

鉄道車輪軸の転走におけるカオス状振動* (支持弾性の低下にともなう蛇行運動の変動)

谷 藤 克 也*¹, 永 井 健 一*²

Chaotic Oscillation of a Wheelset Rolling on a Rail (Variation in the Hunting Motion Induced by Lowering the Restraint Stiffness)

Katsuya TANIFUJI and Ken-ichi NAGAI

In this study, chaotic behavior of a single wheelset rolling on a rail has been examined numerically. The single wheelset model is assumed to be elastically restrained from an imaginary truck frame moving in parallel with a straight track. In the simulation, nonlinear forces of the flange-rail contact and the wheel-rail creep are involved. When the elastic restraint is decreased, self-excited lateral oscillation occurs even in the practical speed range; then the oscillation bifurcates into chaotic behavior. The chaotic features are confirmed by the correlation dimension, bifurcation diagram, power spectrum and Poincaré map.

Key Words: Nonlinear Vibration, Coupled Vibration, Chaos, Vibration of Moving Body, Railway, Numerical Simulation

1. ま え が き

近年、鉄道車両の高速化にともない高精度な台車や車輪の設計が要求されている。一般に鉄道車両が高速で走行する際、車輪とレール間の相互作用により蛇行運動が起こることが知られている。さらに特定の条件下では、蛇行運動から不規則な運動、すなわちカオスの振動が現れる可能性がある。鉄道車両のカオスの挙動に関しては、各種車両モデルの下で数値シミュレーションにより明らかにされている^{(1)~(4)}。

文献(1)では、不整のない真直軌道上における台車モデルの走行シミュレーションにより、車輪フランジがレールにぶつかる場合、後軸にカオス的な挙動が認められた。文献(2)のシミュレーションではボギー車モデルが使用され、ここでも、車輪フランジが安定な周期振動を抑制するような場合にカオス的になることが示された。しかし、以上の文献でモデルの挙動がカオス的となるのは、いずれも走行速度が秒速200m以上という非現実的な高速域での問題となっている。さらに文献(3)では、ばね支持された一輪軸単体モデル

による検討が行われ、フランジ衝突とクリープ力の非線形性(飽和特性)がカオスの挙動の要因となることが明らかにされた。一方、文献(4)では円筒車輪軸単体モデルが正弦波状の左右不整を有する軌道上を走行する場合、左右方向の運動を抑制する条件の下で比較的低速(50 m/s)においてもカオス的になり得ることが示された。

以上が鉄道車両の走行におけるカオス振動の研究である。しかし、実際の台車や車輪軸に関してはいまだ十分に研究が行われているとは言えない。また、車両の高速化とともに進む台車や車輪軸の軽量化が安定かつ低振動の使用環境を可能とする一方、アルミ材などの軽量化部材を採用した台車では経年変化などにより不慮の強度不足または剛性不足を生ずることもあり得る。

本報では、強度または弾性が大幅に低下した支持機構により支えられた車輪軸を想定し、不整のない軌道上を走行する際の蛇行運動を数値シミュレーションにより解析した。解析モデルは、軌道中心に沿って平行して移動する仮想的台車枠から前後(進行)方向と横方向に弾性支持を受ける2自由度系とした。実際に近い車輪形状に基づく車輪とレール間の接触力ならびに車輪フランジとレール側面間の空けき(遊間)に起因する

* 原稿受付 平成4年10月16日。

*¹ 正員, 新潟大学工学部(☎950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

*² 正員, 群馬大学工学部(☎376 桐生市天神町1-5-1)。

衝撃力とを考慮に入れて解析した。数値計算により、車輪軸の支持剛性が大幅に低下した場合、現実的な走行速度域においても従来の規則的な蛇行走行からカオス状の蛇行挙動が発生することを明らかにした。

2. 車輪軸転走の計算モデル

2・1 計算モデル 転走する車輪軸単体モデルを図1に示す。図示のごとく、車輪軸は支持機構によって前後(進行)方向と横方向にばね支持されている。車輪軸と支持機構はレールに対して同じ速度 v [m/s] で走行し、それより車輪軸はレールに垂直の横変位 y 、ならびに軸心回りのふれ、すなわちヨー角 ψ による平面内2自由度の運動をしていると仮定する。なお、車輪はこう配 Γ の円すい踏面とする。車輪軸は、車輪フランジとレールの衝突力、および車輪踏面とレール間の非線形接触力、いわゆるクリープ力を受ける。

まずフランジ衝突力であるが、図1において車輪の横変位 y が車輪フランジとレール間の空げき(フランジ遊間ともいう) δ に達すると、車輪フランジはレールと衝突する。その際にフランジがレールから受ける反力 F_r は、レールの左右等価剛性 k_r により図2のばね力としてモデル化される。

$$\left. \begin{aligned} F_r &= -k_r(y - \delta) & : & \delta < y \\ F_r &= 0 & : & -\delta \leq y \leq \delta \\ F_r &= -k_r(y + \delta) & : & y < -\delta \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

次いで、車輪・レール接触点で接触面接線方向に作用するクリープ力については次式で与えられる。

$$F_j = -f_j \nu_j \dots\dots (2)$$

ここに、 f_j はクリープ係数、 ν_j はすべり率であり、 $j=1$ で縦(前後方向)クリープ、 $j=2$ で横クリープを表している。ここでは、飽和を考慮した非線形クリープ力とするため、クリープ係数 f_j としてレビーシャルテの式⁽⁵⁾を適用する。

$$f_j/f_{kj} = [(f_{kj}\nu_j/\mu N)^m + 1]^{-1/m} \dots\dots (3)$$

ここに、 μ は車輪・レール間の摩擦係数、 N は接触面

における垂直荷重、 f_{kj} はカルカーの線形クリープ係数⁽⁶⁾である。なお、 ν は次式で表される合すべり率である。

$$\nu = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2} \dots\dots (4)$$

摩擦力で正規化したクリープ力とすべり率の関係を図3に示す。図示されるごとく、すべり率の増加に対してクリープ力は摩擦力に漸近する。ここで、式(3)の指数には実態に近いとして推奨される⁽⁵⁾値 $m=1.5$ を用いる。

2・2 運動方程式 軌道中心にそって平行に移動する仮想的台車枠からばね支持された車輪軸の運動方程式は次のようになる。

横方向

$$m\ddot{y} + 2k_y y = 2F_2 + F_r \dots\dots (5)$$

ヨー方向

$$m i^2 \ddot{\psi} + 2b_1^2 k_x \psi = 2b F_1 \dots\dots (6)$$

ここに、 $(\ddot{\cdot})$ は時間による微分 d^2/dt^2 であり、 m は車輪軸の質量、 i は車輪軸のヨーイング慣性半径、 k_x は前後(進行)方向の支持剛性、 k_y は左右(横)方向の支持剛性、 $2b_1$ は前後支持ばねの左右間隔、 $2b$ は車輪・レール接触点の左右間隔を表す。なお、クリープ力 $F_j(j=1, 2)$ は式(3)で計算されるが、そのすべり率 ν_j は次式で与えられる。

$$\nu_1 = (\Gamma/R)y + (b/v)\dot{\psi} \dots\dots (7)$$

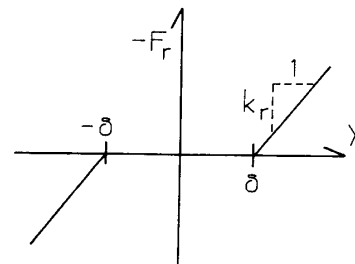


図2 車輪フランジ・レール間衝突力のモデル化

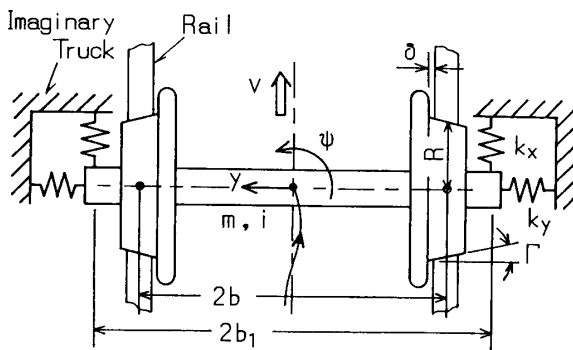


図1 車輪軸転走の計算モデル

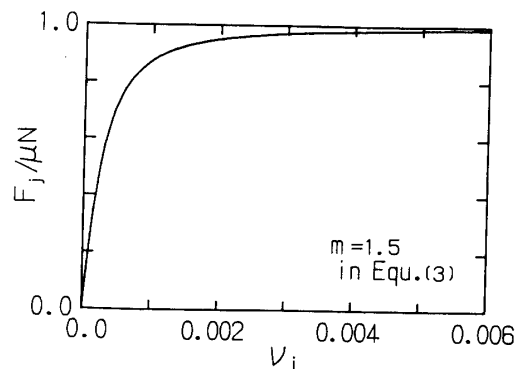


図3 クリープ力の飽和特性

$$v_z = (\dot{y}/v - \psi) \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $(\dot{\quad})$ は時間による微分 d/dt であり、 R は車輪の転がり半径、 v は走行速度を表す。

3. 計算方法

運動方程式(5)および(6)はフランジ衝突力とクリープ力の二つの非線形特性を包含するが、このような場合の工学上有用な解法として数値シミュレーションがある。ここでは、数値積分法としてルンゲ・クッタ・ギル法を用いることにより、車輪軸の転走をシミュレーションする。 $t=0$ における初期値を次のように選び、計算の刻み時間はシミュレーション結果をFFT分析するため10/4 096秒とする。

$$y=0.005 \text{ m}, \quad \dot{y}=\psi=\dot{\psi}=0$$

なお、計算では30秒間の転走シミュレーションを行い、初期には過渡応答の影響が含まれることが予想されるため、カオス性の検討には20~30秒間のデータを用いる。

カオス性の評価は文献(7)により提案される相関次元を用いる。相関次元 d は一次元の時系列データから計算される。

$$d = \log C(\gamma) / \log \gamma \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $C(\gamma)$ は埋め込みによって作られる位相空間をもとに算出される相関積分、 γ は空間を測定する代表長さである。埋め込み次元を増やしながらか $C(\gamma)$ を計算し、 d が一定に近づく値、すなわち飽和した d の値が相関次元となる⁽⁸⁾。

4. 計算結果

計算には新幹線電車の車輪軸を想定し、以下の値を基本値として計算に用いた。

$$m=2.41 \text{ t}, \quad i=0.75 \text{ m}, \quad R=0.455 \text{ m}$$

$$\Gamma=1/40, \quad 2b=1.50 \text{ m}, \quad 2b_1=2.10 \text{ m}$$

$$\delta=0.015 \text{ m}, \quad k_r=19\,600 \text{ kN/m}$$

車輪軸の前後および横方向の支持剛性 k_x 、 k_y については、支持剛性が不慮に大幅低下した状態を検討するため、次の値を基本値とする。

$$k_x=100 \text{ kN/m}, \quad k_y=25 \text{ kN/m}$$

これには、車輪軸の支持が軌道中心に沿って平行に移動する、すなわちヨー方向に回転しない仮想的台車枠からなされることも考慮される。なお、実際には k_x は30 000 kN/m、 k_y は7 500 kN/m程度の値である。

車輪軸が弾性的に支持される場合、フランジとレールが衝突を繰返すようになるのは極めて高速においてである^{(1)~(3)}が、現実的な速度を前提に、まず走行速度を $v=55.56 \text{ m/s}$ [$=200 \text{ km/h}$] として車輪軸支持剛性

k_x および k_y をパラメータとする検討を行う。これは、 k_x 、 k_y が基本値からさらに低減した場合にどうなるかを調べるものである。これは車輪軸支持部に経年変化によるガタを生じた場合にも相当するものであり、実際に起こり得る条件である。

4.1 時系列波形例 図4に車輪軸の横変位 y の時系列波形の代表的な計算例を示す。シミュレーション開始後20~30秒間の波形である。 W_k は車輪軸支持剛性の基本値に対する倍率を表しており、 k_x と k_y を同じ倍率で変化させている。倍率 W_k の低下とともに y の波形が複雑に変化し、周期的な波形だけでなく左右で非対称な波形、非周期的波形が現れる。

例えば、 W_k が1/2の例では2往復ごとに同じ波形を規則的に繰返す2倍周期、 W_k が1/16の例では3往復で同じ波形を繰返す3倍周期のいわゆる周期的波形であり、その周期ごとにそれぞれのピークがほぼ同じ大きさで繰返される。一方、 W_k が1/4、1/8、1/32の例は同じ波形が規則的に繰返すことのない非周期的波形で、ピーク変位も広くばらついており、カオス状振動の可能性を呈している。

4.2 分岐線図 図5に分岐線図を示す。横軸はパラメータの車輪軸支持剛性であり、倍率 W_k により表

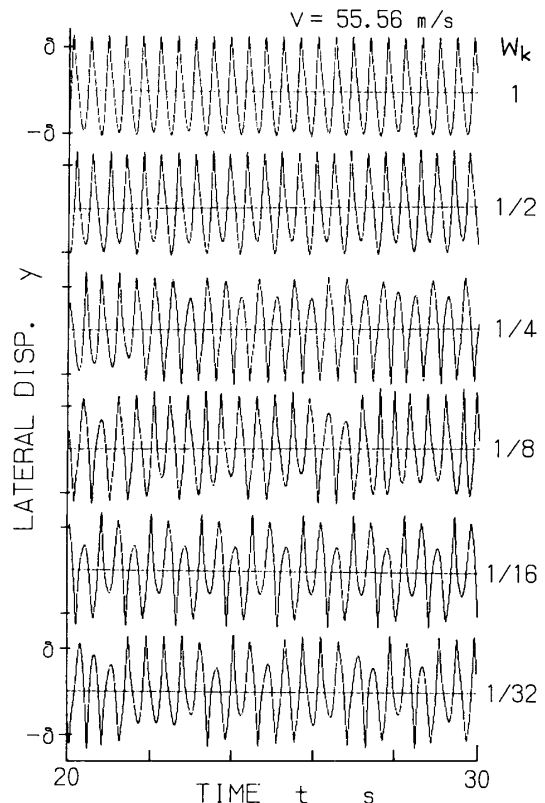


図4 シミュレーションの y 波形例
(走行速度 55.56 m/s)

している。 W_k をほぼ連続的(横軸1目もりを100等分)に変化させながら図4で示したようなシミュレーションを行い、各支持剛性ごとに20秒以降のシミュレーション波形から横変位 y のピーク(左右速度 $\dot{y}=0$ となる時点の変位)をすべて縦軸の方向にプロットしたものである。ここでは、速度が正から負に変わる点と負から正に変わる点の二つのタイミングで変位がプロットされている。これらの横変位は図4に例示される左側に凸のピーク変位と右側に凸のそれに一致し、ほぼ連続的に変化する W_k ごとに片側でおよそ24点ずつプロットされている。

なお、図5の縦軸は、 y のピーク変位の変動を明示するため、左右のフランジ遊間($\pm\delta$)の近傍を拡大したものであり、図4の波形例の縦軸に対して約4倍のスケールとなっている。

文献(1)~(4)で示されるように、車輪軸の転走にカオス的挙動が現れるのは、左右方向のリミットサイクル運動が車輪フランジとレールの衝突により拘束される時($|y|\geq\delta$)である。それぞれの支持剛性におい

てピーク変位が変動すると、帯状の広がりとして表示される。この広がりやピーク変位の変動の程度を示している。帯の中に窓のように穴の空いているところは、周期が倍化した変動の小さい波形に対応する。

支持剛性の低下に対し、すでに基本値($W_k=1$)の近傍においてピーク変位に変動を生じており、剛性の低下とともにその変動が増大している。 $W_k=1$ と $1/2$ の間には、変動を伴った2倍周期および4倍周期の波形が現れる。図4で例示したごとく、周期が倍化するとほぼ同じ波形の繰返しとなるため、ピーク変位は倍化周期と同じ数の点の近傍だけに繰返しプロットされる。このような波形がある W_k の範囲で持続すると、これらの点は分岐線図上で線状につながり、その線間に空白を生ずる。このような範囲の両側が非周期的波形であったり、倍化周期数が変化すると、この空白部が閉じて窓状の穴が形成される。このような分岐線図の窓の存在は、周期倍化からカオスへ至る過程の特徴でもある。

その後、剛性の倍率 $1/16$ 付近でいったん3点に収束し(3倍周期)、さらなる剛性の低下とともに再び変

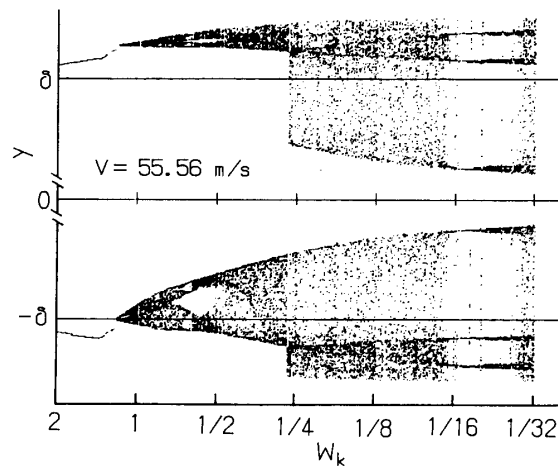


図5 剛性倍率 W_k の変化に対する横変位 y の分岐線図

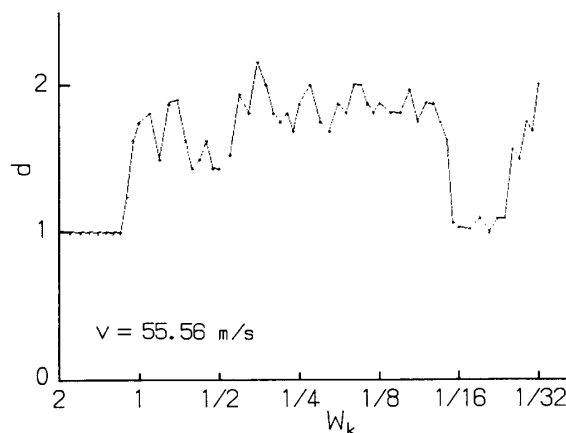


図6 剛性倍率 W_k の変化に対する相関次元 d

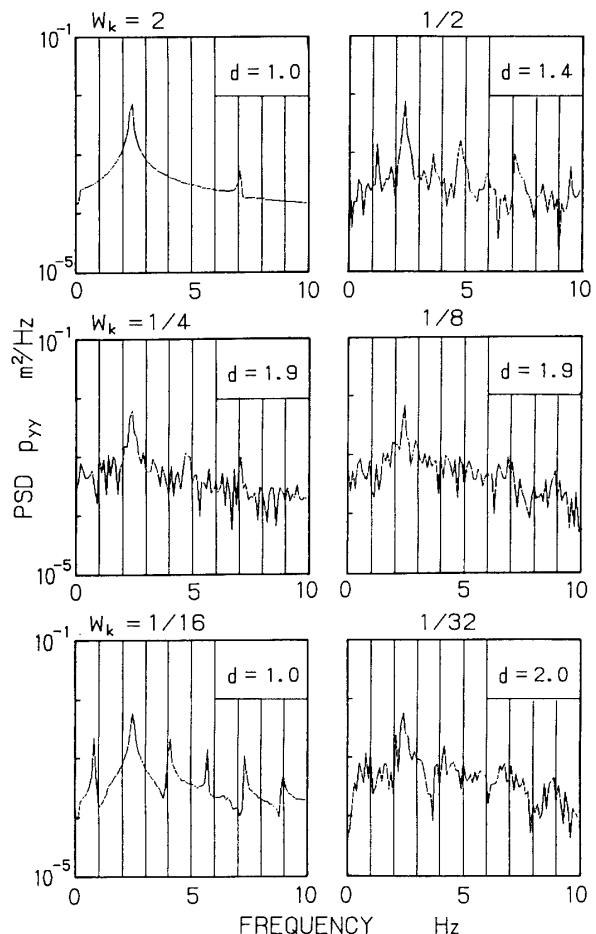


図7 横変位 y のパワースペクトルと相関次元

動を増してゆく状況を読み取ることができる。ピーク変位が3点に収束する剛性1/16の場合、変動の小さい3倍周期であることは図4の波形からも示されておりである。

4.3 相関次元 車輪軸支持剛性の低下に対する相関次元 d の変化を図6に示す。支持剛性ごとにシミュレーションの20秒から30秒までの横変位 y の時系列波形から求めたものである。 d が最大となるのは剛性倍率 W_k が約1/2.6のケースであり、その値は約2.2である。また、最小となるのは $W_k \geq 1.2$ および1/16付近のケースで約1.0であり、波形が周期的な場合である。 $W_k=1/16$ 付近では、波形例と分岐図からわかるように、変動のない3倍周期の波形である。ほかの剛性倍率で相関次元 d は上記の最大値と最小値の中間の値をとるが、その大きさは分岐図に現れるピーク変位の変動の程度に対応している。

4.4 パワスペクトル密度(PSD) 図7に代表的な支持剛性における横変位 y のPSD p_{yy} を示す。それぞれのケースについて相関次元 d の値を付記している。 d の値が1に近いケースでは、乱れのないピークが一定の周波数間隔で並んでおり、変動が小さい周期的波形の特徴が現れている。ここで、車輪軸固有の蛇行の波長による周波数 f_h は2.4 Hzであり、そこでのパワが最も卓越している。また、3倍周期の波形となる $W_k=1/16$ の場合、卓越周波数 f_h の1/3である0.8 Hzに最初のピークが現れている。

一方、相関次元 d の大きいケースでは、細かいピークが不規則に生じており、 d の値が大きいほどピークの凹凸差が小さくなっている。なお、 $W_k=1/2$ のケースでは f_h の1/2である1.2 Hzに最初のピークがあり、2倍周期的な傾向も含まれている。

4.5 ポアンカレ写像図 左右振動の速度が正から負へ変わる($y=0$)タイミングをポアンカレ断面にとり⁽⁹⁾、 $\dot{\psi}-\psi$ 平面へ写像したのが図8である。支持剛性の倍率 W_k の中から代表的な点を例示したもので、それぞれ20秒以降のシミュレーション波形の時系列からプロットしている。相関次元 d が1である $W_k=1/16$ の場合は写像点が3点に集中するが、 d の値が大きい $W_k=1/4, 1/8$ および $1/32$ のケースではカオスアトラクタが形成されている。その形状は d の値が大きいほど拡張している。

5. ま と め

前後・左右方向に弾性支持された車輪軸単体モデルの転走シミュレーションにより、鉄道車両の走行振動に現れるカオス的挙動の可能性と特徴を解析した。

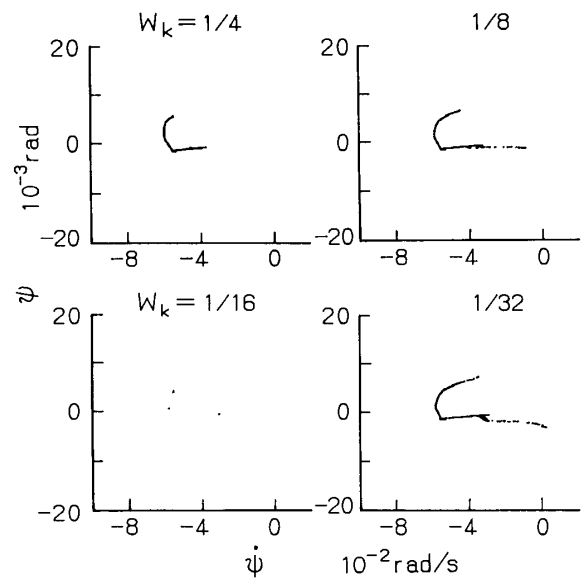


図8 $\dot{\psi}-\psi$ 平面へのポアンカレ写像

現実的な走行速度の条件(200 km/h)により、車輪軸支持剛性をパラメータとする検討を行った結果、支持剛性の低下とともにフランジ接触が生ずると振動波形が複雑に変動し、カオス的な挙動も現れることが分岐線図、相関次元、PSD、ポアンカレ写像図などから示された。かかる挙動が現れるのは、激しい蛇行運動がレールに抑制される場合である。不慮の支持剛性低下または経年変化による車輪軸支持部のガタによっては営業速度域内でも発生の可能性があり、その際に上に述べたカオス的な挙動を伴うことが予測される。また、パラメータ(車輪軸支持剛性)変化に対する転走状態の変化は複雑であり、カオス的挙動へ至る過程が周期倍分岐と関係することが示された。

なお、本研究は財団法人鉄道総合技術研究所から委託を受けて行った研究の一環である。計算を手伝った新潟大学工学部精密工学科学生、芝原俊司君と山澤敏史君に謝意を表す。

文 献

- (1) Kaas-Petersen, Ch., *Acta Mechanica*, **61**(1986), 89.
- (2) Kaas-Petersen, Ch. and True, H., *Proc. 9th IAVSD Symp.*, (1986), 208.
- (3) True, H., *Proc. 11th IAVSD Symp.*, (1990), 578.
- (4) Meijaard, J. P. and De Pater, A. D., *Int. J. Non-Linear Mech.*, **24**-1(1989), 1.
- (5) 松井, P-SC 64 分科会報告, No. 335(1984), 32.
- (6) Kalker, J. J., *Vehicle System Dynamics*, **8**-4(1979), 317.
- (7) Grassberger, P. and Procaccia, I., *Physica* **9D**(1983), 189.
- (8) 永井, 機論, **56**-525, C(1990), 1171.
- (9) Paidoussis, M. P., Li, G. X. and Moon, F. C., *J. Sound Vib.*, **135**-1(1989), 1.