

管内空気柱の音響周波数変化を利用した変位の精密測定\*  
(等価回路と流速分布による理論解析)坂本 秀一\*<sup>1</sup>, 一宮 亮一\*<sup>2</sup>A New Measuring Method of Displacement by Means of Variations of  
Sound Frequency and the Length of Air Column in a Small Pipe  
(Theoretical Analysis by Means of Electrical  
Analogous Circuit and Velocity Distribution)

Syuichi SAKAMOTO and Ryoichi ICHIMIYA

A new measuring method of displacement by means of variations of sound frequency and length of the air column in a closed resonant pipe has been investigated. This paper deals with the theoretical analysis of this device as a small and closed edge instrument (for example, a dog training whistle or a closed organ pipe). The electrical analogous circuit of a closed edge instrument was introduced for theoretical analysis. In the calculation, the velocity distribution of blown air on the mouth of the instrument was adopted. The results of the calculation of theoretical equations and experiments coincide significantly.

**Key Words:** Theoretical Analysis, Electrical Analogous Circuit, Edge Instrument, Velocity Distribution, Sounding Frequency, Sounding Range, Displacement Measuring

## 1. 緒 言

一端閉口パイプの開口端に圧縮空気を吹き付けると音響が発生する。そのときパイプ長さの変化(被測定物の変位)により、発生している音響の周波数が変化する現象を利用した変位測定法を考案し、すでに報告<sup>(1)</sup>している。本測定法においては、物体の変位と発生音の周波数はよい対応を示し、高精度で変位の測定が可能である。

パイプの一端に空気を吹き付けると音が発生するという現象は、エアリード楽器(フルート、オルガンパイプなど)の発振機構として知られている。これらの楽器ではパイプ寸法や吹き付ける空気の圧力などを変化させて周波数を変化させている。

本装置の発振機構はエアリード楽器のフィードバック発振機構と同一のものである。そこで、本報ではこの装置を、エアリードを持つ一端閉口の共鳴管(犬笛、一端閉口のオルガンパイプなど)として扱うことにより、等価回路を導いた。導出した理論式と吹き付ける

空気の流速の実測値から発振周波数の理論値を算出するとともに、それが発振条件を満たすかどうかを求め、実際の吹鳴実験との比較を行った結果について報告する。

## 2. 理論解析

**2・1 記号** 本論文に使用する記号は以下のよう  
に定める。

$A \sim D$ :  $N_m$  の四端子定数

$A' \sim D'$ :  $N'_m$  の四端子定数

$a_{\text{eff}}$ : マウスの実効半径

$a_m$ : マウス面の等価半径

$a_p$ : パイプの等価半径

$b$ : ノズルの幅

$c$ : 音速

$d$ : ノズル-エッジ間の距離

$E \sim H$ :  $N_p$  の四端子定数

$E$ : 端補正

$N_m$ : マウスの四端子網

$N'_m$ : マウス内 1/2 要素の四端子網

$N_p$ : パイプ内 1/2 要素の四端子網

$f_c$ : 理論周波数

$f_s$ : 測定周波数

\* 平成元年10月15日 第67期全国大会講演会において講演、  
原稿受付 昭和63年6月28日。

\*<sup>1</sup> 正員、新潟大学大学院自然科学研究科 (〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

\*<sup>2</sup> 正員、新潟大学工学部。

- $h$ : ノズルの高さ
- $j$ : 複素定数
- $K$ : マウスにおける位相定数
- $K'$ : パイプにおける位相定数
- $l$ : パイプの音響的長さ
- $l_m$ : マウスの実効長さ
- $P_n$ : ノズル内圧と大気圧との差
- $p_j$ : ジェット膜上下の音圧差
- $\bar{p}_j$ : ジェット膜上下の音圧差の振幅
- $p_1$ : パイプ入口における音圧
- $p'_1$ : パイプ内中間点における音圧
- $p_2$ : ジェット膜真下における音圧
- $p_3$ : ジェット膜真上における音圧
- $Q_e$ : 音響的駆動源
- $Q_e^{new}$ : フィードバック・ループを一循した後の音響的駆動源
- $Q_m$ : マウスにおける音響的体積流
- $Q'_m$ : マウスにおける音響的体積流
- $Q_p$ : パイプ内における音響的体積流
- $Q'_p$ : パイプ内における音響的体積流
- $S_{eff}$ : マウスの実効断面積
- $S_m$ : マウス面の面積
- $S_p$ : パイプの断面積
- $t$ : 時刻
- $U_e$ : エッジにおけるジェット流速
- $U_0$ : ノズルにおけるジェット流速
- $w$ : マウス面におけるフランジ幅
- $Z_j$ : ジェットの揺動インピーダンス
- $Z_p$ : パイプの入力インピーダンス
- $Z'_p$ : パイプ内 1/2 要素の入力インピーダンス
- $Z_r$ : マウスからの放射インピーダンス
- $\beta$ : 帰還関数
- Phase( $\beta^{-1}$ ):  $\beta^{-1}$  の位相平面上での位相
- $\delta$ : マウスにおける減衰定数
- $\delta'$ : パイプにおける減衰定数
- $\theta_e$ : ジェットの位相進角

- $\lambda$ : 音波の波長
- $\mu$ : 増幅関数
- Phase( $\mu$ ):  $\mu$  の位相平面上での位相
- $\nu$ : 動粘度
- $\xi$ : ジェットの揺動変位
- $\xi_e$ : エッジにおけるジェットの揺動変位
- $\rho$ : 空気の比重
- $\tau_e$ : マウス上のジェット横断時間
- $\omega$ : 角周波数

**2.2 理論解析のための実験モデル** 理論解析にあたっては、数学的な取扱いを容易にするため、形状を理想化したモデルを使用した。図1にモデルの断面図を示す。なおパイプの断面は正四角形であり、一辺が2.5 mmである。細長い長方形断面を持つノズルから出発したジェット膜は、比較的良好な二次元性を保ちながらマウス上を通過し、エッジに到達する。

**2.3 ジェットの数学的記述**<sup>(2)(3)</sup> 図2にパイプの発振機構の概念図を示す。また、図3にマウスの詳細を示す。マウス開口上の空気ジェットはパイプ内部と外部の空気を分離する隔膜とみなせる。この隔膜の上下に音圧差  $p_j = \bar{p}_j \exp(j\omega t)$  を仮定する。このようなジェット膜の揺動運動はエッジにおいてジェットの流れる方向を制御し、ジェットはパイプの内外に交互に流れる。この振動成分が音響的駆動源  $Q_e$  として作動し、その一部がパイプ内空気柱の振動をもたらす。さて、ノズルを出たジェットはある流速  $U_e$  でエッジに当たり、ある揺動変位  $\xi_e$  をもってエッジの上下を横切っている。そしてエッジにおける体積流は  $\xi_e$  によって変調され、 $Q_e$  は次の式で示される。

$$Q_e = -b\xi_e U_e \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $Q_e$  がパイプの中に吹き込む音響的体積流となり、 $-Q_e$  がパイプの外に吹き出す直流的体積流に加わる。また式(1)の負号は  $\xi_e$  と  $Q_e$  の正方向の定義による。また、揺動変位  $\xi_e$  は次の式により示される。

$$\xi_e/p_j = (1/\rho h \omega^2) \mu_e(\theta_e) \dots \dots \dots (2)$$

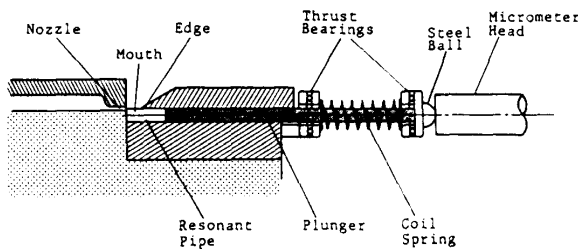


図1 理論解析用モデルの断面図

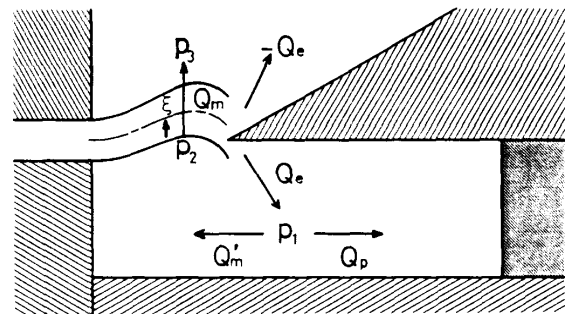


図2 発振機構の概念図

$$p_j = \bar{p}_j \exp(j\omega t)$$

$$\mu_e(\theta_e) = -1 + (1 + j\theta_e) \exp(-j\theta_e) \dots\dots\dots (3)$$

ここで  $\theta_e$  は  $\tau_e$  に  $\omega$  をかけたジェット位相進角(マウス上でのジェットの位相遅れ)であり、次式で示される。

$$\theta_e = \omega \tau_e \dots\dots\dots (4)$$

さて、ジェットの揺動  $\xi$  はマウスにおける音響的体積流  $Q_m$  を生み出す。  $Q_m$  は、次の式で示される。

$$Q_m = b \int_0^d (j\omega \xi) dx = (b U_e / \rho h \omega^2) W p_i \dots\dots\dots (5)$$

$$W = [2(U_0/U_e) - (2\cos\theta_e + \theta_e \sin\theta_e)] + j[-(\omega d/U_e) + (2\sin\theta_e - \theta_e \cos\theta_e)] \dots\dots\dots (6)$$

さて、図2によれば  $Q_e$  は  $p_i$  の位置において  $Q_p$  と  $Q_m$  に分岐するものと考えられる。そして、パイプ内への音響的体積流  $Q_p$  は次に示される。

$$Q_p = Q_e - Q_m$$

**2.4 等価回路** 理論計算にあたっては、発振に関係する幾何学的要素を、電気的素子に置き換えた。こうして発振機構は電気的等価回路に置き換わる。この等価回路を用いて計算し、発振条件や、発振周波数を理論的に求める。

二つの駆動源  $Q_e$  と  $-Q_e$  に対して得られた上述の関係により、図2に示した発振状態に対する等価回路は図4により表せる。ここで素子  $Z$  は、それぞれ幾何学的要素にあたる音響インピーダンスを示す。また、

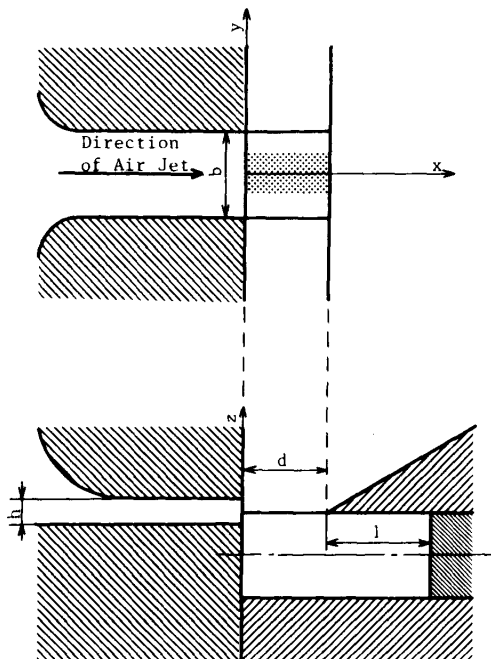


図3 マウス部分の詳細図

素子  $N$  は四端子網で示した音響的要素である。

**2.5 フィードバック・ループ<sup>(2)(3)</sup>** 増幅作用の入力としては、数学的取扱の都合上、  $Q_m$  を選択する。そのため  $Q_m \rightarrow p_j \rightarrow \xi_e \rightarrow Q_e \rightarrow Q_m$  としてフィードバック・ループが形成される。ジェット膜上の乱れの結果としての  $Q_m$  はジェット膜の揺動インピーダンス  $Z_j$  に従って音圧  $p_j$  を発生させ、  $p_j$  がエッジにおいてジェット膜の揺動変位  $\xi_e$  をもたらし、  $\xi_e$  に従って  $Q_e$  は変調される。この  $Q_e$  の一部である  $Q_p$  がパイプ内の空気柱の振動を維持し、残りの成分の  $Q_e - Q_p$  が初めの原因であった  $Q_m$  としてマウスを通りジェットに帰還される。このようなフィードバック・ループに基づき、増幅関数  $\mu$  と帰還関数  $\beta$  をそれぞれ次のように定義できる。

$$\mu = (p_j/Q_m) (\xi_e/p_j) (Q_e/\xi_e) = Q_e^{new}/Q_m$$

$$\beta = Q_m/Q_e$$

このとき次の発振方程式が定常的発振状態に対して成り立つ。

$$\mu\beta = [(Q_e/\xi_e) (\xi_e/p_j) (p_j/Q_m)] \times [(Q_m/Q_e)] = 1 \dots\dots\dots (7)$$

発振方程式(7)は、フィードバック・ループを一巡したときの利得がちょうど1に等しいことを示している。換言すれば、

$$\text{位相条件: Phase}(\mu) + \text{Phase}(\beta) = 0 \dots\dots\dots (8)$$

が発振可能な周波数を与え、さらに

$$\text{振幅条件: } |\mu\beta| \geq 1 \dots\dots\dots (9)$$

が同時に満たされるならば、上記の周波数での発振が実現されることになる。もしも不等式  $|\mu\beta| > 1$  が満たされるならば、発振は時間とともに成長する。しかし、そのような場合には  $\xi_e$  と  $Q_e$  との間での非線形性が  $\mu$  または  $\beta$  を減少させ、最終的には  $|\mu\beta| = 1$  での振幅が与えられる。こうして発振は定常状態に落ち着く。

**2.6 増幅関数** 増幅関数は式(1)、(2)より

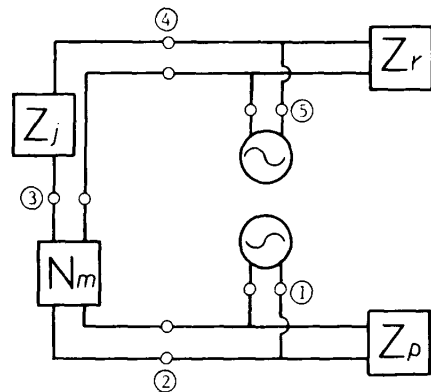


図4 等価回路①

$$\begin{aligned} \mu &= (Q_e/\xi_e) (\xi_e/p_j) (p_j/Q_m) \\ &= (-bU_e) (\mu_e/\rho h \omega^2) (Z_j) \\ &= (b/\rho h \omega^2) (-U_e \mu_e) Z_j \end{aligned} \quad (10)$$

と表せる。ここで、 $Z_j = p_j/Q_m$  と定義する。

**2.7 帰還関数** 帰還関数  $\beta$  を周波数の関数として示すために、等価回路の音響インピーダンスならびに四端子定数を計算する。まず、図4の等価回路は駆動源を省いて表すと図5のようになる。ここでパイプとマウスに用いる折れ線近似による等価回路の適用限界は、適用される管の長さが、一要素につき  $0.16\lambda$  以下である<sup>(4)</sup>。ここでは、一端閉口で一倍音を対象にするため、パイプの部分は二要素に分割すればよい。また、パイプの長さが極端に短い場合は、マウスの長さが相対的に長くなるので、マウスも二要素に分割する必要がある。したがって、図5の  $N_m$  と  $Z_p$  は、図6と図7のように表される。

**2.7.1 マウスの四端子定数** マウスは二要素に分割されるので、二つの  $N_m$  それぞれについての長さは、 $l_m/2$  となる。ここで、図5および図6における②③間の伝達マトリックスは、次のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_1 \\ Q_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^2 \\ Q_m \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^2 \\ Q_m \end{bmatrix} \end{aligned}$$

次に、減衰伝搬する管内平面波についての四端子定数を求める式を示す<sup>(5)</sup>。

$$\begin{aligned} A' &= \{ \cosh(\delta l_m/2) \cdot \cos(Kl_m/2) \\ &\quad + j \sinh(\delta l_m/2) \cdot \sin(Kl_m/2) \} \\ B' &= \rho c / S_{eff} \{ \sinh(\delta l_m/2) \cdot \cos(Kl_m/2) \\ &\quad + j \cosh(\delta l_m/2) \cdot \sin(Kl_m/2) \} \\ C' &= S_{eff} / \rho c \{ \sinh(\delta l_m/2) \cdot \cos(Kl_m/2) \\ &\quad + j \cosh(\delta l_m/2) \cdot \sin(Kl_m/2) \} \\ D' &= A' \end{aligned} \quad (11)$$

ところで、式中の  $\delta(1/m)$  は管内平面波の減衰定数であり、次の式で近似される<sup>(6)</sup>。

$$\delta \approx 2.11 \times 10^4 (2\pi c/\omega)^{-0.5} (2ca_{eff}/\nu)^{-1} \quad (12)$$

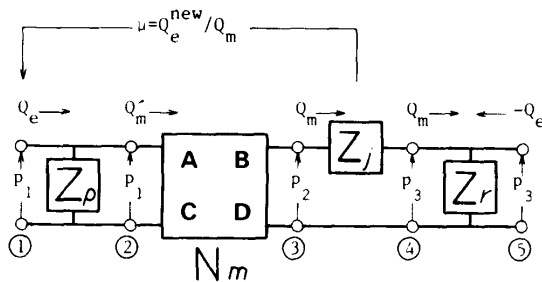


図5 等価回路②

また、 $K$  は位相定数であり、次の式で示される。

$$K = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \delta^2} \quad (13)$$

ここで、マウスの実効長さ  $l_m$  と実効断面積  $S_{eff}$  および実効半径  $a_{eff}$  を知る必要があるが、ここではマウスに等価な円すい台を仮定した近似により求めた<sup>(2)</sup>。

**2.7.2 パイプの入力インピーダンス  $Z_p$**  パイプは二要素に分割されるので、 $N_p$  や  $Z'_p$  各々についての長さは、 $1/2$  となる。パイプの内部における伝達マトリックスは、図7より次のようになる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ Q_p \end{bmatrix}$$

これは次のように書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_1/Z'_p \end{bmatrix}$$

ここで  $p_1$  を消去し  $Z_p = p_1/Q_p$  であることにより

$$Z_p = \frac{E + F/Z'_p}{G + H/Z'_p} \quad (14)$$

となる。このとき、図5における①②間の伝達マトリックスは、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_p^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ Q_m \end{bmatrix}$$

ここで、 $N_p$  の四端子定数は式(11)と同様に

$$\begin{aligned} E &= \{ \cosh(\delta' l/2) \cdot \cos(K' l/2) \\ &\quad + j \sinh(\delta' l/2) \cdot \sin(K' l/2) \} \\ F &= \rho c / S_p \{ \sinh(\delta' l/2) \cdot \cos(K' l/2) \\ &\quad + j \cosh(\delta' l/2) \cdot \sin(K' l/2) \} \\ G &= S_p / \rho c \{ \sinh(\delta' l/2) \cdot \cos(K' l/2) \\ &\quad + j \cosh(\delta' l/2) \cdot \sin(K' l/2) \} \\ H &= E \end{aligned} \quad (15)$$

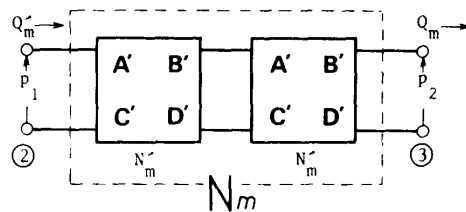


図6 マウスを表す等価回路

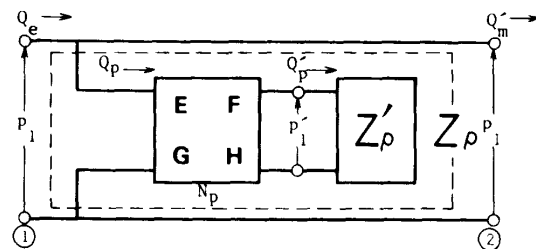


図7 パイプの入力インピーダンス  $Z_p$  を表す等価回路

となる。もう一方の要素にあたる  $Z'_p$  を次に示す<sup>(5)</sup>。

$$Z'_p = \frac{\rho \cdot c}{S_p} \frac{(\exp(\delta' l) + \exp(-jK' l))}{(\exp(\delta' l) - \exp(-jK' l))} \dots\dots\dots (16)$$

減衰定数  $\delta'(1/m)$  は、式(12)と同様に表される。

$$\delta' \approx 2.11 \times 10^{-4} (2\pi c/\omega)^{-0.5} (2ca_p/\nu)^{-1} \dots\dots\dots (17)$$

位相定数  $K'$  も式(13)と同様に表される。

$$K' = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \delta'^2} \dots\dots\dots (18)$$

2.7.3 ジェットの揺動インピーダンス  $Z_j$  図5

における③④間の伝達マトリックスは、次に示される。

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ Q_m \end{bmatrix}$$

$$p_2 = p_3 + Z_j Q_m \dots\dots\dots (19)$$

ジェットの揺動に関する音響インピーダンス  $Z_j$  を、 $p_j/Q_m$  として定義したので、式(5)より次の式を得る。

$$Z_j = p_j/Q_m = [(bU_e/\rho h\omega^2)W]^{-1} \dots\dots\dots (20)$$

2.7.4 マウスからの放射インピーダンス  $Z_r$  図5

における④⑤間の伝達マトリックスは、次に示される。

$$\begin{bmatrix} p^2 \\ Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_r^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ Q_m \end{bmatrix}$$

$$Q_m = p_3 Z_r^{-1} + Q_e \dots\dots\dots (21)$$

マウスからの放射をバツフルなしのピストンからの放射に等価とみなすことにより、マウスの音響的放射インピーダンス  $Z_r$  は次の式で表される。

$$Z_r = \left( \frac{\rho\omega^2}{4\pi c} \right) + j \left( \frac{\rho\omega^2}{\pi a_m^2} \right) E a_m \dots\dots\dots (22)$$

ここで  $E$  は Benade の端補正の式である<sup>(7)</sup>。

$$E = 0.821 - 0.13(0.42 + w/a_m)^{-0.54}$$

2.7.5 帰還関数  $\beta$  の導出 以上の結果より等価

回路を構成する音響インピーダンス、および四端子定数が得られた。最後に帰還関数  $\beta$  を導出する。図5における①③間の伝達マトリックスより次の関数を得る。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_p^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ Q_m \end{bmatrix}$$

$$Q_e = (AZ_p^{-1} + C)p_2 + (BZ_p^{-1} + D)Q_m \dots\dots\dots (23)$$

式(19)、(21)、(23)により  $\beta (=Q_m/Q_e)$  が求まる。

$$\beta = \frac{(AZ_p^{-1} + C)Z_r + 1}{(AZ_p^{-1} + C)(Z_r + Z_j) + BZ_p^{-1} + D} \dots\dots\dots (24)$$

2.8 発振方程式 式(10)、(24)より発振方程式

(7)は  $\mu = \beta^{-1}$  とすることにより

$$(b/\rho h x^2) (-U_e \mu \epsilon) Z_j$$

$$= \frac{(AZ_p^{-1} + C)(Z_r + Z_j) + BZ_p^{-1} + D}{(AZ_p^{-1} + C)Z_r + 1} \dots\dots\dots (25)$$

となる。マウスにおけるジェットの流速分布を測定すれば、 $\tau_e$ 、 $U_0$ 、 $U_e$  がわかる。よって式(4)を考慮すれば式(3)、(6)、(20)で表される  $\mu_e$ 、 $W$ 、 $Z_j$  は周波数のみの関数になる。また、パイプやマウスの寸法がわかるならば、音響インピーダンス  $Z_p$ 、 $Z_r$  および  $N_m$  の四端子定数も周波数のみの関数となる。

3. 流速の測定

ジェットの流速の測定には、熱線流速計を使用した。一連の実験においては、有効長約1mmのI形プローブを使用した。また、熱線の較正は実験装置で用いられているノズルそのものを使用して行った。較正の範囲は、精度を向上させるため、ノズルの内圧によって、0~50、0~100、0~200 m/sのいずれかにした。なお、マッハ数が大きいため、空気の圧縮性を考慮してある。流速の測定は、ノズル内圧力を段階的に変化させて行った。測定にあたっては図3の領域において、熱線プローブをノズル-エッジ間 ( $x=0\sim$

表1 計算に用いた定数

$a_{eff}$ :1.343mm	$a_m$ :1.271mm	$a_p$ :1.419mm
$S_{eff}$ :5.662mm <sup>2</sup>	$S_m$ :5.072mm <sup>2</sup>	$S_p$ :6.322mm <sup>2</sup>
$b$ :2.463mm	$d$ :2.00 mm	$h$ :0.595mm
$l_m$ :2.224mm	$E$ :0.777	$c$ :344310m/s
$\nu$ :15.49mm <sup>2</sup> /s	$\rho$ :1.2037×10 <sup>-6</sup> g/mm <sup>3</sup>	

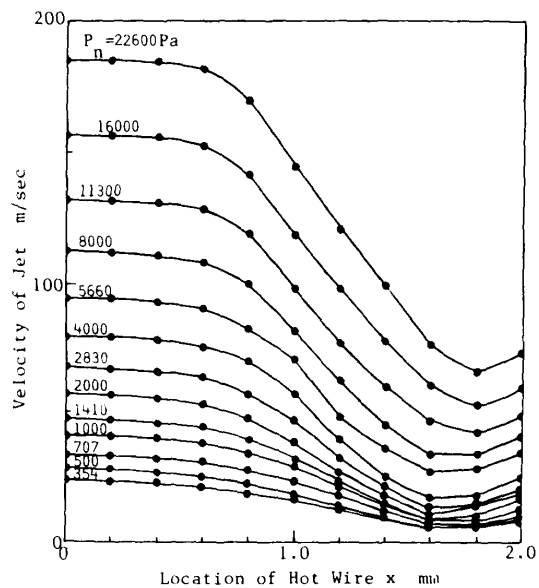


図8 マウス面上の平均速度分布

d) で  $d/10$  おきに動かして流速分布を調べた。測定結果を図 8 に示す。なお  $\tau_e$  は幾何平均による近似式で求めた<sup>(1)(2)</sup>。

4. 理論値と実験値の比較

はじめに、計算に用いた定数などを表 1 に示す。

吹鳴実験においては、パイプ長さ、ノズル内圧力を変化させた。これに伴い、発生する周波数は変化する。ところで、パイプの長さによって、発振の起こるノズルの内圧力の範囲は異なる。また、同様に、ノズル内圧力によって、発振の起こるパイプ長さの範囲は異なる。したがって、周波数と、発振範囲が理論計算と吹鳴実験とで一致するかを問題にした。ノズル内圧力の変化を理論式に反映させるには、吹鳴実験において周波数を測定したときと同じノズル内圧力において測定された  $\tau_e$ ,  $U_0$ ,  $U_e$  を理論式に代入すればよい。その結果、 $\mu$  と  $\beta$  を、理論周波数  $f_c$  のみで掃引することが可能となる。

図 9 は  $\beta^{-1}(f_c)$  と  $\mu(f_c)$  を位相平面上で重ねたものである。 $f_c$  が高くなるにつれ  $\beta^{-1}$  は位相平面上で左上に動き、第一象限に中心を持つ大きな円を時計周りに描く。そしてその位相  $\text{Phase}(\beta^{-1})$  は図 9 で示す範囲

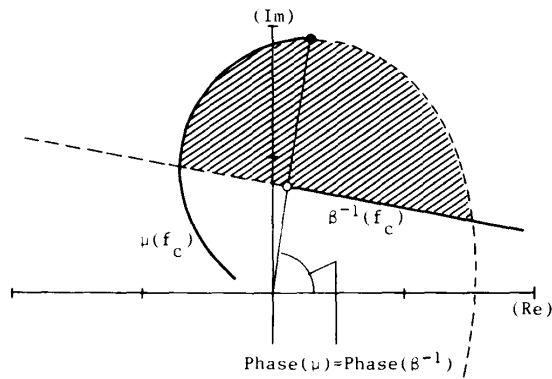


図 9  $\text{Phase}(\mu) = \text{Phase}(\beta^{-1})$  となる点

では次第に大きくなっていく。また、 $f_c$  が高くなるにつれ  $\mu$  は位相平面上で時計周りに動いていく。そしてその位相  $\text{Phase}(\mu)$  は次第に小さくなっていく。このように両者をパラメータ  $f_c$  で動かしていくと、必ず  $\text{Phase}(\mu) = \text{Phase}(\beta^{-1})$  となる点がある。式(8)の位相条件を満たす発振可能な周波数はこのときの  $f_c$  である。

さらに、このとき  $|\beta^{-1}| \leq |\mu|$  であれば式(9)の振幅条件が満たされ、理論上発振が起こることになる。つまり、図の影の範囲で両者の位相(Phase)が合致すれ

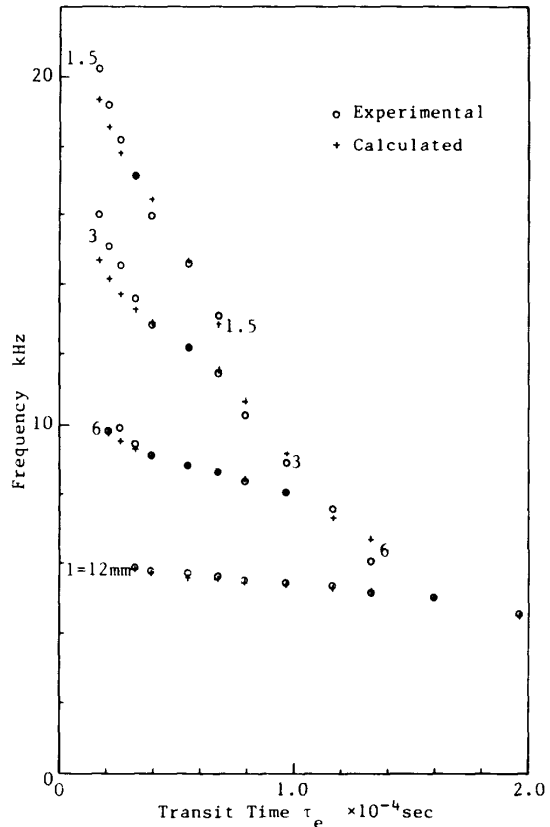


図 11 理論周波数  $f_c$  と測定周波数  $f_s$  の比較①

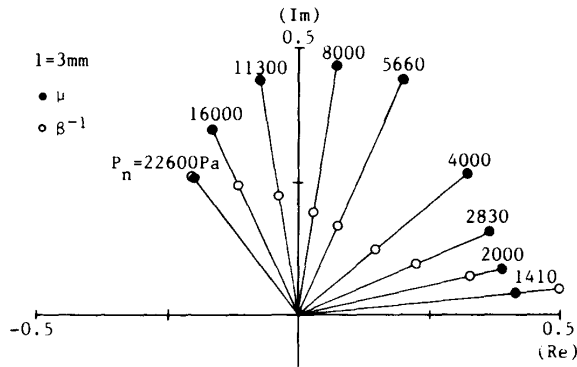


図 10 位相平面上で表した計算結果①

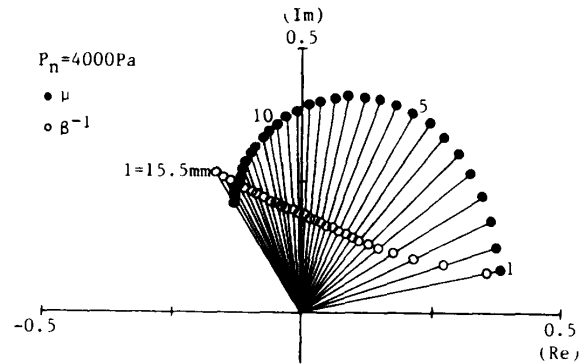


図 12 位相平面上で表した計算結果②

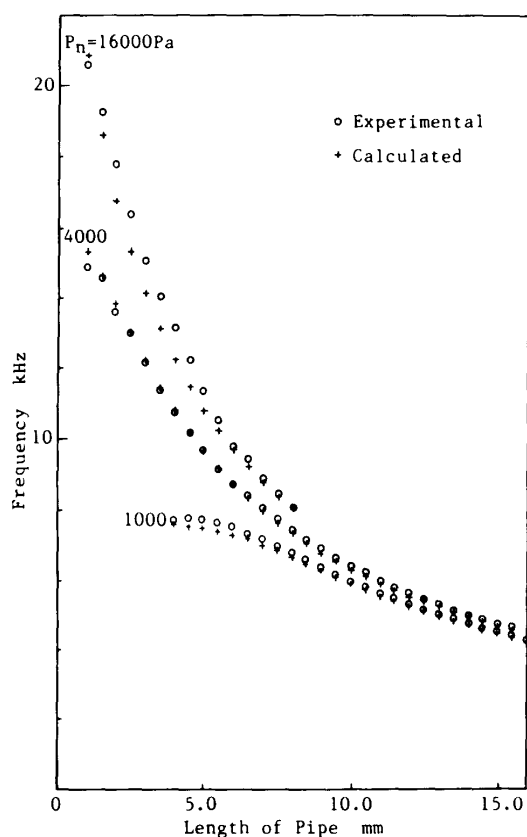


図 13 理論周波数  $f_c$  と測定周波数  $f_s$  の比較②

ば振幅条件が満たされることになる。ここで、図上の  $|\mu| - |\beta^{-1}|$  は振幅条件のマージンであるとも言える。

図 10 はパイプ長さ  $l=3\text{mm}$  のときの吹鳴実験において発振可能であったノズル内圧力(1 410~22 600 Pa)についての計算結果を重ねて示したものである。ノズル内圧力  $P_n$  が大きくなるにつれ、発振点の位相(Phase)は次第に大きくなっていくのがわかる。ノズル内圧力が最小と最大のときの計算結果は発振領域の両端に良く一致している。つまり、計算結果は発振領域そのものになっている。

図 11 は、図 10 の例のようにパイプ長さ一定でノズル内圧力を変化させた場合の理論周波数  $f_c$  と、吹鳴実験によって測定された発振周波数  $f_s$  とを比較したものである。なお、横軸にはマウス上のジェット横断時間  $\tau_e$  がとってある。 $\tau_e$  が小さい(つまりノズル内圧力が高い)部分で、若干理論値が低くなる傾向があるが、両者は良く一致しており、理論値は吹奏圧の増加に伴うピッチの上昇に追従している。

図 12 は、ノズル内圧力 4 000 Pa のときの吹鳴実験において発振可能であったパイプ長さ( $l=1\sim 15.5$

mm)についての計算結果を重ねて示したものである。パイプが長くなるにつれて、発振点の位相(Phase)は次第に大きくなっていくのがわかる。図 10 と同様、パイプ長さが最小と最大のときの計算結果は発振領域の両端に良く一致している。やはり、ここでも計算結果はそのまま発振領域に一致している。

図 13 は、図 12 の例のようにノズル内圧力一定で、パイプ長さを変化させた場合の理論値と実験値の比較である。ここでも、理論値と実験値は良い一致を見ている。

## 5. 結 言

小さいパイプの一端面からプランジャを差込み一端閉口としたものの他端面に圧縮空気を吹き付け、音響を発生させたとき、プランジャを変位させるとパイプの長さが変わり音響の周波数が変化することを利用した新しい変位測定法において、実験および理論解析を行い次の結果を得た。

(1) 一端閉口パイプの開口端に空気ジェットを吹き付けて音響を発生させた場合の発振機構は、犬笛や一端閉口のエアリード楽器の発振機構と同一のものである。この点に着目し、一端閉口でエアリードを持つ共鳴管の発振機構を解析することにより等価回路を導いた。そして、等価回路を構成する音響インピーダンスおよび四端子網の四端子定数の各式を導入した。

(2) 数値計算においては、吹き付ける空気の状態を理論式に反映させるため、式中に流速の測定値を代入した。理論周波数をパイプ長さで陽に記述することは困難であるため、数値解析により発振領域や、発振周波数を求めた。さらに、その結果を吹鳴実験において発振の起こった範囲および周波数の測定結果と比較することにより、等価回路の検証を行った結果、両者は良く一致し、満足できる結果が得られた。

終わりに、本研究を進めるに当たり、有意義なご教示をいただいた防衛庁技術研究本部第 5 研究所、吉川茂氏に心からお礼申し上げる。

## 文 献

- (1) 一宮・坂本, 機論, 54-499, C(1988), 651-655.
- (2) Yoshikawa, S. and Saneyoshi, J., *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)*, 1(1980), 543-550.
- (3) 吉川・実吉, 音響誌, 37(1981), 543-550.
- (4) 荒井, 音響誌, 16(1960), 16-28.
- (5) 須山・平田, 音響誌, 35(1979), 165-170.
- (6) 文献(5)の 152-164 ページ.
- (7) Benade, A. H., *J. Acoust. Soc. Am.*, 41(1967), 1609.