

音響信号を利用した管の長さ測定*
(管内空気柱の共振周波数検出)— 宮 亮 —*¹, 坂 本 秀 —*²A New Method of Measuring Length of Pipe by Means of Sound Signals
(Detecting Resonant Frequency of Air Column in Pipe)

Ryoichi ICHIMIYA and Shuichi SAKAMOTO

This research paper presents a new method of measuring the length of a pipe by using sound frequency. A sweep signal is radiated from the speaker toward the inside of the pipe. The sound pressure at the resonant frequency of the air column in the pipe indicates the largest value. The length of the pipe to be measured corresponds well to the resonant frequency. The phase-locked loop device is adopted to obtain the stabilities of resonance and frequency. A frequency counter with a reciprocal mode is adopted for higher resolution within a shorter time period because of low frequency.

Key Words: Sound, Resonance, Frequency, Length of Pipe, Measurement

1. 緒 言

管の長さの簡易な測定方法として、従来はノギス、巻尺等が広く用いられてきた。これらの方法は精度が低い欠点がある。さらに、管が地中や液体中などに埋設されている場合には測定が困難である。そこでこれらの欠点をなくした新しい測定方法として、管内の空気柱の共鳴現象を利用して管の長さを測定する方法を考案した。この方法は、管内空気柱の共鳴周波数は管の長さによって変化することから、管外に設けた音源から音響を発生させ、共鳴周波数を測定して管の長さを測定するものである。

以前に、スピーカを音源とし、マイク、PLL(位相同期ループ)デバイス等を用いて、電子回路によりフィードバックループを構成し発振させる方法を考案し発表した⁽¹⁾⁽²⁾。このPLLを応用した共振追尾により管の共振点が検出され、逆数方式の周波数カウンタにより短時間で比較的良好な測定分解能が得られたので報告する。

2. 本測定法の概要

2.1 記号 まず、本論文に使用する記号を以下のように定める。

$A \sim D$: 伝達マトリックスの四端子定数

a : 管の内半径

C : 音響キャパシタンス

c : 音速

f : 周波数

j : 複素定数

k : 位相定数

l : 管の長さ

N : 伝達マトリックス

n : 倍音次数 ($n=1, 2, 3, \dots$)

p : 音圧

Q : 体積速度

S : 管の断面積

t : 室温

V : 空洞部の体積

w : 管壁厚さ

Z : 音響インピーダンス

δ : 管内平面波の減衰定数

ν : 空気の動粘度

* 原稿受付 平成2年10月29日。

*¹ 正員, 新潟大学工学部 (〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

*² 正員, 新潟大学大学院。

ρ : 空気の比重

ω : 角周波数

2.2 本測定法の原理 ここでは、両端閉口管と両端開口管を対象にした。これらの共鳴周波数は次式のようになる。

$$f = nc/2l \dots\dots\dots (1)$$

なお、両端開口管の空気柱長さには管端補正分が含まれるので、同じ管でも両端閉口のときより共鳴周波数は若干低くなる。

また、一端開口他端閉口のものについては、共鳴周波数が、 $f = (2n-1)c/4l$ で与えられ、周波数分解能の点で不利であるので今回は見送った。

さて、図1のブロック図に示す装置は、図2の両端閉口管、図4の両端開口管にそれぞれ接続される。以下、この装置の動作を説明する。電源投入瞬間のVCO（電圧制御発振器）は設定範囲の下限である自走周波数を出し、その周波数の音波がスピーカから管内に放射される。本装置のPLL入出力は電気音響系を経由して短絡されるため、入出力周波数は最初から一致することになる。PCはできるだけ位相が同調した状態に近付こうと設定周波数範囲でスイープを行う。しかし、入出力周波数が一致しているので、位相が若干ずれた状態であっても安定した発振を続けることができる。こうして系は理想的なハウリング状態を維持し、最終的に最も大きなPC入力が見られる周波数、すなわち共振点に収束する。実際にこの動作は極めて

短時間に完了するので、発振周波数は電源投入とほとんど同時に収束すると考えてよい。

3. 両端閉口管について⁽¹⁾⁽²⁾

3.1 装置について 測定にあたっては図2のように、被測定管の両端にキャップを取付けて、音響系の一部にする。被測定管には市販の電縫鋼管STKM 16 (JIS G 3445) から3種類の径のものを用いた。管の長さは250 mm~3 000 mmまでの7種類を用意した。

音源には、有効直径85 mmの平面振動板を持つスピーカを用いた。振動板の前面は板で密閉され、小さな空間が形成される。そして、高インピーダンス音源とするため、板に開けられた小孔と管端のアダプタはチューブでつながられる。使用した1/4インチのコンデンサマイクロホンは細いチューブを介して、管端のアダプタの小孔から音圧を拾っている。

3.2 等価回路とインピーダンスの導出 この音響系の等価回路は図3で示される。 Z_{sr} はスピーカ振動板前面の空間を示し、 N_{sh} はスピーカからのチューブの部分を示す四端子網である。また、 Z_p は被測定管のアダプタ側からみた入力インピーダンスである。なお、音圧を拾うチューブと管端の小孔は内径1 mmであり、音響系の特性に及ぼす影響は無視できたのでここでは計算から除外する。音響系全体としてみたときの共振点は、①点から左右をみた並列インピーダンス（駆動源からみた入力インピーダンス）が極小値をとる周波数であると考えられる。なお、ここでは音響インピーダンス≡音圧/体積速度として記述している。

まず、図3左端のスピーカ前室空洞部はその形状から容量性のみを考慮し音響キャパシタンスとして扱う。音響キャパシタンス C_{sr} は次の式で示される。

$$C_{sr} = \frac{V_{sr}}{\rho c^2} \dots\dots\dots (2)$$

よって、インピーダンス Z_{sr} は、次の式で表される。

$$Z_{sr} = \frac{1}{j\omega C_{sr}} = -j \frac{\rho c^2}{V_{sr}\omega} \dots\dots\dots (3)$$

さて、①点より右側の音圧と体積速度を p_1, Q_1 とし、②点より左側の音圧と体積速度を p_2, Q_2 とすると、①~②点の音圧と体積速度に関する伝達マトリックス

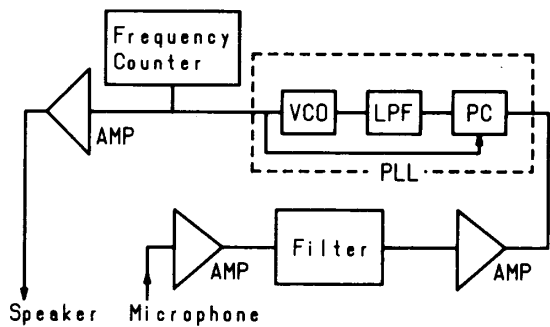


図1 装置のブロック図

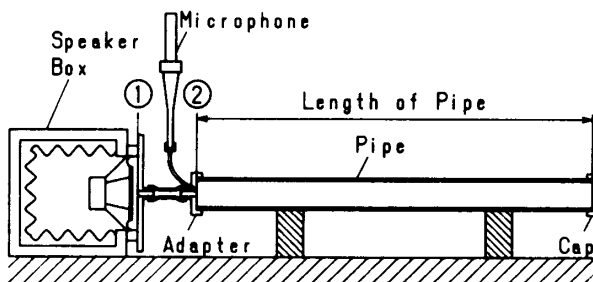


図2 両端閉口の場合の配置図

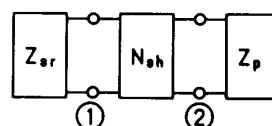


図3 両端閉口の場合の等価回路

クスは次式で表される。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ Q_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、四端子定数 $A_{12} \sim D_{12}$ は音波の伝搬を平面波と仮定し、減衰を考慮した伝達マトリックス⁽²⁾を用いて表す。

$$\begin{aligned} A_{12} &= \{ \cosh(\delta l_{sh}) \cdot \cos(kl_{sh}) \\ &\quad + j \sinh(\delta l_{sh}) \cdot \sin(kl_{sh}) \} \\ B_{12} &= \rho c / S_{sh} \{ \sinh(\delta l_{sh}) \cdot \cos(kl_{sh}) \\ &\quad + j \cosh(\delta l_{sh}) \cdot \sin(kl_{sh}) \} \\ C_{12} &= S_{sh} / \rho c \{ \sinh(\delta l_{sh}) \cdot \cos(kl_{sh}) \\ &\quad + j \cosh(\delta l_{sh}) \cdot \sin(kl_{sh}) \} \\ D_{12} &= A_{12} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 l_{sh} は①～②点の部分の長さ (チューブとその接続部) を、 S_{sh} はその断面積を示す。なお、 l_{sh} には付加質量として両端に端補正を考慮する。ここで減衰定数 $\delta [1/m]$ は、次の近似式⁽³⁾を用いる。

$$\delta \approx 2.11 \times 10^4 (2\pi c / \omega)^{-0.5} (2ca / \nu)^{-1} \dots\dots\dots (6)$$

また、 k は位相定数であり、次の式で示される。

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \delta^2} \dots\dots\dots (7)$$

図3右端の Z_p は、次式⁽²⁾で示される。なお、 l_p は測定される管の幾何学的長さ、 S_p はその断面積を示す。

$$Z_p = \frac{\rho c}{S_p} \frac{\exp(2\delta l_p) + \exp(-2jkl_p)}{\exp(2\delta l_p) - \exp(-2jkl_p)} \dots\dots\dots (8)$$

さて、①点から右側を見たインピーダンスを Z_{12} とすると、 Z_{12} は前述の N_{sh} と Z_p を用いて求められる。ここで、式(4)は $Z_p = p_2 / Q_2$ であることにより、次のように書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ p_2 / Z_p \end{bmatrix}$$

ここで p_2 を消去し、 $Z_{12} = p_1 / Q_1$ であることにより次式で表される。

$$Z_{12} = \frac{A_{12} + B_{12} / Z_p}{C_{12} + D_{12} / Z_p} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、①点から左右を見た並列インピーダンスを

Z_c とすると、この Z_c は次式で表される。

$$Z_c = \frac{1}{Z_{sr}^{-1} + Z_{12}^{-1}} \dots\dots\dots (10)$$

この並列インピーダンス Z_c (駆動源からみた入力インピーダンス) は周波数のみの関数となる。共振周波数は、複素インピーダンス Z_c の絶対値が極小値をとる周波数を算出して求める。

4. 両端開口管について

4.1 装置について 被測定管は両端閉口の場合と同じものを用いた。音源には、有効直径 220 mm の平面振動板を持つスピーカを用いた。管端の付加質量効果に影響を与えない程度に振動板を離す必要があるため、振動板と管端面の距離は 50 mm とした。

管端面付近では共振ピークの音圧が低いため、図4のようにプローブマイクロホン管を端面から 50 mm 差し込んで管内の音圧を拾った。両端開口管の基準倍音では管長の中央で最も音圧が高くなるが、管長が大きい場合は中央まで差し込むことは現実的でないため、このような位置とした。

4.2 等価回路とインピーダンスの導出 この音響系の等価回路は図5で示される。左右の Z_r は管端①、③からの放射インピーダンスを示し、管を示す四端子網はプローブマイクの位置②点において N_{pa} と N_{pc} の二つに分けて表す。そのためマイクロホンは電気的等価回路の②点から電圧を測定する電圧計に相当する。したがって共振点は、②点におけるインピーダンスが極大になる周波数と考える。この等価回路について、②から左右をみた並列インピーダンスを求める。

まず、両端の放射インピーダンス Z_r は管端からの放射をバツフルなしのピストンからの放射に等価とみなすことにより、次の式で表される。

$$Z_r = \frac{\rho \omega^2}{4\pi c} + j \frac{\rho \omega}{\pi a^2} E a \dots\dots\dots (11)$$

ここで E は Benade の端補正の式⁽⁴⁾である。

$$E = 0.821 - 0.13(0.42 + w/a)^{-0.54} \dots\dots\dots (12)$$

さて、②点の音圧と体積速度を p_b, Q_b とし、③点の音圧と体積速度を p_a, Q_a とすると②～③点の音圧と体積速度に関する伝達マトリックスは次式で表される。

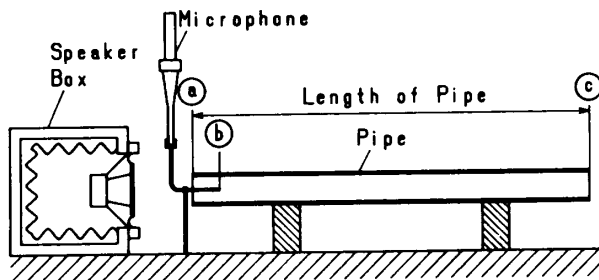


図4 両端開口の場合の配置図

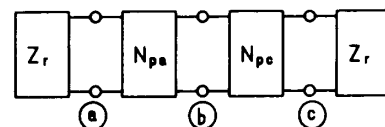


図5 両端開口の場合の等価回路

$$\begin{bmatrix} p_b \\ Q_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_a \\ Q_a \end{bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $A_a \sim D_a$ は式(5)における l_{sh}, S_{sh} を、⑥～③までの長さ l_a 、被測定管の断面積 S_p に置き換えることで得られる。さて、式(13)において、 $Z_r = p_a/Q_a$ であることにより、 p_a, Q_a を消去できる。⑥点から左側を見たインピーダンスを Z_{ba} とおくと、 $Z_{ba} = p_b/Q_b$ であることにより次式を得る。

$$Z_{ba} = \frac{A_a + B_a/Z_r}{C_a + D_a/Z_r} \dots\dots\dots (14)$$

式(14)と全く同様に、⑥点から右側を見たときのインピーダンスを Z_{bc} とおくと、

$$Z_{bc} = \frac{A_c + B_c/Z_r}{C_c + D_c/Z_r} \dots\dots\dots (15)$$

やはり、 $A_c \sim D_c$ は式(5)における l_{sh}, S_{sh} を、⑥～③までの長さ l_c 、被測定管の断面積 S_p に置き換えることで得られる。

⑥点から左右を見た並列インピーダンスを Z_0 とす

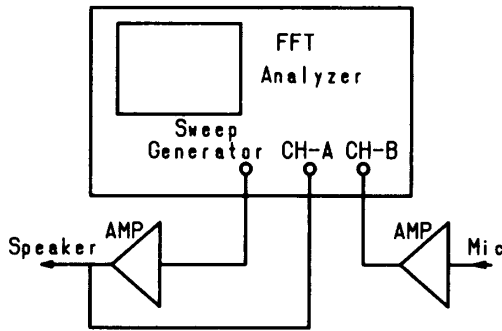


図 6 伝達関数測定時のブロック図

ると、この Z_0 は次式で表される。

$$Z_0 = \frac{1}{Z_{ba}^{-1} + Z_{bc}^{-1}} \dots\dots\dots (16)$$

このように、マイクが音圧を拾う⑥点から見たインピーダンスが求まる。この Z_0 は周波数のみの関数となる。共振周波数は、複素インピーダンス Z_0 の絶対値が極大値をとる周波数を算出して求める。

5. 伝達関数測定が示す共振点

音響系の共振点を実験的に求めるための伝達関数(周波数応答)測定は図6に示すような構成で行った。関数発生器による正弦波スイープ信号をスピーカから管内に放射し、その同期信号とマイクからの信号をFFTアナライザに入力してフーリエ解析を行うものである。

図7および図8は、それぞれ両端閉口、両端開口の場合について内径28.67mmの管の伝達関数を同一の周波数レンジで測定した一例である。縦軸には振幅をとっている。管長は手前から奥へ3000mm→250mmとなっている。点線部分が使用した一次倍音である。両端閉口の場合、それより低い周波数においてなだらかなピークが見られるが、これは管内空気柱と

表 1 計算に用いた定数

$c: 343.707\text{m/s}$	$n: 1$	$l_0: 50.0\text{mm}$
$l_{sh}: 40.0\text{mm}$	$S_{sh}: 4.91\text{mm}^2$	$V_{sr}: 47550\text{mm}^3$
$w: 1.6\text{mm}$	$\nu: 14.823 \times 10^{-6}\text{m}^2$	$\rho: 1.213\text{kg/m}^3$

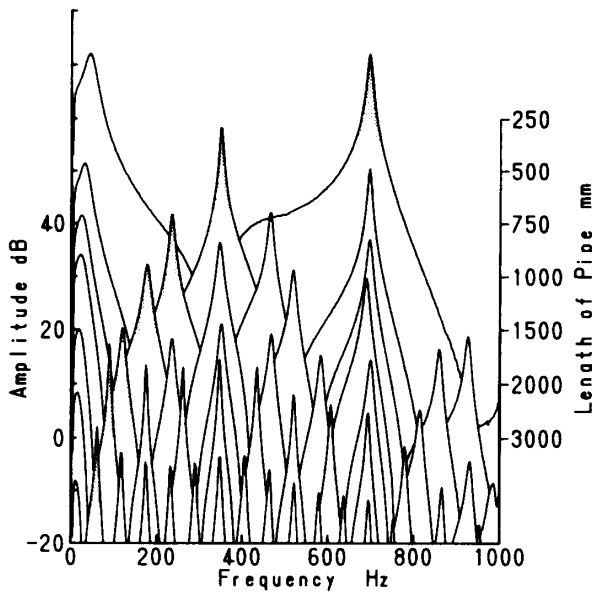


図 7 音響系の伝達関数測定結果 (両端閉口)

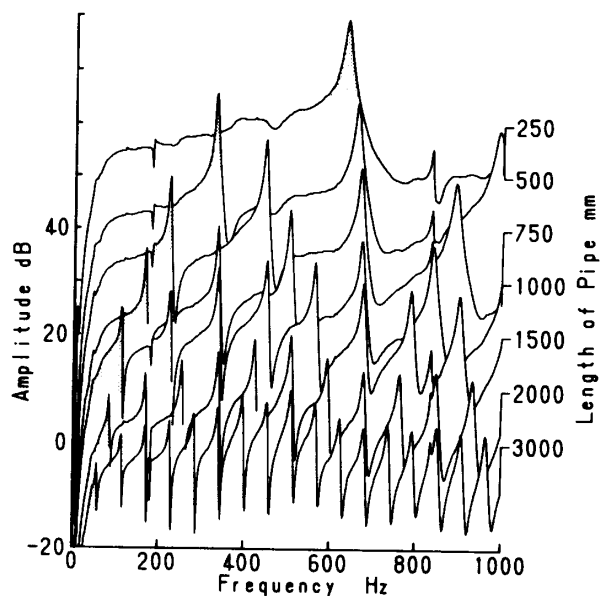


図 8 音響系の伝達関数測定結果 (両端開口)

表 2 管長と周波数
(両端閉口, 内径 47.70 mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.02	687.23	687.3	694.80
500.32	343.56	340.1	335.60
749.87	229.45	229.2	228.82
999.90	172.31	172.4	171.82
1500.0	115.34	114.9	115.16
1999.7	87.000	86.22	86.635
2999.9	58.553	58.09	58.345

表 3 管長と周波数
(両端閉口, 内径 28.67 mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.01	688.28	686.4	695.30
499.91	345.06	344.6	335.88
749.93	230.79	230.7	229.20
1000.0	173.79	175.7	173.60
1499.8	117.06	116.7	116.41
1999.8	88.780	87.25	87.935
2999.9	60.360	58.72	59.635

表 4 管長と周波数
(両端閉口, 内径 15.97 mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.14	692.57	691.5	703.60
500.14	349.97	348.6	336.24
749.97	236.04	234.8	233.18
999.88	179.21	177.7	177.24
1499.7	122.57	121.2	121.60
1999.9	94.170	91.37	92.720
2999.7	65.373	65.51	65.165

表 5 管長と周波数
(両端開口, 内径 47.70 mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.02	613.86	608.7	614.40
500.32	323.99	322.4	316.52
749.87	220.28	218.2	217.17
999.90	166.77	165.4	165.01
1500.0	112.21	111.2	111.71
1999.7	84.526	83.69	83.960
2999.9	56.529	55.93	55.970

表 6 管長と周波数
(両端開口, 内径 28.67 mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.01	640.51	635.9	638.50
499.91	331.51	328.1	321.96
749.93	223.53	221.7	220.08
1000.0	168.55	166.6	166.39
1499.8	112.90	111.5	111.53
1999.8	84.778	83.64	84.305
2999.9	56.483	55.52	55.995

表 7 管長と周波数
(両端開口, 内径 15.97 mm)

Length of Pipes [mm]	Frequency [Hz]		
	Calculated	Transfer Function	PLL Oscillate
250.14	659.38	651.2	645.90
500.14	336.25	331.4	322.62
749.97	225.48	221.9	220.35
999.88	169.42	165.7	166.24
1499.7	112.90	110.0	111.37
1999.9	84.480	81.85	83.175
2999.7	56.070	53.35	54.505

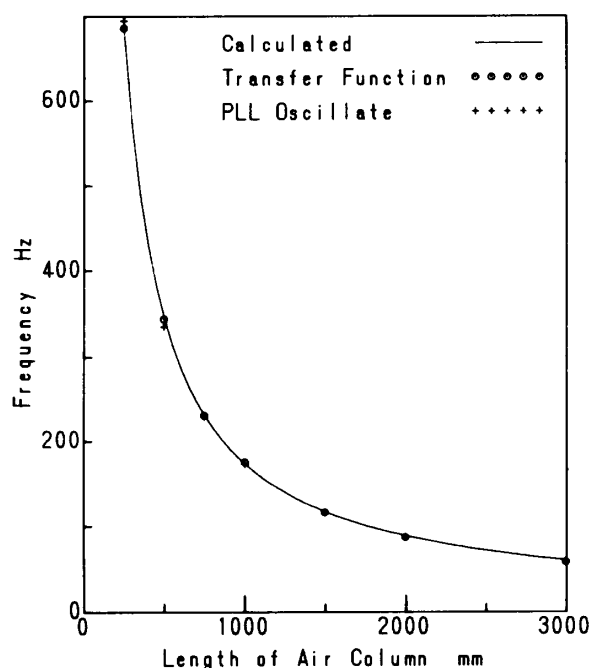


図 9 計算値と実験値の比較 (両端閉口)

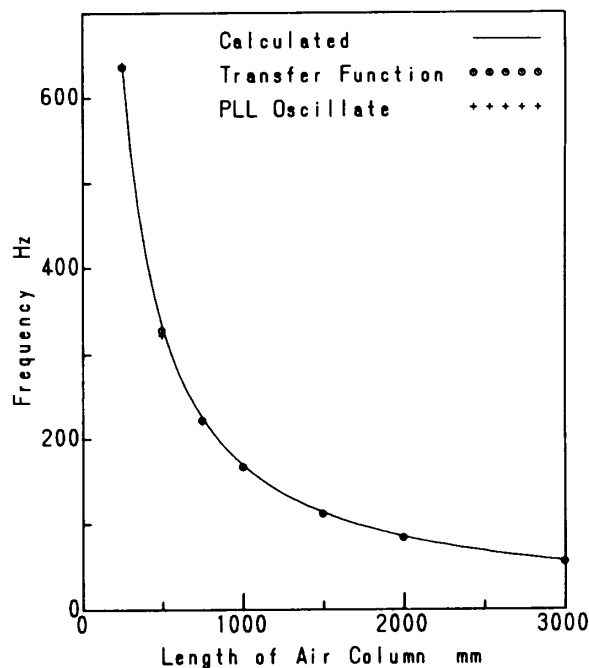


図 10 計算値と実験値の比較 (両端開口)

スピーカからのチューブによる空洞共鳴である。

なお, FFT アナライザの分解能は周波数レンジ当たり 400 ラインとあまり高くないため, 測定後のデータ処理により分解能を上げている。

6. 計算値と実験値の比較

計算結果を示すにあたり, 用いた定数などを表 1 に示す。

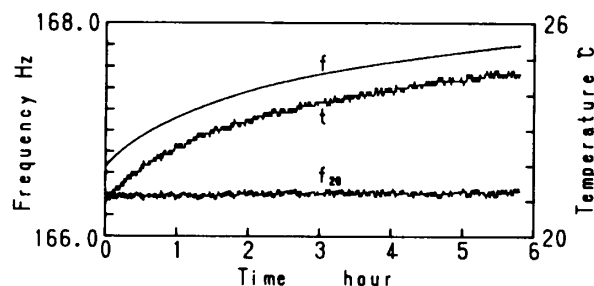


図 11 環境温度の変化による周波数変化

表 2～表 7 は計算結果と、伝達関数測定による共振点および PLL による発振周波数を示したものである。

図 9 および図 10 は、それぞれ表 3 および表 6 の場合について横軸に管の長さ、縦軸に周波数をとったものである。計算値と伝達関数測定による共振点はよく一致しているが、PLL により発振させた際の発振周波数は電気系の周波数特性の影響で、伝達関数測定による共振点と一致しない場合があった。精度を高めるためには、被測定管にほぼ等しい基準長となる管を用いて校正する必要がある。

7. 経時変化と温度特性

図 11 は経時変化と温度変化が周波数へ及ぼす影響を内径 28.67 mm、長さ 1000 mm の両端開口とした場合について示した例である。縦軸の周波数と温度のスケールは温度変化による音速の変化に起因する周波数変動の関係を基に、おおむね対応する幅でとっている。ここで、 f_{20} は測定された温度を基に 20°C における周波数に補正したものである。温度測定の分解能が粗いため、これを基にして補正した f_{20} は定常的にばらついているかに見えるが、生の周波数 f には定常的なばらつきがほとんどないことから、温度変化の影響を除けば発振周波数は非常に安定していることがわかる。したがって、温度補償ができれば 10^{-4} の分解能を得る事は十分に可能となる。なお、いずれの管においても周波数の安定度は分解能にして 10^{-4} 程度かそれより良いものであった。また、ここで用いたレシプロカル方式を持つ周波数カウンタでは、ゲート時間当たり得られる有効けた数が周波数の絶対値に関係なく一定であるため、このような低周波数で高分解能を得る場合に有利である。この場合のゲート時間は 100 ms で十分であった。

急激な温度変化などにも対応した対策としては、同じ装置を平行で用い、一方の装置により基準周波数を得ることが最も適当であると考えられる。

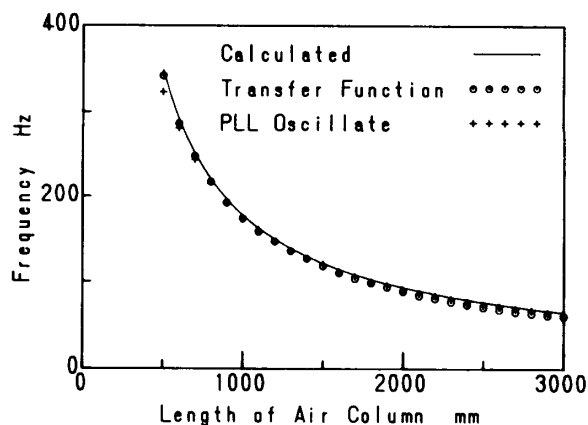


図 12 計算値と実験値の比較

8. 本測定法の応用例

ここでは応用例として、ホースの長さ測定を取り上げる。被測定管としては、内径 15 mm の市販のビニールホースを用いた。このように柔らかい管のある位置までの長さを知りたい場合、その位置で管をクランプしてしまえば他端に両端閉口用のアダプタを取付けることにより、管を切断することなく両端閉口管としておおよその長さが測定できる。図 12 は 10 cm おきにホースのクランプ位置を変えて巻いた状態での共振周波数を測定した結果である。

ここでは両端閉口の例のみを示したが、均一径の曲り管の平均長さを測定することも可能である。このことを剛体の曲り管に適用すれば、曲り管の長さの同定が容易に可能となる。

9. 結 論

被測定管内に音波を放射し、マイクロホンにより拾った信号の周波数成分をフィードバックすることにより共振周波数において強力に発振させる。この現象を利用した新しい管長測定法を提案した。

本測定法は、管が地中や液体中などに埋設されている場合にも測定が可能である。さらに、従来難しいとされてきた曲り管の長さの同定も容易に可能となり、本測定法の特徴が明らかになった。

なお、本論文は文部省科学研究費補助金による研究成果の一部を取りまとめたものである。

文 献

- (1) 坂本・一宮・鈴木, 機論, 56-530, C (1990), 2562.
- (2) 坂本・一宮, 機論, 57-535, C (1991), 780.
- (3) 須山・平田, 音響誌, 35 (1979), 152.
- (4) Benade, A. H., *J. Acoust. Soc. Am.*, 41 (1967), 1609.