

## 管内空気柱の音響周波数変化を利用した変位の精密測定\* (電気音響式非接触変位センサ)

坂本 秀一<sup>\*1</sup>, 一宮 亮一<sup>\*1</sup>

### New Displacement Measuring Method Using Variations in Sound Frequency of Air Column in a Small Pipe (Electric Acoustic Noncontact Displacement Sensor)

Shuichi SAKAMOTO and Ryoichi ICHIMIYA

A new displacement measuring method using variations in sound frequency and length of an air column in a closed resonant pipe has been investigated. This noncontact displacement sensor is oscillated by the feedback loop, which is composed of a speaker, microphone and phase-locked loop. The sound pressure takes the largest value at the resonant frequency. The displacement of the measuring object corresponds to the impedance of one end of the air column. Thus the displacement of the measuring object has good correspondence to the resonant frequency of the acoustic system. The original resonant point is measured by transfer function from the FFT analyzer. An electrical analogy is adopted for theoretical analysis of the acoustic system. The results of the calculation and experiments coincide significantly.

**Key Words:** Sensor, Positioning, Sound, Resonance, Noncontact, Frequency

#### 1. 緒 言

近年、超精密加工の発展につれて、工作機械や加工物の精度は年ごとに急速に高くなっている。それに伴い超精密な変位測定の必要性は高まり、高精度、安価かつ簡単な測定方法が生産現場から要求されている。

本研究は、音響管の管端のインピーダンスが管端付近の物体の変位により変化することを利用し、物体の変位を非接触で精密に測定する新しいセンサ<sup>(1)~(4)</sup>を開発し、実用化することを目的としている。本研究における変位測定用センサは以下のものである。センサ内部の管内空気柱をスピーカからの音波により共振させる。管内の音圧はセンサ本体に取付けられたマイクロホンにより測定される。このとき、検出部となる管の一端の音響インピーダンスは、測定物との間に生じたすきまにより変化するため、センサの音響系の共振周波数は測定物の変位に対応する。以上のような原理に基づき、非接触で変位測定が可能となる。このセンサは既報の接触式変位センサ<sup>(5)~(8)</sup>と比べて非接触式であるが、原理上測定範囲は狭くなる。

上述のセンサにおいて、スピーカ、マイク、PLL(位相同期ループ)デバイス等を用いて、電子回路によりフィードバックループを構成し共振点を瞬時に測定することによりリアルタイムで変位測定が可能<sup>(7)(8)</sup>となった。

本論文では、試作したセンサの基礎的な特性を示した後、リアルタイムで共振追尾させた結果を示す。また、音響系を解析し、シミュレーションの結果を示す。

#### 2. 変位センサの概要

**2.1 音響による変位測定の原理** 図1はセンサ内部の音響系の拡大図である。センサ内空気柱の一端からスピーカにより、音波を入射する。管内音圧は、センサに取付けられたマイクによってピックアップされる。空気柱他端の検出部と物体とのすきまの変化に伴い、管端のインピーダンスは変化し、空気柱の共振周波数も変化する。このような原理で物体の変位を周波数に変換し非接触で測定することが可能になる。このとき空気柱は、②~⑤の部分の長さ  $l$  の音響管が両端開口になった場合と、一端開口他端閉口となった場合の中間の状態となるので、共振周波数も両者の間の値をとる。両端開口の空気柱の共振周波数は式(1)で示され、一端開口他端閉口の場合は式(2)で示される。

\* 平成4年3月13日 北陸信越支部第29期総会講演会において講演。原稿受付 平成4年4月1日。

\*1 正員、新潟大学工学部 (〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

なお本実験においては一次モードを用いた。

$$f = nc/2l \dots\dots\dots(1)$$

$$f = (2n-1)c/4l \dots\dots\dots(2)$$

$f$ : 共振周波数

$n$ : 倍音次数 ( $n=1, 2, 3, \dots$ )

$c$ : 空気中の音速

$l$ : 空気柱長さ

センサの音響系の中では空気柱部分の共振が最も大きな役割を演ずるので、全体の共振周波数もおおむね上2式の間の値をとる。

**2.2 センサの概要** センサは真ちゅう製で、検出部外径は4.6, 6.4, 8.2, 10.0 mmの4種類を用意した。空気柱②⑤の内径は3 mm, 長さ  $l$  は8.5 mmである。マイク室空洞部が音響系に及ぼす影響は小さいほうがよく、高インピーダンス化を図るためにマイク穴③④の内径は1 mm, 長さは1 mmとした。スピーカ、マイクはそれぞれスペーサを介してセンサに取付けられ、それによりスピーカ前室、マイク前室が形成される。本実験ではスピーカ側に2.1 mm, マイク側に1.2 mmのスペーサを挿入した。音源は、10 kHz前後における周波数特性が比較的平坦な圧電素子を用いた。マイクはリオン製1/4"を用いた。センサの検出部側には被測定物の代わりとして、円柱が取付けられた直動テーブルが設置され、これによりセンサと物体間のすきまを正確に設定することができる。

3. 実験方法および結果

**3.1 伝達関数測定** まず、音響系の客観的な周

波数特性を調べるため、すきま  $d$  を変化させ、それぞれのすきまのときの伝達関数(周波数応答)を測定し、その結果から共振周波数とすきまの関係を実験的に求める。伝達関数は図2に示すような構成で測定した。関数発生器により正弦波スイープ信号をスピーカからセンサ内に放射し、それに同期した信号と、マイクが拾った信号とをFFTアナライザに入力してフーリエ解析を行う。

**3.2 伝達関数測定結果** 図3は検出部外径4.6 mmのセンサについて、すきま  $d$  を0.05 mmステップで0~0.5 mmまで変化させ、それぞれについて測定した伝達関数の周波数応答を三次元表示したものである。また、物体がない場合( $d \rightarrow \infty$ )についても併せて示した。縦軸にはゲインレベル、横軸には周波数をとっている。すきま  $d$  の変化に共振周波数のピークが追従しているのがわかる。このとき、すきま  $d$  を0.01

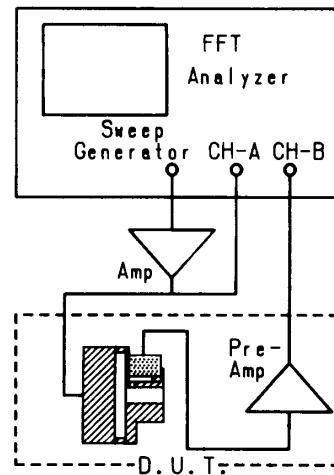


図2 伝達関数測定時のブロック図

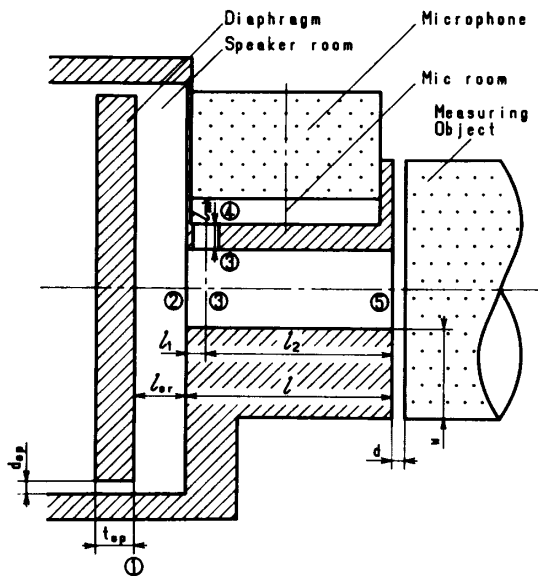


図1 センサの音響系

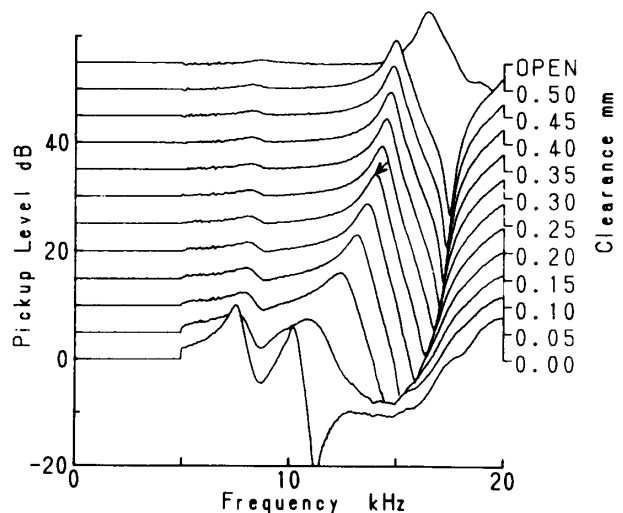


図3 すきまを変化させた場合の周波数応答(実験値)

mm ステップで変化させて上記の測定を繰返し、共振周波数とすきまの関係性を求めた結果を図4にプロットで示す。4種類の結果はそれぞれ検出部の外径を変化させたものである。以上のように本測定法は、すきま  $d$  の変化により共振周波数が変化することを原理としている。

プロットには若干ばらつきがあるが、これは周波数応答曲線(分解能 400 ライン)から図的に共振点を求めているためで、後述の共振追尾において問題は生じない。

**3.3 PLLによる共振追尾** 以上の原理を利用した測定方法を可能とするには、リアルタイムで共振周波数を知る必要がある。そこで、発振器によるスイープ信号をスピーカからセンサ内に放射し、マイクが拾った音圧が極大になる周波数に収束させる方法<sup>(7)-(9)</sup>を採用した。実験に用いた装置の構成を図5に示す。このようなPLLの応用により、高価な関数発生器や特別なフィードバックアルゴリズムを必要とせずに十分な性能を得ることができた。実際にこの動作は極めて短時間に行われ、発振周波数は電源投入とほぼ同時に収束する。その後の発振周波数はすきま  $d$  の変化に対してリアルタイムで追従する。

**3.4 2種類の測定結果の比較** PLLにより発振

させた場合のすきま  $d$  と共振周波数の関係を、先の周波数伝達関数の共振ピークから求めた周波数と比較するために図4に重ねて示した。周波数応答から求めた結果との若干のずれは帯域制限用のフィルタの影響と思われる。両者の傾向はよく一致しており、PLLは理想的な共振点追尾を行っていることがわかる。ここで被測定物の大きさがセンサ検出部外径に近い場合は、被測定物の大きさが変わるとドキャリブレーションを行う必要がある。また、被測定物が十分大きい場合に

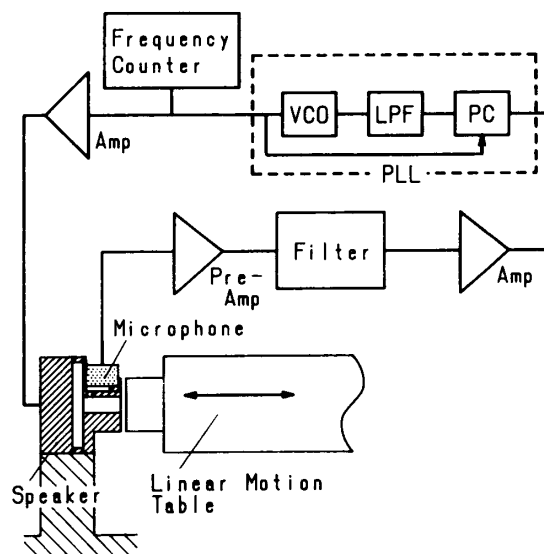


図5 変位測定システムのブロック図

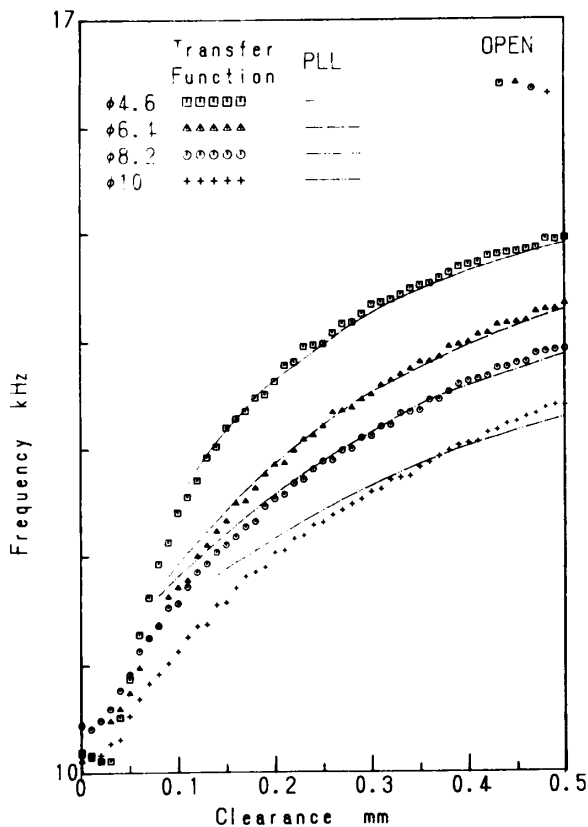


図4 2種類の実験値の比較

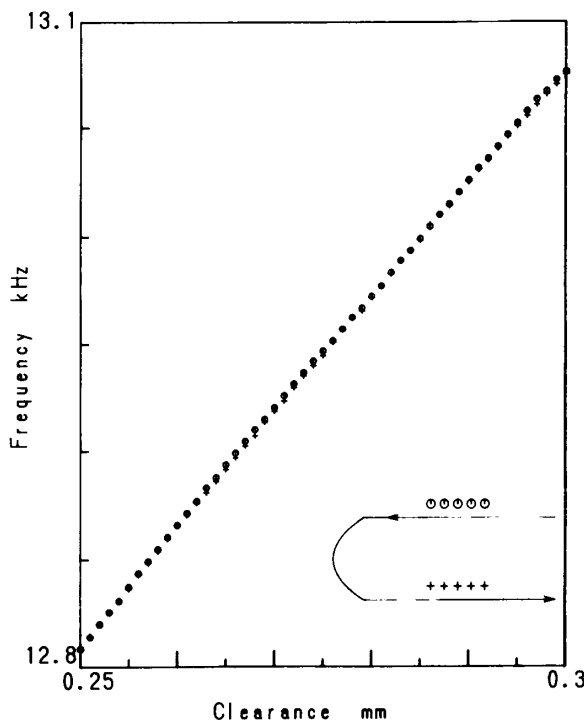


図6 1 μmのステップ応答(行き戻り試験の部分拡大)

は検出部外径を変化させることによりセンサの感度を  
選択できることがわかる。

図6は検出部外径8.2mmのセンサについて1μm  
のステップ応答を調べたものである。行き戻りの誤差  
も少なく安定した動作が確認された。回路は非常に小  
形で消費電力は微小であるので、バッテリー駆動の周波  
数カウンタを用いれば電源の問題から解放される。使  
用した周波数カウンタ(レシプロカルモードを使用)の  
ゲート時間は10msである。ゲート時間を長くすれば  
分解能に余裕が出るが、基準変位に用いた直動テー  
ブルの精度が1μmであるためセンサにこれ以上の精度  
があるかどうかは調べられなかった。なお、このとき  
の環境温度の変化は±0.2°Cであった。1°C当たりの周  
波数変動は音速から類推して0.18%であり、1μm当  
たりの周波数変化は0.045%前後であるので1μmの  
精度を得るには±0.25°Cの温度管理か補償が必要で  
ある。

4. 理論解析

4.1 センサ内部の音響系と等価回路 本章にお  
いては図1において示したセンサ内部の音響系を電気  
的等価回路に置き換えることにより解析を行う。図7  
はセンサ内部の音響系に対応する等価回路である。ま  
た、①~⑤点はそれぞれ音響系と等価回路で対応す  
る。

4.2 空気柱の部分 図1, 図7における、①~②  
点, ②~③点, ③~④点, ③~⑤点の空気柱にあたる  
部分は減衰を考慮した伝達マトリックス(図7のN)  
で表す。

いま、管入口の音圧と体積速度を  $p_a, Q_a$ , 出口につ  
いては  $p_b, Q_b$  とすると、音圧と体積速度に関する伝  
達マトリックスは次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} p_a \\ Q_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_b \\ Q_b \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

四端子定数  $A \sim D$  は一次元の波動方程式から次

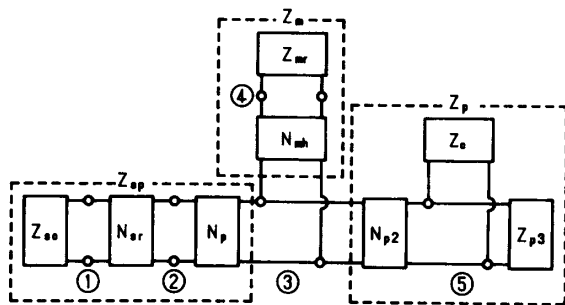


図7 センサの等価回路

式<sup>(8)</sup>のようになる。ここで、 $l$ は空気柱の長さを、 $S$ は  
その断面積を示し、これらの値を適宜替えることによ  
りさまざまな管に適用できる。また、 $j$ は複素定数、 $\rho$   
は空気密度を示す。

$$\begin{aligned} A &= \cosh \delta l \cdot \cos kl + j \sinh \delta l \cdot \sin kl \\ B &= \frac{\rho c}{S} \{ \sinh \delta l \cdot \cos kl + j \cosh \delta l \cdot \sin kl \} \\ C &= -\frac{S}{\rho c} \{ \sinh \delta l \cdot \cos kl + j \cosh \delta l \cdot \sin kl \} \\ D &= A \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで  $\delta$  は減衰定数であり、次の回帰式<sup>(10)</sup> で表され  
る。また、 $a$  は空気柱の半径、 $\nu$  は空気動粘度、 $\omega$  は  
角周波数である。

$$\delta \doteq 2.11 \times 10^4 (2\pi c/\omega)^{-0.5} (2c a/\nu)^{-1} \dots\dots\dots (5)$$

また、 $k$  は位相定数であり、次の式で示される。

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \delta^2} \dots\dots\dots (6)$$

4.3 すきまのインピーダンス さて、測定物と  
センサのすきまにおいてすきま入口から見たインピー  
ダンス  $Z_c$  は次式<sup>(11)</sup> によって表すことができる。ここ  
で、 $w$  は検出部外径で決まる重なり部分の長さ(図1  
参照)を、 $S_c \equiv 2\pi \{ [a^2 + (a+w)^2] / 2 \}^{-1} d$  はすきまの平  
均断面積を示す。

$$Z_c = \Gamma \frac{\tanh k_c w}{k_c S_c} \dots\dots\dots (7)$$

このとき  $\Gamma$  は次式で表される。ここで  $d$  はすきま、 $\mu$   
は空気粘度である。

$$\Gamma = \left\{ \sum_{q=1,3,5,\dots}^{\infty} \left( \frac{q^4 \pi^4 \mu}{8d^2} + j \frac{q^2 \pi^2 \rho \omega}{8} \right)^{-1} \right\}^{-1} \dots\dots\dots (8)$$

また、 $k_c$  はすきまにおける位相定数であり次式で表さ  
れる。また、 $\chi$  は空気の体積弾性率である。

$$k_c = \sqrt{\frac{j\omega\Gamma}{\chi}} \dots\dots\dots (9)$$

式(7)において  $w \rightarrow t_{sp}$ , 式(8)において  $d \rightarrow d_{sp}$  と  
すると、振動板周囲のすきまのインピーダンス  $Z_{sc}$  に  
も適用できる。

4.4 ③点から左側を見たインピーダンス ③点  
より左側の音圧と体積速度を  $p_{sp}, Q_{sp}$ , ①点につい  
ても  $p_1, Q_1$  とすると、 $N_p$  と  $N_{sr}$  にあたる③~①点の伝  
達マトリックスは次式となる。

$$\begin{bmatrix} P_{sp} \\ Q_{sp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{sr} & B_{sr} \\ C_{sr} & D_{sr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、四端子定数  $A_p \sim D_p$ ,  $A_{sr} \sim D_{sr}$  は式(4)  
において管長さ  $l, l_{sr}$ , 断面積  $S_p, S_{sr}$  をそれぞれ代入  
して得られる。

さて  $Z_{sp} \equiv p_{sp}/Q_{sp}$ , また  $Z_{sc} \equiv p_1/Q_1$  より上式は次式  
のように変形できる。

$$Z_{sp} = \frac{(A_p A_{sr} + B_p C_{sr})Z_{sc} + A_p B_{sr} + B_p D_{sr}}{(C_p A_{sr} + D_p C_{sr})Z_{sc} + C_p B_{sr} + D_p D_{sr}} \dots\dots\dots(11)$$

③点から左側を見たインピーダンス  $Z_{sp}$  は、このようにして求まる。

**4.5 ③点から右側を見たインピーダンス** ③点より左側の音圧と体積速度を  $p_p, Q_p$ , ⑤点についても  $p_5, Q_5$  とすると,  $N_{p2}$  にあたる③~⑤点の伝達マトリックスは次式となる。

$$\begin{bmatrix} p_p \\ Q_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{p2} & B_{p2} \\ C_{p2} & D_{p2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_5 \\ Q_5 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(12)$$

四端子定数  $A_{p2} \sim D_{p2}$  は式(4)において空気柱長さに対し  $l_2 + d/2$ , 空気柱断面積には  $S_p$  を代入して得られる。

さて  $Z_p \equiv p_p/Q_p$  であり, また, 右端を  $Z_c$  と  $Z_{p3}$  が並列で閉止しているの以上式は次式の様に変形できる。

$$Z_p = \frac{A_{p2} + B_{p2}(Z_c^{-1} + Z_{p3}^{-1})}{C_{p2} + D_{p2}(Z_c^{-1} + Z_{p3}^{-1})} \dots\dots\dots(13)$$

③点から右側を見たインピーダンス  $Z_p$  は, このようにして求まる。ところで,  $Z_{p3}$  は⑤点からの分岐管として扱うと次式<sup>(8)</sup> のように表せる。

$$Z_{p3} = \frac{\rho c \exp \delta d + \exp(-jkd)}{S_p \exp \delta d - \exp(-jkd)} \dots\dots\dots(14)$$

**4.6 マイク前室とその頸部** マイク前室の空洞部は, その形状から容量性のみを考慮し音響キャパシタンス  $C_{mr}$  として扱う。したがってマイク前室のインピーダンス  $Z_{mr}$  は次式となる。  $V_{mr}$  は空洞部体積である。

$$Z_{mr} = \frac{1}{j\omega C_{mr}} = -j \frac{\rho c^2}{V_{mr} \omega} \dots\dots\dots(15)$$

マイク前室頸部③~④点について, ③点における頸部側の音圧と体積速度を  $p_3, Q_3$ , ④点における頸部側の音圧と体積速度を  $p_4, Q_4$  とすると,  $N_{mh}$  にあたる③~④点の伝達マトリックスは次式となる。

$$\begin{bmatrix} p_3 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{mh} & B_{mh} \\ C_{mh} & D_{mh} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_4 \\ Q_4 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(16)$$

四端子定数  $A_{mh} \sim D_{mh}$  は式(4)において頸部長さ  $l_{mh}$ , 頸部断面積  $S_{mh}$  を代入して得られる。

さて  $Z_m \equiv p_3/Q_3, Z_{mr} \equiv p_4/Q_4$  より上式は次式のように変形できる。

$$Z_m = \frac{A_{mh} Z_{mr} + B_{mh}}{C_{mh} Z_{mr} + D_{mh}} \dots\dots\dots(17)$$

破線で囲んだ  $Z_m$  は, このようにして求まる。

**4.7 ③点から見た並列インピーダンス** 電気的等価回路において, マイクは③点に接続された電圧計の役目をする。そして, 音響系の共振周波数において

表 1 計算に用いたパラメータ

$a_{mh}:0.5\text{mm}$	$a_p:1.5\text{mm}$	$a_{sr}:8\text{mm}$	$d_{sp}:0.45\text{mm}$
$l:8.5\text{mm}$	$l_1:0.7\text{mm}$	$l_{mh}:1.2\text{mm}$	$l_{sr}:2.1\text{mm}$
$t_{sp}:1.55\text{mm}$	$V_{mr}:60\text{mm}^3$		
$c:343.7\text{m/s}$	$\mu:1.822 \times 10^{-5}\text{pa/s}$	$\rho:1.213\text{kg/m}^3$	

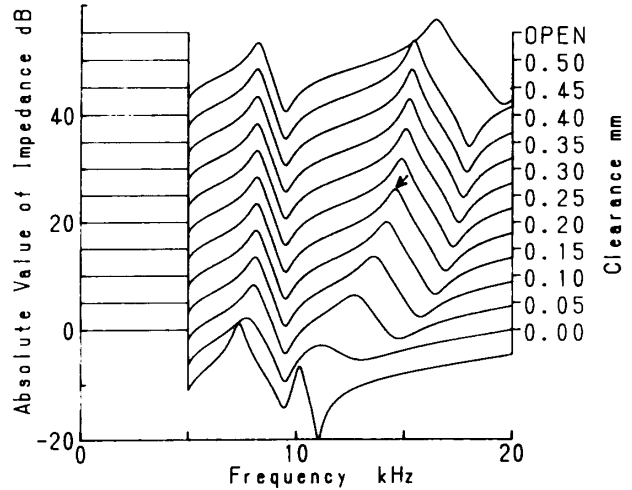


図 8 すきまを変化させた場合の周波数応答(計算値)

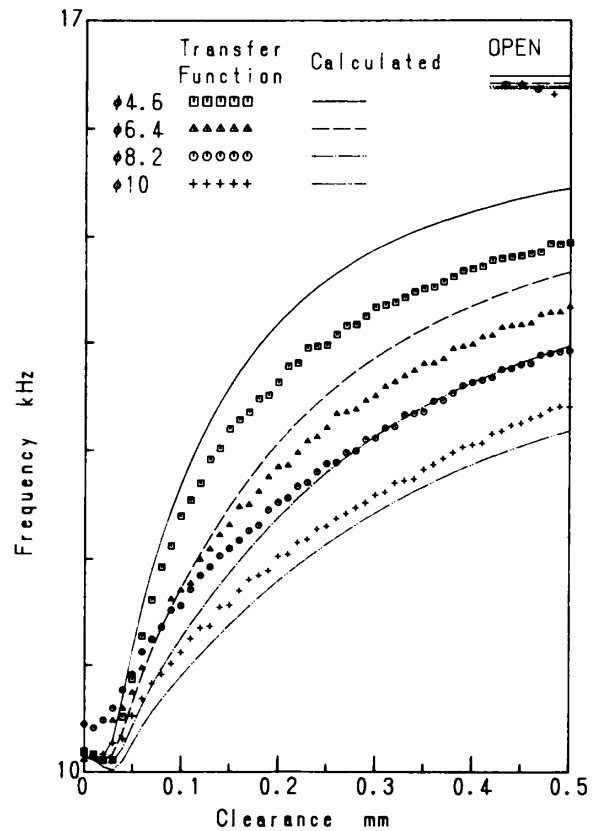


図 9 実験値と計算値との比較

はマイクが拾う音圧は極大になる。こうした音響系の共振点における状況を電気的等価回路においては、③点から見たインピーダンスの絶対値が極大となる周波数を共振周波数とすることで算出する。

③点から見たインピーダンス  $Z_3$  は  $Z_{sp}$ ,  $Z_p$ ,  $Z_m$  の並列インピーダンスとなるので次式で表される。

$$Z_3 = \frac{1}{Z_{sp}^{-1} + Z_p^{-1} + Z_m^{-1}} \dots\dots\dots (18)$$

このようにして、③点から見た並列インピーダンスは求められる。

#### 4.8 並列インピーダンス $Z_3$ のシミュレーション

さて、全体のインピーダンスが求められたところで、すきま  $d$  の変化による  $Z_3$  の値を計算機でシミュレーションしてみることにする。計算の際用いたパラメータを表1に示す。なお、マイク孔両端、空気柱のスピーカ側端および、各すきまの両端には表1の半径およびすきまの1/2に対し  $8/3\pi$  倍の付加質量を考慮した。

図8は検出部外径4.6 mmのセンサについて、すきま  $d$  を0.05 mm ステップで0~0.5 mm まで変化させて、それぞれについて  $Z_3$  の周波数応答の計算結果を示したものである。物体がない場合 ( $d \rightarrow \infty$ ) についても併せて示した。ここで、 $d=0$  の時は検出部を閉端とし、 $d \rightarrow \infty$  の時は検出部の管端に放射インピーダンスを考慮して計算を行った。縦軸には  $Z_3$  の絶対値、横軸には周波数をとっている。奥行方向にはすきま  $d$  をとっている。図8の結果は、図3の場合と同様にすきま  $d$  の変化に共振周波数のピークが追従しているのがわかる。両者の傾向は良く一致しており、解析結果は実際の音響系の周波数応答をよく表しているといえる。

共振周波数とすきま  $d$  との関係を実験により求める際には、すきま  $d$  を細かいステップで変化させて前記の計算を繰り返す。すきま  $d$  の絶対値が極大値をとる周波数を共振点として算出していき、前章の周波数応答の実験結果から求めた共振周波数(図4)と、この計算結果との比較について図9に示した。両者の間には若干差異があるものの傾向はよく一致している。また、す

きまがない場合 ( $d=0$ ) と物体がない場合 ( $d \rightarrow \infty$ ) については両者の値は非常に良く一致している。なお、検出部外径が8.2 mmの実験データにおいてすきまが零に近い部分で周波数が高くなっているが、これは製作誤差により検出面と測定物の平行度が悪かったことによる。

## 5. 結 論

電気音響を利用した非接触変位センサの試作実験および理論解析を行い、次の結論を得た。

(1) 本センサは  $\pm 0.25^\circ\text{C}$  の温度補償により  $1\ \mu\text{m}$  前後の精度で変位測定が可能であり、被測定物が十分大きい場合、感度は検出部外径により選択できる。

(2) 本システムの消費電力は微少であるため使用する電源は AC 100 V に限らず電池で動作させることも可能である。また、装置全体をコンパクトにできるため、可搬性に富んだシステムとなる。

(3) センサの音響系を等価回路と伝達マトリックスにより表し、一次元の波動方程式により解析を行った。計算結果を実験値と比較した結果、両者の傾向は良く一致し、実験、理論の両面から本測定法の有効性が確かめられた。

本研究を進めるにあたり精密測定技術振興財団のご援助をいただいた。ここに感謝の意を表す。また、実験を行うにあたりご協力いただいた宮内則夫氏にお礼申し上げる。

## 文 献

- (1) 一宮・宮下・後藤, 機論, 51-471, C(1985), 3077.
- (2) 一宮・宮下, 機論, 53-485, C(1987), 125.
- (3) 宮下・一宮, 機論, 54-503, C(1988), 1469.
- (4) 宮下・一宮, 機論, 55-519, C(1989), 2807.
- (5) 一宮・坂本, 機論, 54-499, C(1988), 651.
- (6) 坂本・一宮, 機論, 56-522, C(1990), 435.
- (7) 坂本・一宮・鈴木, 機論, 56-530, C(1990), 2562.
- (8) 坂本・一宮, 機論, 57-535, C(1991), 780.
- (9) 一宮・坂本, 機論, 57-539, C(1991), 2217.
- (10) 須山・平田, 音響誌, 35(1979), 152.
- (11) 早坂・吉川, 音響振動論, (1974), 700, 丸善.