

管内空気柱の音響周波数変化を利用した変位の精密測定*

(スピーカによる共鳴法における理論解析)

坂本秀一*¹, 一宮亮一*²

A New Measuring Method of Displacement by Means of Variations of Sound Frequency and the Length of Air Column in a Small Pipe
(Theoretical Analysis of the Resonant Method by Using Speaker)

Syuichi SAKAMOTO and Ryoichi ICHIMIYA

A new measuring method of displacement by means of variations of sound frequency and length of an air column in a closed resonant pipe has been investigated. This displacement sensor is oscillated by the feedback loop which is composed of a speaker, microphone and phase-locked loop instead of an air jet for the feedback excitation mechanism on the edge instrument. The sound pressure takes the largest value at the resonant frequency. The displacement of the plunger corresponds to the length of the air column. Thus the displacement of the plunger has good correspondence to the resonant frequency of the air column. However the oscillating frequency shifts from the original resonant frequency at the end of the range due to the use of the filter and simple circuit. Thus, the original resonant point is measured by transfer function from the FFT analyzer. An electrical analogy is adopted for theoretical analysis of the acoustic system. The results of the calculations and experiments coincide significantly.

Key Words: Sensor, Positioning, Sound, Transfer Matrix, Transfer Function

1. 緒 言

超精密加工の発展について、工作機械や加工物の精度は年ごとに急速に高くなっているため高精度、安価かつ簡単な測定方法が生産現場から要求されている。

本研究は、物体の変位をパイプに発生する音響の周波数に対応させて、変位を精密に測定する新しいセンサを開発し、実用化することを目的としている⁽¹⁾⁽²⁾。

前報で報告した変位測定用のセンサ⁽³⁾は以下のようなものである。小さな両端閉口管の一端に設けた小孔から適当な音波を入れると、管内の音圧には両端閉口管の共鳴周波数近傍でピークが現れる。管内の音圧は端面付近に開けられた小孔からアイクロホンによりピックアップされる。この空気柱(共鳴器)の長さは、管の一端を閉止しているプランジャーが動くことにより変化する。したがって、空気柱の発振周波数は測定子の変位に対応する。そこで、スピーカを音源とし、マイク、PLL(位相同期ループ)デバイス等を用いて、電子回路によりフィードバックループを構成し発振させる方法を考案した。この方法によると、接触子の変位に

対し発振周波数が忠実に追従し、約1μmの精度で変位測定が可能である。

さて、前報で、空気柱長さと発振周波数の関係についての一例を示したが、帯域制限のため用いたフィルタの影響などで、ストローク両端部において、周波数がシフトした。このことは実用上あまり問題にならないが、本来この音響系が持っている特性を示すには至らなかった。そこで本報では、理想的な遮断特性を持ったフィルタの使用を仮定した特性を調べるためにセンサの伝達関数を測定し、この結果から客観的な発振周波数を実験的に求めることを試みた。さらに、等価回路近似によりセンサの音響系を理論解析し、先の実験結果と比較した。

2. 本変位センサの概要

本変位センサの構成を図1に示す。電源投入瞬間のVCO(電圧制御発振器)は設定範囲の下限である自走周波数を出力し、その周波数の音波がスピーカから管内に放射される。管内の音圧はマイクによりピックアップされ、PC(位相比較器)に入力される。こうしてPLLはロックする。VCO出力の信号は電気音響系を経由して再びPCに入力される。そのため、PLLがロックした状態でVCO出力の周波数は設定範囲を自由

* 原稿受付 平成2年6月29日。

*¹ 正員、新潟大学大学院自然科学研究科(950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

*² 正員、新潟大学工学部。

に動けることになる。結果として共振点以外では VCO 出力の周波数は設定範囲をスイープしていく。そして最終的に最も大きな PC 入力が得られる周波数、すなわち共振点に収束する。実際にこの動作は極めて短時間に完了するので、発振周波数は電源投入とほとんど同時に収束すると考えてよい。いったん PLL が収束すると、その後の発振周波数はプランジャーの動きに対してリアルタイムで追従する。

3. 伝達関数の測定

本装置のスピーカは、簡単に入手できる音源として HiFi イヤホンを用いた。マイクも市販の安価なコンデンサマイクロфонを用いた。伝達関数の測定は図 2 に示すような構成で行った。関数発生器による正弦波スイープ信号をスピーカからセンサ内に放射し、それに同期した信号と、マイクが拾った信号とを FFT アナライザに入力してフーリエ解析を行うものである。

図 3 はセンサの伝達関数測定結果を周波数領域で示したものである。縦軸には振幅、奥行方向には空気柱

長さをとっている。共振ピークが空気柱長さの変化につれて移動していくのがわかる。

なお、測定は所要時間の短縮のため、10 kHz 以上について行った。なお、共振分のみをできるだけ客観的に観察するため、非共振状態の周波数特性(プランジャーを抜き取り、代わりに吸音材(フェルト)で閉止したときの周波数特性)でイコライズした結果を示してある。

さて、図 3 における共振ピークをそれぞれの空気柱長さについて拾っていくことにより空気柱長さと共振周波数の関係を求めることができる。結果の一例が図 4 である。比較のために、図 1 の構成でセンサとしてフ

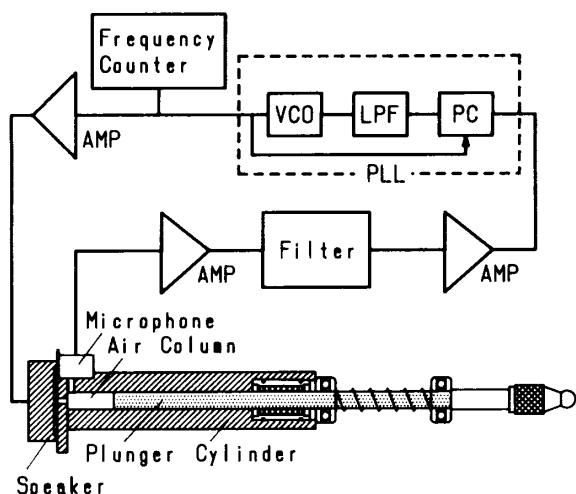


図 1 変位センサのブロック図

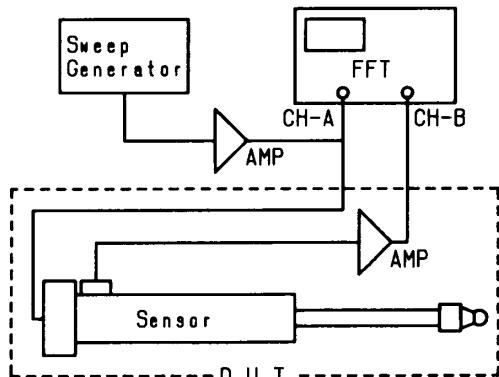


図 2 センサの伝達関数測定時のブロック図

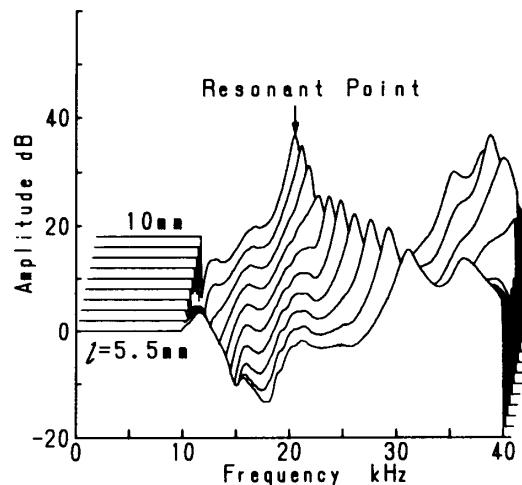


図 3 センサの伝達関数測定結果

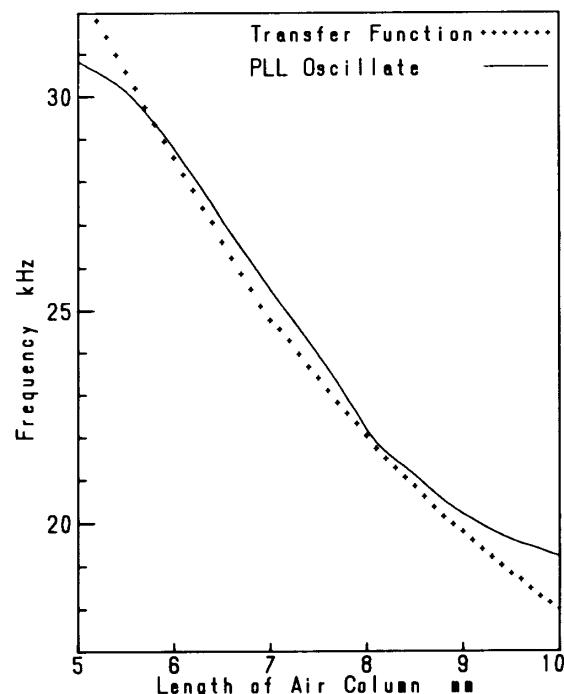


図 4 空気柱長さと周波数の関係

4・5 空気柱の部分 空気柱にあたる部分は音波の伝搬を平面波と仮定し、減衰を考慮した場合の伝達マトリックスを用いて表す。ところで、図8の③点においてマイク前室とその頸部のインピーダンス(破線で囲んだ Z_m)が空気柱の途中を短絡しているため、空気柱は、図8の N_p にあたる②～③点の部分と、 Z_p にあたる③点より右側の部分に分けて考える。

さて、②点の空気柱側の音圧と体積速度をそれぞれ p_2 , Q_2 とし、③点の音圧と体積速度をそれぞれ p_3 , Q_3 とすると、②～③点の音圧と体積速度に関する伝達マトリックスは式(22)により次式で表される。

次に、四端子定数 $A_1 \sim D_1$ は式(23)により次式のようになる。ここで、 l_i は②～③点の部分の長さを、 S_p はその断面積を示す。

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_1 &= \{\cosh(\delta l_1) \cdot \cos(kl_1) \\ &\quad + j \sinh(\delta l_1) \cdot \sin(kl_1)\} \\ \mathbf{B}_1 &= \rho c / S_p \{\sinh(\delta l_1) \cdot \cos(kl_1) \\ &\quad + j \cosh(\delta l_1) \cdot \sin(kl_1)\} \\ \mathbf{C}_1 &= S_p / \rho c \{\sinh(\delta l_1) \cdot \cos(kl_1) \\ &\quad + j \cosh(\delta l_1) \cdot \sin(kl_1)\}\end{aligned}$$

式(30)中の δ は、式(7)の a を空気柱半径 a_p に置き換えることで求まり、このときの δ と式(8)により k が求まる。

さて、右端の Z_p は、③点からの分岐管として扱えるので式(27)により次式で示される。なお、③点から右側の部分の長さを l_2 とする。

$$Z_p = \frac{\rho_C}{S_p} \frac{\exp(2\delta l_2) + \exp(-2jkl_2)}{\exp(2\delta l_2) - \exp(-2jkl_2)} \dots \dots \dots \quad (31)$$

4・6 スピーカ前室とその頸部 図7のスピーカ前室の空洞部はその形状から容量性のみを考慮し音響キャパシタンスとして扱う。したがって、スピーカ前室のインピーダンスは図8における Z_{sr} に相当する。

音響インピーダンス \equiv 音圧/体積速度, とすると, 音響キャパシタンス C_{sr} は次の式で示される。

よって、インピーダンス Z_{sr} は、次の式で表される。

$$Z_{sr} = \frac{1}{j\omega C_{sr}} = -j \frac{\rho c^2}{V_{sr}\omega} \quad \dots \dots \dots \quad (33)$$

さて、スピーカ前室部分のインピーダンス Z_{sr} は駆動源に並列接続されることになるため、図 8 の N_{sr} にあたる伝達マトリックスは式(28)より次式を得る。

$$N_{sr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_{sr}^{-1} & 1 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (34)$$

次に、図7の①～②点のスピーカ前室頸部は、音響的質量素子の役割が期待され、スピーカ前室と共鳴器の結合子となる。しかし、抵抗要素や容量性も考慮し、一般の音響管と同様に扱う。さて、①点の空気柱側の音圧と体積速度をそれぞれ p_1 , Q_1 , ②点の音圧と体積速度をそれぞれ p_2 , Q_2 とすると、図8の N_{sh} にあたる①～②点の伝達マトリックスは式(22)により次式で表される。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ Q_2 \end{bmatrix} \dots \quad (35)$$

このとき式(7)の a を頸部半径 a_{sh} に置き換えることで δ が求まり、このときの δ と式(8)により k が求められ、さらに式(23)の l, S をそれぞれ頸部長さ l_{sh} 、頸部断面積 S_{sh} に置き換えることにより四端子定数 $A_2 \sim D_2$ を得る。なお、頸部の長さには付加質量として両端に端補正を考慮する。

4・7 マイク前室とその頸部 本来この部分は空気柱部分の音圧を拾うのが目的であるので、音響系の特性に影響を及ぼさないのが理想的である。しかし、センサそのものが小さく、その影響は相対的に無視できないため、解析に加える。

図7のマイク前室の空洞部はスピーカ前室と同様に音響キャパシタンス C_{mr} として扱う。マイク前室のインピーダンスは図8の Z_{mr} に相当し式(33)と同様に次式で示される。

$$Z_{mr} = \frac{1}{j\omega C_{mr}} = -j \frac{\rho c^2}{V_{mr}\omega} \quad \dots \dots \dots \quad (36)$$

次に、マイク前室頸部④～⑤点は②～③点と同様、音響的質量素子の役割が期待され、マイク前室と空気柱の結合子となる。この場合もスピーカ前室頸部の場合と同様、一般の音響管として扱うこととする。さて、④点の頸部側の音圧と体積速度をそれぞれ p_4, Q_4 、⑤点の頸部側の音圧と体積速度をそれぞれ p_5, Q_5 とすると、図 8 の N_{mh} にあたる④～⑤点の伝達マトリッ

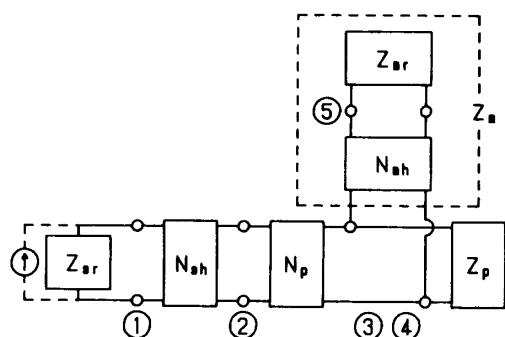


図 8 電気的等価回路

クスは式(22)により次式で表される。

$$\begin{bmatrix} p_4 \\ Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_5 \\ Q_5 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (37)$$

先と同様式(7)の a を頸部半径 a_{mh} に置き換えることで δ が求まり、このときの δ と式(8)により k が求められ、さらに式(23)の l , S をそれぞれ頸部長さ l_{mh} , 頸部断面積 S_{mh} に置き換えることにより四端子定数 $A_3 \sim D_3$ を得る。やはり、頸部の長さには付加質量として両端に端補正を考慮する。

さて、図8の破線で囲んだインピーダンス Z_m は前述の Z_{mr} と N_{mh} を用いて求められる。

ここで、式(37)は $Z_{mr} = p_5/Q_5$ であることにより、次のように書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} p_4 \\ Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_5 \\ p_5/Z_{mr} \end{bmatrix}$$

ここで p_5 を消去し、空気柱側からみたインピーダンスを Z_m とおくと $Z_m = p_4/Q_4$ であることにより次式を得る。

$$Z_m = \frac{A_3 + B_3/Z_{mr}}{C_3 + D_3/Z_{mr}} \quad \dots \dots \dots \quad (38)$$

ここで、空気柱は③点において Z_m により音響的に短絡されることになる。したがって、図8の Z_p と電気

表1 計算の際用いたパラメータ

$a_p : 1.51\text{mm}$	$a_{mh} : 0.515\text{mm}$
$a_{sh} : 0.515\text{mm}$	$l_1 : 0.58\text{mm}$
$V_{mr} : 4.355\text{mm}^3$	$V_{sr} : 56.55\text{mm}^3$
$c : 343.707\text{m/s}$	$v : 14.823 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$
$\rho : 1.213\text{kg/m}^3$	

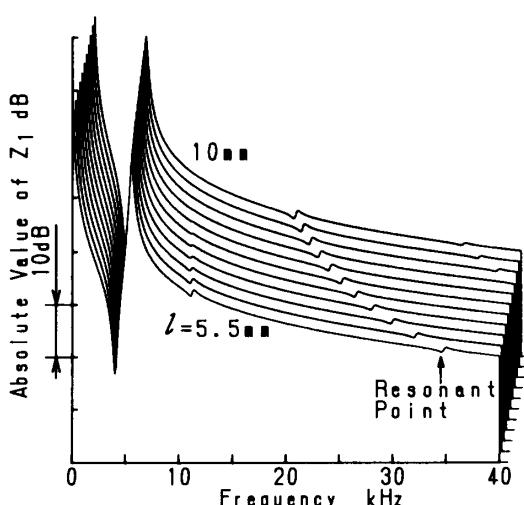


図9 周波数とインピーダンスの関係

的には並列接続(音響的には互いに分岐管)になるので、式(28)により次の伝達マトリックスを得る。

$$N_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_m^{-1} & 1 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

4・8 入力インピーダンス 以上のように求められた伝達マトリックス式(29), (34), (35), (39)は次式のようにまとめられる。したがって、①点から③点における音圧と体積速度に関する連続の式が求められる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_{sr}^{-1} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_m^{-1} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ Q_3 \end{bmatrix}$$

上式を改めて次のようにおく。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (40)$$

ここで③点は Z_p により閉止されるので式(40)は $Z_p = p_3/Q_3$ であることにより、次のように書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_3/Z_p \end{bmatrix}$$

ここで p_3 を消去し、駆動源から(結果的に①点より)みたインピーダンスを Z_1 とおくと $Z_1 = p_1/Q_1$ であることにより次の式を得る。

$$Z_1 = \frac{A + B/Z_p}{C + D/Z_p} \quad \dots \dots \dots \quad (41)$$

このようにして、駆動源からみたインピーダンスは求められる。

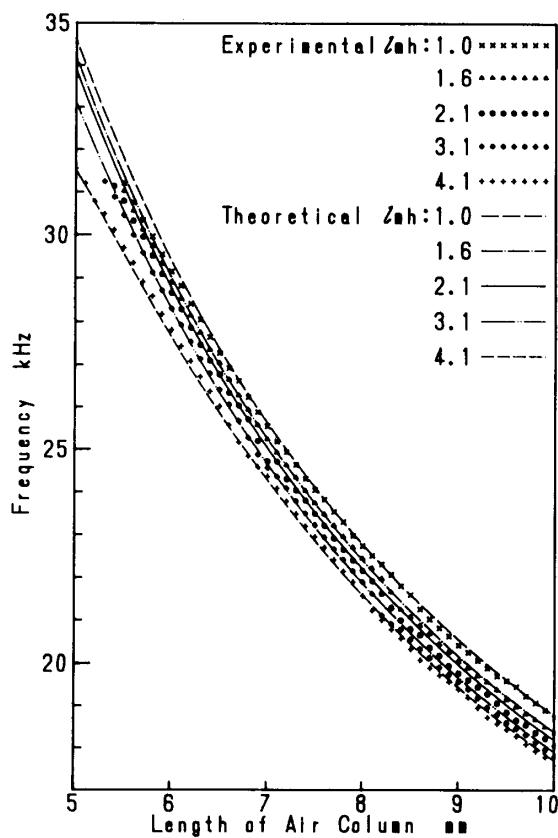
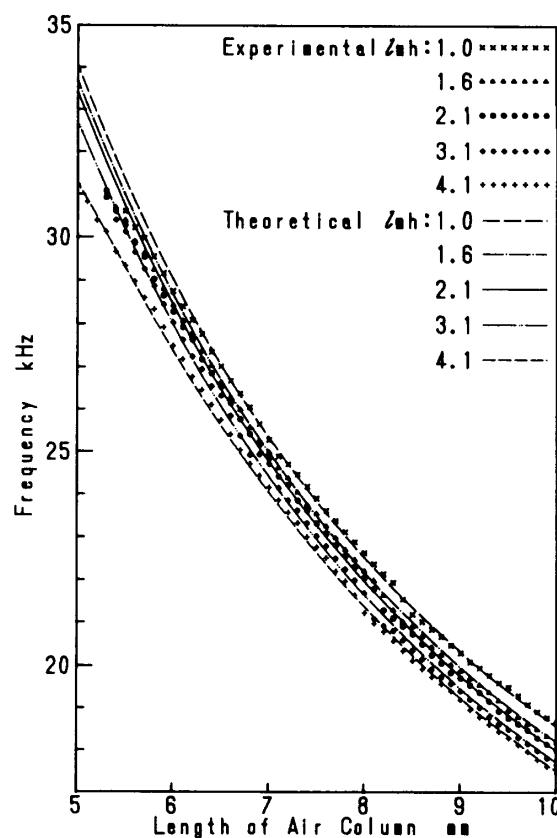
5. 理論値と実験値の比較

計算結果を示すにあたり、用いた定数などを表1に示す。

さて、 k や δ も ω の関数であるので式(41)で表される Z_1 は周波数のみの関数となる。パラメータの周波数を横軸にとり、複素数 Z_1 の絶対値を縦軸に、そして奥行き方向に空気柱長さをとった一例が図9である。

このようにして求まった線図の中でインピーダンスの絶対値が極小値をとる周波数を共振点とした。なお、4 kHz付近にみられる共振点は空気柱とスピーカ前室頸部との空洞共鳴を示し、10 kHz付近にみられる共振点は、マイク前室とその頸部の空洞共鳴の影響を示している。実際にセンサとして作動させるときは、これら低域の共振点の影響をなくすため緒言でも述べたようにフィルタが必要になる。

実験値と理論値の比較は、共振点の決定に大きな影

図 10 理論値と実験値の比較($l_{sh}=1.8 \text{ mm}$)図 11 理論値と実験値の比較($l_{sh}=2.4 \text{ mm}$)

響を及ぼす因子であるスピーカ前室頸部長さ、およびマイク前室頸部長さの異なる 10 種類のセンサについて行った。

図 10 および図 11 は計算結果と、伝達関数測定による実験結果を重ねて示したものであり、横軸に空気柱長さ、縦軸に周波数をとっている。それぞれ 5 種類の結果はマイク前室頸部長さ l_{mh} を変化させたものである。また、図 10 および図 11 ではそれぞれスピーカ前室頸部長さ l_{sh} が異なるものについて示している。いずれの場合も理論値と実験値の傾向はよく一致している。なお、伝達関数測定に用いた FFT アナライザの周波数分解能は 100 Hz である。

6. 結 論

両端を閉じたパイプの一端に設けた小孔から音波を入れ、端面付近に開けられた小孔からマイクロホンにより音波をピックアップしフィードバックすることにより共振周波数において強力に発振させる。このとき、

プランジャーを動かし空気柱長さを変化させると被測定物の変位に対して発振周波数が追従することになる。この現象を利用した新しい変位測定法について、理想的な遮断特性を持ったフィルタを使用した場合の特性を調べるためにセンサの伝達関数を測定し、この結果からセンサ本来の発振周波数を実験的に求めることを試みた。さらに、等価回路近似により、センサの音響系を理論解析し、先の実験結果と比較した。その結果両者はよく一致した。

なお、本論文は文部省科学研究費補助金による研究成果の一部を取りまとめたものである。

文 献

- (1) 一宮・坂本、機論、54-499, C(1988), 651.
- (2) 坂本・一宮、機論、56-522, C(1990), 435.
- (3) 坂本・一宮・鈴木、機論、56-530, C(1990), 2562.
- (4) 須山・平田、音響誌、35(1979), 165-170.
- (5) 文献(4)の 152-164 ページ.
- (6) 伊藤、音響工学原論 上巻(1955), 206. コロナ社.