

鉄道車輪軸の転走におけるカオスの挙動* (縮小模型による実験)

谷藤克也*¹, 花村 実*², 永井健一*³

Chaotic Behavior of Wheelset Rolling on Rail (Experiment with Scale Model)

Katsuya TANIFUJI, Minoru HANAMURA and Ken-ichi NAGAI

Several papers have been published in the last few years about chaotic behaviors occurring in the running vibration of railway vehicles. Those papers showed the possibility of occurrence of chaotic vibration by means of a numerical simulation method. This paper deals with an experimental study, the aim of which is to establish the practical occurrence of such a chaotic vibration, using a scale model of a single wheelset running on a test stand. As a result, the running vibration of the wheelset shows chaotic behavior when the wheel flange collides hard against the side of the rail due to the hunting motion arising with the increase of running speed. This is the first experimental result on the chaotic vibration of running wheelsets. The chaotic features are confirmed with maximal Lyapunov exponents, correlation dimension and other factors.

Key Words: Nonlinear Vibration, Coupled Vibration, Chaos, Vibration of Moving Body, Railway, Wheelset, Experiment with Scale Model

1. ま え が き

一般に鉄道車両が高速で走行すると、車輪軸に蛇行運動が生ずることが知られている。そのうえ特定の条件が加わると蛇行運動から、さらに不規則な運動、すなわちカオスの挙動が現れる可能性がある。鉄道車両のカオスの挙動に関しては、すでにいくつかの報告がなされている⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。しかし、これらの報告は走行速度あるいは車両構成において非現実的な条件での問題となっており、実際の台車や車輪軸に関してはカオスの挙動の状況なり影響の把握が十分になされているとは言えない。

先に著者らは、車輪軸単体の転走を対象に、カオス状振動の可能性と特徴を数値的に解析した⁽⁶⁾。新幹線電車の車輪形状を用いた検討の結果、走行速度 200 km/h という現実的な走行条件でも、車輪軸の拘束剛性が低下すると自励振動である蛇行動が増幅し、車輪軸の振動がカオス状になることが示された。そこでは、頻繁に発生する激しいフランジ衝突が振動波形を複雑

に変動させている。

これまでになされた報告は、前報⁽⁶⁾を含めすべて数値シミュレーションによる検討であり、実験的に確認されたものはいまだ存在しない。しかし、上述のような激しい蛇行動にともなうカオス状振動を現車によって確認することは、危険かつ困難なことと考える。

本報では、車輪軸の 1/5 模型を用いて試験台上の転走実験を行い、前報で報告したカオス状振動が実際に生ずるかどうかを確認する。車輪軸単体を用いるのは、カオスの挙動の要因であるフランジとレールの衝突が車輪軸にのみ関係しているため、その特徴の抽出を容易にするためである。併せて、数値シミュレーションとの比較・検討を行い、従来の解析結果との差違を明示する。

2. 実験装置の構成

実験装置の概略を図 1 に示す。一軸台車が模型車両用転走試験装置⁽⁷⁾の上に置かれており、軌条輪を一定回転数 N で回転させることにより、一定速度で車輪軸が転走する状態を模擬することができる。この軌条輪の回転は不整のない真直軌道に相当する。車輪軸は支持リンク機構によって前後方向に拘束されるが、左右方向とヨー方向にはフランジ遊間の範囲内で自由に

* 平成 5 年 12 月 7 日 第 2 回交通・物流部門大会講演会において講演, 原稿受付 平成 5 年 10 月 22 日。

*¹ 正員, 新潟大学工学部 (〒950-21 新潟市五十嵐 2 の町 8050)。

*² 学生員, 新潟大学大学院。

*³ 群馬大学工学部 (〒376 桐生市天神町 1-5-1)。

運動することができる。

実験装置の諸元を表1に示す。軌条輪の直径は391 mmであり、軌条輪の回転数1000 rpmは模型車輪軸の走行速度73.5 km/hを模擬する。なお、1/5模型の場合、相似則による実物大車輪軸の速度は模型の $\sqrt{5}$ 倍に相当する⁽⁷⁾。

車輪軸は台車枠から板ばねとゴムブッシュを介して前後・左右方向に支持される一軸台車を構成しているが、前報⁽⁶⁾との対比を行うため、支持剛性を大きくして車輪軸と台車枠をほぼ一体で運動させる。すなわち、この一軸台車は台車枠の質量を併せもった車輪軸単体と見なすことができる。以後、車輪軸(単体)と称するのはこの一軸台車を指すものとする。

ここでは、図1に示すように、車輪軸の運動自由度として左右変位 y とヨー角変位 ψ の2自由度を検討の対象とする。図1中のA, B, Cは光式変位センサを表す。センサAで車輪軸の左右変位 y を、BとCの前後変位の差からヨー角変位 ψ を測定することができ

表1 軌条輪と車輪軸の諸元

Roller Rig	
Roller Diameter	391 mm
Roller Gauge	293 mm
Wheelset (with Truck Frame)	
Mass	23.8 kg
Yawing Radius of Inertia	150 mm
Nominal Rolling Radius	91 mm
Tread Conicity	1/40
Flange Clearance	2.7 mm
Distance between Wheel/Rail Contact Points	300 mm

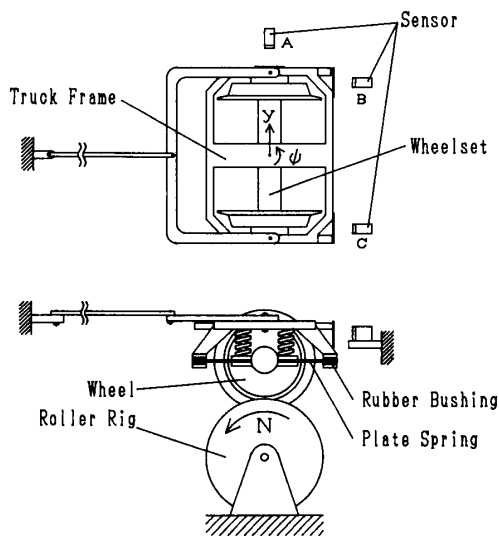


図1 実験装置の概略

る。なお、測定は軌条輪が指定の回転数に達した後、車輪軸の運動に過渡状態が含まれないことを確認して行う。

3. 実験結果および検討

3.1 時系列波形 実験で得られた時系列波形の一部を図2に示す。車輪軸の左右変位 y を、代表的な軌条輪の回転数について示している。測定を開始した時点をもととし、その後の10秒間の波形が比較される。軌条輪装置の性能上の最小回転数220 rpmから、車輪軸の蛇行動が激しくなって転走の継続が困難になる1100 rpmまでの範囲からまとめたものである。

軌条輪回転数220 rpm(走行速度16.2 km/h)の波形には、車輪の円すい踏面に起因する蛇行運動が現れ、リミットサイクルに近い状態になっている。これは、車輪軸に固有な一種の自励振動であり、その蛇行波長⁽⁸⁾は一定である。蛇行の波長 S は車輪軸の諸元から4.64 mと求められる。この蛇行波長の距離を進行するのに要する時間は回転数(走行速度)の向上とともに次第に減少し、振動数が上昇する。この実験波形の特徴として注目されるのは、回転数の向上にもなって増加する振れ戻りの現象である。振れ戻りとは、フランジ衝突によりはね返った車輪軸の左右変位が基線($y=0$)を超えて符号の変わる前に、再び基線から遠ざかる現象を指している。

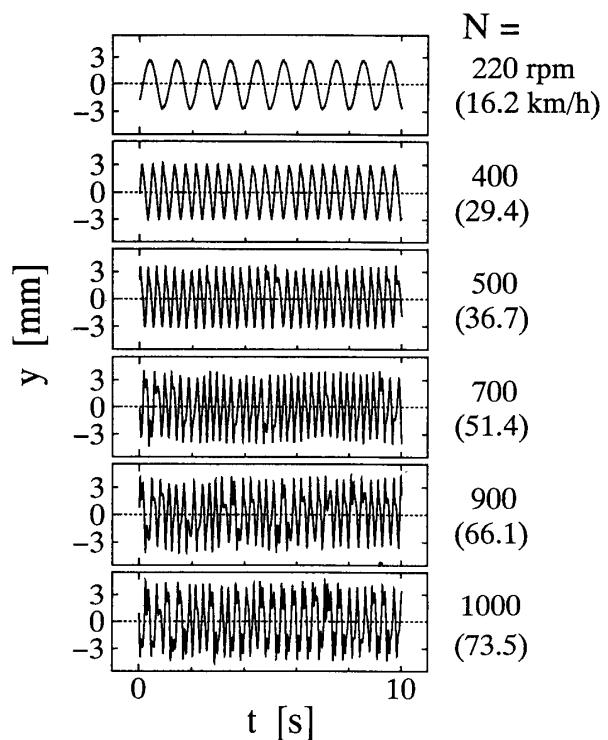


図2 左右変位 y の時系列波形例(実験)

このように、軌条輪回転数、すなわち速度の向上とともに、鉄道車輪軸固有の蛇行運動が複雑さを増大させることが示される。

次に、図3は表1の諸元により、前報⁽⁶⁾の計算モデルを用いて計算した数値シミュレーションの左右変位の波形を示す。計算モデルは、左右変位 y とヨー角変位 ψ を考慮した、直線軌道上を転走する2自由度モデルである。ここで、フランジ衝突時に作用するレール反力は、フランジ遊間相当のデッドバンドを有する非線形ばね(等価剛性 784.0 kN/m)を用いてモデル化されている。また、クリープ力の非線形性である飽和特性は指数1.5のレビーシャルテの式を用いて表す。これらのモデル化は、文献(1)~(5)のものともほぼ同様の精度である。

シミュレーション波形を図2の実験結果と比較すると、特に高速度で両者の差異が顕著に認められる。すなわち、実験結果では速度の向上とともに振れ戻り現象が増大し波形の変化が複雑になる。これに対しシミュレーション結果では、非周期性の乱れは増大するものの振れ戻りの現象は現れていない。その原因としては、シミュレーションにおけるモデル化の精度が考えられる。特にフランジ衝突に関するモデル化の精度向上の必要性が指摘される。実験中の観察からは、フランジ衝突時に車輪の飛び上がりが生じていることも認められる。

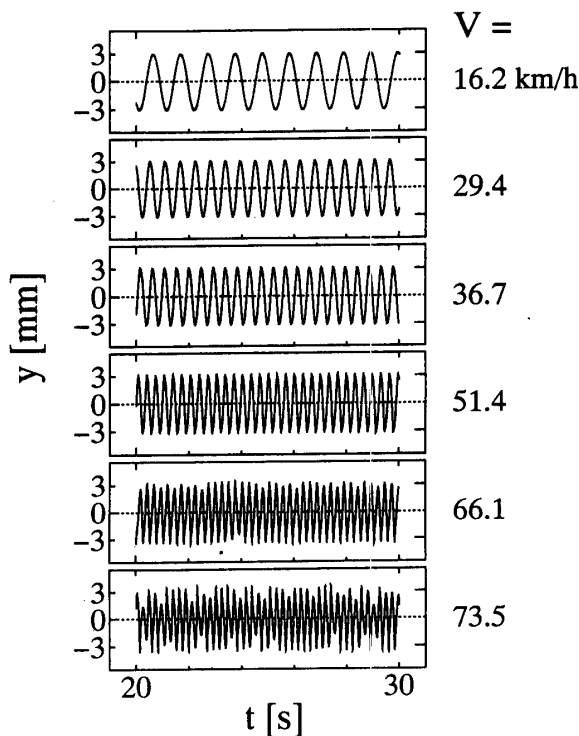


図3 左右変位 y の時系列波形例(数値解析)

3・2 分岐線図 図4の分岐線図は、実験で得られた車輪軸左右変位 y の時系列波形からピーク変位をすべて読み取り、軌条輪の回転数ごとにプロットしたものである。すなわち、横軸が軌条輪の回転数 N 、縦軸が左右変位のピーク値を表している。これらのピーク変位は、時系列波形から車輪軸の左右速度が $\dot{y} = 0$ となる位相面に着目して、そこを横切る左右変位 y をすべて読み取りプロットしたものである。回転数 N は 10 rpm ごとに上昇しているが、これは軌条輪装置の駆動性能の制限によるものである。図4中の $\pm\delta$ はフランジ遊間を表す。

図2でも示したように、回転数 400 rpm 以下の低速域では単一周期の波形ではあるものの、すでにわずかなピーク変位の乱れをもつことが認められる。なお、軌条輪自体の横振れの可能性は無負荷時において全振幅で 0.3 mm 以下であるが、ピーク変位の乱れにはこの影響も含まれていると考えられる。回転数が 500 rpm 以上の高速域ではピーク変位のばらつきが明らかに拡大しており、車輪軸の運動がしだいに複雑さを増していることが示される。

3・3 相関次元 相関次元は、Grassberger と Procaccia によって提案されているものであり、次式によって定義される⁽⁹⁾。

$$d = \log C(r) / \log r \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 r は空間を測定する代表長さ、 $C(r)$ は相関積分を表す。対象の波形が周期的な場合、相関次元は 1 になり、カオス状の波形の場合には 1 を超える値となることが知られている。

実験で得られた車輪軸左右変位 y の時系列波形から計算した相関次元 d を図5に示す。回転数 20 rpm ごとに求めた d の値は、図4の分岐線図に現われるピーク変位の乱れの程度に対応しており、回転数の向上とともに徐々に増大する。回転数が約 600 rpm 以上になると相関次元 d は 2 に近い値となる。すなわち、 $d \approx 2$ となる波形では、前報⁽⁶⁾で示したごとく、カオスの特徴を表す明らかなアトラクタの形成が予想され

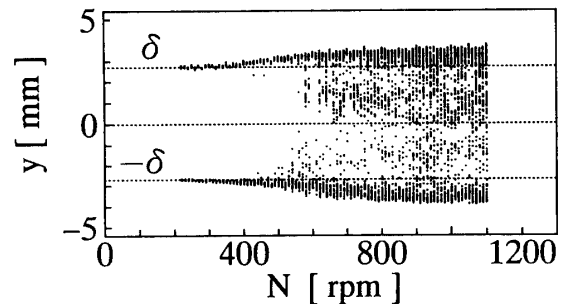
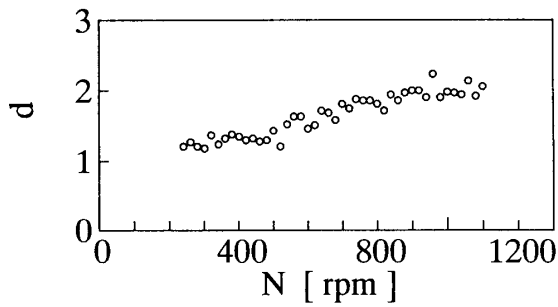


図4 軌条輪回転数 N に対する左右変位 y の分岐線図

図 5 軌条輪回転数 N の変化に対する相関次元 d

る。

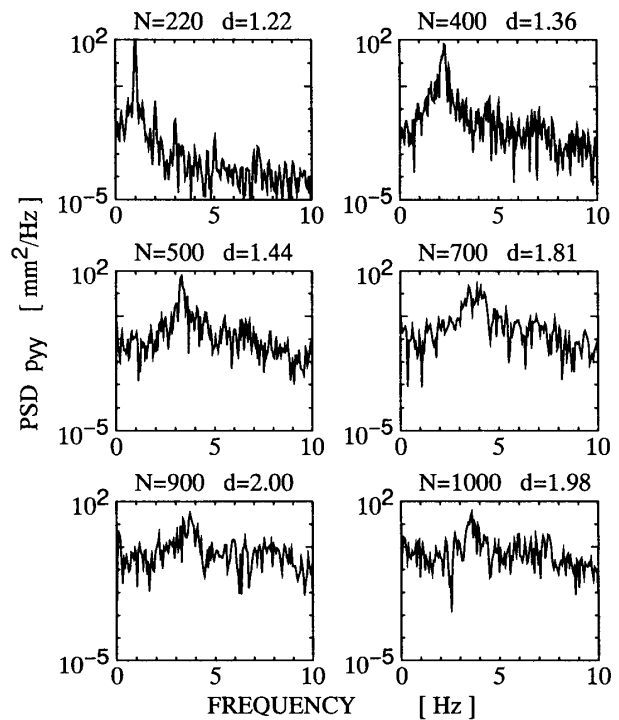
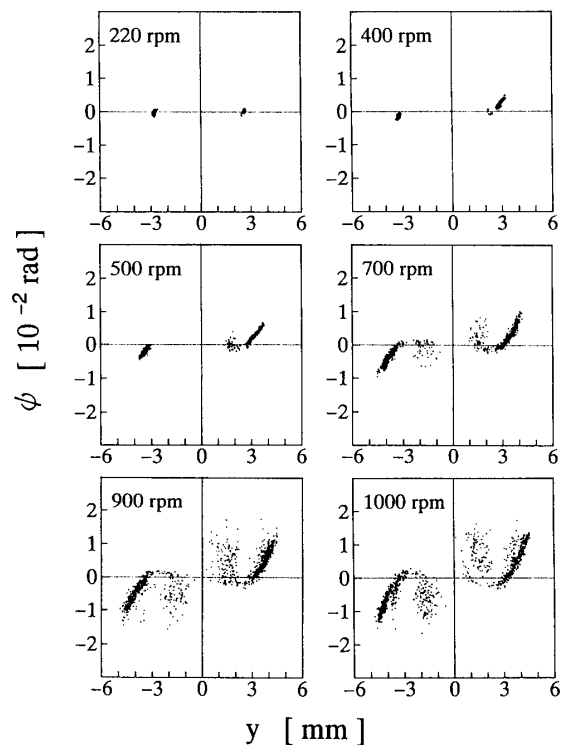
3・4 パワースペクトル密度(PSD) PSD の分析結果を図 6 に示す。図 2 で示した代表的な軌条輪回転数 N における左右変位 y の PSD p_{yy} であり、それぞれの相関次元 d の値を付記している。

規則的な周期性をもつ時系列波形から得られる PSD の特徴は、鋭いピークが一定の周波数間隔で並ぶことである。回転数 220 rpm においては、小さなピークが多数存在するものの、比較的鋭いピークが約 1.0 Hz 間隔で並んでおり、この波形がわずかに乱れをともなった周期的振動であることが分かる。約 1.0 Hz の卓越ピークは車輪軸の蛇行波長 $S=4.64$ m により生ずる振動数である。

回転数が 400 および 500 rpm に向上すると、蛇行波長に起因する卓越ピークはそれぞれ約 2.3 と 3.3 Hz に移動し、同様に大きなピークの間隔も拡大して周期的振動の特徴を維持している。しかし、ピークの根元が広がって鋭さを失い、中間の小さなピークが盛り上がってきており、周期性に乱れが増加していることが示される。

さらに回転数が 700 rpm に向上すると、卓越ピークは約 3.5~4 Hz にとどまり、蛇行波長との対応が失われる。また、その他の比較的大きなピークは、盛り上がってきた小さなピーク群の中に埋没しており、周期性が失われている。回転数 900 および 1000 rpm では細かいピークが連続的に分布する非周期的な振動の特徴を有するまでに至ることが確認できる。

3・5 ポアンカレ写像図 分岐線図と同じように左右振動の速度が正から負へ変わる時点と、負から正へ変わる時点、すなわち左右速度 $\dot{y}=0$ のタイミングをポアンカレ断面にとり、測定された時系列波形を、 $y-\psi$ 平面に写像したのが、図 7 である。軌条輪回転数 220 rpm の場合には、プロットされる点が左右変位 y の正と負のそれぞれ 1 箇所近傍に集中している。これは、多少の乱れを含んではいるが、この時系列波形

図 6 左右変位 y のパワースペクトルと相関次元 d 図 7 $y-\psi$ 空間へのポアンカレ写像

が単一周期の周期振動であることを示す。さらに 400 rpm, 500 rpm と回転数の上昇とともに周期振動から非周期振動へ移行し、700 rpm 以上の回転数では明らかなカオスアトラクタが形成されている。

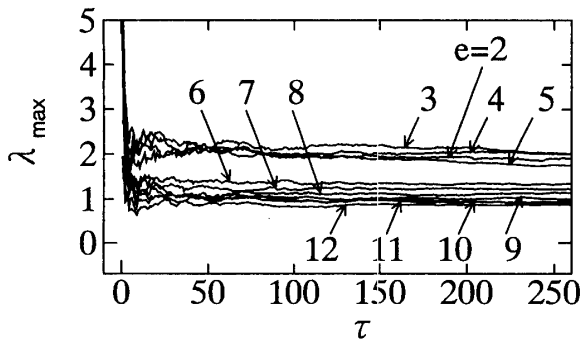


図 8 最大リアプノフ指数の計算経過(N=500 rpm)

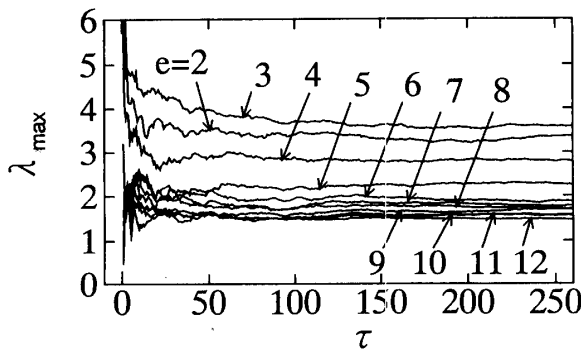


図 9 最大リアプノフ指数の計算経過(N=900 rpm)

3.6 最大リアプノフ指数 次に最大リアプノフ指数 λ_{max} を Wolf の方法⁽¹⁰⁾ によって計算する。この方法では、まず時系列波形から、埋め込み次元 e の疑似位相空間を作る。空間内の軌道上にある 1 点を選び、その点からもっとも近い軌道上の点を求め、2 点間の距離を計算する。その距離を一定時間 Δt だけ時間軸に添って展開した後の距離を計算し、距離の伸張率を計算する。この計算をデータ全体にわたって行った後、それらの平均をとることにより λ_{max} を得る。

λ_{max} の計算に先立ち、次式の無次元時間 τ を定義する。

$$\tau = \sigma t \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 σ は車輪軸に固有の蛇行波長 S に起因する振動数であり、軌条輪の回転数により変化する。まず、低速域における単一周期の時系列波形から、蛇行波長を求めると $S \approx 4.5$ m が得られる。実測データの PSD 分析は、回転数 500 rpm までの波形がこの蛇行波長に対応する振動数成分を有することを示している。データを整理するうえで、この回転数 500 rpm までの蛇行波長をここでの代表波長と定義し、各回転数における輪軸の蛇行振動数 σ を求めるものとする。

図 8 と 9 は、それぞれ軌条輪回転数が 500 rpm および 900 rpm について計算した λ_{max} の経過を示している。縦軸が最大リアプノフ指数 λ_{max} 、横軸が無次元時

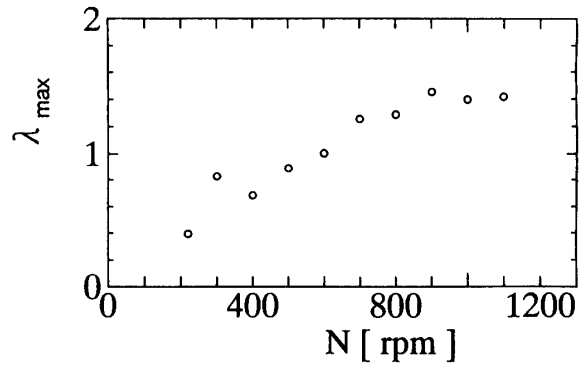


図 10 軌条輪回転数 N の変化に対する最大リアプノフ指数

間 τ を表す。ここでは、展開時間 Δt として固有蛇行周期の約 3/4 とした。十分な展開時間の後、埋め込み次元 e ごとに λ_{max} はそれぞれ一定の値に収束する。どちらのケースも e が 6 以上になると λ_{max} の収束値に飽和傾向が強まり、 e が 10 以上でほぼ最小値に飽和している。すなわち、位相空間での自由度としては約 6、運動の自由度としては 3 自由度が強く関与することを示しており、そのほかに影響の小さい二つの運動自由度が存在すると考えられる。

同様の計算を回転数 100 rpm ごとに行い、 λ_{max} の変化をまとめたものが図 10 である。横軸は軌条輪回転数 N 、縦軸は λ_{max} を表す。 λ_{max} は 220 rpm 回転時の 0.4 から、回転数の増加にともなって増加することが示される。 λ_{max} が正の値をとるということは、位相空間における隣接軌道間の距離が引き伸ばされていることを意味し、振動がカオス状であることを示す。 λ_{max} が増加すると軌道の引き伸ばされる度合いが大きくなるが、実験データで高回転数の λ_{max} がより高くなることは、カオス状の傾向が強まっていることを表している。この傾向は、3.5 節に述べた相関次元、ポアンカレ写像の分析結果ともよく対応している。

4. あとがき

鉄道車輪軸の 1/5 模型を用いて試験台上の転走実験を行い、鉄道車両の走行時に現れるカオス状振動の可能性と特徴を検討し、以下の結果を得た。

(1) 走行速度(軌条輪回転数)の向上にともない、車輪軸の蛇行動の増幅による車輪フランジとレール(軌条輪)との激しい接触が、より複雑な転走挙動を生む。そこにはカオス状の振動が含まれることが、相関次元、ポアンカレ写像図、最大リアプノフ指数による測定データの分析を通し確認された。

(2) 実験で現れるカオス状振動波形の特徴は、本報を含めこれまでに報告された数値シミュレーションの振動波形とは異なる。これは、実際的なカオス状振動を数値シミュレーションによる検討するためには、さらに詳細な計算モデルが必要とされることを示している。

以上は、縮小模型による拘束のない車輪軸単体の結果であるが、その転走挙動にカオス状の振動が現れることを初めて実験的に確認できたことは、高速鉄道車両の動力学に関する今後の解析・研究にとり有意義なことと考える。なお、実際の車両では車輪軸が弾性的に拘束されており、ここで報告したような複雑な挙動は緩和されたものとなる。ただし、車輪軸の弾性的拘束が急激に低下したり、車輪軸の支持部に予期せぬがたを生ずることにより、カオス状の走行振動が実際に生ずることは予測される。

本研究は財団法人鉄道総合技術研究所から委託を受

けて行った研究の一環である。最後に、本研究の実験を遂行するにあたり、新潟大学工学部機械システム工学科の坂上俊雄技術長、卒研究生の山本正雄君〔現在：(株)小糸製作所〕に協力をいただいたことを記し、ここに謝意を表する。

文 献

- (1) Kaas-Petersen, Ch., *Acta Mechanica*, 61(1986), 89.
- (2) Kaas-Petersen, Ch. and True, H., *Proc. 9th IAVSD Symp.*, (1986), 208.
- (3) Meijaard, J. P. and De Pater, A. D., *Int. J. Non-Linear Mech.*, 24-1(1989), 1.
- (4) True, H., *Proc. 11th IAVSD Symp.*, (1990), 578.
- (5) True, H., *Proc. 12th IAVSD Symp.*, (1992), 625.
- (6) 谷藤・永井, 機論, 59-562, C(1993), 31.
- (7) 横瀬・ほか3名, 機誌, 83-735(1980), 197.
- (8) 谷口(編), 振動工学ハンドブック, (1976), 1166, 養賢堂.
- (9) Grassberger, P. and Procaccia, I., *Physica*, 9 D(1983), 189.
- (10) Wolf, A., ほか3名, *Physica*, 16 D(1985), 285.