

部分的モデルマッチング手法による多入出力
I-PD 予見制御系の設計*王 東*¹, 小林 恵理*¹, 大山 泰志*¹
愛田 一雄*², 横山 誠*²A Design Method of MI-MO I-PD Preview Control System
with Partial Model Matching TechniquesWang DONG, Eri KOBAYASHI, Yasushi OHYAMA,
Kazuo AIDA*³ and Makoto YOKOYAMA*³ Department of Mechanical and Production Engineering, Niigata University,
8050 Igarashi 2-nocho, Niigata-shi, Niigata; 950-2181 Japan

In this study, we propose a design method of preview control action for I-PD control system pre-designed with the partial model matching techniques. An optimal preview servo system is used as the model for matching. The proposed control system is decoupled and has similar properties to the optimal preview servo system in spite of using simple control rule. We also propose how to determine the number of preview steps to reduce the steady-state velocity error for ramp reference input. The effectiveness of the proposed method is examined through three numerical simulations.

Key Words: Measurement and Control, Digital Control, Process Control, Preview Control, I-PD Control, MI-MO System, Decoupled Control System, Partial Model Matching

1. はじめに

近年, ロバスト制御を中心とした厳密な制御系の設計法の研究がさかに行われているが, 実際に現場レベルで実用化されている制御系は, 今でもほとんどがPID等の簡単な制御則を採用している. 特にプロセス制御の分野では, 制御対象の厳密な同定がかなり難しいということもその理由のひとつとなっている. そこで, 制御対象の必要最小限の知識から制御系を設計できることが望ましく, 北森⁽¹⁾⁽²⁾はこのような観点から, 制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法を提案した.

一方, 予見制御やモデル予測制御のように, 未来の目標値を利用する制御法の有効性も認められてきている. しかしながら, 従来の予見制御系の設計法はそのほとんどが, 状態フィードバックに基づく最適レギュレータ手法に依存していた. このような状況下で, 愛田ら⁽³⁾はI-PD予見制御系の設計法を提案しているが, これは予見制御動作によって応答の遅れを回復す

るだけのものであった. また, その設計は周波数特性を勘案しながら行わなければならない, 大変煩雑なものであった.

本研究では, 森ら⁽⁴⁾によって提案された部分的モデルマッチング手法による非干渉I-PD制御系に予見制御動作を付加し, この予見制御動作も最適予見サーボ系を参照モデルとするモデルマッチング手法で設計する. こうすることによって, 最適予見サーボ系が持っている特性, すなわち応答の遅れを回復すると同時に, 応答の行き過ぎ量と制御入力の最大振幅を抑えるという性質を保持することができる. また, ランプ状の目標入力に対して定常偏差を抑える予見ステップ数の決定法も提案している.

以下, 2章で問題を設定し, 3章で設計法を示す. 4章で数値例により本制御系の有効性を示す.

2. 問題の設定

図1に示される予見制御動作をもつサンプル値I-PD制御系を考える. m 入力 m 出力のプラントの伝達関数 $G_p(s)$ は部分系列表現

$$G_p(s) = \frac{B(s)}{a(s)} \dots\dots\dots (1)$$

$$B(s) = B_0 + B_1s + B_2s^2 + \dots$$

* 原稿受付 2000年11月8日.

*¹ 学生員, 新潟大学大学院.*² 正員, 新潟大学工学部(〒950-2181 新潟市五十嵐二の町8050).

E-mail: aida@eng.niigata-u.ac.jp

$$a(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots$$

で表され、 $B_i \in R^{m \times m}$, $a_i \in R^1$ で、 $|B_0| \neq 0$ とする。

また、図1で使っている Δ および Z はそれぞれ差分演算子行列、シフト演算子行列であり、各制御ループごとに異なるサンプリング周期 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$ を用いて次のように表現される。

$$\Delta = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m)$$

$$Z = \text{diag}(z_1, z_2, \dots, z_m)$$

$$\delta_i = \frac{1 - z_i^{-1}}{\tau_i}, \quad z_i = \exp(\tau_i s)$$

また、 T を

$$T = \text{diag}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m)$$

とする。 $K^*(\Delta)$, $F^*(\Delta)$ および $\tilde{P}^*(Z)$ はそれぞれ積分、比例微分および予見制御要素の伝達関数を表す。

サンブラ、 $K^*(\Delta)$ および $F^*(\Delta)$ と零次ホールドからなる連続時間近似伝達関数をそれぞれ $K(s)$ および $F(s)$ とする。また、サンブラ、 $\tilde{P}^*(Z)$ と零次ホールドからなる連続時間近似伝達関数を $P(s)$ とし、この伝達要素の加算点をフィードバックループの入力側へ移動したときの伝達関数を $L_p(s)$ とすると、図1に対する連続時間近似制御系は図2となる。

まず、 $R'(s)$ から $Y(s)$ への連続時間近似表現が、参照モデル

$$M_x Y(s) = R'(s) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$M_x = \alpha_0 I_m + \alpha_1 \Sigma s + \alpha_2 \Sigma^2 s^2 + \alpha_3 \Sigma^3 s^3 + \alpha_4 \Sigma^4 s^4 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$$

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_4\} = \{1, 1, 0.5, 0.1465, 0.02145\}$$

: I-PD 動作のとき $\dots\dots\dots (4 \cdot a)$

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_3\} = \{1, 1, 0.5, 0.125\}$$

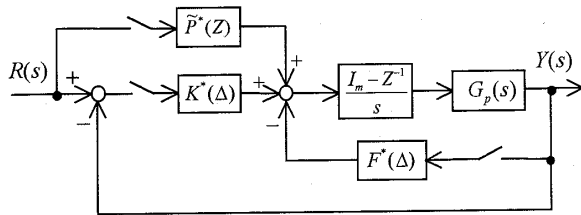


Fig. 1 Sampled-data I-PD preview control system

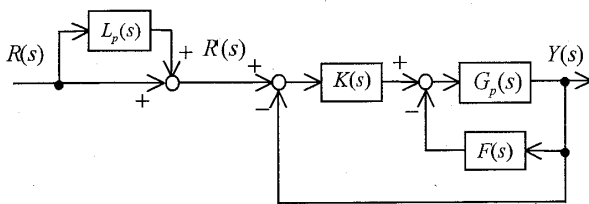


Fig. 2 Approximate continuous time I-PD preview control system

: I-P 動作のとき $\dots\dots\dots (4 \cdot b)$

に低周波成分から一致するように $K^*(\Delta)$, $F^*(\Delta)$ を設計する。この設計は3・1節で述べるように森ら⁽⁴⁾の設計法を用いて行う。なお、式(4・a), (4・b)の α 系列はそれぞれ4, 3次の Butterworth 系列である。このとき、予見制御を含まない制御系は次の要請条件を目標として設計される。

(C₁) 低周波域からできるだけ高周波域まで、非干渉化されること。

(C₂) ステップ状目標入力および外乱に対して、定常位置偏差が零になること。

(C₃) 適切な減衰特性を持つこと。

(C₄) (C₂), (C₃)の条件を満たしたうえで、立上り時間が最小であること。

次に、図1の予見制御要素 $\tilde{P}^*(Z)$ を設計するため、そのモデルとすべき最適予見サーボ系を設計する。図3は最適予見サーボ系の i 番めの制御ループを表したものであり、制御パラメータ $f_{ri}(j)$ ($j=1, 2, \dots, N_i$), f_{ei} および f_{xi} を評価関数

$$J_i = \sum_{j=0}^{\infty} \{e_i(j)^2 + \rho_i \delta' u_i(j)^2\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を用いて設計する。ここで、 $\delta' = 1 - z_i^{-1}$ 。図3で $G_{mi}(z)$ は I-PD, I-P 制御のときそれぞれ $G_{mi}(s) = 1/s^3$, $G_{mi}(s) = 1/s^2$ を可制御標準形式で実現し、零次ホールドとあわせて離散化した伝達関数である。 $G_{mi}(s)$ をこのように設定することによって最適サーボ系の連続時間近似システムの極配置は Butterworth Pattern となる。式(5)の評価関数の重み ρ_i は前段で設計した σ_i に対応して決定する。各ループで設計された、 f_{ei} , f_{xi} および $G_{mi}(s)$ を合成して

$$F_e = \text{diag}(f_{e1}, f_{e2}, \dots, f_{em})$$

$$F_x = \text{diag}(f_{x1}, f_{x2}, \dots, f_{xm})$$

$$G_m(s) = \text{diag}(G_{m1}(s), G_{m2}(s), \dots, G_{mm}(s))$$

と定義する。このとき、 m 入力 m 出力最適予見サーボ系の連続時間近似表現は図2と同様にして図4となる。I-PD 予見制御系の予見制御要素 $\tilde{P}^*(Z)$ は図2と図4からモデルマッチング

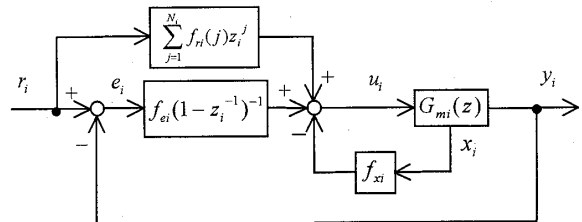


Fig. 3 i -th loop of optimal preview servo system

$$L_p(s) \equiv L_m(s) \dots\dots\dots (6)$$

によって設計する。

これによって、I-PD 予見制御系はさらに次の要請条件を目標に設計されることになる。

(C₅) 最適予見サーボ系の特性、すなわち応答の遅れを回復しながら行き過ぎ量と制御入力の振幅を抑えること。

(C₆) ランプ状目標入力に対して、定常速度偏差を抑えること。

3. 設 計

$K^*(\Delta), F^*(\Delta)$ を次のように表現する。

$$K^*(\Delta) = K\Delta^{-1} \dots\dots\dots (7)$$

$$F^*(\Delta) = F_0^* + F_1^* \Delta : \text{I-PD 動作のとき} \dots\dots (8\cdot a)$$

$$= F_0^* : \text{I-P 動作のとき} \dots\dots (8\cdot b)$$

$K^*(\Delta), F^*(\Delta)$ の連続時間近似表現 $K(s), F(s)$ は

$$K(s) = \frac{1}{s} \{K^*(\Delta) T^{-1} (I_m - Z^{-1})\} \\ = \frac{K}{s} \dots\dots\dots (9)$$

$$F(s) = \frac{1}{s} \{F^*(\Delta) T^{-1} (I_m - Z^{-1})\} \dots\dots (10)$$

となり、図2の $R(s)$ と $Y(s)$ の関係は次式となる。

$$\{I_m + sK^{-1}(H + F(s))\} Y(s) \\ = \{I_m + L_p(s)\} R(s) \dots\dots\dots (11)$$

$$= R'(s) \dots\dots\dots (12)$$

ここで、

$$H = B^{-1}(s)a(s) \\ = H_0 + H_1s + H_2s^2 + H_3s^3 + \dots$$

$$L_p(s) = sK^{-1}\tilde{P}^*(Z)\frac{I_m - Z^{-1}}{s} \\ = K^{-1}\tilde{P}^*(Z)(I_m - Z^{-1}) \dots\dots\dots (13)$$

3.1 $\Sigma, K^*(\Delta), F^*(\Delta)$ の設計 式(2), (12)から得られる関係式

$$I_m + sK^{-1}\{H + F(s)\} \equiv M_\Sigma \dots\dots\dots (14)$$

を使って、要請条件(C₄)を満たすための最小の Σ と、 $K^*(\Delta), F^*(\Delta)$ を森ら⁽⁴⁾の設計公式(付録A)で設計する。

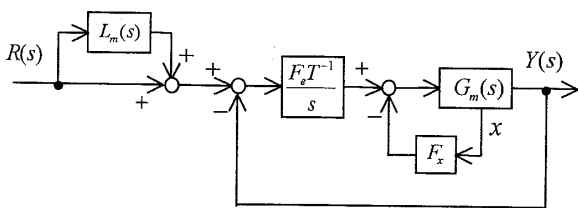


Fig. 4 Approximate continuous time optimal preview servo system

3.2 予見制御要素 $\tilde{P}^*(Z)$ の設計

3.2.1 最適予見サーボ系の設計 i 番めのループの最適予見サーボ系を設計するため、 $G_m(s)$ を可制御標準形式で実現し、これを零次ホールダとともにサンプリング時間 τ_i で離散化した状態方程式と出力方程式を次式とする。

$$x_i(k+1) = Ax_i(k) + Bu_i(k) \dots\dots\dots (15\cdot a)$$

$$y_i(k) = Cx_i(k) \dots\dots\dots (15\cdot b)$$

このプラントに対する最適予見サーボ系のフィードバック係数 $[f_{ei} \ f_{xi}]$ および予見フィードフォワード係数 $f_{ri}(j)$, ($j=1, 2, \dots, N_i$) は、エラーシステムを用いる土谷ら⁽⁶⁾の設計法(付録B)で設計し、それぞれ式(28), (29)で得られる。

ただし、この段階で式(5)の評価関数の重み ρ_i は未定である。これを決める方法を次項で示す。

3.2.2 ρ_i の決定法 式(5)の評価関数の重み ρ_i が、設計される最適予見サーボ系の応答速度を決めることはよく知られている。一方、I-PD 制御系の設計パラメータ σ_i は立上り時間に相当し、やはり応答速度を決めている。式(2), (3)および式(4)で与えられる参照モデルは、 ρ_i を適当に与えて設計した予見制御動作をもたない最適サーボ系に一致するので、 σ_i に対応した ρ_i を求める関係式を提示する。この関係式はサンプリング時間 τ_i の関数となるので、 τ_i と ρ_i の組合せを用いて最適サーボ系を設計し、そのインディシャル応答から σ_i を求める作業を繰返して次式の結果を得た。

$$\rho_i = b(\tau_i) \cdot \sigma_i^{a(\tau_i)} \dots\dots\dots (16)$$

$a(\tau_i), b(\tau_i)$ は I-P 動作と I-PD 動作で異なり次のようになる。

(a) I-PD 動作のとき

$$a(\tau_i) = 7.992 - 0.253\tau_i + 0.092\tau_i^2$$

$$b(\tau_i) = 10^{c(\tau_i)}, \quad c(\tau_i) = -3.089 - 0.809 \log_e(\tau_i)$$

(b) I-P 動作のとき

$$a(\tau_i) = 5.981 - 0.413\tau_i + 0.189\tau_i^2$$

$$b(\tau_i) = 10^{c(\tau_i)}, \quad c(\tau_i) = -1.443 - 0.774 \log_e(\tau_i)$$

3.2.3 $\tilde{P}^*(Z)$ の設計 I-PD 予見制御系の予見制御要素 $\tilde{P}^*(Z)$ を

$$\tilde{P}^*(Z) = \left[\sum_{j=1}^{N_1} K_{r1}(j)z^j \sum_{j=1}^{N_2} K_{r2}(j)z^j \dots \sum_{j=1}^{N_m} K_{rm}(j)z^j \right] \dots\dots\dots (17)$$

とする。ここで、 $K_{ri}(j) \in R^{m \times 1}$ ($j=1, 2, \dots, N_i$)。 $\tilde{P}^*(Z)$ の連続時間近似伝達関数 $P(s)$ は

$$P(s) = \tilde{P}^*(Z)\frac{I_m - Z^{-1}}{s}$$

となる。この伝達要素の加算点を制御ループの入力側

に移したときの図2の $L_p(s)$ は

$$L_p(s) = K(s)^{-1}P(s) = K^{-1} \left[\sum_{j=1}^{N_1} K_{r1}(j)z_1^j \quad \sum_{j=1}^{N_2} K_{r2}(j)z_2^j \right] \dots \sum_{j=1}^{N_m} K_{rm}(j)z_m^j (I_m - Z^{-1}) \dots \dots \dots (18)$$

となる。

一方、 m 入力 m 出力最適予見サーボ系の予見制御要素の伝達関数を $\tilde{P}_m^*(Z)$ とすると

$$\tilde{P}_m^*(Z) = \text{diag} \left[\sum_{j=1}^{N_1} f_{r1}(j)z_1^j, \sum_{j=1}^{N_2} f_{r2}(j)z_2^j, \dots, \sum_{j=1}^{N_m} f_{rm}(j)z_m^j \right]$$

$\tilde{P}_m^*(Z)$ の連続時間近似伝達関数 $P_m(s)$ は

$$P_m(s) = \tilde{P}_m^*(Z) \frac{I_m - Z^{-1}}{s}$$

となり、この伝達要素の加算点を制御ループの入力側に移したときの図4の $L_m(s)$ は

$$L_m(s) = sTF_e^{-1}P_m(s) = TF_e^{-1} \text{diag} \left[\sum_{j=1}^{N_1} f_{r1}(j)z_1^j, \sum_{j=1}^{N_2} f_{r2}(j)z_2^j, \dots, \sum_{j=1}^{N_m} f_{rm}(j)z_m^j \right] (I_m - Z^{-1}) \dots \dots \dots (19)$$

となる。式(18)≡式(19)より、式(17)の $K_{ri}(j)$ を次のように設計する。

$$K_{ri}(j) = K^* TF_e^{-1} F_{ri}(j), \quad (j=1, 2, \dots, N_i) \\ F_{ri}(j) = [0 \dots 0 \ f_{ri}(j) \ 0 \dots 0]^T \in R^{m \times 1} \dots \dots \dots (20)$$

3.2.4 予見ステップ数 N_i の設計 最適予見制

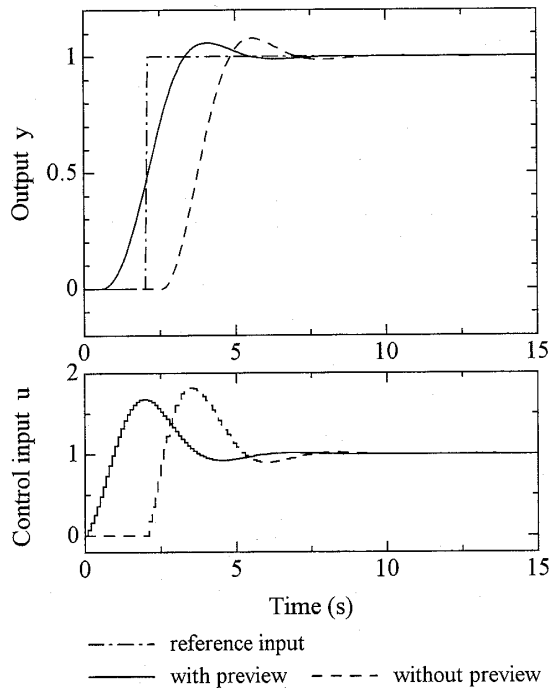


Fig. 5 I-PD preview control system in ex. 1

御では、未来目標値の情報は多ければ多いほど追従性は良くなるが、その効果は飽和傾向を示すので、実際には有限未来までの情報でよいことが知られている。ここでは、ランプ状目標入力に対して定常速度偏差が抑えられる予見ステップ数 N_i の決定法について述べる。

図2の連続時間近似 I-PD 予見制御系で、 $R(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を $W(s)$ 、 $R'(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を $W_M(s)$ とする。 $W_M(s)$ は式(2)を使って設計されるので、 $W(s)$ は近似的に

$$W(s) \cong M_E^{-1}(I_m + L_p(s)) \dots \dots \dots (21)$$

となる。また、 $L_p(s)$ も式(19)の $L_m(s)$ とのモデルマッチングで設計されるので、 $W(s)$ は結局

$$W(s) \cong M_E^{-1}(I_m + L_m(s)) \dots \dots \dots (22)$$

と近似できる。式(22)の $W(s)$ は対角行列なので、そのひとつの要素 $W_i(s)$ は

$$W_i(s) \cong \frac{1 + \frac{\tau_i}{f_{ei}} \sum_{j=1}^{N_i} f_{ri}(j)z_i^j}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4} \dots \dots \dots (23)$$

となる。これを

$$W_i(s) \cong \frac{1}{a'_0 + a'_1s + a'_2s^2 + a'_3s^3 + a'_4s^4} \dots \dots \dots (24)$$

のように分母系列表現すると、

$$a'_0 = a_0 \\ a'_i = \frac{f_{ei}a_1\sigma_i - a_0\tau_i \sum_{j=1}^{N_i} f_{ri}(j)}{f_{ei}} \dots \dots \dots (25)$$

となる。式(24)の $W_i(s)$ を伝達関数としてもつ制御系で、定常位置偏差と定常速度偏差が零となる条件は、それぞれ $a'_0=1$ 、 $a'_i=0$ である。 $a_0=1$ であり、I-PD 制御系は1形だから当然定常位置偏差は生じない。定常速度偏差を零とするためには、 $a_1=1$ を考慮すると、式(25)から

$$f_{ei}\sigma_i = \tau_i \sum_{j=1}^{N_i} f_{ri}(j) \dots \dots \dots (26)$$

となる。したがって、各制御ループの予見ステップ数 N_i は近似的に式(26)を満足するように選ばばよい。

なお、I-PD 制御系は1形だから、ランプ状目標入力や外乱に対してロバスト定常特性は満足しないが、ランプ状目標入力に対して定常速度偏差をできるだけ減少させることは意義があると考えられる。

4. 数 値 例

提案した設計法の有用性を確認するために、以下に数値シミュレーションの結果を示す。

[例題1] むだ時間をもつ単一タンクシステムの伝達関数が

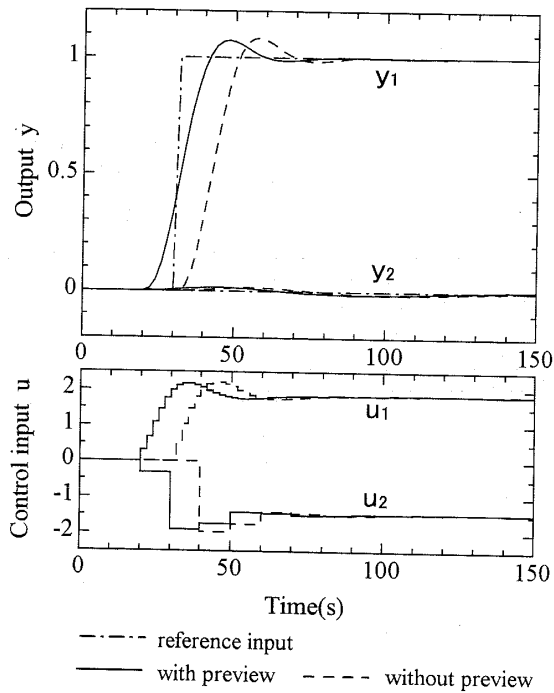


Fig. 6 I-P preview control system in ex. 2 ($r_1=1, r_2=0$)

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.5s}}{1+2s} = \frac{1}{1+1.5s+1.125s^2+0.2708s^3+0.0443s^4+\dots}$$

で与えられる 1 入出力のプラントを考える。サンプリング時間を $\tau=0.1[s]$ として、I-PD 制御系として設計した。

図 5 は、このプラントの目標入力を $r=1$ のステップ入力としたときの出力の応答および制御入力を表したものである。ここで予見ステップ数 $N_i=20$ である。

この例題のように 1 入出力プラントでは予見制御を行うことによって、応答の遅れを回復すると同時に行き過ぎ量と制御入力の振幅が抑えられる。

[例題 2]⁽⁴⁾ プラントの伝達関数が

$$G_p(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.28}{(1+3s)(1+7s)} & \frac{-0.33}{(1+5s)(1+6s)} \\ \frac{0.4}{(1+9s)(1+30s)} & \frac{0.5}{(1+18s)(1+24s)} \end{pmatrix}$$

$$G_p(s) = \frac{\begin{bmatrix} 37.95 & 14.98 \\ 29.95 & 22.98 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 85.44 & 14.24 \\ 28.48 & 33.76 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 49.6 & 2.8 \\ 5.6 & 11.2 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 8.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} s^3}{52.93+298.91s+484.48s^2+336.71s^3+111.92s^4+17.4s^5+s^6}$$

で与えられる 2 入出力のプラントを考える。サンプリング時間を $\tau_1=0.02[s]$, $\tau_2=0.04[s]$ として、I-PD 制御系として設計した。ここで予見ステップ数は $N_1=15, N_2=36$ である。

図 8 はこのプラントの目標入力をランプとステップの組合せとし、その最終値を $r_1=1, r_2=-1$ としたときの出力の応答および制御入力を表したものである。

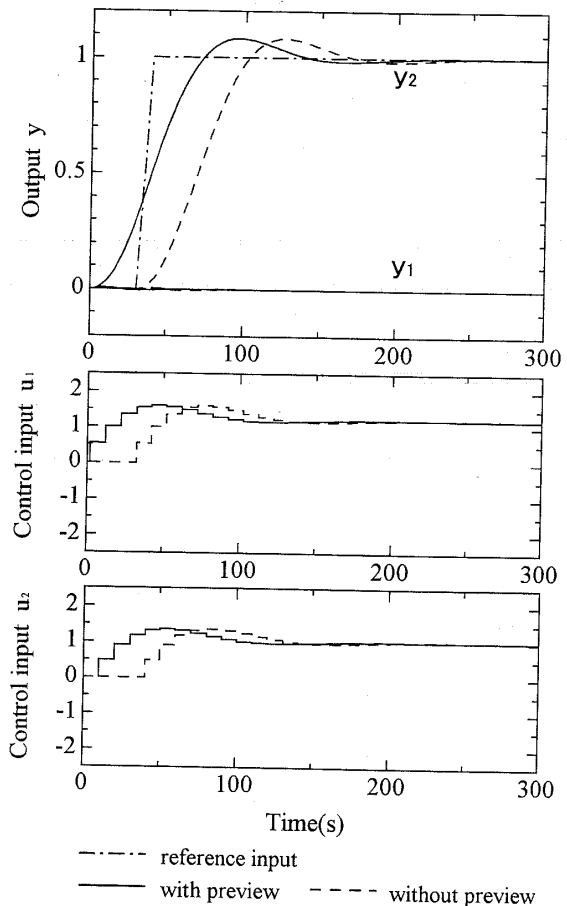


Fig. 7 I-P preview control system in ex. 2 ($r_1=0, r_2=1$)

で与えられる 2 入出力のプラントを考える。サンプリング時間を $\tau_1=2[s]$, $\tau_2=10[s]$ とした。I-PD 制御系として設計したが、この例題の場合 $F_i^* \cong 0$ となり、結果として I-P モードの制御となる。

図 6 は出力の目標入力を $r_1=1, r_2=0$ のステップ入力としたときの出力の応答および制御入力を表したものであり、図 7 は $r_1=0, r_2=1$ としたものである。ここで予見ステップ数は $N_1=6, N_2=3$ である。

この多入出力プラントでは非干渉化はかなり良好であるが、行き過ぎ量と制御入力の抑制は 1 入出力の場合ほど明確ではない。

[例題 3]⁽²⁾ 容量と抵抗が 2 列並行した回路の伝達関数が

この例題で使った目標入力の場合、行き過ぎ量と制御入力の抑制はほとんど見られないが、ランプ状の目標入力に対して定常偏差が生じない応答となることがわかる。

5. む す び

本研究では、部分的モデルマッチング手法を用いて、各制御ループでサンプリング周期の異なる多入出力I-PD 予見制御系を設計する方法を提案した。

本設計法の特徴は以下のとおりである。

- (1) 簡単な制御則でありながら、設計された制御系は最適予見サーボ系に近い優れた特性を持っている。
- (2) 従来の設計法に比べて、設計手順も極めて簡単である。
- (3) ランプ状目標入力に対して、定常速度偏差を抑えた制御系となる。
- (4) 制御対象の部分的知識に基づく設計法であり、同定が困難なプロセス制御にも十分適用できると考える。

付 録

A 森ら⁽⁴⁾の設計公式

(a) I-PD 動作のとき

Σ は次式の最小実数根からなる対角行列である。

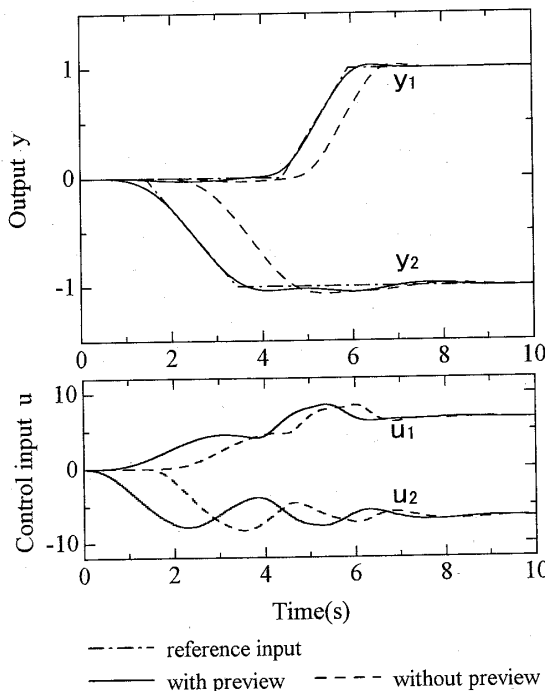


Fig. 8 I-PD preview control system in ex. 3

$$\alpha_4 \Sigma^3 - \alpha_3 \left(\tilde{H}_2 - \frac{3}{4} T \right) \Sigma^2 - \alpha_2 \left(\tilde{H}_2 - \frac{1}{6} T \right) T \Sigma - \frac{1}{3} \tilde{H}_2 T^2 = 0$$

ここで、

$$\tilde{H}_2 = \left[\left(H_2 + H_1 T + \frac{1}{3} H_0 T^2 \right)^{-1} \times \left(H_3 + \frac{3}{4} H_2 T + \frac{1}{6} H_1 T^2 \right) \right]_{\text{diag}}$$

であり、 $K^*(\Delta)$, $F^*(\Delta)$ の係数行列を次式で求める。

$$K = \left(H_2 + H_1 T + \frac{1}{3} H_0 T^2 \right) \times \left(\alpha_3 \Sigma^3 + \alpha_2 T \Sigma^2 + \frac{1}{3} T^2 \Sigma \right)^{-1}$$

$$F_0^* = K \Sigma - H_0$$

$$F_1^* = \alpha_2 K \Sigma^2 + \frac{1}{2} K T \Sigma - \left(H_1 + \frac{1}{2} H_0 T \right)$$

(b) I-P 動作のとき

$$\alpha_3 \Sigma^2 + \alpha_2 \left(\tilde{H}_1 - \frac{1}{3} T \right) \Sigma - \frac{1}{2} \tilde{H}_1 T = 0$$

$$\tilde{H}_1 = \left[\left(H_1 + \frac{1}{2} H_0 T \right)^{-1} \left(H_2 + \frac{1}{3} H_1 T \right) \right]_{\text{diag}}$$

$$K = \left(H_1 + \frac{1}{2} H_0 T \right) \left(\alpha_2 \Sigma^2 + \frac{1}{2} T \Sigma \right)^{-1}$$

$$F_0^* = K \Sigma - H_0$$

B エラーシステムを用いる最適予見サーボ系の設計法⁽⁵⁾

式(15)のプラントに対する拡大エラーシステムは

$$\begin{bmatrix} e_i(k+1) \\ \delta' x_i(k+1) \\ \delta' \tilde{r}_i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -CA & \tilde{B}_{ri} \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{A}_{ri} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(k) \\ \delta' x_i(k) \\ \delta' \tilde{r}_i(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -CB \\ B \\ 0 \end{bmatrix} \delta' u_i(k) \dots \dots \dots (27)$$

となる。ここで、

$$e_i(k) = r_i(k) - y_i(k)$$

$$\delta' \tilde{r}_i(k) = [\delta' r_i(k+1) \quad \delta' r_i(k+2) \quad \dots \quad \delta' r_i(k+N_i)]^T$$

$$\tilde{A}_{ri} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (N_i \times N_i)$$

$$\tilde{B}_{ri} = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0], \quad (1 \times N_i)$$

このとき、式(27)に対して式(5)の評価関数を最小にする図3の最適予見サーボ系の制御パラメータは次式で設計できる。

$$[f_{ei} \quad f_{xi}] = (\rho_i + \tilde{B}^T P \tilde{B})^{-1} \tilde{B}^T P \tilde{A} \dots \dots \dots (28)$$

$$f_{ri}(j) = (\rho_i + \tilde{B}^T P \tilde{B})^{-1} \tilde{B}^T (\tilde{A}^T)^{j-1} P \tilde{B} r_i$$

$$j=1, 2, \dots, N_i \dots\dots\dots (29)$$

ここで,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1 & -CA \\ 0 & A \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} -CB \\ B \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{A}_c = \hat{A} - \hat{B} [f_{ei} \quad f_{xi}]$$

であり, P は次の Riccati 方程式の解である.

$$P = Q + \hat{A}^T P \hat{A} - \hat{A}^T P \hat{B} (\rho_i + \hat{B}^T P \hat{B})^{-1} \hat{B}^T P \hat{A}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (1) 北森俊行, 制御対象の部分的知識に基づくサンプル値制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集, **15-5**(1979), 695-700.
- (2) 北森俊行, 制御対象の部分的知識に基づく I-PD 方式非干渉制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集, **16-1**(1980), 112-117.
- (3) 愛田一雄・北森俊行, 部分的モデルマッチング手法による IPD, I²PD 方式サンプル値予見制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, **23-10**(1987), 1053-1059.
- (4) 森泰親・重政隆・北森俊行, 異なるサンプリング周期を有するサンプル値非干渉制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集, **20-4**(1984), 300-306.
- (5) 土谷武士・江上正, デジタル予見制御, (1992), 産業図書.

文 献