

## スライディングモード制御によるアンチロックブレーキシステム\*

横山 誠<sup>\*1</sup>, 岩田 義明<sup>\*2</sup>, 片寄 真二<sup>\*3</sup>  
今村 政道<sup>\*3</sup>, 新部 誠<sup>\*4</sup>

## Antilock Braking System Using Sliding Mode Control

Makoto YOKOYAMA, Yoshiaki IWATA, Shinji KATAYOSE,  
Masamichi IMAMURA and Makoto NIBE

Current control algorithms for antilock braking system (ABS) are mostly table-driven and should be frequently modified through various experiments, because the braking dynamics are highly nonlinear with system uncertainties. In this paper, a new control algorithm is proposed for ABS using the theory of sliding mode control based on a linearized system model, which represents nonlinearities as external disturbances. The proposed sliding mode controller guarantees a highly robust performance against large variations in the system parameters and disturbances. Furthermore, a road surface estimation scheme using a disturbance observer is proposed in order to determine the optimal reference input. Simulation results reveal the advantages of the proposed method in comparison with conventional linear controllers.

**Key Words:** Automobile, Nonlinear Control, Robust Control, Antilock Braking System, Sliding Mode Control, Disturbance Observer

## 1. 緒 言

自動車のブレーキ動作を適切かつ自動的に行うアンチロックブレーキシステム(以下, ABSと記す)が, 近年広く普及し始めている。自動車の制動特性は強い非線形性を有し, さらにプラントパラメータに大きな変動や不確かさ等が存在するため, 市販車の大部分は, いわゆるルールベースによる制御方式を採用している。したがって, 制御性能を向上させるためには, 多くの実験に基づくルールの追加が必要となり, 制御則は複雑さをます一方で, 最適性やロバスト性の理論的保証はならぬ。また, 近年, 最適レギュレータ論とファジィロジックを応用した研究<sup>(1)</sup>が報告されているが, パラメータ調整に時間を要することや, ファジィロジックの計算に高速なマイクロコンピュータを必要とする等の問題が残されている。

そこで本研究では, 一般に優れたロバスト性を有す

るスライディングモード制御のABSへの適用について検討する。スライディングモード制御のABSへの適用に関してはすでに報告されているが<sup>(2)</sup>, アクチュエータの特性を考慮していない, 制御則が複雑であるなど必ずしも実用的ではない。したがって, 本研究では線形制御理論の適用から基本的に再検討することによって, 設計パラメータの調節が容易で, かつ比較的簡単な制御則となる, より実用的なスライディングモード制御によるABSを提案する。

さらに, 路面状態の変化に対して適応的に制御するために, 外乱オブザーバを用いて路面状態を推定する方法も提案し, スライディングモード制御と併用してその有効性を数値シミュレーションによって検証する。

## 2. 制動特性とそのモデル化

制動時にタイヤと路面の間に働く重要な力は, 制動力および横抗力であり, 前者は制動距離を支配し, 後者は操舵性を支配する。そして, これらの力は, これまでの研究結果から, 図1に示されるように式(1)で定義される「スリップ率」の非線形関数として表されることがわかっている<sup>(3)</sup>。ただし, 図1では制動力の替わりに, これを車輪軸荷重で除した摩擦係数を示

\* 1995年7月11日 第4回運動と振動の制御シンポジウムにおいて講演, 原稿受付 1996年4月24日。

\*<sup>1</sup> 正員, 新潟大学工学部 (☎ 950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

\*<sup>2</sup> (故)正員, 東京都立大学工学部 (☎ 192-03 八王子市南大沢1-1)。

\*<sup>3</sup> ユニシアジェックス(株) (☎ 243 厚木市恩名1370)。

\*<sup>4</sup> コロナ(株) (☎ 955 三条市東新保7-7)。

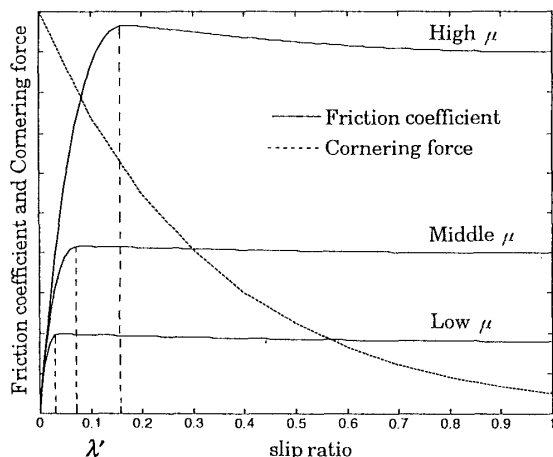


Fig. 1 Friction coefficient and Cornering force vs. slip ratio

す。

$$\lambda = \frac{V(t) - V_w(t)}{V(t)} \quad (1)$$

ここで、 $V(t)$  は車体速度、 $V_w(t)$  は車輪速度を表す。

さて、ABSの目的は操舵性を確保しつつ制動距離を短くすることであり、そのためには、図1から明らかなように各路面で制動力が最大となるスリップ率(目標スリップ率 $\lambda$ )となるようにブレーキ圧力を制御すればよい。すなわち、この目標スリップ率と車体速度から決定される目標車輪速度に車輪速度を追従させるサーボ系の設計問題となる。

制動時の一車輪の動特性は以下の式で与えられる。

$$\frac{I}{R_w} \frac{dV_w(t)}{dt} = R_w Q(t) - T_b(t) \quad (2)$$

$$M \frac{dV(t)}{dt} = -Q(t) \quad (3)$$

$$T_b(t) = KP(t) \quad (4)$$

$$K = \mu_b A_b R_b \quad (5)$$

$$Q(t) = \mu(\lambda) W \quad (6)$$

ここで、

$R_w$ : 車輪有効半径

$I$ : 車輪慣性モーメント

$Q(t)$ : 制動力

$T_b(t)$ : 制動トルク

$M$ : 車体質量

$\mu_b$ : ブレーキパッドの摩擦係数

$A_b$ : ホイールシリンダ面積

$R_b$ : ブレーキロータ半径

$\mu(\cdot)$ : タイヤと路面間の摩擦係数

$W$ : 車輪軸荷重 ( $Mg$ )

$P(t)$ : ブレーキ圧

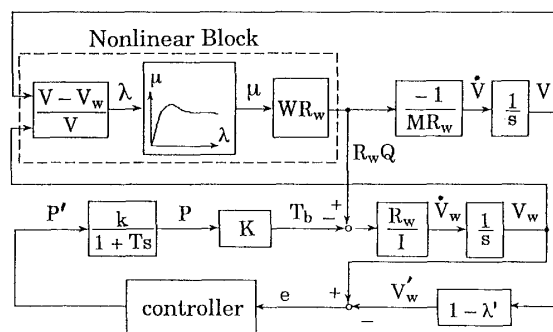


Fig. 2 Block diagram of ABS

さらに、油圧アクチュエータの動特性は、以下のように一次遅れで近似できるものとする。

$$T \frac{dP(t)}{dt} + P(t) = kP'(t) \quad (7)$$

ここで、 $P'(t)$  は指令ブレーキ圧を表す。

以上の式に基づいた、ABSのブロック線図を図2に示す。

さて、ここでスリップ率が目標スリップ率となっている理想的な状態を考えると、摩擦係数 $\mu(\cdot)$ は一定となり、また式(6)より制動力 $Q(t)$ も一定となるので、車体速度はランプ関数となる[式(3)参照]。さらに、式(1)より車輪速度も同様にランプ関数となるのが容易にわかる。このことは、理想的な定常状態では、参照入力(目標車輪速度)がランプ関数であり、非線形項として表される制動力 $Q(t)$ はステップ関数であることを意味する。したがって、この制動力を外乱と考えた線形近似モデルに対するサーボ系の設計指針は、参照入力に対して2形、外乱に対して1形となる。

以下では、これらの考察を基礎に制御器の設計を行う。

### 3. 制御器設計

**3.1 線形制御器** ここでは、制動力 $Q(t)$ を外乱とした線形近似モデルを用いて、線形制御器を設計する。2章で述べたように、参照入力に対して2形、外乱に対して1形となるサーボ系を設計することになるが、制御対象がすでに自然積分を一つ含んでいることを考慮すると、制御器内に積分器を一つ含んでいけばよい。そこで、状態変数として式(8)のように、目標車輪速度と車輪速度の誤差、その積分値、および車輪加速度をとり、

$$\mathbf{x} = \left[ V_w - V_w' \int (V_w - V_w') dt \quad \dot{V}_w \right]^T \quad (8)$$

目標車輪速度を

$$V_w'(t) = (1 - \lambda') V(t) \quad (9)$$

とすると、状態方程式は、以下のように書くことができる。

$$\dot{x} = Ax + bu + g\dot{r} + Ed \quad \dots\dots\dots(10)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{R_w K k}{IT} \end{bmatrix}^T$$

$$g = [-1 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{R_w^2}{IT} & \frac{R_w^2}{I} \end{bmatrix}$$

$$u = P'(t)$$

$$r = V_w'(t)$$

$$d = [Q(t) \quad \dot{Q}(t)]^T$$

式(10)において、右辺第4項が非線形特性を表しており、これを外乱と考えると制御対象は線形系となるので、線形状態フィードバック制御

$$u = -fx = -[f_1 \quad f_2 \quad f_3]x \quad \dots\dots\dots(11)$$

によって、定常偏差のない制御系が構成できる。

**3.2 スライディングモード制御器** 一般的なスライディングモード制御器の設計法は種々提案されているが<sup>(4)(5)</sup>、ここでは、3.1節で導入した線形制御器の構造を基礎に、ハードウェアの簡素化を目的としてリレーによる二値制御を考える。すなわち、式(8)で定義した状態変数の線形結合からなる切替え関数

$$\sigma = cx = [C_1 \quad C_2 \quad C_3]x \quad \dots\dots\dots(12)$$

を考え、この関数の正負によって次式のように制御入力を切替えるものとする。

$$u(t) = u^+ \text{sign}(\sigma), \quad u^+ > 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

さて、状態変数が切換面上に拘束されたたすると、等価制御入力は、

$$u_{eq} = -[cb]^{-1}[cAx + cg\dot{r} + cEd] \quad \dots\dots\dots(14)$$

となり、等価線形系は以下のように表される。

$$\dot{x} = [I - b(cb)^{-1}c]Ax + [I - b(cb)^{-1}c][g\dot{r} + Ed] \quad \dots\dots\dots(15)$$

ただし、ここではマッチング条件<sup>(6)</sup>

$$\text{col}(E) \in \text{Range}(b) \quad \dots\dots\dots(16)$$

が満たされているため、外乱の影響はなくなり

$$\dot{x} = [I - b(cb)^{-1}c]Ax + [I - b(cb)^{-1}c]g\dot{r}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{C_2}{C_3} & 0 & -\frac{C_1}{C_3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{C_1}{C_3} \end{bmatrix} \dot{r} \quad \dots\dots\dots(17)$$

となる。したがって、切替え面に拘束されたときの目標車輪速度と車輪速度との間の伝達関数は以下で与えられ、

$$\frac{V_w(s)}{V_w'(s)} = \frac{C_1s + C_2}{C_3s^2 + C_1s + C_2} \quad \dots\dots\dots(18)$$

定常偏差のないロバストなサーボ系が構成される。また、式(10)中の種々のプラントパラメータの変動に関してもマッチング条件を満たしていることは明らかであり、スライディングモードの不変性が確保される。

また、スライディングモードが存在するための十分条件<sup>(7)</sup>は、等価制御入力を用いて以下のように表される。

$$u^+ \geq |u_{eq}| \quad \dots\dots\dots(19)$$

ところで、もし、制御入力として等価制御入力と不連続入力を用いることができれば、スライディングモードの存在条件をより明確に表現することができ、さらには、チャタリング抑制など性能の向上も期待できる。しかし、本節のはじめに述べたように、ここではハードウェアの簡素化のため不連続入力のみを用いるリレー制御としている。すなわち、等価制御入力を用いる制御則では線形制御器を用いる場合と同様、任意の圧力を発生させる油圧アクチュエータが必要であり、一方、リレー制御を用いる場合は、オンオフ弁から構成される安価なアクチュエータで容易に制御則を実行できる。

#### 4. 路面状態の推定

図1に示したように、路面状態によって最適なスリップ率が異なるため、路面状態に対して目標スリップ率を適応的に変化させることが望ましい。図1から明らかのように、いずれの路面状態においても、スリップ率が最適スリップ率より大きくなったとき摩擦係数はほぼ一定であり、その値は路面の状態に依存している。すなわち、このほぼ一定となる摩擦係数が推定できれば、摩擦係数と最適スリップ率との関係を与えるテーブルマップを用いることによって、目標スリップ率を決定することができる。

そこで、次に摩擦係数の推定問題を考える。図2に示される外乱  $R_wQ$  が推定できれば、式(6)よりその推定値を  $R_wW$  で除すことによって摩擦係数  $\mu$  を推定することができる。したがって、以下では外乱  $R_wQ$  を一定値と考えた外乱オブザーバを設計する。

まず、ブレーキ圧  $P$  を入力、車輪速度  $V_w$  を出力とする次の状態方程式および出力方程式を考える。

$$\dot{z} = Lz + mP(t) \quad \dots\dots\dots(20)$$

ただし、

$$z = [V_w(t) \quad d(t)]^T, \quad d(t) = R_w Q(t)$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R_w}{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad m = \begin{bmatrix} -\frac{KR_w}{I} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = nz + w(t), \quad n = [1 \quad 0] \dots \dots \dots (21)$$

ここで、 $w(t)$  は観測雑音を表す。これらの式に基づいて、同一次元オブザーバを以下のように設計する。

$$\dot{\hat{z}} = (L - hn)\hat{z} + hy + mP(t) \dots \dots \dots (22)$$

ただし、

$$\hat{z} = [\hat{V}_w(t) \quad \hat{d}(t)]^T, \quad h = [h_1 \quad h_2]$$

$$L - hn = \begin{bmatrix} -h_1 & \frac{R_w}{I} \\ -h_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$h$  はオブザーバのゲインベクトルを表す。

前述のように、このオブザーバを用いて推定された外乱の値を用いて、摩擦係数の推定値は、

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{d}}{WR_w} \dots \dots \dots (23)$$

で算出することができる。

### 5. 数値シミュレーション

本章では、スライディングモード制御器の有効性を、線形制御器との比較を通して数値シミュレーションによって検証した結果を示す。

各種パラメータの値は以下のように設定した。

$$R_w = 0.296 \text{ m}, \quad I = 1.284 \text{ kgm}^2, \quad M = 400 \text{ kg}$$

$$\mu_b = 0.3, \quad A_b = 2.88 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \quad R_b = 0.125 \text{ m}$$

$$T = 1/27, \quad k = 1$$

線形制御器のフィードバックゲインは、最適制御理論によって決定した。一方、スライディングモード制御器の切関数の設計法も種々提案されているが、こ

では、線形制御器の最適フィードバックゲインを用いて次のように決定した<sup>(5)(8)</sup>。

$$C_1 = 1, \quad C_2 = f_2/f_1, \quad C_3 = f_3/f_1 \dots \dots \dots (24)$$

路面状態を圧雪路に相当する中  $\mu$  路、制御器のサンプリングタイムを 6 ms とした場合の結果を、図 3 に示す。また、制御入力の大さはドライバーのブレーキペダル踏圧に依存するが、ここでは

$$u^* = 1.1 \times 10^7 \text{ Pa}$$

としている。このように、スライディングモード制御器では、演算時間遅れの影響でチャタリングが発生しているが、両制御器とも定常偏差のない良好な追従性能を実現している。また、このチャタリングは、サンプリングタイム 1 ms 程度で完全に除去できることも確認している。

次に、パラメータ変動に対するロバスト性を検証した。車輪の慣性モーメントは、駆動輪と被駆動輪で 3~4 倍、そのうえ車種が異なると最大約 8 倍程度の違いがあることを考慮して、車輪の慣性モーメントをノミナル値の約 8 倍に変化させた結果を図 4 に示す。このように、線形制御器では車輪速度が振動的になっているのに対して、スライディングモード制御器では演算時間遅れによる若干のオーバーシュートはあるものの、3 章で述べたように不変性が確保されているため良好な応答を示している。また、慣性モーメントの増大によって、チャタリングは自然に除去されている。

さて、チャタリング除去の方法も種々提案されているが、一例としてリレーの代わりに図 5 に示す飽和関数を用いた疑似スライディングモード制御による結果を、図 6 に示す。ただし、 $\phi = 80$  とし、 $\sigma$  の値が区間  $[-\phi, \phi]$  のときには、線形制御器のゲインの約 2.7 倍のハイゲイン線形フィードバックとなっているが、線

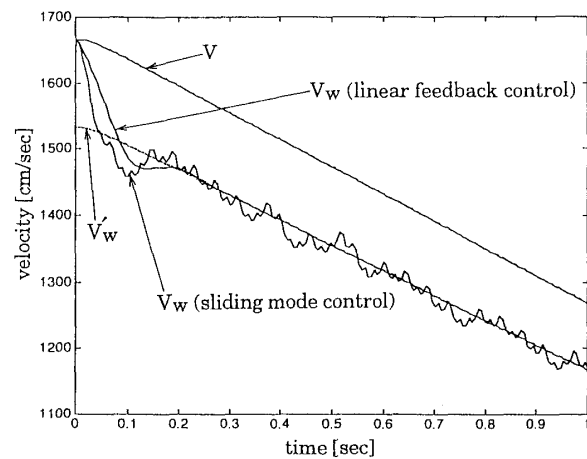


Fig. 3 Vehicle velocity and wheel velocity for nominal model

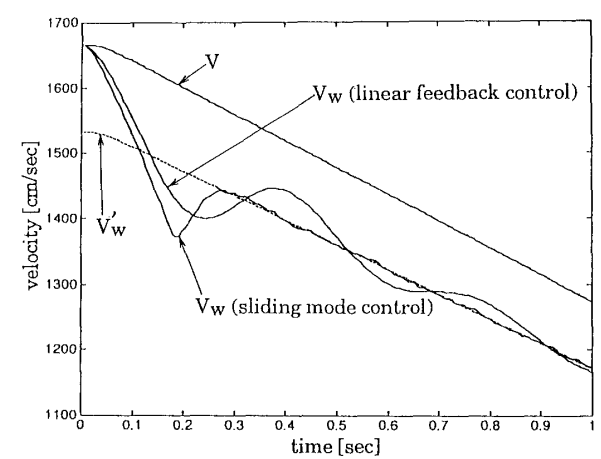


Fig. 4 Vehicle velocity and wheel velocity under parameter variation

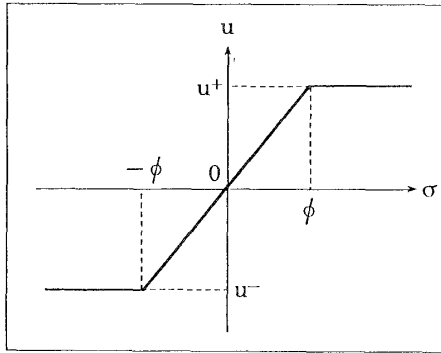


Fig. 5 Saturation function

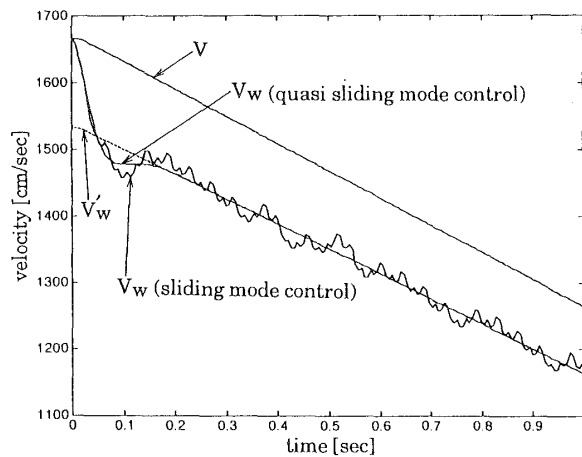


Fig. 6 Vehicle velocity and wheel velocity using saturation function for nominal model

形制御器の設計のところで述べたように、入力に対して2形、外乱に対して1形となっているため定常偏差を生じない。さらに、先程と同様にパラメータ変動に対するロバスト性を検証した結果を図7に示す。一般的によく知られているように、疑似スライディングモードではロバスト性は低下しており、チャタリング除去とロバスト性向上の間のトレードオフについては、パラメータ変動以外のモデル化誤差等も考慮してさらに検討する必要がある。

最後に、4章で提案した路面状態推定アルゴリズムの有効性について検証した結果を示す。オブザーバゲインは、雑音特性、システムのバンド幅などを考慮して決定し、また、推定された摩擦係数から次のテーブルマップによって目標スリップ率を決定した。

$$\bar{\mu} \leq 0.31 \Rightarrow \lambda = 4\% : \text{低 } \mu \text{ 路}$$

$$0.31 < \bar{\mu} \leq 0.69 \Rightarrow \lambda = 8\% : \text{中 } \mu \text{ 路}$$

$$\bar{\mu} > 0.69 \Rightarrow \lambda = 17.5\% : \text{高 } \mu \text{ 路}$$

図8は、ブレーキ動作開始時には路面状態が中 $\mu$ 路(圧雪路)で、1秒後に低 $\mu$ 路(凍結路)に変化した場合について示している。ただし、制御則は前述の飽和関

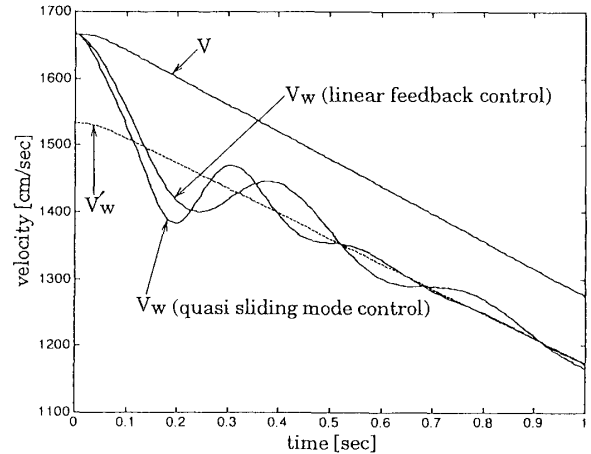


Fig. 7 Vehicle velocity and wheel velocity using saturation function under parameter variation

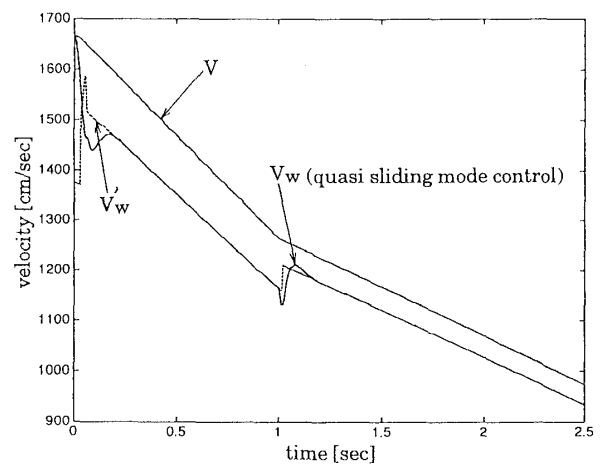


Fig. 8 Vehicle velocity and wheel velocity under road condition change

数を用いた疑似スライディングモード制御とした。このように、路面状態が適切に推定され、各路面状態に適応した良好な追従特性を示している。

## 6. 結 言

現在市販車の多くのABSで使用されている、安価なアクチュエータで実現可能なスライディングモード制御によるABSを提案した。そして、ロバスト性を中心とするその有効性に関して、マッチング条件の観点から理論的に明らかにし、さらに数値シミュレーションによって理論の妥当性を確認した。また、演算時間遅れによって発生するチャタリングは、リレーの代わりに飽和関数を用いることによって除去可能であることも示した。

さらに、外乱オブザーバを用いて路面状態を推定する方法も提案し、スライディングモード制御と併用し

てその有効性を数値シミュレーションによって確認した。

マッチング条件を満たさないモデル化誤差の問題や、より高価なアクチュエータの使用を前提とした、等価制御入力と不連続入力を用いる制御方法についても現在検討中である。

#### 文 献

- (1) 大羽勝広・ほか2名, 機誌, **93**-856 (1990), 31-34.
- (2) Tau, H. and Chin, Y., *Int. J. Systems Sci.*, **23**-3 (1992), 351-365.
- (3) 近藤政市, 基礎自動車工学, (1991), 85-122, 養賢堂.
- (4) Utkin, V. I., *Sliding Modes in Control Optimization*, (1992), Springer-Verlag.
- (5) 野波健蔵・田宏奇, スライディングモード制御, (1994), コロナ社.
- (6) El-Ghezawi, O. M. E., ほか2名, *Int. J. Control*, **38**-3 (1992), 657-671.
- (7) Anderson, B. D. O. and Moore, J. B., *Linear Optimal Control*, (1971), 99-103, Prentice-Hall.
- (8) Kalman, R. E. and Bertram, J. E., *Trans. ASME, Basic Engr.*, D-82 (1960), 371-393.