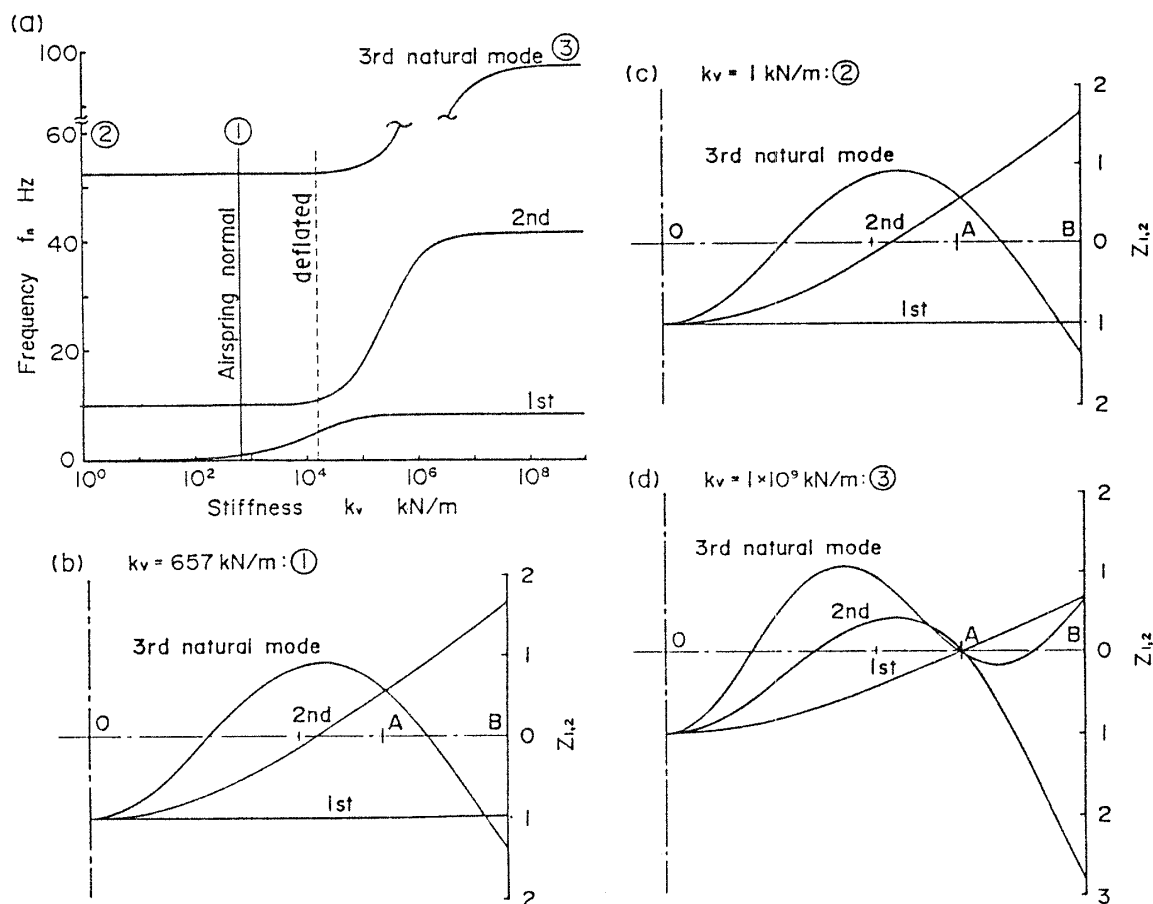


図4 固有モードと上下支持剛性の影響

性的に支持されたはりの(対称)二次モードであることが確認される。さらにこの二次モードの場合、当該車両としての現実的な上下支持剛性 k_v を 1000 kN/m 以下と考えれば、この範囲では固有振動数の変動が小さく、空気ばね正常時においては、 k_v が極めて小さい場合とほとんど同じ振動数であることが示される。また、図4(b)、(c)で示されるように、振動形も一次モードを含めほぼ同一の形となる。一方、 $k_B=0$ にすれば、 k_v の極めて小さい値 (1 kN/m) で固有振動数は 9.7 Hz となり、自由はりの一次曲げモードとしての値と一致する。すなわち、この点②における振動形は、ボルスタアンカゴムによる前後剛性 k_B を無視すれば、自由はりの一次曲げモードに相当する。

次に図4の一次モードについては、空気ばね正常時の振動形は並進動であり、固有振動数は車体を剛体とした場合のものに一致する。また、 k_v が極めて大きな値の場合には、その振動形は単純支持はりの一次モードに相当し、従来の計算モデルで使用されるものとなる。

4.3 車体の質量と相当曲げ剛性の影響 鉄道車両に強く要求される車両の軽量化は、構体軽量化に伴

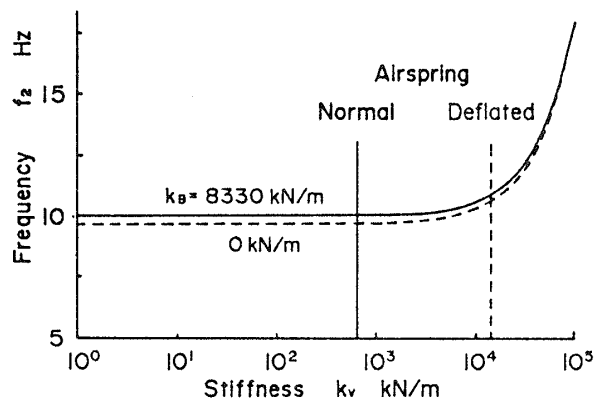


図5 二次モードの固有振動数

う相当曲げ剛性 EI の変化(一般的には低下)と相まって車体曲げ振動に大きな影響を及ぼす。そこで、現車で顕著に現れる二次モードの固有振動数 f_2 だけに着目して、車体の質量 m_B と曲げ剛性 EI をパラメータとする計算を行い、上下支持剛性 k_v と車体曲げの固有振動数の関係に及ぼす影響を調べた。図6(a)は m_B だけが変化した場合、図6(b)は EI だけが変化した場合であり、図6(c)は m_B と EI が同じ割合で変化した場合である。これらの結果は定性的には式(14)から容易に予想されるものではあるが、ここでの供試車両を想定した定量的具体例としてまとめた。

予想されるように、 m_B の減少は f_2 を高め、 EI の減少は f_2 を低下させる。 m_B および EI の固有振動数に及ぼす量的な効果としては、 k_v の大きい範囲では変化量に変動傾向が認められるが、前述した k_v の現実的な値の範囲内では同程度の変化量となる。

鉄道車両の乗り心地評価に用いられる乗り心地レベルは、図7に示す等感覚特性⁽⁶⁾に基づいている。すなわち、上下方向では $4\sim 8 \text{ Hz}$ 帯が最も振動として感じやすくなるため、固有振動数をこの帯域へ近づけないことが乗り心地の観点から望まれる。したがって、車両の軽量化が m_B の減少だけでなく、 EI の減少を伴うものであれば、固有振動数の面では EI の減少率を m_B のそれよりも小さくとどめるような構体形成上の工夫が必要となることが示される。

5. あとがき

現車特性をより正確に模擬することを目的に、張出し部を有する弾性支持された一様はりとするモデル化により、ボギー車の車体上下曲げ振動を解析した。その結果、強制振動の応答特性および振動数方程式から求めたはりの振動形と固有振動数を現車の定置試験データと比較することにより、現車に現れる弾性振動が従来の計算に用いられてきた剛体支持台上の一次曲げ

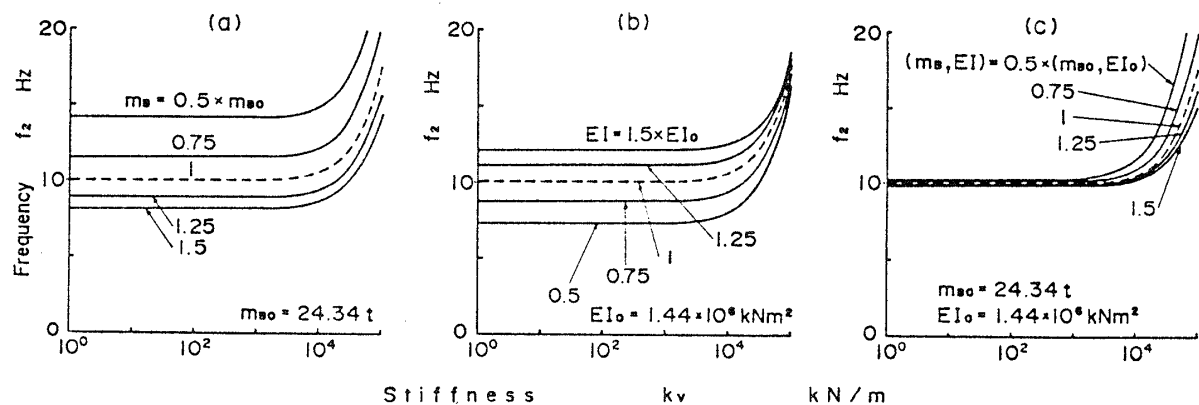


図6 車体質量と相当曲げ剛性の影響

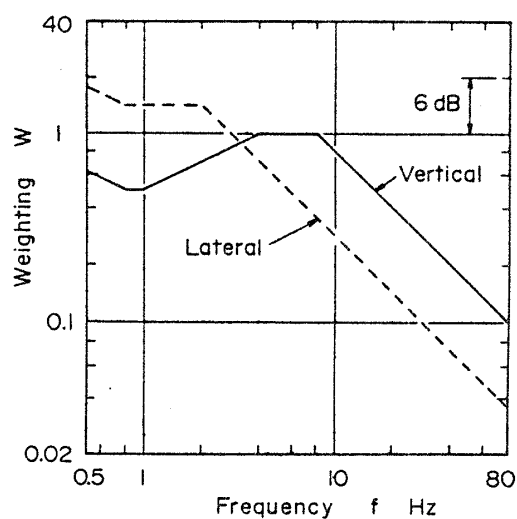


図7 乗り心地フィルタ (等感覚特性)

モードではなく、弾性支持されたはりの対称二次曲げモードとなることが確認された。さらに、上下支持剛性がボギー車としての現実的な値の範囲内であれば、

その特性はむしろ自由はりの一次モードに近いものであることが示された。

また、車体軽量化とそれに伴う車体曲げ剛性の変化が曲げ振動の固有振動数に及ぼす影響を具体例により定量的に調べた結果、曲げ剛性の減少率を車体質量の軽量化率より小さくとどめれば、固有振動数は乗り心地的によりきつい振動数帯へ近づかないことを示した。しかし、乗り心地は振動数だけでなく振幅にも大きく影響されるので、今後はさらに完全な車両モデルにより、減衰の効果を考慮した強制振動の応答特性を調べる予定である。

文 献

- (1) 松田, 機誌, 85-764 (昭57), 716.
- (2) 大塚, 鉄道車両, (昭32), 416, 日刊工業新聞社.
- (3) 松井, 鉄道技術研究報告, No. 285 (昭37), 82.
- (4) 三芳・橋本, 鉄道技術研究所速報, No. 81-104 (昭56), 23.
- (5) 斎藤, 機論, 30-218 (昭39), 1245.
- (6) 三芳, 鉄道技術研究資料, 38-3 (昭56), 127.