

転がり接触を考慮した三次元把握の安定性解析*

山田 貴孝^{*1}, 桜山 岳史^{*2}, Sushanta Kumar SAHA^{*2}
三村 宣治^{*3}, 舟橋 康行^{*1}Stability Analysis of 3-D Grasps by a Multifingered Hand
with Rolling ContactTakayoshi YAMADA, Takeshi SAKURAYAMA, Sushanta Kumar SAHA,
Nobuharu MIMURA and Yasuyuki FUNAHASHI

This paper discusses stability of 3-D grasp considering rolling contact using potential energy approach. The synthesis of stable grasps is made by three-dimensional virtual spring which is fixed at the center of the fingertip. One spring is parallel to the normal and the others are parallel to the tangent plane at the contact. The kinematics of rolling contact equations (velocity and acceleration) between the object and finger are derived. Then, the stiffness matrix of the grasp is established. The derived stiffness matrix has six terms. The first three terms are due to stiffness of the three virtual springs respectively as well as remaining terms imply rotational stiffness which are influenced by curvatures, initial contact forces and contact position. The inverse problem, which is to determine the spring stiffness from the positive definiteness of stiffness matrix of the grasp system, can be also derived. Finally, some numerical examples are presented to illustrate the nature of the equations.

Key Words: Grasp Stability, Rolling Contact, Cylindrical Object, Spherical Object, Virtual Stiffness, Potential Energy

1. 緒 言

ロボットが人間に代わり危険で困難な作業を行った
り、Tele-operationなどを可能にするには、ハンドに
よる把握が安定でなくてはならない。ここでいう安定
とは、物体に働く指の力とモーメントが釣合った状態
(力学的平衡状態)にあるとき、物体に外乱が加わり、
物体と指の位置・姿勢が変化しても、再び元の位置・
姿勢に戻ることをいう。

こうした把握の安定性を評価するため、ハンドと対
象物を含めた把握系をばね系に置き換える方法が提案
されている。これは、ばねのポテンシャルエネルギー
や復元力の観点から把握の安定性を論じるものであ
る。

Hanafusaら⁽¹⁾は各指に弾性を有するハンドで物体
を把握する場合を考え、把握系に蓄えられるポテンシ
ヤルエネルギーが局所最小になるとき把握系が安定に
なることを示した。Nguyen⁽²⁾は指先の剛性がソフト

ウェアで設定できることに着目し、各指に一次元の仮
想ばねを設定することにより把握系の安定性を解析し
た。金子ら⁽³⁾は二次元仮想ばねを設定することによ
り、摩擦がある接触について把握の安定性を解析し
た。また、把握系を安定化するための仮想ばねのばね
定数を導出している。三村・舟橋⁽⁴⁾は、この解析を三
次元把握に拡張している。しかし、文献(3)、(4)で
は、指先および物体上の接触点の移動を考慮していな
かった。これはとがった指先で物体を把握しているこ
とに相当する。ところが、実際の指先は丸みを帯びた
ものがほとんどであるので、ハンド-物体間で相対運
動が発生すると指先および物体上の接触点は移動す
る。

この移動を考慮した解析⁽⁵⁾⁻⁽¹¹⁾は、接触点近傍の曲
率が把握の安定性に影響することを明らかにしてい
る。Rimonら⁽⁵⁾、Howardら⁽⁶⁾は接触する二物体の
特性により接触点で弾性が受動的に発生するとして解
析している。しかし、文献(5)、(6)はジグ等のよう
に固定した指で物体を把持する場合を考えており、転
がり接触のもとでの解析ではない。これに対し、一般
的なロボットハンドによる把握では、物体の変位に伴
い指の位置も変位し、転がりが発生する。Montana⁽⁷⁾
は指先の変位を考慮し、転がり接触の条件の下、接触

* 原稿受付 1998年4月13日。

^{*1} 正員, 名古屋工業大学(☎466-8555 名古屋市昭和区御器所
町)。^{*2} 名古屋工業大学大学院。^{*3} 正員, 新潟大学(☎950-2181 新潟市五十嵐二の町8050)。

E-mail: yamat@eine.mech.nitech.ac.jp

点位置の安定性について解析している。Maekawaら⁽⁸⁾⁽⁹⁾は指の関節変位の影響を考慮している。しかし、コンピュータ制御による仮想ばねを考慮した解析は行われていない。

一方、著者らは指先を制御することにより、能動的に把握系にばねの性質をもたせることで安定化する場合を考察している。まず、文献(10)では指の曲率を考慮した把握系のポテンシャルエネルギーに着目し、二次元把握の安定性について解析した。そこでは接触点近傍の曲率を考慮し、簡単な幾何学的関係から剛性行列を導出している。さらに文献(11)では転がり接触の運動学をもとに剛性行列を導出している。

なお、多指ハンドに関する研究論文は多い。Salisbury and Craig⁽¹²⁾は把握変換行列の導入と剛性制御法を示している。前川ら⁽¹³⁾は繰り制御のための軌道計画アルゴリズムを提案している。高野ら⁽¹⁴⁾、黄ら⁽¹⁵⁾は運動学的解析およびそのシミュレーションシステムを開発している。文献(13)～(15)はいずれも指先と物体との転がり接触を考慮しているが、把握の安定性には言及されていない。

本論文では、文献(11)の手法を拡張し、三次元把握の安定性を解析する。まず、2章では把握系のポテンシャルエネルギーを導出する。把握系の安定性が剛性行列の正定性により決まることを述べる。3章では円筒形対象物および球形対象物の剛性行列を導出し、正定性に影響を与えるパラメータを明らかにする。導出には転がり接触の運動学を用いている。4章では数例により、形状の異なる対象物の把握の安定性について考察する。

2. 多指ハンド把握系の安定性

図1のように物体を多指ハンドで把握する。指先にスティフネスが設定されているときに、把握系に蓄えられるポテンシャルエネルギーを導出し、平衡点近傍での安定性を調べる。

2.1 仮定 本論文では以下の仮定をおく。

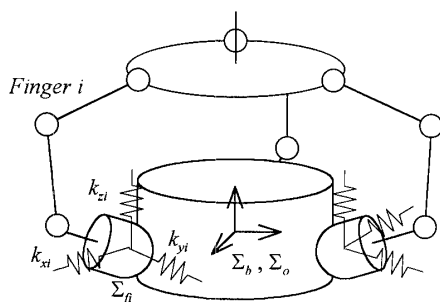


Fig. 1 Coordinates and virtual stiffness

- (A 1) 対象物は形状が既知の剛体である。
- (A 2) 指先は半径 ρ_{fi} の球面を有する剛体である。
- (A 3) 三次元の直交仮想ばねが図1のように指先の中心に設定されている。このばね定数を k_{xi} , k_{yi} , k_{zi} (>0) とし, k_{xi} は接触点の法線方向に一致させる。 k_{yi} , k_{zi} は接平面に平行に設定する。
- (A 4) 初期把握状態は力学的平衡にある。
- (A 5) 対象物の変位は準静的である。
- (A 6) 指先は滑ることなく、転がりによってのみ対象物変位に追従する。
- (A 7) 基準座標系に対して指先の変位は並進のみであり、回転変位は発生しない。

各指の自由度が十分に多いハンドを用いれば仮定(A 7)を満たすように制御することは可能である。また、各指が直交の3自由度を有するハンドを想定してもよい。

2.2 座標系の設定 図1のように座標系を設定する。ここで、 Σ_b は基準座標系、 Σ_o は物体上に固定した物体座標系、 Σ_{fi} は指先の中心に固定した指先座標系を表している。 Σ_{fi} は仮想ばねに沿って設定する。初期状態において物体の位置・姿勢 Σ_o は基準座標系 Σ_b に一致している。物体に変位が生じたときの Σ_b に対する Σ_o の位置を $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$, 姿勢を roll, pitch, yaw 角を用いて $\boldsymbol{\xi}=[\xi, \eta, \zeta]^T$ と表す。

2.3 把握系の安定性の評価 初期把握力を発生させるため、ばね k_{xi} , k_{yi} , k_{zi} をそれぞれ δ_{xoi} , δ_{yoi} , δ_{zoi} だけ圧縮させておく。このとき各ばねが発生する力を f_{xi} , f_{yi} , f_{zi} と表す。

$$f_{xi} = k_{xi} \delta_{xoi}, f_{yi} = k_{yi} \delta_{yoi}, f_{zi} = k_{zi} \delta_{zoi}$$

外乱により把握物体が $\boldsymbol{\epsilon}=[\mathbf{x}^T, \boldsymbol{\xi}^T]^T$ だけ微小変位したときの仮想ばねの圧縮量を δ_{xi} , δ_{yi} , δ_{zi} とおく。

$$\delta_{xi} = \delta_{xi}(\boldsymbol{\epsilon}), \delta_{yi} = \delta_{yi}(\boldsymbol{\epsilon}), \delta_{zi} = \delta_{zi}(\boldsymbol{\epsilon})$$

このとき、 n 本指の多指ハンド把握系に蓄えられるポテンシャルエネルギーは、

$$U(\boldsymbol{\epsilon}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{ k_{xi} (\delta_{xi} + \delta_{xoi})^2 + k_{yi} (\delta_{yi} + \delta_{yoi})^2 + k_{zi} (\delta_{zi} + \delta_{zoi})^2 \} \dots \dots \dots (1)$$

である。平衡点 ($\boldsymbol{\epsilon}=\mathbf{0}$) 近傍で Taylor 展開する。

$$U(\boldsymbol{\epsilon}) = U(0) + \boldsymbol{\epsilon}^T G + \frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon}^T H \boldsymbol{\epsilon} + \dots \dots \dots (2)$$

ただし、 G は gradient, H は hessian である。

$$G = \left[\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial U}{\partial \xi}, \frac{\partial U}{\partial \eta}, \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right]^T \Big|_{(0)} \in \mathbf{R}^6,$$

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial \xi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial x} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} \end{pmatrix}_{(0)} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}.$$

ここで,

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial \xi}, \frac{\partial}{\partial \eta}, \frac{\partial}{\partial \zeta} \right]^T \in \mathbf{R}^6 \dots (3)$$

とすると, $G = \nabla U|_{(0)}$, $H = \nabla \nabla^T U|_{(0)}$ と表せる.

把握系が安定であるための必要・十分条件は, 初期状態においてポテンシャルエネルギーが局所最小となっていることである. すなわち,

- (i) $G = \mathbf{0}$,
- (ii) H が正定

の両方を満たすことである. 仮定(A4)より条件(i)は常に満たされている. したがって, 条件(ii)が満たされれば把握系は安定である. 以降では, H を剛性行列と呼ぶことにする.

ポテンシャルエネルギーが式(1)で表されることを考慮すると剛性行列は

$$H = \sum_{i=1}^n \{ k_{xi} (\nabla \delta_{xi}|_{(0)}) (\nabla \delta_{xi}|_{(0)})^T + k_{yi} (\nabla \delta_{yi}|_{(0)}) (\nabla \delta_{yi}|_{(0)})^T + k_{zi} (\nabla \delta_{zi}|_{(0)}) (\nabla \delta_{zi}|_{(0)})^T + f_{xi} (\nabla \nabla^T \delta_{xi}|_{(0)}) + f_{yi} (\nabla \nabla^T \delta_{yi}|_{(0)}) + f_{zi} (\nabla \nabla^T \delta_{zi}|_{(0)}) \} \dots (4)$$

と計算される. $k_{xi}, k_{yi}, k_{zi}, f_{xi}, f_{yi}, f_{zi}$ の値は, あらかじめ設定できるため,

$$\nabla \delta_{xi}|_{(0)}, \nabla \delta_{yi}|_{(0)}, \nabla \delta_{zi}|_{(0)}, \nabla \nabla^T \delta_{xi}|_{(0)}, \nabla \nabla^T \delta_{yi}|_{(0)}, \nabla \nabla^T \delta_{zi}|_{(0)}$$

が求まれば剛性行列を決定できる. 以下では, これら六つの項を導出する.

3. 把握解析

本章では, 円筒形物体と球形物体の剛性行列を導出する. 導出の順は式(5)と(4)の比較より解析が容易となる円筒形から行う.

3.1 記号 Σ_o から見た物体上の第 i 番めの接

触点位置を \mathbf{c}_{oi} , 接触点での対象物内向き単位法線ベクトルを \mathbf{n}_{oi} , 物体表面座標を緯度 u_{oi} , 経度 v_{oi} を用いて $\mathbf{u}_{oi} = [u_{oi}, v_{oi}]^T$ とすると, $\mathbf{c}_{oi}, \mathbf{n}_{oi}$ は \mathbf{u}_{oi} の関数として表すことができる.

$$\mathbf{c}_{oi} = \rho_o [\cos v_{oi}, \sin v_{oi}, \tan u_{oi}]^T \dots (5)$$

$$\mathbf{n}_{oi} = -[\cos v_{oi}, \sin v_{oi}, 0]^T \dots (6)$$

また, Σ_{fi} から見た指上の接触点位置を \mathbf{c}_{fi} , 接触点での指先内向き単位法線ベクトルを \mathbf{n}_{fi} , 指先表面座標を緯度 u_{fi} , 経度 v_{fi} を用いて $\mathbf{u}_{fi} = [u_{fi}, v_{fi}]^T$ とする. 仮定(A2)を考慮すると

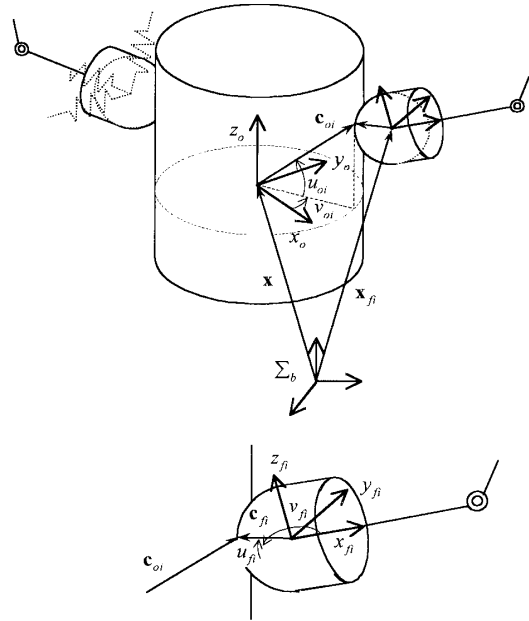


Fig. 2 Grasping of a cylindrical object

$$\mathbf{c}_{fi} = \rho_{fi} [\cos u_{fi} \cos v_{fi}, \cos u_{fi} \sin v_{fi}, \sin u_{fi}]^T \dots (7)$$

$$\mathbf{n}_{fi} = -\frac{1}{\rho_{fi}} \mathbf{c}_{fi} \dots (8)$$

となる. ただし, \mathbf{u}_{fi} の初期値は仮定(A3)より, $u_{fi}|_{(0)} = 0, v_{fi}|_{(0)} = \pi$ である.

3.2 仮想ばねの圧縮量 図2のように, 対象物上の接触点と指上の接触点は Σ_b から見て一致するため次式を得る.

$$\mathbf{x} + R_o \mathbf{c}_{oi} = \mathbf{x}_{fi} + R_{fi} \mathbf{c}_{fi} \dots (9)$$

ただし, R_o は Σ_b から見た Σ_o の姿勢を表す回転行列である.

$$R_o = Rot(z_b, \zeta) Rot(y_b, \eta) Rot(x_b, \xi)$$

また, R_{fi} は Σ_b から見た Σ_{fi} の姿勢を表す回転行列で, 仮定(A3), (A7)を考慮すると,

$$R_{fi} = [\mathbf{r}_{xi}, \mathbf{r}_{yi}, \mathbf{r}_{zi}] = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\phi_i \equiv u_{oi}|_{(0)}, \theta_i \equiv v_{oi}|_{(0)}. \dots (10)$$

対象物が $\boldsymbol{\varepsilon}$ だけ変位したときの仮想ばねの圧縮量は

$$[\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}]^T = R_{fi}^{-1} \{ \mathbf{x}_{fi}(\boldsymbol{\varepsilon}) - \mathbf{x}_{fi}(0) \} \dots (11)$$

となる. 式(11)に式(9)を代入すれば

$$[\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}]^T = R_{fi}^T \{ \mathbf{x} + R_o \mathbf{c}_{oi} - R_{fi} \mathbf{c}_{fi} - \mathbf{x}_{fi}(0) \} \dots (12)$$

が得られる. 仮定(A7)より, $\mathbf{c}_{oi}, \mathbf{c}_{fi}$ は $\boldsymbol{\xi}$ のみに依存するため, 式(12)を2項に分解して表す.

$$[\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}] = [p_{xi}(\mathbf{x}), p_{yi}(\mathbf{x}), p_{zi}(\mathbf{x}) + [q_{xi}(\boldsymbol{\xi}), q_{yi}(\boldsymbol{\xi}), q_{zi}(\boldsymbol{\xi})] \dots (13)$$

ただし,

$$[p_{xi}, p_{yi}, p_{zi}]^T = R_{fi}^T \{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{fi}(0)\},$$

$$[q_{xi}, q_{yi}, q_{zi}]^T = R_{fi}^T (R_o \mathbf{c}_{oi} - R_{fi} \mathbf{c}_{fi}).$$

ここで, p_{xi}, p_{yi}, p_{zi} は \mathbf{x} のみについての線形関数, q_{xi}, q_{yi}, q_{zi} は ξ のみについての非線形関数であることを注意すると, $\delta_{xi} = p_{xi}(\mathbf{x}) + q_{xi}(\xi)$ の ϵ による偏微分は次のようになる。

$$\nabla \delta_{xi} = [p_{xi,x}, p_{xi,y}, p_{xi,z}, q_{xi,\xi}, q_{xi,\eta}, q_{xi,\zeta}]^T \dots (14)$$

$$\nabla \nabla^T \delta_{xi} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & & & & & & 0_{3 \times 3} \\ & q_{xi,\xi\xi} & q_{xi,\xi\eta} & q_{xi,\xi\zeta} & & & & \\ & 0_{3 \times 3} & q_{xi,\eta\xi} & q_{xi,\eta\eta} & q_{xi,\eta\zeta} & & & \\ & & q_{xi,\zeta\xi} & q_{xi,\zeta\eta} & q_{xi,\zeta\zeta} & & & \end{bmatrix} \dots (15)$$

ここで, 各要素は,

$$p_{xi,x} = \frac{\partial p_{xi}}{\partial x}, q_{xi,\xi\eta} = \frac{\partial^2 q_{xi}}{\partial \eta \partial \xi}$$

から類推できる偏微分を表している。また, $0_{3 \times 3}$ は 3 行 3 列の零行列である。以下, 紙面の都合により $\nabla \delta_{xi}, \nabla \nabla^T \delta_{xi}$ の導出のみを行うが, $\nabla \delta_{yi}, \nabla \delta_{zi}, \nabla \nabla^T \delta_{yi}, \nabla \nabla^T \delta_{zi}$ も同様にして得られる。

$$p_{xi} = [1, 0, 0] \begin{bmatrix} p_{xi} \\ p_{yi} \\ p_{zi} \end{bmatrix} = \mathbf{r}_{xi}^T \{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{fi}(0)\} \dots (16)$$

を $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ で偏微分すると

$$\frac{\partial p_{xi}}{\partial \mathbf{x}} = [p_{xi,x}, p_{xi,y}, p_{xi,z}]^T = \mathbf{r}_{xi} \dots (17)$$

を得る。次に,

$$q_{xi} = \mathbf{r}_{xi}^T (R_o \mathbf{c}_{oi} - R_{fi} \mathbf{c}_{fi}) \dots (18)$$

を ξ で偏微分する。ここで, $\mathbf{c}_{oi}, \mathbf{c}_{fi}$ はそれぞれ $\mathbf{u}_{oi}, \mathbf{u}_{fi}$ の関数であることを考慮すると, 次式を得る。

$$q_{xi,a} = \mathbf{r}_{xi}^T \left(\frac{\partial R_o}{\partial a} \mathbf{c}_{oi} + R_o \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial a} - R_{fi} \frac{\partial \mathbf{c}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \frac{\partial \mathbf{u}_{fi}}{\partial a} \right), \dots (19)$$

$$a = \xi, \eta, \zeta$$

q_{xi} の 2 階の偏微分は, 式(19)をもとに

$$q_{xi,\alpha\beta} = \mathbf{r}_{xi}^T \left\{ \frac{\partial^2 R_o}{\partial \beta \partial \alpha} \mathbf{c}_{oi} + \frac{\partial R_o}{\partial \alpha} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \beta} + \frac{\partial R_o}{\partial \beta} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \alpha} + R_o \left(\frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \alpha} + R_o \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \beta \partial \alpha} - R_{fi} \left(\frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial \mathbf{c}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}_{fi}}{\partial \alpha} - R_{fi} \frac{\partial \mathbf{c}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \beta \partial \alpha} \right\},$$

$$\beta = \xi, \eta, \zeta. \dots (20)$$

ただし, 第 4 項は

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} = \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \beta} + \left(\frac{\partial}{\partial v_{oi}} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \right) \frac{\partial v_{oi}}{\partial \beta}$$

として求めればよい。第 6 項も同様にして求まる。式 (17), (19), (20) より $\nabla \delta_{xi}, \nabla \nabla^T \delta_{xi}$ を得るには,

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \alpha}, \frac{\partial \mathbf{u}_{fi}}{\partial \alpha}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \beta \partial \alpha}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \beta \partial \alpha}$$

$$a = \xi, \eta, \zeta, \beta = \xi, \eta, \zeta$$

を求める必要がある。同様のことが $\nabla \delta_{yi}, \nabla \delta_{zi}, \nabla \nabla^T \delta_{yi}, \nabla \nabla^T \delta_{zi}$ を導出する際にもいえる。これらの項は接触点の移動により発生するため, 転がり接触の運動学を用いて導出する。

3・3 転がり接触の運動学

指先が対象物から離れることなく, 転がりによってのみ対象物変位に追従するとき, 次の拘束条件が得られる。

$$R_o \dot{\mathbf{c}}_{oi} - R_{fi} \dot{\mathbf{c}}_{fi} = 0 \dots (21)$$

式(8)を考慮すると式(21)は

$$R_o \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} + \rho_{fi} R_{fi} \frac{\partial \mathbf{n}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \dot{\mathbf{u}}_{fi} = 0. \dots (22)$$

また, 接触点での法線ベクトルは逆向きになるため, 次の関係式を得る。

$$R_o \mathbf{n}_{oi} = -R_{fi} \mathbf{n}_{fi} \dots (23)$$

これを時間微分すると

$$R_o \frac{\partial \mathbf{n}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} + R_{fi} \frac{\partial \mathbf{n}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \dot{\mathbf{u}}_{fi} = -\boldsymbol{\omega}_o \times R_o \mathbf{n}_{oi}. \dots (24)$$

$\boldsymbol{\omega}_o$ は対象物座標系の姿勢変化を表す角速度ベクトルで, ξ との間には次の関係が成立する。

$$\boldsymbol{\omega}_o = \begin{bmatrix} \cos \eta \cos \zeta & -\sin \zeta & 0 \\ \cos \eta \sin \zeta & \cos \zeta & 0 \\ -\sin \eta & 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{\xi} \dots (25)$$

式(22)と(24)との関係より,

$$\frac{\partial (\rho_{fi} \mathbf{n}_{oi} - \mathbf{c}_{oi})}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} = \rho_{fi} \mathbf{n}_{oi} \times (R_o^T \boldsymbol{\omega}_o). \dots (26)$$

表記の簡単化のため

$$\mathbf{a}_{oi} = \rho_{fi} \mathbf{n}_{oi} - \mathbf{c}_{oi}, W \dot{\xi} = R_o^T \boldsymbol{\omega}_o$$

とおくと,

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} = \rho_{fi} \mathbf{n}_{oi} \times (W \dot{\xi}) \dots (27)$$

を得る。初期条件を考慮すると式(27)は,

$$\begin{bmatrix} 0 & (\rho_{fi} + \rho_o) s_{\theta i} \\ 0 & -(\rho_{fi} + \rho_o) c_{\theta i} \\ -\rho_o / c_{\theta i}^2 & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_{oi}|_{(0)}$$

$$= \rho_{fi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -s_{\theta i} \\ 0 & 0 & c_{\theta i} \\ s_{\theta i} & -c_{\theta i} & 0 \end{bmatrix} \dot{\xi} \dots (28)$$

となる。ただし, $s_{\theta} = \sin \theta, c_{\theta} = \cos \theta$ とおいている。上式は,

$$\dot{\mathbf{u}}_{oi}|_{(0)} = \begin{bmatrix} -\frac{\rho_{fi}}{\rho_o} C_{\phi_i}^2 S_{\theta_i} & \frac{\rho_{fi}}{\rho_o} C_{\phi_i}^2 C_{\theta_i} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\rho_{fi}}{\rho_{fi} + \rho_o} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

となるので、

$$\dot{\mathbf{u}}_{oi} = \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \eta} \dot{\eta} + \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \quad \dots\dots\dots (30)$$

との係数比較により

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi} \Big|_{(0)} &= -\frac{\rho_{fi}}{\rho_o} C_{\phi_i}^2 S_{\theta_i} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \eta} \Big|_{(0)} &= \frac{\rho_{fi}}{\rho_o} C_{\phi_i}^2 C_{\theta_i} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial \mathbf{u}_{oi}}{\partial \zeta} \Big|_{(0)} &= -\frac{\rho_{fi}}{\rho_{fi} + \rho_o} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

を得る。式(27)を時間微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{a}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \ddot{\mathbf{u}}_{oi} &= -\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \frac{\partial \mathbf{a}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_{oi}} \frac{\partial \mathbf{a}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{v}}_{oi} \right) \dot{\mathbf{u}}_{oi} \\ &+ \rho_{fi} \left(\frac{\partial \mathbf{n}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} \right) \times (W \dot{\boldsymbol{\xi}}) \\ &+ \rho_{fi} \mathbf{n}_{oi} \times \left(\frac{\partial W}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial W}{\partial \eta} \dot{\eta} + \frac{\partial W}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \right) \dot{\boldsymbol{\xi}} \quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

となる。初期条件を考慮し、さらに式(29)を代入する(具体的な式は付録1参照)。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_{oi} &= \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi^2} \dot{\xi}^2 + 2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi \partial \eta} \dot{\xi} \dot{\eta} + 2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi \partial \zeta} \dot{\xi} \dot{\zeta} \\ &+ \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \eta^2} \dot{\eta}^2 + 2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \eta \partial \zeta} \dot{\eta} \dot{\zeta} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \zeta^2} \dot{\zeta}^2 \quad \dots\dots (33) \end{aligned}$$

と係数比較することにより

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi^2} \Big|_{(0)} &= \left[-\left(\frac{\rho_{fi}}{\rho_o} \right)^2 S_{2\phi_i} C_{\phi_i}^2 S_{\theta_i}^2, 0 \right]^T, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi \partial \eta} \Big|_{(0)} &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\rho_{fi}}{\rho_o} \right)^2 S_{2\phi_i} C_{\phi_i}^2 S_{2\theta_i}, \frac{\rho_{fi}}{2(\rho_{fi} + \rho_o)} \right]^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \xi \partial \zeta} \Big|_{(0)} &= \left[\frac{\rho_{fi}(2\rho_{fi} + \rho_o)}{2\rho_o(\rho_{fi} + \rho_o)} C_{\phi_i}^2 C_{\theta_i}, 0 \right]^T, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \eta^2} \Big|_{(0)} &= \left[-\left(\frac{\rho_{fi}}{\rho_o} \right)^2 S_{2\phi_i} C_{\phi_i}^2 C_{\theta_i}^2, 0 \right]^T, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \eta \partial \zeta} \Big|_{(0)} &= \left[\frac{\rho_{fi}(2\rho_{fi} + \rho_o)}{2\rho_o(\rho_{fi} + \rho_o)} C_{\phi_i}^2 S_{\theta_i}, 0 \right]^T, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{oi}}{\partial \zeta^2} \Big|_{(0)} &= [0, 0]^T \quad \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

を得る。一方、式(22)より

$$\frac{\partial \mathbf{n}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \dot{\mathbf{u}}_{fi} = -\frac{1}{\rho_{fi}} R_{fi}^T R_o \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} \quad \dots\dots\dots (35)$$

これを時間微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{n}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \ddot{\mathbf{u}}_{fi} &= -\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \frac{\partial \mathbf{n}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \dot{\mathbf{u}}_{fi} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_{fi}} \frac{\partial \mathbf{n}_{fi}}{\partial \mathbf{u}_{fi}} \dot{\mathbf{v}}_{fi} \right) \dot{\mathbf{u}}_{fi} \\ &- \frac{1}{\rho_{fi}} R_{fi}^T \left(\frac{\partial R_o}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial R_o}{\partial \eta} \dot{\eta} + \frac{\partial R_o}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \right) \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} \\ &- \frac{1}{\rho_{fi}} R_{fi}^T R_o \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{u}}_{oi} \right. \\ &\left. + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_{oi}} \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \dot{\mathbf{v}}_{oi} \right) \dot{\mathbf{u}}_{oi} - \frac{1}{\rho_{fi}} R_{fi}^T R_o \frac{\partial \mathbf{c}_{oi}}{\partial \mathbf{u}_{oi}} \ddot{\mathbf{u}}_{oi} \quad \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

となる。 $\dot{\mathbf{u}}_{oi}$, $\ddot{\mathbf{u}}_{oi}$ のときと同様に、係数比較により $\partial \mathbf{u}_{fi}/\partial \alpha$, $\partial^2 \mathbf{u}_{fi}/\partial \beta \partial \alpha$ が求まる(具体的な値は付録2参照)。

文献(16)でも $\dot{\mathbf{u}}_{oi}$, $\ddot{\mathbf{u}}_{oi}$ を導出している。しかし、それらは本論文とは異なり、接触点における局所座標系での表現となっている。

3・4 剛性行列 以上で、すべてのパラメータが求められたため、式(19), (20)に代入すれば、式(14), (15)の q_{xi} の $\boldsymbol{\xi}$ による偏微分が求まる。

$$\frac{\partial q_{xi}}{\partial \boldsymbol{\xi}} \Big|_{(0)} = [-\rho_o t_{\phi_i} S_{\theta_i}, \rho_o t_{\phi_i} C_{\theta_i}, 0]^T = \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{xi} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\xi}} \left(\frac{\partial q_{xi}}{\partial \boldsymbol{\xi}} \right)^T \Big|_{(0)} = \begin{bmatrix} (\rho_{fi} - \rho_o) S_{\theta_i}^2 & -(\rho_{fi} - \rho_o) S_{\theta_i} C_{\theta_i} & \rho_o t_{\phi_i} C_{\theta_i} \\ & (\rho_{fi} - \rho_o) C_{\theta_i}^2 & \rho_o t_{\phi_i} S_{\theta_i} \\ sym. & & -\rho_o^2 / (\rho_{fi} + \rho_o) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (38)$$

ただし、 $t_\theta = \tan \theta$ 。同様にして q_{yi} , q_{zi} の偏微分を求めることができる。仮定(A4)の $\nabla U|_{(0)} = 0$ を考慮すると、円筒形対象物を把握したときの剛性行列は次のように決まる。

$$\begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^n \left\{ k_{xi} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{xi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{xi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{xi} \end{bmatrix}^T + k_{yi} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{yi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{yi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{yi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{yi} \end{bmatrix}^T + k_{zi} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{zi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{zi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{zi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{zi} \end{bmatrix}^T \right. \\ &\left. + f_{xi} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & & \\ & 0_{3 \times 3} & & \\ & & (\rho_{fi} - \rho_o) S_{\theta_i}^2 & -(\rho_{fi} - \rho_o) S_{\theta_i} C_{\theta_i} & 0 \\ & & & (\rho_{fi} - \rho_o) C_{\theta_i}^2 & 0 \\ & & sym. & & -\frac{\rho_o^2}{\rho_{fi} + \rho_o} \end{bmatrix} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + f_{yi} \left[\begin{array}{ccc} 0_{3 \times 3} & & 0_{3 \times 3} \\ & (\rho_{fi} - \rho_o) S_{\theta_i} C_{\theta_i} & -\frac{1}{2}(\rho_{fi} - \rho_o) C_{2\theta_i} & 0 \\ & & & & 0 \\ 0_{3 \times 3} & & & & -(\rho_{fi} - \rho_o) S_{\theta_i} C_{\theta_i} & 0 \\ & & sym. & & & 0 \end{array} \right] \\
 & + f_{zi} \left[\begin{array}{ccc} 0_{3 \times 3} & & 0_{3 \times 3} \\ & -\rho_o t_{\phi_i} & 0 & -\frac{(\rho_{fi} + 2\rho_o)\rho_o}{2(\rho_{fi} + \rho_o)} C_{\theta_i} \\ & & & & & \\ 0_{3 \times 3} & & & & -\rho_o t_{\phi_i} & -\frac{(\rho_{fi} + 2\rho_o)\rho_o}{2(\rho_{fi} + \rho_o)} S_{\theta_i} \\ & & sym. & & & 0 \end{array} \right] \dots\dots\dots (39)
 \end{aligned}$$

式(4)からでは第1~3項は仮想ばねの影響が現れる項, 第4~6項は初期把握力の影響が現れる項ということしかわからなかった。しかし, 式(39)が導出できたことによって, 第1~3項は仮想ばね方向に沿う wrench ベクトルで与えられることが明らかになった。また, 第4~6項は回転剛性のみに影響することを示しており, 接触点位置, 接触点での曲率に依存することが明らかになった。

したがって, ばね定数, 初期把握力, 接触点位置, 接触点での曲率がわかれば, 把握の安定性は評価できる。四つのパラメータのうち, ばね定数はソフトウェアにより任意に決めることができる。このため, 他の三つが既知のとき, 剛性行列の正定性に基づいてばね定数を決定すれば, 安定な把握を実現できる。

3.5 球形対象物把握の剛性行列 球を把握する場合を考える。図3より接触点位置は,

$$\mathbf{c}_{oi} = \rho_o [\cos u_{oi} \cos v_{oi}, \cos u_{oi} \sin v_{oi}, \sin u_{oi}]^T \dots\dots\dots (40)$$

となる。また, 球形対象物を把握するときの R_{fi} は仮定(A3), (A7)より, 次のようになる。

$$R_{fi} = [\mathbf{r}_{xi}, \mathbf{r}_{yi}, \mathbf{r}_{zi}] = \begin{bmatrix} \cos \phi_i \cos \theta_i & -\sin \theta_i & -\sin \phi_i \cos \theta_i \\ \cos \phi_i \sin \theta_i & \cos \theta_i & -\sin \phi_i \sin \theta_i \\ \sin \phi_i & 0 & \cos \phi_i \end{bmatrix} \dots\dots\dots (41)$$

紙面の都合により, 得られた剛性行列のみを示す。

$$\begin{aligned}
 H = \sum_{i=1}^n & \left\{ k_{xi} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{xi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{xi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{xi} \end{bmatrix}^T + k_{yi} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{yi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{yi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{yi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{yi} \end{bmatrix}^T + k_{zi} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{zi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{zi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{zi} \\ \mathbf{c}_{oi} \times \mathbf{r}_{zi} \end{bmatrix}^T \right. \\
 & + \frac{\rho_o^2}{\rho_o + \rho_{fi}} \left(f_{xi} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & 0_{3 \times 3} \\ & C_{\phi_i}^2 C_{\theta_i}^2 - 1 & C_{\phi_i}^2 S_{\theta_i} C_{\theta_i} & S_{\phi_i} C_{\phi_i} C_{\theta_i} \\ & & & & C_{\phi_i}^2 S_{\theta_i}^2 - 1 & S_{\phi_i} C_{\phi_i} S_{\theta_i} \\ 0_{3 \times 3} & & & & & -C_{\phi_i}^2 \\ & & sym. & & & \end{bmatrix} + f_{yi} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & 0_{3 \times 3} \\ & -C_{\phi_i} S_{\theta_i} C_{\theta_i} & \frac{1}{2} C_{\phi_i} C_{2\theta_i} & -\frac{1}{2} S_{\phi_i} S_{\theta_i} \\ & & & & C_{\phi_i} S_{\theta_i} C_{\theta_i} & \frac{1}{2} S_{\phi_i} C_{\theta_i} \\ 0_{3 \times 3} & & & & & 0 \\ & & sym. & & & \end{bmatrix} \right. \\
 & \left. + f_{zi} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & 0_{3 \times 3} \\ & -S_{\phi_i} C_{\phi_i} C_{\theta_i}^2 & -S_{\phi_i} C_{\phi_i} S_{\theta_i} C_{\theta_i} & \frac{1}{2} C_{2\phi_i} C_{\theta_i} \\ & & & & -S_{\phi_i} C_{\phi_i} S_{\theta_i}^2 & \frac{1}{2} C_{2\phi_i} S_{\theta_i} \\ 0_{3 \times 3} & & & & & S_{\phi_i} C_{\phi_i} \\ & & sym. & & & \end{bmatrix} \right) \dots\dots\dots (42)
 \end{aligned}$$

形状の違いは剛性行列のすべての要素に現れる。しかし, 各項に影響を及ぼすパラメータは円筒形対象物の場合と同様の規則性がある。

3.6 剛性行列の構成

とがった指先で対象物を把持する場合, 接触点は移動しない。すなわち, $\rho_{fi} = 0$ とすれば接触点が移動しない場合の剛性行列が得られる。このことに着目すると, 剛性行列は接触点の移動に依存しない点接触の項 $H_p [= H(\rho_{fi} = 0)]$ と接触点の移動に依存する転がり接触の項 $H_r (= H - H_p)$ の和で表される。

$$H = H_p + H_r \dots\dots\dots (43)$$

例えば, 球形対象物の場合を考えてみる。式(42)の第1項~3項を K_{hi} , 第4項~6項を $\{\rho_o^2 / (\rho_o + \rho_{fi})\} K_{ri}$ と置くと

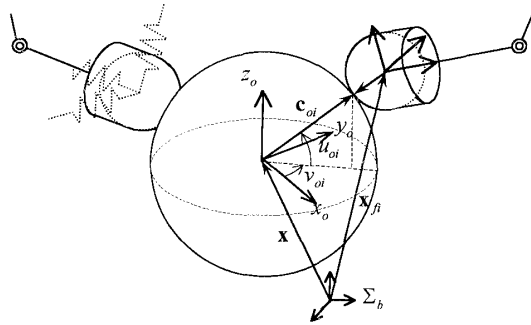


Fig. 3 Grasping of a spherical object

$$H = \sum_{i=1}^n \left\{ K_{ki} + \frac{\rho_o^2}{\rho_o + \rho_{fi}} K_{fi} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

となる。したがって、 H_p と H_r は次式で表される。

$$H_p = \sum_{i=1}^n \{ K_{ki} + \rho_o K_{fi} \} \dots\dots\dots (45)$$

$$H_r = - \sum_{i=1}^n \frac{\rho_o \rho_{fi}}{\rho_o + \rho_{fi}} K_{fi} \dots\dots\dots (46)$$

文献(4)は点接触により対象物を把握する場合について解析している。パラメータを文献(4)と同様に設定すると、 H_p と文献(4)の結果は一致する。このことは対象物の形状が円筒の場合でも確認された。

4. 数 値 例

簡単な数値例を用いて、円筒形対象物と球形対象物の剛性行列を導出し、物体形状と転がり接触が安定性にどのように影響するかを具体的に示す。さらに、把握系安定化のためのばね定数も導出する。

4・1 剛性行列 物体に対して同じ位置に指先が接触する3本指把握を考える(図4, 表1)。

式(39), (42)に表1の設定を代入すると、剛性行列は円筒形, 球形に関わらず対角行列になる。

$$H = \text{diag} [k_{xx}, k_{yy}, k_{zz}, k_{\xi\xi}, k_{\eta\eta}, k_{\zeta\zeta}] \dots\dots\dots (47)$$

このとき、 $k_{xx}, k_{yy}, k_{zz}, k_{\xi\xi}$ は円筒形と球形で同じ値になる。

$$k_{xx} = k_{yy} = \frac{3}{2}(k_x + k_y), k_{zz} = 3k_z,$$

$$H_p = \text{diag} \left[k_{xx}, k_{yy}, k_{zz}, \frac{3}{2}\rho_o^2 \left(k_z - \frac{f_x}{\rho_o} \right), \frac{3}{2}\rho_o^2 \left(k_z - \frac{f_x}{\rho_o} \right), 3\rho_o^2 \left(k_y - \frac{f_x}{\rho_o} \right) \right] \dots\dots\dots (51)$$

一方、 H_r は、円筒形の場合には

$$H_r = \text{diag} \left[0, 0, 0, \frac{3}{2}\rho_f f_x, \frac{3}{2}\rho_f f_x, 3 \frac{\rho_o \rho_f}{\rho_o + \rho_f} f_x \right] \dots\dots\dots (52)$$

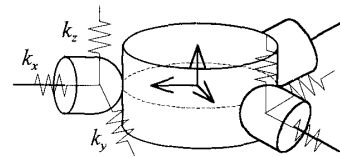
球形の場合には

$$H_r = \text{diag} \left[0, 0, 0, \frac{3}{2} \frac{\rho_o \rho_f}{\rho_o + \rho_f} f_x, \frac{3}{2} \frac{\rho_o \rho_f}{\rho_o + \rho_f} f_x, 3 \frac{\rho_o \rho_f}{\rho_o + \rho_f} f_x \right] \dots\dots\dots (53)$$

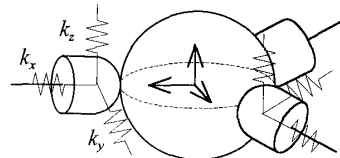
となる。式(52), (53)の第4~6要素は正の値であるので、剛性行列の正定性を増す要素である。このことから、実際の把握系は転がり接触を考慮しない従来の評価⁽⁴⁾よりも安定性が高いことがわかる。さらに、第4, 5要素は円

Table 1 3-Fingered Grasps ($k_x, k_y, k_z > 0$)

Finger No. i	1	2	3
ϕ_i	0	0	0
θ_i	0	$2\pi/3$	$4\pi/3$
ρ_{fi}	ρ_f	ρ_f	ρ_f
f_{xi}	f_x	f_x	f_x
f_{yi}, f_{zi}	0	0	0
k_{xi}	k_x	k_x	k_x
k_{yi}	k_y	k_y	k_y
k_{zi}	k_z	k_z	k_z



(a) Cylindrical Object



(b) Spherical Object

Fig. 4 3-Fingered Grasps

$$k_{\xi\xi} = 3\rho_o^2 \left(k_y - \frac{f_x}{\rho_f + \rho_o} \right) \dots\dots\dots (48)$$

一方、 $k_{\xi\xi}, k_{\eta\eta}$, すなわち x 軸および y 軸まわりの回転剛性は形状によって異なり、円筒形の場合には

$$k_{\xi\xi} = k_{\eta\eta} = \frac{3}{2}\rho_o^2 \left(k_z - \frac{\rho_o - \rho_f}{\rho_o} f_x \right), \dots\dots\dots (49)$$

球形の場合には

$$k_{\xi\xi} = k_{\eta\eta} = \frac{3}{2}\rho_o^2 \left(k_z - \frac{f_x}{\rho_f + \rho_o} \right), \dots\dots\dots (50)$$

となる。

$\rho_f = 0$ とすると、式(47)~(50)より H_p が得られる。ただし、接触点位置を同一にしているため、形状にかかわらず H_p は同じになる。

筒形の方が大きいことより、円筒形対象物の把握の方が球形対象物の把握よりも安定であるといえる。

4.2 把握の安定条件 図4の把握系において k_y を小さくしていくと

$$\lim_{k_y \rightarrow 0} k_{\xi\xi} = -\frac{3\rho_o^2 f_x}{\rho_o + \rho_f}$$

より、 z 軸まわりの回転剛性が負になることがわかる。すなわち、把握系が不安定になる。 $k_{\xi\xi}, k_{\eta\eta}$ についても同様のことがいえる。このため、ばね定数を適切な値に設定することで、把握系を安定化する必要がある。そこで、把握の安定条件を導出する。

式(47)~(50)より、 k_x, k_y は

$$k_x > 0, k_y > \frac{f_x}{\rho_f + \rho_o} \dots\dots\dots (54)$$

と決まる。 k_z の設定は円筒形と球形では異なり、円筒形の場合には

$$\rho_f \geq \rho_o \text{ のとき, } k_z > 0 \dots\dots\dots (55)$$

$$\rho_f < \rho_o \text{ のとき, } k_z > \frac{\rho_o - \rho_f}{\rho_o^2} f_x \dots\dots\dots (56)$$

球形の場合には

$$k_z > \frac{f_x}{\rho_f + \rho_o} \dots\dots\dots (57)$$

と決まる。

形状にかかわらず、安定な把握を実現する k_x, k_y, k_z の設定範囲は ρ_f, ρ_o が大きいほど、また f_x が小さい

ほど広くなることがわかる。特に、 k_z の設定範囲は、円筒形対象物の場合の方が球形対象物の場合よりも広い。これは、図4の把握系では、円筒形対象物の把握の方が球形対象物の把握よりも安定であるためである。

5. 結 言

本稿では、コンピュータ制御による仮想的なばね剛性を指先に設定した多指ハンドを用いて、円筒形および球形の対象物を把握したときの把握の安定性を解析し、次の成果を得た。

- (1) 三次元の転がり接触の運動学を用いて、円筒形対象物および球形対象物の剛性行列をそれぞれ導出した。
- (2) 円筒形および球形物体に対する把握の安定性は、初期接触点位置、接触点での曲率、初期把握力、仮想ばねの剛性にのみ依存することを示した。
- (3) 剛性行列が、点接触の項と転がり接触の項の和となることを示した。
- (4) 把握系を安定にする仮想ばねの剛性を明らかにした。本解析は文献(4)とは異なり、接触点を結んでできる把握平面が存在しない場合についても解析できる。

今後の課題は、三次元任意形状物体を把握したときの安定性を解析することである。

付録1

式(32)に初期条件を代入した結果

$$\begin{bmatrix} 0 & (\rho_{fi} + \rho_o) s_{\theta i} \\ 0 & -(\rho_{fi} + \rho_o) c_{\theta i} \\ -\frac{\rho_o}{C_{\phi i}^2} & 0 \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{oi}|_{(0)}$$

$$= \rho_{fi} \begin{bmatrix} 0 & \rho_{fi} s_{\theta i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_{fi} c_{\theta i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\rho_{fi}^2}{\rho_o} s_{2\phi i} s_{\theta i}^2 & -\frac{\rho_{fi}^2}{\rho_o} s_{2\phi i} s_{\theta i} & -\frac{(2\rho_{fi} + \rho_o)\rho_{fi}}{\rho_{fi} + \rho_o} c_{\theta i} & \frac{\rho_{fi}^2}{\rho_o} s_{2\phi i} c_{\theta i}^2 & -\frac{(2\rho_{fi} + \rho_o)\rho_{fi}}{\rho_{fi} + \rho_o} s_{\theta i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi}^2 \\ \dot{\xi} \dot{\eta} \\ \dot{\xi} \dot{\zeta} \\ \dot{\eta}^2 \\ \dot{\eta} \dot{\zeta} \\ \dot{\zeta}^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (58)$$

付録2

$\frac{\partial \mathbf{u}_{fi}}{\partial \alpha}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \beta \partial \alpha}$ の値

\mathbf{u}_{fi} の1階の偏微分は

$$\left. \frac{\partial \mathbf{u}_{fi}}{\partial \xi} \right|_{(0)} = -s_{\theta i} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \left. \frac{\partial \mathbf{u}_{fi}}{\partial \eta} \right|_{(0)} = c_{\theta i} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \left. \frac{\partial \mathbf{u}_{fi}}{\partial \zeta} \right|_{(0)} = \frac{\rho_{fi}}{\rho_{fi} + \rho_o} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (59)$$

2階の偏微分は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \xi^2} \Big|_{(0)} &= -S_{\theta i} C_{\theta i} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \xi \partial \eta} \Big|_{(0)} = \frac{1}{2} \left(C_{2\theta i} - \frac{\rho_o}{\rho_{fi} + \rho_o} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \xi \partial \zeta} \Big|_{(0)} &= \frac{\rho_{fi}}{\rho_{fi} + \rho_o} C_{\theta i} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \eta^2} \Big|_{(0)} = S_{\theta i} C_{\theta i} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \eta \partial \zeta} \Big|_{(0)} = -\frac{\rho_{fi}}{\rho_{fi} + \rho_o} S_{\theta i} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fi}}{\partial \zeta^2} \Big|_{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (60) \end{aligned}$$

となる。

文 献

- (1) Hanafusa, H. and Asada, H., Stable prehension by a robot hand with elastic fingers, *Proc. of 7th Int Symp. Industrial Robots*, (1977), 361-368.
- (2) Nguyen, V. D., Constructing stable grasps, *Int. J. Robotics Research*, 7-3, (1988), 3-16.
- (3) 金子真・今村信昭・横井一仁・谷江和雄, 摩擦を考慮した多指ハンドの剛性モデルによる安定把握解析, *日本ロボット学会誌*, 7-3(1989), 161-171.
- (4) 三村宣治・舟橋康行, 剛性を有する3本指ハンドによる三次元物体の安定把握解析, *機論*, 57-537, C(1991), 1631-1638.
- (5) Rimon, E. and Burdick, J., Mobility of Bodies in Contact- II: How Force are Generated by Curvature Effects, *IEEE Int. Conf. Robotics Autom.*, 8-4(1994), 2336-2341.
- (6) Howard, W. S. and Kumar, V., On the Stability of Grasped Objects, *IEEE Trans. Robotics Autom.*, 12-6(1996), 904-917.
- (7) Montana, D. J., Contact Stability for Two-Fingered Grasps, *IEEE Trans. Robotics Autom.*, 8-4(1992), 421-430.
- (8) Maekawa, H., Tanie, K. and Komoriya, K., Kinematics, Statics and Stiffness Effect of 3D Grasp by Multifingered Hand with Rolling Contact at the Fingertip, *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Autom.*, (1997), 78-85.
- (9) 前川仁・谷江和雄・小森谷清, 指先での転がり接触を考慮した多指ハンドによる三次元把握の運動学・静力学および剛性効果, *日本ロボット学会誌*, 16-2(1998), 205-213.
- (10) Funahashi, Y., Yamada, T., Tate, M. and Suzuki, Y., Grasps stability analysis considering the curvatures at contact points, *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Autom.*, (1996), 3040-3046.
- (11) 山田貴孝・Sushanta Kumar SAHA・三村宣治・舟橋康行, 二次元平面内の任意形状物体の把握の安定性, *機論*, 64-621, C(1998), 1736-1742.
- (12) Salisbury, J. K. and Craig, J. J., Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues, *Int. J. Robotics Research*, 1-1(1982), 4-17.
- (13) 前川仁・谷江和雄・小森谷清, 触覚フィードバックを用いた多指ハンドによる未知形状物体の転がり接触を考慮した操り制御, *計測自動制御学会論文集*, 31-9(1995), 1462-1470.
- (14) 高野政晴・永島利明・関啓明, 指の腹による物体の把握と操りの運動学, *日本ロボット学会誌*, 14-1(1996), 83-90.
- (15) 黄昶淳・高野政晴・佐々木健・高橋英樹, 指の腹によるB-スプライン曲面物体の把握と操りの運動学およびそのシミュレーションシステムの開発, *日本ロボット学会誌*, 16-2, (1998), 249-257.
- (16) Sankar, N., Kumar, V. and Yun, X., Velocity and Acceleration Analysis of Contact Between Three-Dimensional Rigid Bodies, *ASME J. Appl. Mech.*, Vol. 63(1996), 974-983.