

ケーブルで拘束を受ける片持ばりの
カオス振動の実験*永井 健一^{*1}, 山口 誉夫^{*2}
谷 藤 克也^{*3}, 楊 平^{*4}Experiment on Chaotic Vibrations of a Cantilevered Beam Deformed
by a Stretched CableKen-ichi NAGAI, Takao YAMAGUCHI,
Katsuya TANIFUJI and Hei YOH

This paper presents the experimental results on chaotic vibrations of a cantilevered beam deformed by a stretched cable. The beam is deformed to a postbuckled configuration by a cable that is extended from the top to bottom of the beam. We call the deformed beam a 'tendon beam'. As a lateral load is applied to the beam statically, the beam changes to another equilibrium position accompanied with a snap through deformation. When the beam is subjected to periodic excitation, a large-amplitude response is generated by resonance. Chaotic motion appears near the fundamental resonance region as well as the region in the higher mode of vibration. Both chaotic motions are confirmed as the chaos due to maximum Lyapunov exponent with a positive number. By recording the Poincaré section of the chaos behavior, fractal attractors are clearly focused in the fundamental resonance region. The more complicated attractor is obtained in the resonance region of the second mode of vibration. The correlation dimension of the chaos in the second mode is higher than that of the fundamental mode. It is generated by the two-to-thirteens internal resonance between the fundamental mode and second mode.

Key Words: Chaos, Nonlinear Vibration, Vibration of Continuous System, Beam, Cable, Fractal Dimension, Lyapunov Exponent, Space Robot

1. 緒 言

はりとは軽量構造要素として輸送機械に多く用いられている。特に宇宙構造物のクレーンやアームとして用いられる場合、最も軽くかつ高剛性である必要がある。はり先端にケーブルを張りわたし、ケーブルの張力で位置を変えるいわゆるテンドン機構が考えられる。はりがケーブルにより座屈後変形を起こすと、はりは曲率構造となるため高剛性を保つことができる。しかし動荷重の下では飛移り座屈を伴う大振幅振動現象を生じやすい。座屈後はりの変形特性や動特性を明らかにすることは工学上重要といえる。

例えば両端固定の座屈後はりの飛移り振動を扱った実験が Tseng と Dugundji⁽¹⁾ をはじめ Yamaki ら⁽²⁾ によりなされている。また Graham らは飛移り機構をもつ 2 自由度リンクの実験⁽³⁾ を行っている。先に著者はアーチの非線形振動問題に関し理論⁽⁴⁾ と実験⁽⁵⁾ を通しカオス振動の発生の可能性を明らかにした。さら

に両端固定の座屈後はりの実験⁽⁶⁾ で特徴的なカオス振動現象を明らかにした。一方、片持ちのはりのカオス振動においては 2 個の磁石吸引力を受ける場合の実験⁽⁷⁾ が Moon と Holmes らにより行われた。また Paidousis らは衝突による運転拘束を受ける片持送水管に関する実験⁽⁸⁾ を行っている。

本報は、片持ばりの先端から固定端近傍にケーブルを張り、はりを座屈後変形状態とした後、はりに横方向周期荷重を与えた場合の非線形振動の実験を行った。なおこのはりをテンドンはりと呼ぶこととする。まず静的変形特性を求め、ついで振動実験で周波数応答曲線を求め、カオス状振動応答が最低次モードならびに第 2 次モードの主共振応答近傍に現れることを明らかにした。さらに時系列波形から相関次元と最大リアプノフ指数を求めた。さらにポアンカレ図の記録と周波数分析を行い、カオス振動であることを確定した。特に第 2 次の主共振近傍のカオス振動が第 1 次モードとの内部共振により誘起されることを明らかにした。

2. はりおよびケーブルの支持装置

図 1 に示すように、はりは厚さ $h=0.506$ mm, 幅 $b=35.5$ mm のアルミニウム合金(ヤング率; $E=67.8$

* 原稿受付 平成 5 年 6 月 24 日。

*¹ 正員, 群馬大学工学部 (☎376 桐生市天神町 1-5-1)。*² 正員, スバル研究所 (☎373 太田市東本町 10-1)。*³ 正員, 新潟大学工学部 (☎950-21 新潟市五十嵐 2 の町 8050)。*⁴ 小島鉄工所 (☎370 高崎市歌川 8)。

GPa, 密度 $\rho=2.73 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)を用いた, なお断面積は $A=bh$ とする. はり先端の両側にケーブルを取付けるため, 細片を接着し, 先端質量とする. なおその質量を M とする. はりの基部をブロックではさみ, ボルト締めにより固定端の条件を得た. 長さは $L=93 \text{ mm}$ である. はり先端の両側から基部にわたり, 平均直径 $d=0.36 \text{ mm}$ の 2 本の鉄のワイヤロープ(ヤング率; $E_c=206 \text{ GPa}$, 線密度; $m_c=5.59 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$)を張りわたした. はり全質量は $\rho AL=4.45 \times 10^{-3} \text{ kg}$, 先端質量は $M=8.33 \times 10^{-4} \text{ kg}$ さらにはり両側のケーブル質量は $M_c=1.03 \times 10^{-4} \text{ kg}$ となる. これより, はり質量に対し先端質量はそれぞれ約 18%, ケーブル質量は 2.3%ほどの大きさとなる.

次にケーブルをはりの先端部からはり固定端にあるケーブルガイドを介して, ケーブル引張装置に取付ける. 引張装置はばね板をもつ T 形のブロックで, 軸心方向の移動と固定ができる. ばね板両端の溝付き円柱を介して, 2 本のケーブルが接合される. 引張装置の移動でケーブルに張力を与える. その張力は抵抗線ひずみゲージにより検出できる. なおケーブルガイドと溝付円柱はテフロン材よりなり, ケーブルとの接触摩擦力を低減できる. この装置によりケーブルの張力をはりに均等に与えることができる.

3. 実験装置

振動実験装置の概要を図 2 に示す. 図 2 中で, 1 ないし 7 は加振実験装置(プリューエル, ケアー社)である. これより加速度振幅一定の周波数掃引実験ができる. なお最低の加振振動数は約 25 Hz である. 8 は試験片, 9 はケーブル張力を検出するひずみ計である. 10 から 13 は, はりの振動応答を検出する装置である. レーザ変位センサ 10, 11 で加振台からはりの相対変位を検出し, 13 の本体ではり振動に比例する電圧信号を得る. なお変位計 10 は移動装置 12 の上にあり, 測

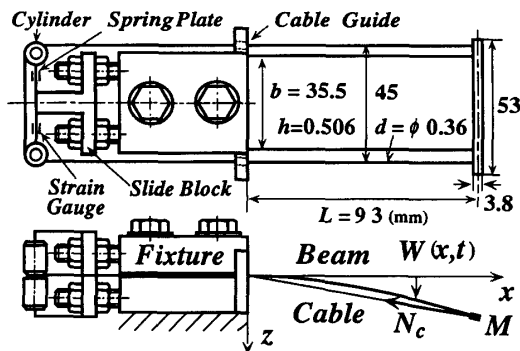


図 1 ケーブル拘束を受けるはり支持装置

定位置の移動と振動形の確認ができる. 14 から 20 までは, 振動の記録と分析のための装置である. 14 の電圧計で, はりの静的変位を含む振幅の実効値を測定する. 計測用コンピュータ 15 を介して 16 の X-Y プロットに周波数応答曲線を記録する. はりの特徴的な時系列波形は FFT 分析器 17 を介してコンピュータの記録装置に保存できる. 時系列波形より相関次元ならびに最大リアプノフ指数が計算される. はり応答のポアンカレ図は次のように得られる.

はりの変位を 18 の微分器で速度に変換する. 19 は位相計, 20 はパルス発振器である. これより加振力の最大振幅から任意の位相でパルスを発生できる. はりの変位と速度を加振周期ごとに分析器 17 に記録し, 図示する.

なお微小な動荷重の下で, 系の線形固有振動数を測定できる. また, 静止状態のもとで, ケーブル張力とたわみの関係より, この場合の座屈荷重が測定できる. さらに, ばね材を利用した集中荷重計で, はりに横荷重を与え, はりのたわみを測定する. これよりテンドンはりの復元力特性を明らかにできる.

4. 実験要領

実験に際し, 次の諸量と無次元量を導入する.

$$\xi = x/L, w = W/h, \beta = M/\rho AL,$$

$$[n_c, n_{cr}] = [N_c, N_{cr}](L^2/EI), \gamma = N_c/N_{cr},$$

$$\tau = \Omega t, \Omega_0 = L^{-2}\sqrt{EI/\rho A}, \omega = \Omega/\Omega_0, r = \sqrt{I/A},$$

$$p_a = \rho A a_d L^4/EI r, q = QL^3/EI r, \dots \dots \dots (1)$$

上式で ξ は無次元座標, w は無次元たわみ, β ははり全質量に対する先端質量の比で質量比と呼ぶ. n_c はケーブルの張力 N_c の無次元量, n_{cr} ははりが座屈する際のケーブル張力 N_{cr} の無次元量である. γ は座屈荷重に対するケーブル張力の比である. 加振台の加速度を $a = a_d \cos \Omega t$ としてはりに加速度場として与える. なお a_d は加速度振幅, Ω は加振角振動数 ($\Omega = 2\pi f$)

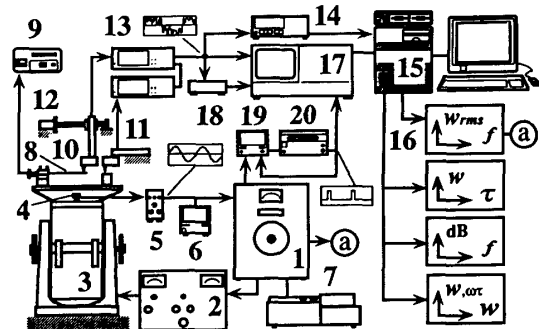


図 2 振動実験装置ブロックダイアグラム

であり、 f は振動数である。 τ は無次元時間、 Ω ははりの振動数に関する量である。 p_d は加振器によりはりに与える無次元の周期荷重振幅である。 q ははりに集中横荷重 Q を作用させた場合の無次元荷重である。 r は断面二次半径 ($I = bh^3/12$, $A = bh$) である。 ω は無次元の加振振動数である。

なお、実験結果の整理と精度の吟味のため、本場合の線形固有振動数と座屈荷重の理論値を次のように求めた。微小振幅振動におけるテンドンはりの無次元運動方程式と境界条件式は次のようになる。

$$w_{,\tau\tau} + w_{,\xi\xi\xi\xi} + n_c w_{,\xi\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\xi = 0 : w = 0, w_{,\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

$$\xi = 1 : \beta w_{,\tau\tau} - w_{,\xi\xi\xi} - n_c (w_{,\xi} - w) = 0 \quad \dots\dots (3 \cdot b)$$

上式でカンマの後の添字はそれに関する偏微分を示す。なお、式(3・b)の $\xi = 1$ で左辺第3項を省略すると追従力を受ける柱、すなわちベックの問題となる。さらに第3項を $n_c w_{,\xi}$ とすると、オイラー柱の座屈問題に対応する。式(2)の解は次のようになる。

$$w(\xi, \tau) = \zeta(\xi) e^{j\omega\tau},$$

$$\zeta(\xi) = A_1 \sin p_1 \xi + A_2 \cos p_1 \xi$$

$$+ A_3 \sinh p_2 \xi + A_4 \cosh p_2 \xi \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \sqrt{\pm(n_c/2) + \sqrt{(n_c/2)^2 + \omega^2}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式で j は虚数単位、 $A_m (m = 1, 2, 3, 4)$ は未定係数で境界条件式(3)を考慮すると係数 A_m に関する斉次の方程式を得る。その係数行列式を零とおくことにより質量比 β 、ケーブル張力 n_c の下での無次元固有振動数 $\omega_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ が求まる。 ω_1 が零に近づく際の n_c の値が座屈係数 n_{cr} となる。計算の結果 $n_{cr} = 9.867$ を得た。これはオイラー柱の場合 ($n_{cr} = \pi^2/4$) の約4倍、ベックの柱 ($n_{cr} = 20.05$) の約1/2となる。

本実験では、ケーブル質量の半分をはり先端質量に組入れることとした。これより $\beta = 0.19$ を得る。

以下の順序で実験を行う。まずケーブル張力 N_c を

逐次変えて、はりに微小加振力を与え線形固有振動数 $f_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ を求める。なお振動数が極小となるケーブル張力より座屈荷重を求める。その際、理論値と比較することにより実験精度を吟味する。次に座屈荷重 N_{cr} より大なる初期張力 N_c を与えたテンドンはりに関し、無次元荷重 q とはりのたわみ w との関係を求める。その際ケーブル張力 n_c の変化をも測定する。さらに正弦波状の周期横方向加速度を与えた振動実験を行い、その際の振動応答を記録分析する。加振振幅 p_d はおもに60とし $p_d = 40$ と $p_d = 80$ の場合の実験をも行った。

5. 実験結果および検討

5・1 テンドンはりの微小振幅振動数 ケーブル張力を逐次変化させ、はりの微小振動の固有振動数を求めた。結果を図3に示す。縦軸はケーブル張力 N_c 、横軸ははりの固有振動数 $f_i (i = 1, 2)$ を示す。なお i は振動次数を示す。図3中、黒い丸点の実験値、実線は理論値である。ケーブル張力が増大するに従い、それぞれの振動数は減少することがわかる。ケーブル張力が座屈荷重 N_{cr} に近づくと、振動数は極小値をとることがわかる。なお座屈荷重の下で、第1次振動形の振動数の理論値は零となるが、実際のはりの微小な初期変形をもつ。この影響により振動数は有限値となる。最も低い振動数は、第1次ならびに第2次の振動形で $f_1 = 13.75$ [Hz] ならびに $f_2 = 174.0$ [Hz] ($\omega_2 = 12.99$) である。この値でのケーブル張力を座屈荷重とすると無次元座屈係数 n_{cr} は9.79となる。なお、理論値は $n_{cr} = 9.867$ であり、実験値は理論値の約0.8%の差異をもつ。さらにケーブル張力が座屈荷重を超えると振動数は急激に増加する。これははりが座屈後変形状態で曲率構造となるためである。なおたわみ w が急激に増大する際の張力を座屈荷重とすると $n_{cr} = 10.1$ を得た。これは理論値より3%ほど大きい。

5・2 集中荷重による静たわみ 座屈荷重より大なるケーブルの初期張力 n_c により、はりの座屈後

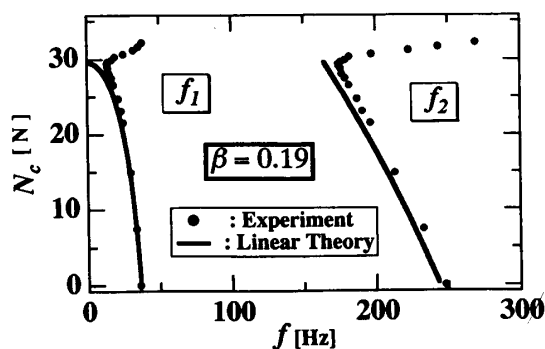


図3 テンドンはりの線形固有振動数

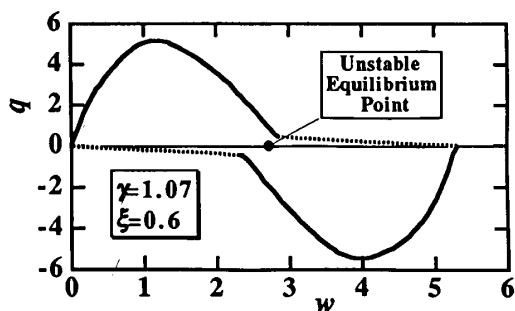


図4 集中荷重を受けるテンドンはりのたわみ

変形状態を作る。ここをたわみの原点にとり、はり先端に集中荷重 q を作用させ、たわみの変化を求めた。実験の座屈荷重を基準としたケーブル張力比 $\gamma = n_c/n_{cr} = 1.07$ における結果を図4に示す。縦軸は集中荷重 q 、横軸は $\xi = 0.6$ でのはりのたわみ w である。 q を逐次増大するとたわみは増大する。 $w = 1.2$ 近傍で荷重は最大値 $q = 5.1$ となる。さらに変形を与えるとたわみの増加とともにその際の荷重 q は減少することがわかる。なお $w = 2.72$ は座屈の生ずる前の平衡位置であり、座屈後は不安定な平衡点となる。たわみが2.85に達するとはりは急激に飛び移りを起こし他の安定な平衡点に移る。次にこの状態から逆方向に集中荷重を加えると座屈前平衡点に対して点対称な変形を行う。なお、たわみが零から2.85に至るまでケーブル張力の変動は初期張力 $n_c = 10.5$ に対し約0.2%ほどの増加にとどまる。

5・3 非線形応答曲線 以下の実験ではケーブル張力を座屈荷重の110%、すなわち $\gamma = 1.1$ の下で行った。その際、線形固有振動数は第1次振動形で $f_1 = 33.20$ [Hz] ($\omega_1 = 2.478$)、第2次振動形で $f_2 = 222.7$ [Hz] ($\omega_2 = 16.62$) を得た。加振振幅を $p_d = 60$ とし非線形共振応答曲線を求めた。結果を図5に示す。縦軸ははりの振動振幅の実効値 w_{rms} を示す。横軸は加振振動数 f である。なお無次元加振振動数 ω をあわせ示す。主要な共振応答の種類を括弧内の (i, j) で示す。 i は対応する振動形の次数、 $j=1$ は主共振応答である。 $j=1/2$ ならびに $j=1/3$ はそれぞれ1/2次と1/3次の分数次調波共振を示す。Chaos 1ないし Chaos 2で示してある領域では、やはり動的な飛び移りを伴うカオス状の振動応答を示す。

図と実験の過程から以下のことが明らかになった。

(1) テンドンはりの第1次ならび第2次の振動形をもつ主共振応答はいずれも漸軟-漸硬ばね特性に対応した応答曲線となる。カオス状応答はいずれも主共

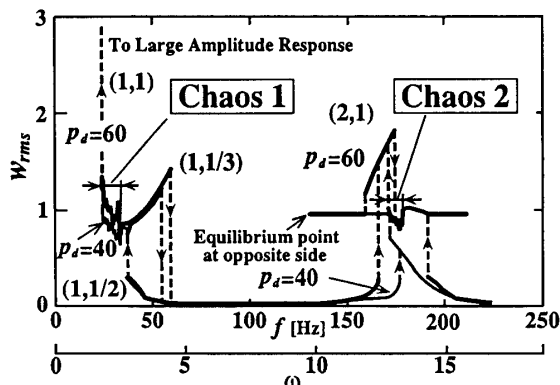


図5 テンドンはりの周波数応答曲線

振曲線の高次振動数側に存在する。すなわち漸軟ばね特性を示す応答曲線近傍である。

(2) 加振振動数を高次側から減少させると以下の経過でカオス振動に至る。第1次の主共振近傍では、まず1/2次の分数次調波共振から跳躍して1/3次の分数次調波共振に移行する。さらに振動数を下げるとカオス状振動の領域に至る。なお領域の低振動数側の境界に至ると1次モードの激しい大振幅振動へ移行する。

(3) 第2次モードは非共振応答から大振幅振動へ跳躍する。振動数の減少によりこの大振幅振動は後述する低次モードとの連成を有する応答となる。さらに振動数を下げるとカオス領域に至る。一方低振動数側から振動数を増加させると、大振幅応答が減衰の影響で飽和した後、非共振部へ跳躍する。その際カオス領域へ入ることも認められた。

また図6に p_d を変えた第2次主共振近傍の応答を示す。これより $p_d = 40$ での応答曲線は定常振動を示

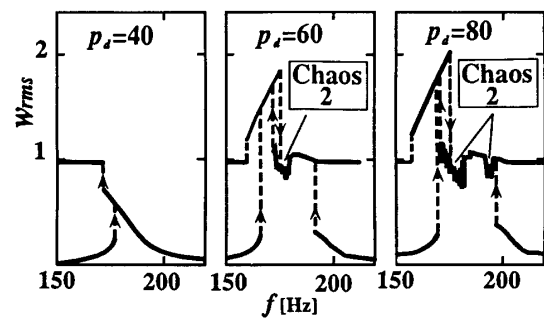


図6 第2次振動形の主共振近傍の周波数応答曲線

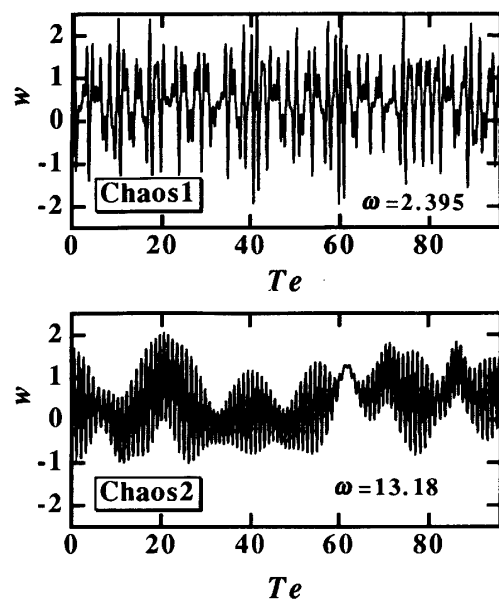


図7 カオス振動の時間波形

し、 $p_d=60$ では、カオス状振動が発生することがわかる。さらに $p_d=80$ ではカオス状振動を示す振動数領域が広がるとともに複数個存在する。また、カオス領域の間に定常応答が存在することが認められる。

5・4 カオス状振動の時間波形 Chaos 1, Chaos 2 領域についてのはりの振幅の時間変化を図 7 に示す。上段は Chaos 1, 下段は Chaos 2 に対応している。横軸は加振周期 T_e を基準とした周期数、縦軸は $\xi=0.3$ におけるはりの振幅を示す。両波形とも不規則な飛び移りを伴う振動波形となっている。特に Chaos 2 領域の時間波形は、包絡線がほぼ無秩序に変動していることがわかる。

5・5 最大リアプノフ指数ならびに相関次元 次にカオス状振動に対し Wolf⁽⁹⁾ の方法により最大リアプノフ指数 λ_{max} を計算した。まず時間波形から Takens の定理⁽¹⁰⁾ に基づき埋込み次元 e をもつ疑似位相空間を作る。空間内の軌道上の一点から隣接軌道上の点までの距離の伸長率を時間軸に添って計算し平均をとる。これより時間経過に対する λ_{max} を得る。図 8, 9 に Chaos 1, Chaos 2 領域についての e と λ_{max} の関

係をそれぞれ示す。縦軸は最大リアプノフ指数 λ_{max} 、横軸は無次元時間である。なお、時間の間隔 $\Delta\tau$ は加振力周期の約 3/4 とし、Chaos 1 の場合 $\Delta\tau=0.526$ 、Chaos 2 のそれは $\Delta\tau=0.395$ として計算してある。図より十分に時間 τ が経過した後に、 λ_{max} は Chaos 1 領域において埋込み次元 $e=4$ 、Chaos 2 において $e=6$ 近傍でそれぞれほぼ一定値になっている。この場合の λ_{max} は Chaos 1 領域では $\lambda_{max}=0.3$ 、Chaos 2 では $\lambda_{max}=0.2$ となる正の値を得た。これは対応する系の二つの軌道間距離が引き伸ばされることを意味する。すなわち、Chaos 1 と Chaos 2 の振動応答がカオス振動であることが確定できる。さらに時間波形からカオス振動の相関次元を Grassberger-Procaccia の方法⁽¹²⁾ で求めた。埋込み次元 e と相関次元 d の関係を図 10 に示

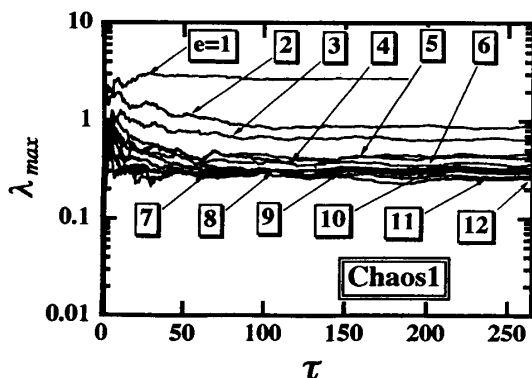


図 8 カオス振動の最大リアプノフ指数 ($\omega=2.395$, $p_d=60$)

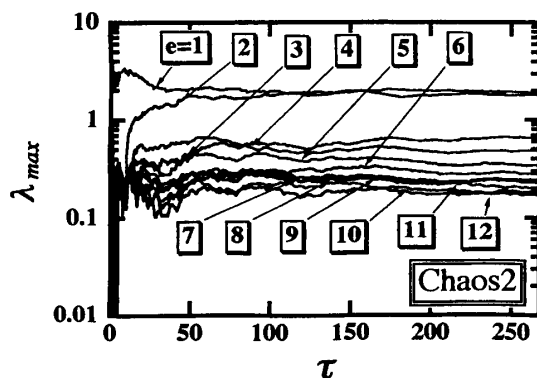


図 9 カオス振動の最大リアプノフ指数 ($\omega=13.18$, $p_d=60$)

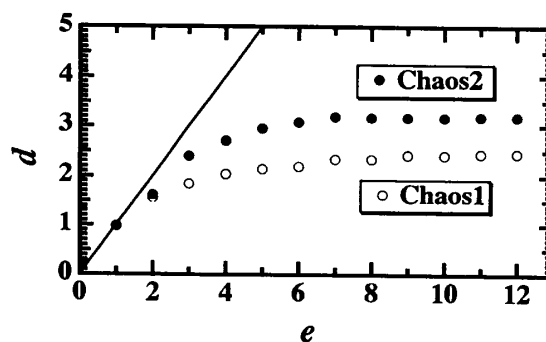


図 10 埋込み次元と相関次元との関係 (○: $\omega=2.395$, ●: $\omega=13.18$, $p_d=60$)

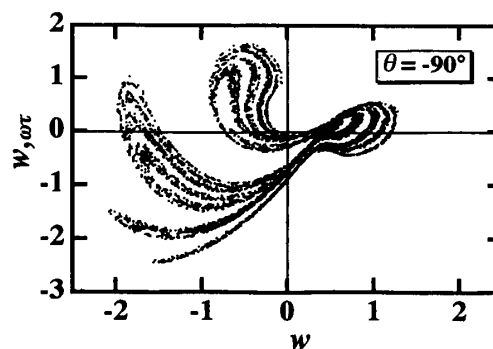
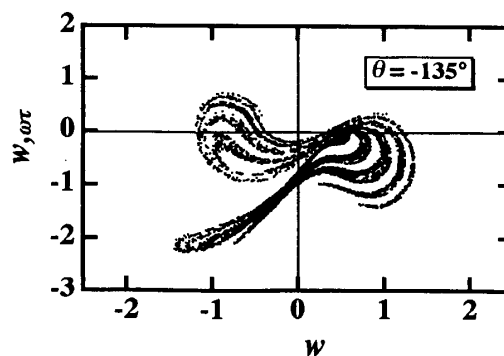


図 11 テンドンはりのポアンカレ写像図 ($\omega=2.395$)

す。図 10 中の○は Chaos 1 領域, ●は Chaos 2 領域に対応している。図より, Chaos 1 については埋込み次元 e が 4 の近く, Chaos 2 については $e=6$ 近傍でそれぞれの相関次元 d がほぼ一定になることがわかる。すなわち, 位相空間での自由度が Chaos 1 については約 4, Chaos 2 については約 6 であることを示す。この結果は前述の λ_{\max} が一定になる e の値と一致している。一方, 相関次元 d の値は, Chaos 1 で $d=2.46$, Chaos 2 で $d=3.19$ を得た。これより, Chaos 1 領域に比べ Chaos 2 のカオス振動は, 自由度が多くかつ高い次元をもつ複雑な運動をしていることがわかる。

5・6 ポアンカレ写像図 Chaos 1 領域のカオスについての同様なポアンカレ写像図を図 11 に示す。縦軸は速度 $w_{, \omega t}$ を示し, 横軸は振幅 w である。図 11 中の各点は加振周期ごとにサンプリングしてある。位相角 θ (度) は加振力の最大振幅点より測定してある。記録総数は約 6000 である。上段は $\theta=-135^\circ$, 下段は $\theta=-90^\circ$ に対応している。この写像図から折畳みと引き伸ばしをもつ鮮明なフラクタル構造が認められることがわかる。

Chaos 2 領域カオスについての写像図を図 12 に示す。図より写像図は Chaos 1 よりも複雑な像を形成している。この結果からも Chaos 2 のほうがより多くの自由度をもった運動になっていることがわかる。

5・7 周波数分析結果 Chaos 1 領域についての

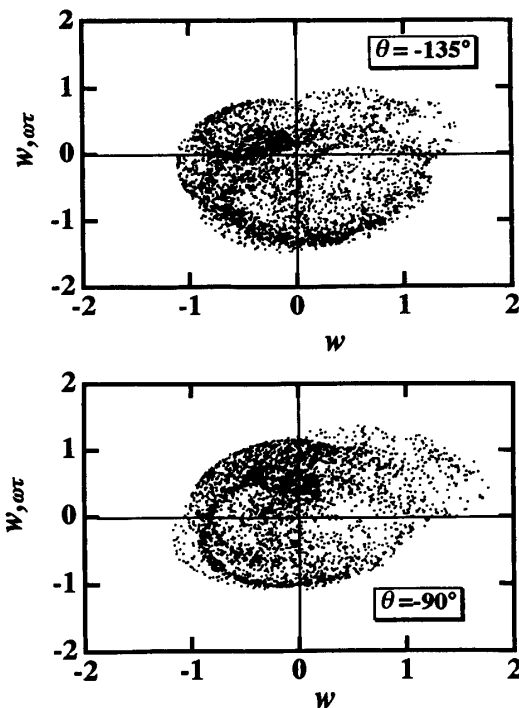


図 12 テンドンはりのポアンカレ写像図 ($\omega=13.18$)

周波数分析結果と時系列波形を図 13 に示す。左の図は分析結果である。横軸は無次元分析周波数 ω_{sp} , 縦軸は振動成分の振幅 $A(\omega_{sp})$ を示す。図 13 より応答は広範囲な周波数成分を含みカオス振動の顕著な特徴を示している。

図 14 は Chaos 2 領域からわずかに高い周波数での応答から逐次加振振動数を低下させた場合の周波数分析結果と時間波形をそれぞれ示す。上段から下段に至る図はそれぞれ $\omega=13.47$, $\omega=13.21$, $\omega=13.18$ での応答である。下段はカオス振動に対応する。 $\omega=13.47$ の場合は加振振動数とその高調波成分のみが現れている。 $\omega=13.21$ に至ると加振周波数以外の複数のピークが出現する。その中の最低次のピークは 1 次の線形固有振動数 ω_1 の 1/2 と一致している。すなわち分数次調波共振応答が誘起されている。他のピークはその 1 次の振動形をもつ高調波成分と一致している。また ω_1 と二次の線形固有振動数 ω_2 は, $13\omega_1 - 2\omega_2 = 0$ の関係をほぼ満たしており, 内部共振の条件を満たしている。さらに ω_1 は加振振動数 ω と $12\omega_1 - 2\omega = 0$ の関係

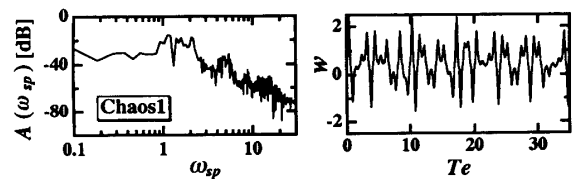


図 13 第 1 次の主共振近傍のフーリエスペクトルとカオス振動の時間波形 ($\omega=2.395$)

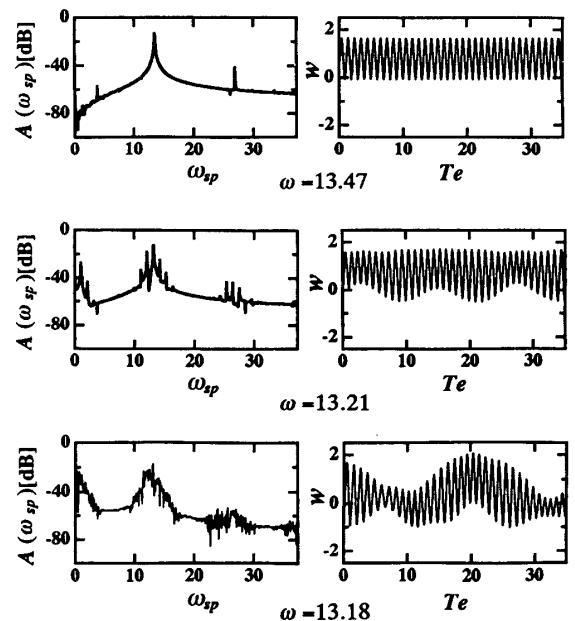


図 14 内部共振により誘起されるカオス振動のフーリエスペクトルと時間波形 ($\omega=13.18$)

をも満たしている。さらに $\omega=13.18$ に至り, Chaos 2 のカオス領域に入ると, 広範囲な周波数成分をもつ応答となるが, $\omega=13.21$ の場合と同様な内部共振のスペクトルパターンを含んでいる。以上より, Chaos 2 領域のカオス振動は, 内部共振に起因して発生していることがわかる。

6. 結 言

ケーブルの張力により先端が拘束を受ける片持ばりに周期横荷重を作用させた場合のカオス振動の実験を行った。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 主なるカオス振動は, 漸軟-漸硬ばね特性をもつ第1次および第2次共振応答曲線のほぼ高次側の領域に現れる。第1次主共振近傍のカオスは, 分数次調波共振を経て主共振の定常応答から発生する。第2次主共振近傍のカオスは, 第2次モードの主共振と第1次モード振動形の $1/2$ 分数次調波共振との内部共振を満足する条件から発生する。

(2) カオス振動の最大リアプノフ指数は第1次主共振近傍の応答で約 0.3, 第2次主共振近傍の応答で約 0.2 の正值となる。

(3) 第1次主共振近傍に比べ, 第2次主共振近傍のカオスは内部共振の影響で高い次元を持ち, 自由度

が大きい運動になる。その結果, 第1次主共振近傍のストレンジアトラクタは折畳み-引き伸ばしを含む鮮明なフラクタル構造をもつ像となる。一方, 第2次主共振近傍では自由度が大きく複雑な像となる。また相関次元 d は, 第1次主共振近傍では $d=2.46$ であるのに対して, 第2次主共振近傍では $d=3.19$ と高くなる。

文 献

- (1) Tseng, W. Y. and Dugundji, J., *Trans. ASME, Ser. E*, 38 (1971), 467.
- (2) Yamaki, N., ほか 2 名, *J. sound Vib.*, 71-3(1980), 347.
- (3) Graham, R. C. and Emil, S., *J. Eng. Mech.*, 117-9(1991), 2049.
- (4) 永井, 機論, 51-471, C(1985), 2820.
- (5) 永井, 機論, 52-484, C(1986), 3047.
- (6) 永井, 機論, 56-525, C(1990), 1171.
- (7) Moon, F. C. and Holmes, P. J., *J. Sound Vib.*, 65-2 (1979), 275.
- (8) Paidousis, M. P., ほか 2 名, *Trans. ASME, AM*, 58(1991), 559-565.
- (9) Wolf, A., ほか 3 名, *Physica*, 16 D(1985), 285-317.
- (10) Takens, F. (Rand, D. and Springer, L. Y. 編), *in Lecture Notes in Math*, 898(1981), 366.
- (11) Grassberger, P. and Procaccia, I., *Physica*, 13 D(1984), 34.