

## ハイポイドギヤの歯切り諸元の推定\*

道脇 宏 和<sup>\*1</sup>, 川崎 一 正<sup>\*2</sup>  
田村 久 司<sup>\*2</sup>, 梅木 武 宏<sup>\*3</sup>

## Estimate of Machine Settings in Hypoid Gear Cutting

Hirokazu MICHIWAKI, Kazumasa KAWASAKI,  
Hisashi TAMURA and Takehiro UMEKI

A method for estimating real machine settings in hypoid gear cutting is proposed. The coordinates of many points on the gear tooth surface are measured using a coordinate measuring machine, and a geometrical gear tooth surface which is strictly defined from the machine settings on a Gleason hypoid generator is estimated by the method of least squares so that the surface can fit the data of coordinate measurements. The real machine settings can be determined conversely from the estimated tooth surface. The measured hypoid gears are in practical use and the tooth bearing of the gears is acceptable. The path of contact is calculated using the estimated results and compared with the actual tooth bearing. The validity of the proposed method is confirmed by this comparison. The estimated real machine settings can be applied to the succeeding manufacturing, so that the trial-and-error process which is carried out by the skilled workers will fall into disuse.

**Key Words:** Machine Element, Measurement, Gear, Hypoid Gear, Coordinate Measuring Machine, Machine Setting, Tooth Bearing, Gear Cutting, Summary, Tooth Contact Analysis, Path of Contact

## 1. 緒 言

自動車用歯車としてのハイポイドギヤは、我が国ではそのほとんどがグリーンソン方式で歯切りされている。この方式ではグリーンソン社の用意した計算プログラムによって、Summary と称する歯切り諸元計算結果を得たのち、同社製歯切盤にカットおよびワークをサマリーどおりに設定(Machine setting)して歯切りする。しかし、サマリーどおりのマシンセッティングで歯切りしても、機構学的厳密さを欠くと思われる歯切り諸元計算法や歯切盤の精度などのために、一般に良好な歯当たりを示す歯車対を得ることができず、普通は小歯車の歯切りにおいてマシンセッティングを微妙に調整するいわゆる歯当たり調整歯切りを必要とする。

近年、歯当たり調整歯切り作業を改善する目的でグリーンソン社によってTCA(Tooth contact analysis, 歯当たり解析)<sup>(1)(2)</sup>が開発されたが、その基礎理論が

開示されていないし、その効果も完璧とはいえないようである。

ところで、歯当たりは大歯車と小歯車とで対を構成したときに初めて現れるもので、相対的な結果である。したがって、対をなす一方の歯車と、別々の歯切盤で歯切り諸元を同じくしてそれぞれ歯切りした相手歯車とで対を構成したときの歯当りは、それぞれ異なったものになるであろう。歯切盤相互間に機差があるからである。このような場合、最も良好な歯当たりを示す相手歯車の一つを選び、その歯面を三次元座標測定機(以下、三次元測定機という)で測定して真の歯切り諸元を推定し、ついで他の歯切盤による歯切りもその真の歯切り諸元のもとで行えば同じような歯当たりを示す歯車対を得ることができるであろう。すなわち、歯切り諸元推定は歯切盤の機差の問題を解消するとともにハイポイドギヤの互換性をも可能にするであろう。

本研究はこのような目的のもとで既報<sup>(3)</sup>の歯切り誤差検出法をハイポイドギヤの歯切り諸元推定に適用し、TCAや経験と勘に頼る歯当たり調整歯切り作業に代わり得る方法を得ようとしたものである。

\* 1997年7月29日 創立100周年記念機素潤滑設計部門講演会において講演、原稿受付 1997年11月4日。

<sup>\*1</sup> 正員、(株)ミットヨ(☎213-0012 川崎市高津区坂戸1-20-1)。

<sup>\*2</sup> 正員、新潟大学工学部(☎950-2181 新潟市五十嵐二の町8050)。

<sup>\*3</sup> 学生員、新潟大学大学院。

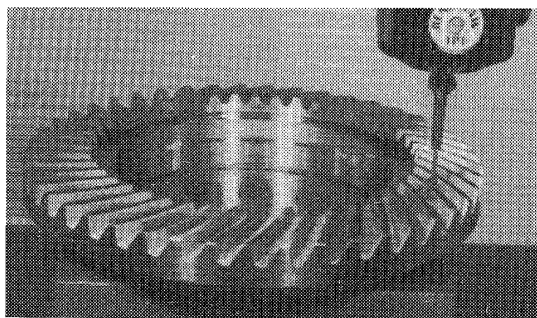


Fig. 1 Measurement state of gear tooth surface

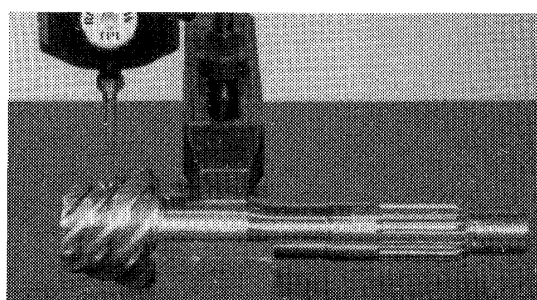


Fig. 2 Measurement state of pinion tooth surface

## 2. 歯切り諸元推定法<sup>(3)</sup>

まず、三次元測定機上に歯車をおく(図1, 2)。三次元測定機の座標系を  $O_t-x_t y_t z_t$  とする。また、歯車にはそれを歯切りしたときに定まる歯車固着の座標系があり、大歯車(リングギヤ、略してギヤ)のそれを  $O_g-x_g y_g z_g$ 、小歯車(ピニオン)のそれを  $O_p-x_p y_p z_p$  とする。ギヤ軸は  $z_g$  軸、ピニオン軸は  $y_p$  軸に一致しているものとする。各歯車歯面は後述するように、それぞれの座標系で数式表示されている。ここではギヤ歯面を  $X_g(u_g, v_g)$ 、ピニオン歯面を  $X_p(u_p; \phi)$  で表す。 $u_g, v_g, u_p, \phi$  は曲面表示パラメータである。以下、ギヤ歯面  $X_g(u_g, v_g)$  上の点の座標測定から歯切り諸元を推定する方法<sup>(3)</sup> についてその概要を述べる。ピニオンについても全く同じである。

三次元測定機の座標系  $O_t-x_t y_t z_t$  に設定したギヤ固着の座標系  $O_g-x_g y_g z_g$  の原点  $O_g$  を  $O_t$  に、 $z_g$  軸を  $z_t$  軸にそれぞれ一致させる。これは簡単に実行できるが、 $x_g$  軸を  $x_t$  軸に一致させることはできない。 $x_g$  軸が不明であるからである。そこで、これらの二軸のなす角を  $\Psi$  とおき、未知定数とする。歯面  $X_g(u_g, v_g)$  を  $O_t-x_t y_t z_t$  で表しこれを  $X$  とすれば、 $X$  には  $\Psi$  が含まれるから  $X(u_g, v_g; \Psi)$  で表される。歯面  $X$  と半径  $r_0$  の球状測子とが接触しているとき、測子中心の座標を表す位置ベクトル  $P$  は、 $N$  を歯面  $X$  の単位法線ベクトルとして

$$P = X + r_0 N \dots\dots\dots (1)$$

一方、式(1)とは独立に測子中心の座標が三次元測定機で測定される。それを位置ベクトル  $M$  で表す。直角座標系  $O_t-x_t y_t z_t$  で表されている  $M$  と  $P$  を  $z_t$  軸を円筒軸とする円筒座標系  $O_t-r_t \theta_t z_t$  に変換し、それぞれ  $M(M_r, M_\theta, M_z)$ 、 $P(P_r, P_\theta, P_z)$  とすると、 $P_r, P_z$  には未知定数  $\Psi$  が含まれない。

ところで、歯面  $X_g$  にはパラメータ  $u_g, v_g$  のほかに、歯切りしたときの状態、例えば切れ刃圧力角とかカッタ・マシンセッティングなど歯切り中に変化しない、いわゆる歯切り諸元すべてが含まれている。それらを定数  $C_1, C_2, \dots, C_n$  で表すと、

$$\left. \begin{aligned} P_r &= P_r(u_g, v_g; C_1, C_2, \dots, C_n) \\ P_\theta &= P_\theta(u_g, v_g; \Psi, C_1, C_2, \dots, C_n) \\ P_z &= P_z(u_g, v_g; C_1, C_2, \dots, C_n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

これより、 $M_r$  と  $P_r$ 、 $M_z$  と  $P_z$  をそれぞれ等しくおけば、 $u_g, v_g$  が  $C_1, C_2, \dots, C_n$  を含んだ形で求められる。この  $u_g, v_g$  を  $P_\theta$  に代入すれば  $P_\theta(\Psi, C_1, C_2, \dots, C_n)$  となる。そこで  $M_\theta$  と  $P_\theta$  の差を考え、残差  $E$  とする。

$$E(\Psi, C_1, C_2, \dots, C_n) = M_\theta - P_\theta(\Psi, C_1, C_2, \dots, C_n) \dots\dots\dots (3)$$

歯面上の  $i$  個の多数点をランダムに測定し、それぞれについて残差を計算する。そして、その二乗和を最小にするような、例えば  $\Psi$  と  $C_1$  を求める。このとき  $C_1$  以外の定数はサマリーどおりの値にしておく。同じようにして  $(\Psi, C_2), \dots, (\Psi, C_n)$  の  $n$  組の組合せについて計算し、それらの中で歯面測定値(群)  $M_i$  に最もよく合うような、すなわち適合精度の最もよい組合せ  $(\Psi, C_j)$  を選ぶ。適合精度  $\Delta t$  には標準偏差を用いる。このようにして  $(\Psi, C_j)$  を定めたのち、その  $(\Psi, C_j)$  の値のもとで残りの  $C_1, C_2, \dots, C_n$  の値とおおのこの適合精度を求める。そして、それらの中で先の  $(\Psi, C_j)$  の適合精度よりよい適合精度のもの  $C_k$  があつたとすれば、その  $C_k$  の値を採用する。よりよい適合精度のものがなかったときには、 $C_j$  を除く他の定数はすべてサマリーどおりの値であると考えることができる。

以上のようにして歯面測定値群  $M_i$  から歯切り諸元  $C_1, C_2, \dots, C_n$  を推定する。

## 3. ハイポイドギヤの歯切り諸元

本研究のハイポイドギヤはグリーンソン方式 Formate 歯切法<sup>(4)</sup> によるものとする。同方式では、歯数比、オフセット量、ギヤ径、ピニオン径などを与えるとしてサマリーとしてギヤの歯切り諸元およびピニオンの

Table 1 Dimensions of hypoid gears(mm)

	Gear	Pinion
Number of teeth	45	7
Diameter	138.81	28.06
Face width	24.00	26.89
Outer cone distance	83.82	92.04
Mean cone distance	71.84	79.55
Addendum	0.93	5.25
Dedendum	6.04	1.82
Pitch angle	79° 48'	9° 53'
Face angle	80° 38'	14° 28'
Mean spiral angle	33° 08'	47° 37'
Mounting distance	40.00	85.00
Module	3.667	
Pinion offset	18.00	

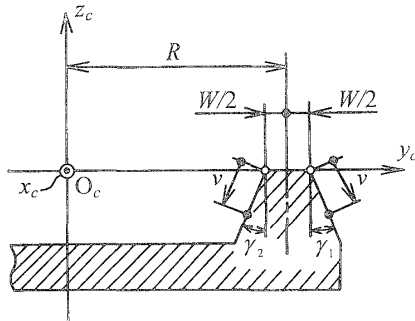


Fig. 3 Gleason face-mill cutter

歯切り諸元などが求められるようになっている。しかし、その理論的根拠は不明であり、説明もされていない。また、同方式では歯当たり調整歯切りを行うことを前提にしているようである。したがって、本研究で測定対象とした表1に示す実機使用予定の歯車対は良好な歯当たりを示すが、これはサマリーから得る歯切り諸元とわずかに異なった状態のもとで歯切りされたものと考えなければならない。すなわちサマリーは良好な歯当たりを保証するものではないのである。なお、本研究は、良好な歯当たりを示す現実の歯車対はいかなる歯切り諸元のもとで歯切りされたかを解明することによって、この歯面対の歯切り諸元はどのようにして決められたかを明らかにするものではないことを断っておく。

**3・1 ギヤの歯切り諸元** ギヤは歯元円すい角が $\lambda_{gr}$ の成形歯切りした曲がり歯傘歯車であり、いわゆる広刃法(Spread-blade method)で凸・凹両歯面を同時に歯切りする。カッタに関する諸元は、図3に示すようにカッタ径 $2R_g$ 、ポイント幅 $W_g$ 、内・外切れ刃の傾き角 $\gamma_{2g}$ 、 $\gamma_{1g}$ である。図3には、カッタに設定した座標系 $O_c-x_c y_c z_c$ も示しておく。また、図中の記号には添字および「'」が示されていないが、以後、添字 $g, p, c$ はそれぞれギヤ、ピニオン、カッタに関することを意味し、「'」は、ギヤ凹歯面とピニオン凸歯

Table 2 Cutter specifications and machine settings in ring gear cutting(mm)

Cutter diameter	$2R_g$	152.4
Point width	$W_g$	2.54
Inside blade angle	$\gamma_{2g}$	17° 00'
Outside blade angle	$\gamma_{1g}'$	17° 00'
Machine root angle	$\lambda_{gr}$	75° 02'
Machine center to back	$L_g$	40.02
Cutter center	$D_g(V_g, H_g, Z_g)$	(-63.94, 29.93, 0)

Table 3 Cutter specifications and machine settings in pinion cutting(mm)

	Concave	Convex	
Point diameter	$2R_p, 2R_p'$	147.32	158.75
Blade angle	$\gamma_{1p}, \gamma_{2p}'$	16° 00'	20° 00'
Machine root angle	$\lambda_p, \lambda_p'$	356° 34'	355° 01'
Machine center to back	$L_p, L_p'$	83.36	86.49
Sliding base	$Z_p, Z_p'$	2.74	6.60
Blank offset	$e, e'$	17.08	17.73
Eccentric angle	$\phi_3, \phi_3'$	53° 40'	56° 06'
Cradle angle	$\phi_4, \phi_4'$	143° 59'	139° 08'
Swivel angle	$\phi_2, \phi_2'$	228° 23'	235° 33'
Cutter spindle rotation angle	$\phi_1, \phi_1'$	61° 20'	60° 42'
Ratio of roll	$i, i'$	6.192	6.327

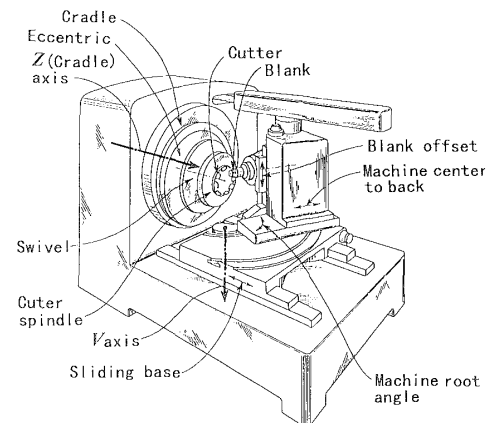


Fig. 4 Gleason hypoid generator

面に関することを意味するものとする。

歯切盤に関する諸元は、通称 $H$ 軸といわれている水平軸とギヤ軸とのなす角 $\lambda_{gr}$ (Machine root angle)、通称 $V$ 軸といわれている垂直軸からギヤ背面までの距離 $L_g$ (Machine center to back)、カッタ中心の座標 $(V_g, H_g, Z_g)$ である。 $Z_g$ の設定値は零である。

表2に測定対象にしたギヤの歯切り諸元を示す。

**3・2 ピニオンの歯切り諸元** ピニオンは片歯面ずつ創成歯切りするいわゆる片刃法(Single-side method)で行う。よって、凹歯面用の諸元と凸歯面用の諸元とがあり、カッタ・ポイント幅は考えなくてよい。カッタに関する諸元は、カッタ径 $2R_p, 2R_p'$ 、外・

内切れ刃の傾き角  $\gamma_{1p}, \gamma_{2p}'$  である(図3参照)。

創成歯切盤を図4<sup>(5)</sup>に示す。図4にはV軸とZ(Cradle)軸が示してある。そして、V、Z軸の双方に直交するH軸を考え、それらの交点Oを原点とする座標系O-VHZを歯切盤に設定する。歯切盤に関する諸元は、H軸とピニオン軸のなす角 $\lambda_p, \lambda'_p$ (Machine root angle)、V軸からピニオン背面までの距離 $L_p, L'_p$ (Machine center to back)、スライディングベース引戻し量 $Z_p, Z'_p$ (Sliding base)、ピニオン軸オフセット量 $e, e'$ (Blank offset)、カット・マシンセッティングである $\phi_1, \phi'_1, \phi_2, \phi'_2, \phi_3, \phi'_3, \phi_4, \phi'_4$ および創成比 $i, i'$ がある。 $\phi_1, \phi'_1$ はカット・スピンドル回転角でカット軸傾け角を決める。 $\phi_2, \phi'_2$ はスイベル角でカット軸方向を決める。 $\phi_3, \phi'_3$ は偏心角でカット中心とクレードル軸との距離を決める。 $\phi_4, \phi'_4$ は揺動中心角でクレードル(揺動)、すなわちピニオン歯面創成運動がこの角を中心にして行われる。

表3に測定対象にしたピニオンの歯切り諸元を示す。

#### 4. 歯面の数式表示

歯切り諸元推定は、歯車歯面上の多数点を三次元測定機で測定し、得られた座標測定値群に適合するような歯面を理論上の歯切り諸元操作によって得ようとするものであるから、歯車歯面の数式表示が必要になる。

**4.1 カッタ刃面の表示** カッタ中心は原点 $O_c$ にある。カッタの内・外切れ刃は直線である(図3参照)。そして、この直線切れ刃をカッタ軸( $z_c$ 軸)まわりに旋回したときの軌跡、すなわち円すい面をギヤ、あるいはピニオン歯切り用工具歯車刃面とする。 $O_c-x_cy_cz_c$ でギヤ凸歯面歯切り用の刃面を $X_{gc}$ 、凹歯面用のそれを $X'_{gc}$ 、ピニオン凹歯面用のそれを $X_{pc}$ 、凸歯面用のそれを $X'_{pc}$ で示せば

$$\left. \begin{aligned} X_{gc}(u_g, v_g) &= \begin{pmatrix} -(-v_g \sin \gamma_{2g} + R_g) \\ -W_g/2 \sin u_g \\ (-v_g \sin \gamma_{2g} + R_g) \\ -W_g/2 \cos u_g \\ -v_g \cos \gamma_{2g} \end{pmatrix} \\ X'_{gc}(u'_g, v'_g) &= \begin{pmatrix} -(v'_g \sin \gamma'_{1g} + R_g) \\ +W_g/2 \sin u'_g \\ (v'_g \sin \gamma'_{1g} + R_g) \\ +W_g/2 \cos u'_g \\ -v'_g \cos \gamma'_{1g} \end{pmatrix} \\ X_{pc}(u_p, v_p) &= \begin{pmatrix} -(v_p \sin \gamma_{1p} + R_p) \sin u_p \\ (v_p \sin \gamma_{1p} + R_p) \cos u_p \\ -v_p \cos \gamma_{1p} \end{pmatrix} \\ X'_{pc}(u'_p, v'_p) &= \begin{pmatrix} -(-v'_p \sin \gamma'_{2p} + R'_p) \sin u'_p \\ (-v'_p \sin \gamma'_{2p} + R'_p) \cos u'_p \\ -v'_p \cos \gamma'_{2p} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $u$ はカッタ切れ刃の $z_c$ 軸まわりの旋回角、 $v$ は切れ刃に沿う長さで、いずれも $y_c$ 軸が基準となる。 $u, v$ が刃面を表すパラメータになる。また、刃面 $X_{gc}, X'_{gc}, X_{pc}, X'_{pc}$ の単位面法線ベクトルをそれぞれ $N_{gc}, N'_{gc}, N_{pc}, N'_{pc}$ で表す。

**4.2 ギヤ歯面の表示** ギヤ歯面はカッタ刃面の転写である。図5に、歯切り方法を示す。 $O_m-x_my_mz_m$ は歯切盤に設定した座標系で、 $O_m$ はマシンセンタ、 $x_m, y_m, z_m$ の各軸はそれぞれV、H、クレードル軸に対応している。 $z_c$ 軸はクレードル軸に平行である。また、 $O_m-x_my_mz_m$ におけるカッタ中心 $O_c$ の位置を列ベクトル $D_g$ で表すと、サマリーよりそれは $(V_g, H_g, Z_g)^T$ になる。

さて、図5に示すようにギヤ固着の座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ を $O_m-x_my_mz_m$ に設定する。そして $O_g-x_gy_gz_g$ でカッタ刃面 $X_{gc}, X'_{gc}$ を表せば、それがそのままギヤ歯面の式 $X_g, X'_g$ になる。

$$\left. \begin{aligned} X_g(u_g, v_g) &= A^{-1}(\lambda_{gr} + \pi/2) \{ X_{gc}(u_g, v_g) + D_g \} \\ X'_g(u'_g, v'_g) &= A^{-1}(\lambda_{gr} + \pi/2) \\ &\quad \times \{ X'_{gc}(u'_g, v'_g) + D_g \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $A$ は $x_m$ 軸まわりの回転に関する座標変換行列で、式(7)で表される。以下、 $y_m$ 軸、 $z_m$ 軸まわりの回転に関する座標変換行列をそれぞれ $B, C$ で表す。 $X_g, X'_g$ の単位面法線ベクトルを $N_g, N'_g$ とする。

さて、図1に示すように設定された歯車の歯面 $X_g, X'_g$ を $O_t-x_t y_t z_t$ で表し、 $X, X'$ とすると

$$\left. \begin{aligned} X(u_g, v_g; \Psi) &= C(\Psi) X_g(u_g, v_g) \\ X'(u'_g, v'_g; \Psi) &= C(\Psi) X'_g(u'_g, v'_g) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

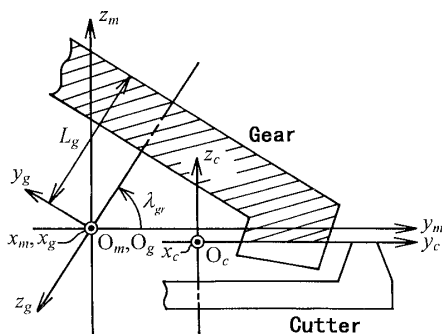


Fig. 5 Method of ring gear cutting

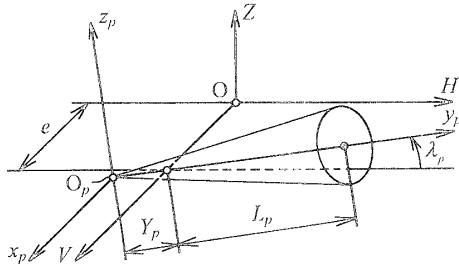


Fig. 6 Coordinate system O-VHZ attached to hypoid generator and coordinate system  $O_p-x_p y_p z_p$  attached to pinion

$$\left. \begin{aligned} A(\lambda) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \lambda & -\sin \lambda \\ 0 & \sin \lambda & \cos \lambda \end{pmatrix} \\ B(\beta) &= \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \\ C(\Psi) &= \begin{pmatrix} \cos \Psi & -\sin \Psi & 0 \\ \sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

4.3 ピニオン歯面の表示 表3に示すようにグリーンソン方式ではピニオン凹歯面と凸歯面を別々に歯切りするため、歯切り諸元はそれぞれ異ならざるを得ないが、歯切りに関する考え方は全く同じである。ここではピニオン凹歯面の歯切りについて考えることにする。まず、ピニオン固着の座標系  $O_p-x_p y_p z_p$  を図6に示すように設定する。原点  $O_p$  は歯先円すい頂点、 $y_p$  軸はピニオン軸である。 $x_p$  軸はピニオンの回転角が零のとき  $V$  軸と平行であるとする。

創成歯切盤に設定した座標系 O-VHZ (図4参照) におけるカッタ中心  $O_c$  の位置を列ベクトル  $D_p$  で表し、それを  $(V_p, H_p, -Z_p)^T$  とする。 $Z_p$  の値はサマリーで決められている。 $V_p, H_p$  と、 $z_c$  軸方向を示す単位ベクトル  $a_p$  の各成分  $a_{px}, a_{py}, a_{pz}$  は  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$  を用いると、

$$\left. \begin{aligned} \theta'_1 &= \phi_4 - (\pi - \phi_3)/2 \\ \theta'_2 &= \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 - \pi/2 \\ &+ \tan^{-1} \{ \cos \gamma (1 - \cos \phi_1) / \sin \phi_1 \} \\ \theta_1 &= \theta'_1 (\theta'_1 < 2\pi), \theta_1 = \theta'_1 - 2\pi (\theta'_1 > 2\pi) \\ \theta_2 &= \theta'_2 (\theta'_2 < 2\pi), \theta_2 = \theta'_2 - 2\pi (\theta'_2 > 2\pi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

として

$$\left. \begin{aligned} a_{pz} &= \cos \phi_1 \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma \\ a_{py} &= -\sqrt{(1 - a_{pz}^2) \cos^2 \theta_2} \\ a_{px} &= a_{py} \tan \theta_2 \end{aligned} \right\} (\theta_2 < \pi/2 \text{ or } 3\pi/2 < \theta_2)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{py} &= -\sqrt{(1 - a_{pz}^2) \cos^2 (\theta_2 - \pi)} \\ a_{px} &= a_{py} \tan (\theta_2 - \pi) \end{aligned} \right\} (\pi/2 < \theta_2 < 3\pi/2) \dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} H_p &= E_x \sqrt{2(1 - \cos \phi_3) \cos^2 \theta_1} \\ V_p &= H_p \tan \theta_1 \end{aligned} \right\} (\theta_1 < \pi/2 \text{ or } 3\pi/2 < \theta_1)$$

$$\left. \begin{aligned} H_p &= -E_x \sqrt{2(1 - \cos \phi_3) \cos^2 (\theta_1 - \pi)} \\ V_p &= H_p \tan (\theta_1 - \pi) \end{aligned} \right\} (\pi/2 < \theta_1 < 3\pi/2)$$

ここに、 $E_x$  は  $Z$  軸とエキセン軸との距離を示す機械定数、 $\gamma$  はスィベル面の傾き角で、 $E_x = 76.2 \text{ mm}$ 、 $\gamma = 15^\circ 00'$  である。

さて、カッタ中心  $O_c$  の位置が  $D_p$  にあり、カッタ軸方向が  $a_p$  であるカッタ刃面  $X_{pc}$  が  $Z$  軸まわりに角速度  $\dot{\psi}$  で回転しつつ  $y_p$  軸まわりに角速度  $i\dot{\psi}$  ( $i$  は創成比で、2章の  $i$  とは異なる) で回転しているピニオン・ブランクに凹歯面を創成する。 $\psi$  を創成角ということにすれば、創成角が  $\phi$  の瞬間にカッタ刃面  $X_{pc}$  上に現れる創成線  $L$  は、ピニオンが角度  $i\psi$  だけ回転した瞬間のピニオン歯面上の線でもあるから、 $L$  をピニオン固着の座標系  $O_p-x_p y_p z_p$  (図6参照) で表し、かつ  $\phi$  を曲面表示パラメータと見なせば、それはピニオン歯面の式  $X_p$  を与える。創成角が  $\phi$  の瞬間のカッタ刃面は O-VHZ で

$$\left. \begin{aligned} X_{p\phi}(u_p, v_p; \phi) \\ = C(\phi) \{ B(\beta) A(\alpha) X_{pc}(u_p, v_p) + D_p \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\sin^{-1}(a_{py}) \\ \beta &= \tan^{-1}(a_{px}/a_{pz}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$X_{p\phi}$  の単位面法線ベクトルを  $N_{p\phi}$  とする。

刃面上の点  $X_{p\phi}$  における刃面の速度  $V_c$  とピニオンの速度  $V_p$  の相対速度  $W$  は

$$\left. \begin{aligned} V_p &= (0, i \cos \lambda_p, i \sin \lambda_p)^T \times \{ X_{p\phi} - (e, 0, 0)^T \} \\ V_c &= (0, 0, 1)^T \times X_{p\phi} \\ W &= V_p - V_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

歯面創成条件は

$$N_{p\phi} \cdot W = 0 \dots\dots\dots (13)$$

式(13)より  $v_p = v_p(u_p; \phi)$  を求め、これを式(10)に代入したものが  $L$  であり、さらに  $L$  からピニオン歯面の式  $X_p$  が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} L &= X_{p\phi}(u_p, v_p(u_p; \phi); \phi) \\ X_p(u_p; \phi) &= B^{-1}(i\psi) \{ A^{-1}(\lambda_p) L - (e, -Y_p, 0)^T \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $Y_p$  はピニオン歯先円すい背面距離と  $L_p$  と

の差である。

## 5. 歯切り諸元推定

**5・1 ギヤの歯切り諸元推定** ギヤの歯切り諸元は表2に示してあるが、カッタ中心  $O_c$  の座標  $V_g, H_g$  をラジアル・スライド量  $R_{sg} = \sqrt{V_g^2 + H_g^2}$  と偏角  $A_{sg} = \tan^{-1}(H_g/V_g)$  に変換しておく。よって、歯切り諸元は  $R_{sg}, A_{sg}, Z_g$  (設定値は零),  $R_g, W_g, \lambda_{gr}, \gamma_{1g}, \gamma_{2g}, L_g$  の9個になる。これらの値を推定するためにギヤ凸・凹両歯面 ( $X, X'$ ) 上の点の座標を三次元測

Table 4 Estimated results of machine settings in ring gear cutting ( $R_{sg}=70.544$  mm,  $\Psi=330^\circ 53'$ )

	Summary (mm)	Result (mm)	$\Delta t$ ( $\mu$ m)
$A_{sg}$	$154^\circ 55'$	$154^\circ 55'$	1.9
$Z_g$	0.0	0.0	1.9
$R_g$	76.2	76.2	1.9
$W_g$	2.54	2.54	1.9
$\lambda_{gr}$	$75^\circ 02'$	$75^\circ 02'$	1.9
$\gamma_{1g}$	$17^\circ 00'$	$17^\circ 00'$	1.9
$\gamma_{2g}$	$17^\circ 00'$	$17^\circ 00'$	1.9
$L_g$	40.02	40.02	1.9

Table 5 Estimated results of machine settings in pinion cutting of concave side ( $e=17.270$  mm,  $\Psi=323^\circ 36'$ )

	Summary (mm)	Result (mm)	$\Delta t$ ( $\mu$ m)
$R_{sp}$	68.793	68.793	7.0
$A_{sp}$	$9^\circ 11'$	$9^\circ 11'$	7.0
$Z_p$	2.740	2.742	7.0
$R_p$	73.660	73.660	7.0
$L_p$	83.360	83.360	7.0
$\gamma_{1p}$	$16^\circ 00'$	$16^\circ 00'$	7.0
$\alpha$	$-15^\circ 05'$	$-15^\circ 05'$	7.0
$\beta$	$1^\circ 35'$	$1^\circ 35'$	7.0
$\lambda_p$	$356^\circ 34'$	$356^\circ 34'$	7.0
$i$	6.192	6.192	7.0

Table 6 Estimated results of machine settings in pinion cutting of convex side ( $R'_{sp}=71.501$  mm,  $\Psi=250^\circ 48'$ )

	Summary (mm)	Result (mm)	$\Delta t$ ( $\mu$ m)
$A'_{sp}$	$12^\circ 49'$	$12^\circ 49'$	3.3
$Z'_p$	6.600	6.600	3.3
$R'_p$	79.375	79.375	3.3
$e'$	17.730	17.730	3.3
$L'_p$	86.490	86.490	3.3
$\gamma'_{2p}$	$20^\circ 00'$	$20^\circ 00'$	3.3
$\alpha'$	$-14^\circ 47'$	$-14^\circ 47'$	3.3
$\beta'$	$2^\circ 45'$	$2^\circ 45'$	3.3
$\lambda'_p$	$355^\circ 01'$	$355^\circ 01'$	3.3
$i'$	6.327	6.327	3.3

定機で測定した。測定点の数は片歯面23点、合計46点である。そして、歯面測定値群から ( $R_{sg}, \Psi$ ) と適合精度  $\Delta t$ , ( $A_{sg}, \Psi$ ) と  $\Delta t, \dots, (L_g, \Psi)$  と  $\Delta t$  をそれぞれ求めた結果、 $\Delta t$  が最もよい組合せは ( $R_{sg}, \Psi$ ) で ( $70.544$  mm,  $330^\circ 53'$ ) となった。そのときの  $\Delta t$  は  $1.9 \mu$ m であった。サマリーによれば  $R_{sg}=70.60$  mm であるから、約  $0.06$  mm 小さな  $R_{sg}$  で歯切りされていたことになる。そこで、 $R_{sg}=70.544$  mm,  $\Psi=330^\circ 53'$  と考えて、残りの諸元を推定してみた。その結果を表4に示す。各諸元に関する  $\Delta t$  は  $R_{sg}$  のそれとほとんど変わらない。すなわち、残りの諸元をどのように操作しても理論歯面は測定値群によりよく適合することはない。これより残りの諸元はサマリーどおりであるとよい。

**5・2 ピニオンの歯切り諸元推定** ピニオンの歯切り諸元は表3に示してあるが、カッタの位置・姿勢に関係する  $\phi_1 \sim \phi_4$  を式(9)と(11)によって  $V_p, H_p, \alpha, \beta$  に変換しておく。

ピニオン凹歯面上の25点の座標を三次元測定機で測定した。その結果、適合精度  $\Delta t$  が最小の組合せは、( $e, \Psi$ ) で ( $17.270$  mm,  $323^\circ 36'$ ) となった。そのときの  $\Delta t$  は  $7.0 \mu$ m であった。凸歯面については ( $R'_{sp}, \Psi$ ) で ( $71.501$  mm,  $250^\circ 48'$ ) となった。そのときの  $\Delta t$  は  $3.3 \mu$ m であった。

サマリーによれば、凹歯面の歯切りのブランク・オフセットは  $e=17.08$  mm であるから、約  $0.19$  mm 大きなオフセットで歯切りされていたことになる。また、凸歯面については、サマリーのラジアル・スライド量は  $71.66$  mm であるから、約  $0.16$  mm 小さなスライド量で歯切りされていたことになる。そこで、凹歯面では  $e=17.270$  mm,  $\Psi=323^\circ 36'$ 、凸歯面では  $R'_{sp}=71.501$  mm,  $\Psi=250^\circ 48'$  と考えて、残りの諸元

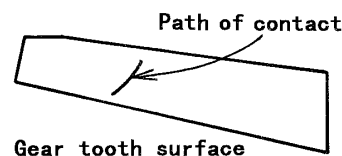


Fig. 7 Path of contact on gear tooth surface of concave side ( $R_{sg}=70.544$  mm,  $R'_{sp}=71.501$  mm)

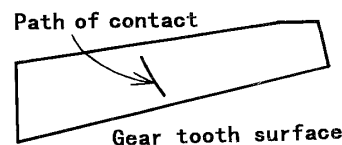


Fig. 8 Path of contact on gear tooth surface of convex side ( $R_{sg}=70.544$  mm,  $e=17.270$  mm)

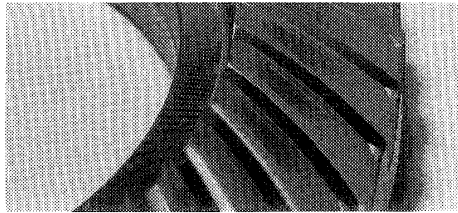


Fig. 9 Real tooth bearing on gear tooth surface of concave side

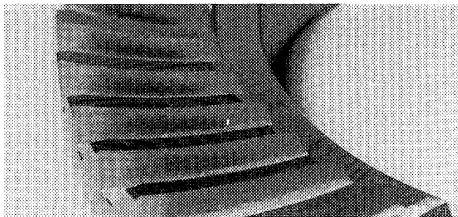


Fig. 10 Real tooth bearing on gear tooth surface of convex side

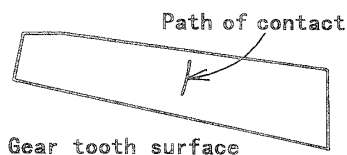


Fig. 11 Path of contact on gear tooth surface of concave side(as summary)

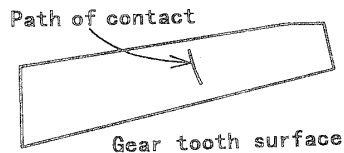


Fig. 12 Path of contact on gear tooth surface of convex side(as summary)

を推定してみた。その結果を表5と6に示す。各諸元に関する $\Delta t$ は $e$ 、 $R'_{sp}$ のそれらとほとんど同じである。よって、ピニオン凹歯面の歯切りではブランク・オフセット $e$ を、凸歯面の歯切りではラジアル・スライド量 $R'_{sp}$ をそれぞれ除いた残りの諸元はすべてサマリーどおりであると考えてよい。ピニオン凹歯面の $\Delta t$ が凸歯面のそれに比べて大きいのは、歯当たり検査による歯面の摩耗が大きくなったためと考えられる。

## 6. 歯当たり解析

被測定歯車対は良好な歯当たりを示す歯車対である。その真の歯切り諸元は、ギヤについてはラジアル・スライド量 $R_{sg}$ がサマリーの値よりも0.06 mm

小さく、また、ピニオン凹歯面についてはブランク・オフセット $e$ が0.19 mm大きく、ピニオン凸歯面についてはラジアル・スライド量 $R'_{sp}$ が0.16 mm小さく、そして残りの諸元はサマリーどおりであると推定される。よって、そのようにして歯切りすれば良好な歯当たりを示す歯車対を得ることができるであろう。それを確かめるために上述の真の歯切り諸元の歯車対について接触点軌跡を計算した。その結果をギヤ歯面上で図7と8に示す。図9と10に実際の歯当たりを示す。接触点軌跡と実際の歯当たりはほぼ同じであると思なすことができる。これより歯切り諸元推定が正しく行われていると考えてよい。図11と図12はサマリーどおりの歯切り諸元で歯切りした場合の接触点軌跡の計算結果である。サマリーどおりでは良好な歯当たりが得られず、被測定歯車は歯当たり調整歯切りをしたものであることがわかる。

## 7. 結 言

グリーソン方式ハイポイドギヤは、良好な歯当たりを得るために、歯切り作業者の経験と勘に頼る歯当たり調整歯切りを必要とする。しかし、ひとたび良好な歯当たりを示す歯車対を得たならば、以後、その歯車と同一の歯車を歯切りするようにすることにより歯当たり調整歯切りは不要になる。そのためにはその歯車の真の歯切り諸元を知る必要がある。そしてそれがわかれば歯切盤相互の精度に関する機差の問題も解決するし、ハイポイドギヤの互換性の可能性も生じてくる。本研究はそのような目的のもとに、ハイポイドギヤの真の歯切り諸元推定を試みたものである。本研究では、実際に使用されているハイポイドギヤを三次元測定機で測定し、その測定値(群)から歯切り諸元を推定した。そして推定諸元の歯車対について接触点軌跡を求め、それと実際の歯車対の歯当たりとを比較することによって本研究の歯切り諸元推定法の妥当性・有効性を確認した。

## 文 献

- (1) Baxter, M. L., *ASME Paper*, No. 61-MD-20(1961).
- (2) Gleason Works, *Understanding Tooth Contact Analysis*, (1978), Rochester, New York, U. S. A., Publication No. SD 3139A.
- (3) 田村久司・ほか2名, 機論, **60**-575, C(1994), 2450-2455.
- (4) Gleason Works, *Calculating Instructions Formate Hypoid Gears*, (1956), Rochester, New York, U. S. A., Publication No. SD 3105.
- (5) Dudley, D. W., *Gear Handbook*, (1962), 20-4, McGraw-Hill, New-York.