

高速で曲線を通過する鉄道車両のアクティブ振動制御^{*} (センタリング制御の付加)

谷 藤 克 也^{*1}, 飯 田 忠 史^{*2}

Active Suspension of Rail Vehicle Negotiating Curved Tracks at High-Speeds (Addition of Centering Control)

Katsuya TANIFUJI^{*3} and Tadanobu IIDA

^{*3} Department of Mechanical and Production Engineering, Niigata University,
8050 Ikarashi 2-no-cho, Niigata-shi, Niigata, 950-2181 Japan

When a railway vehicle negotiates curved tracks at high-speeds, the car body collides with lateral bump/stop in the secondary suspension due to excess centrifugal force, and the ride comfort gets worse. In this situation, there is also a possibility that active suspension does not work effectively. This paper deals with the addition of centering control, which pulls the car body back to the central direction from the outer side, to the vibration control in the active suspension. Considering the difference in frequency range to be controlled between the vibration and centering controls, H_∞ control law is employed and an effective weighting function is offered for cooperation of the two controls. Numerical simulations show that cooperation can be realized in spite of the trade-off relation between the two controls. The cooperative work of both controls is confirmed in the experiment using a scaled half vehicle model under the condition with equivalent excess centrifugal force.

Key Words: Railway, Vibration of Moving Body, Vibration Control, Robust Control, Curve Negotiation, Bump/Stop Contact, Centering Control

1. はじめに

他の輸送機関との厳しい競合の下で、鉄道では目的地までの到達時間短縮のために、列車の高速化が進められている。しかし、鉄道車両が高速で走行すると、一般に車体の振動が増大し、乗客の乗り心地を悪化させる。高速で走行する鉄道車両の乗り心地を改善するためにアクティブサスペンションに関する多くの研究が行われ、アクティブ振動制御が直線区間では良好な制振効果を与えることが確認されている^{(1)~(3)}。

一方、鉄道車両が高速で曲線区間を走行する場合、超過遠心力によって車体が外軌側に偏いし、車体・台車間に設けられた左右動ストッパで衝突が生ずる⁽⁴⁾。この現象はストッパ当りと呼ばれている。このストッパ当りは車体振動を増大させ、乗り心地を悪化させるだけでなく、内軌側車輪における輪重抜けの原因ともなる。また、振動制御のみを対象とするアクティブサスペンションで

は、ストッパ当りが制振効果を低下させる場合がある⁽⁵⁾。したがって、曲線の通過速度向上が期待される在来線においては、このようなアクティブサスペンションの改善が必要である。

本報では、従来の振動制御のみを目的としたアクティブサスペンションにセンタリング制御を付加することにより、車体・台車間の左右相対変位を抑制し、ストッパ当りの軽減を図る。そこでは、トレードオフの関係が存在する振動制御とセンタリング制御を同一のアクチュエータによって両立させることを目指す。このとき、両制御において抑制すべき外乱の周波数領域が異なることを考慮し、コントローラには周波数重みを用いることができる H_∞ 制御則を適用する。半車両縮小模型を用いた実験によって両制御の両立が検討され、設計された H_∞ コントローラの有効性が示される。

記号の説明

本報で用いる主な記号を以下に示す。

y_B : 車体左右変位

ϕ_B : 車体ロール角変位

y_T : 台車左右変位

* 原稿受付 2002年3月8日。

^{*1} 正員、新潟大学工学部(950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。

^{*2} 学生員、新潟大学大学院自然科学研究科。

E-mail: tanifuji@eng.niigata-u.ac.jp

- y_{rd} : スッパ取り付け高さにおける車体・台車間の相対変位
 y_R : 輪軸位置の左右加振変位
 m_B : 車体質量
 I_X : ロール方向の車体慣性モーメント
 m_T : 台車質量
 k_{L1} : 台車あたりの一次ばね左右剛性
 k_{L2} : 台車あたりの二次ばね左右剛性
 k_{V2} : 台車あたりの二次ばね上下剛性
 k_s : スッパのばね剛性
 $2b$: 上下方向二次ばねの左右間隔
 h_a : アクチュエータから車体重心までの高さ
 h_k : 左右方向二次ばねから車体重心までの高さ
 h_s : スッパから車体重心までの高さ
 A_S : 油圧シリンダのピストン受圧面積
 r_p : 制御弁の等価抵抗係数
 p_V : 制御圧力
 V, v : 走行速度、時速および秒速
 R, C : 曲線軌道の半径およびカント
 ρ : 曲線軌道の曲率 ($=1/R$)
 L_{TC} : 緩和曲線長
 g : 重力加速度
 F_s : スッパ反力
 F_{CB}, F_{CT} : 車体および台車に作用する超過遠心力

2. 解析モデル

2-1 解析モデルと運動方程式 図1に本研究で用いる半車両縮小模型を、図2にその解析モデルを示す。このモデルは、車体左右動 y_B 、車体ロール ϕ_B 、台車左右動 y_T の計3自由度を有する。輪軸に加えられる振動変位 y_R は一次ばね k_{L1} を介して台車枠に伝達され、

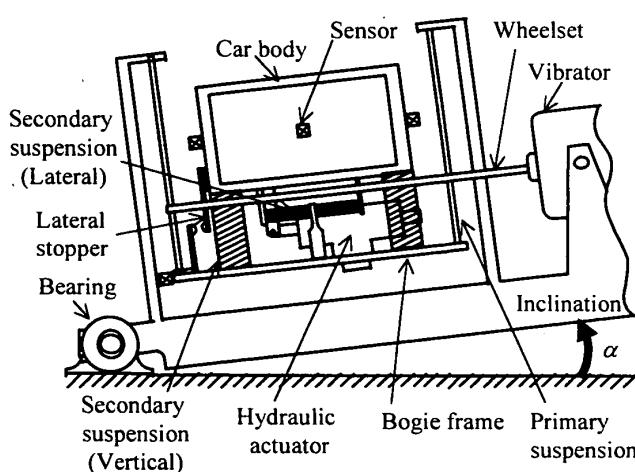


Fig. 1 Experimental apparatus inclined for simulating excess centrifugal force

左右方向と上下方向の二次ばね k_{L2} と k_{V2} を介して車体へ伝えられる。車体・台車間には車体の大きな偏りを防ぐために左右スッパが設けられる。制御に用いる油圧式アクチュエータは、車体・台車間の左右方向二次ばねと並列に取り付けられている。なお、実験装置左下の軸受は装置全体を傾けるために用いる。この傾斜 α により、模型車両に曲線中で車体と台車に作用する超過遠心力 F_{CB}, F_{CT} を模擬する。ここで、超過遠心力とはカント(曲線軌道面の傾斜)によって打消すことができずに作用が残る遠心力を言う。アクチュエータのサーボ弁の時定数は十分に小さく、また、油の圧縮性は体積弾性係数が非常に大きいため無視できるものとする。以上のことからこのモデルの運動方程式は式(1)～(3)によって与えられる。

車体左右動

$$m_B \ddot{y}_B + k_{L2}(y_B + h_k \phi_B - y_T) + A_S^2 r_p (\dot{y}_B + h_a \dot{\phi}_B - \dot{y}_T) = A_S p_V - F_S + F_{CB} \quad (1)$$

車体ロール

$$I_X \ddot{\phi}_B + k_{L2}(y_B + h_k \phi_B - y_T) h_k + k_{V2} b^2 \phi_B + A_S^2 r_p (\dot{y}_B + h_a \dot{\phi}_B - \dot{y}_T) h_a = A_S p_V h_a - F_s h_s \quad (2)$$

台車左右動

$$m_T \ddot{y}_T - k_{L2}(y_B + h_k \phi_B - y_T) + k_{L1} y_T - A_S^2 r_p (\dot{y}_B + h_a \dot{\phi}_B - \dot{y}_T) - A_S p_V + k_{L1} y_R + F_S + F_{CT} \quad (3)$$

ここで、 F_S が車体・台車間のスッパ当たりによって生ずる左右方向のスッパ反力である。

2-2 スッパ反力 車体・台車間のスッパ当たりによって生ずるスッパ反力 F_S は、式(4)の車体・台車間の相対変位 y_{rel} を用いて式(5)～(7)で表される。

$$y_{rel} = y_B + h_s \phi_B - y_T \quad (4)$$

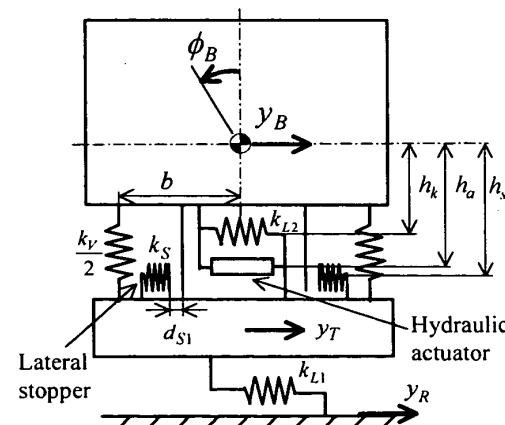


Fig. 2 Analytical model

$$F_s = 0 : |y_{rel}| \leq d_{S1} \quad (5)$$

$$F_s = k_s(y_{rel} \mp d_{S1}) : d_{S1} < |y_{rel}| \leq d_{S2} \quad (6)$$

$$F_s = \pm k_s(d_{S2} - d_{S1}) + 5k_s(y_{rel} \mp d_{S2}) : d_{S2} < |y_{rel}| \quad (7)$$

F_s は相対変位 y_{rel} がストッパ間隔 d_{S1} を超えたときに作用するばね力としてモデル化されている。このストッパゴムの剛性は、図3に示されるように、 y_{rel} が長さ d_{S2} を超えると k_s から k'_s に変化し、ゴム剛性としての漸増性を考慮している。なお、式中の複合の上号は y_{rel} が正のとき、下号は y_{rel} が負のときに用いられる。また、各車両パラメータの基本値は図1の縮小模型の値として表1に示すものを用いる。

3. コントローラの設計

3・1 振動制御とセンタリング制御 本研究では、同一のアクチュエータにより振動抑制とセンタリングの両制御を行うことを目的としている。

まず、振動制御の対象は軌道不整によって生じる車体振動である。図4で示される模型車両の車体左右変位の周波数応答において、抑制したい周波数範囲は一次および二次の固有振動によるピークを含む領域である。

一方、センタリング制御が抑制するのは、ストッパ取り付け高さにおける車体・台車間の相対変位 y_{rel} である。 y_{rel} は軌道不整により、また曲線通過中の遠心力によって変動するが、センタリングの対象は超過

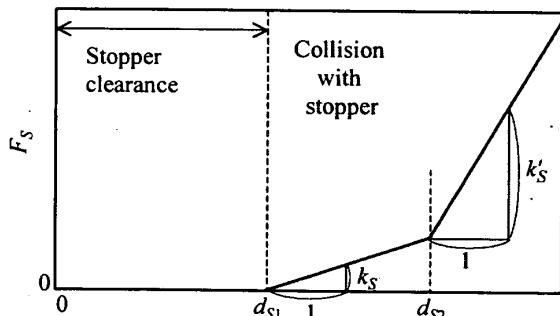


Fig. 3 Stiffness of lateral stopper

Table 1 Parameter values for analytical model

m_B	50.15 kg	$2b$	4.00×10^{-1} m
m_T	30.00 kg	h_k	1.69×10^{-1} m
I_x	$1.04 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	h_a	2.00×10^{-1} m
k_{L1}	2.30×10^2 kN/m	h_s	1.43×10^{-1} m
k_{L2}	1.80×10^1 kN/m	A_s	1.25×10^{-4} m ²
k_{V2}	1.06×10^1 kN/m	r_p	1.27×10^{11} Pa · s/m ³
k_s	68 kN/m	d_{S1}	3 mm
k'_s	340 kN/m	d_{S2}	4 mm

遠心力による成分である。その周波数 f_{TC} は緩和曲線中で受ける超過遠心力の変化に依存する。すなわち、図5に示すように、緩和曲線長 L_{TC} の間に軌道の曲率が正弦波状に半周期だけ変化すると見なすことにより、走行速度 v を一定として f_{TC} を次式で著すことができる。

$$f_{TC} = \frac{v}{2L_{TC}} \quad (8)$$

また、定常円曲線中は曲率が一定なので、そこでの超過遠心力の周波数は 0 Hz となる。したがって、センタリング制御で抑制したい周波数は 0 ~ f_{TC} Hz の範囲となる。この周波数領域は振動制御が対象とするものと比べ低い範囲にある。

このように、振動制御とセンタリング制御では抑制したい周波数領域が異なるため、コントローラの設計に周波数重みを用いることができる H_∞ 制御則を適用する。

3・2 コントローラの設計 本研究で用いられるコントローラの状態量 x は式(9)で表され、観測状態量 y は式(10)によって与えられる車体および台車の三つの加速度と車体・台車間の相対変位とする。

$$x = [y_B \quad \dot{y}_B \quad \phi_B \quad \dot{\phi}_B \quad y_T \quad \dot{y}_T]^T \quad (9)$$

$$y = [\ddot{y}_B \quad \ddot{\phi}_B \quad \ddot{y}_T \quad y_{rel}]^T \quad (10)$$

これらの観測状態量は、実際の鉄道車両においても観測可能である。

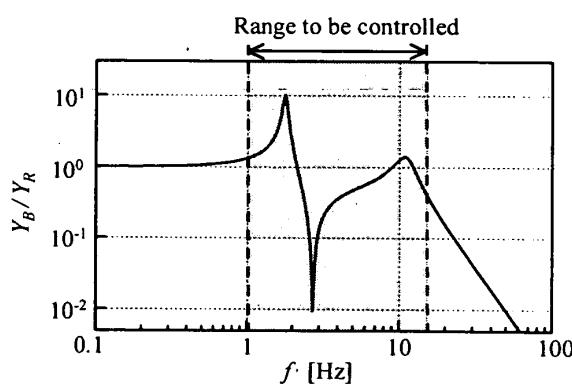


Fig. 4 Frequency range of vibration control

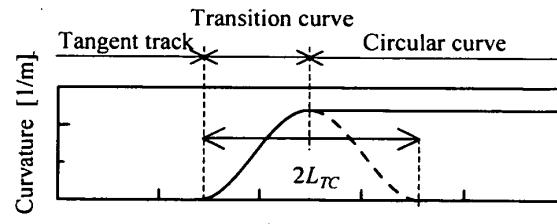


Fig. 5 Change of curvature in curved track section

コントローラの設計には図6で示される一般化プラントが用いられる。ここで、 w_1 は外乱入力（軌道不整および超過遠心力）、 u は制御入力であり、 z_1 , z_2 はそれぞれ y , u の評価出力である。また、 P は制御対象、 K は H_∞ コントローラ、 W_y , W_u はそれぞれ y , u の重み関数である。 w_2 は仮想的な観測ノイズで標準 H_∞ 御問題の仮定を満たすために導入される¹⁾。ここでは、制御対象 P の入力端に加わる外乱 w_1 を評価出力 z_1 で抑制する。すなわち、次式で示される H_∞ ノルムが、なるべく小さな γ に対して成立するようにコントローラ K が設計される。

$$\|W_y(I - PK)^{-1}P\|_\infty < \gamma \quad (11)$$

3・3 周波数重み 図7にコントローラの設計に用いる重み関数を逆数の形で示す。ここで、重みの添え字はそれぞれその重みがかかる状態量を示している。この中で $W_{\dot{y}B}$, $W_{\dot{\phi}B}$ は一次固有振動数にあたる約2Hz付近までを効果的に抑制するため、カットオフ周波数を3Hzとして形付けられる。これら両加速度の周波数応答ゲイン（図10参照）を考慮して、 $W_{\dot{\phi}B}$ は $W_{\dot{y}B}$ の20倍としている。また、 $W_{\dot{y}T}$ は車体の制振を悪化させないような小さな値の定数重みとする。また、制御出力にかける重み W_u はカットオフ周波数12Hz以上で観測ノイズに対処するような特性となっている。これらの重みを式で表すと次のようになる。

$$W_{\dot{y}B}(s) = 0.002 \times \frac{1}{\{(1/(2\pi \times 3))s + 1\}^2} \quad (12)$$

$$W_{\dot{\phi}B}(s) = W_{\dot{y}B}(s) \times 20 \quad (13)$$

$$W_{\dot{y}T}(s) = 1.0 \times 10^{-9} \quad (14)$$

$$W_u(s) = 10^{-5} \times \frac{(1/(2\pi \times 12))s + 1}{(1/(2\pi \times 1.2 \times 10^3))s + 1} \quad (15)$$

次に、車体・台車間の相対変 y_{rel} にかける重み W_{yrel}

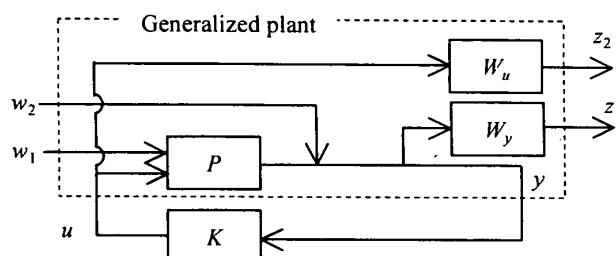


Fig. 6 Generalized plant

は、曲線通過中の変化に対応する低い周波数範囲で大きな重みがかかるように設計される。この重みは次式によって一般化される。

$$W_{yrel}(s) = k \times \frac{1}{\{(1/(2\pi \times f_c))s + 1\}^n} \quad (16)$$

ここで、式中の k , f_c , n は可変パラメータで、それぞれゲイン定数、カットオフ周波数、分母の指数である。図7に示されるように、 W_{yrel}^{-1} は k が増加すると下方へ、 f_c が増加すると右方へ、そして n が増加すると急こう配へ変化する。これら3つのパラメータは、振動制御とセンタリング制御の両立のために調整される。これらの重みを用いて設計される H_∞ コントローラ K は次式で示される。

$$K = \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix} \quad (17)$$

行列 A_K , B_K , C_K , D_K のサイズはそれぞれ $(n+11) \times (n+11)$, $(n+11) \times 4$, $1 \times (n+11)$, 1×4 となる。

なお、コントローラの設計には制御系解析ソフトウェアパッケージ MATLAB[®]を使用する。

4. シミュレーション

4・1 曲線条件ならびに走行速度 検討に用いる曲線条件は、実車において曲線半径 $R = 500$ m、カント量 $C = 95$ mm、緩和曲線長 $L_{TC} = 85$ mであり、走行速度は $V = 115$ km/hとする。この速度は車体傾斜のない車両に対する本則速度を35km/h上回るものである。これらの条件を解析モデルと同等の1/6スケール

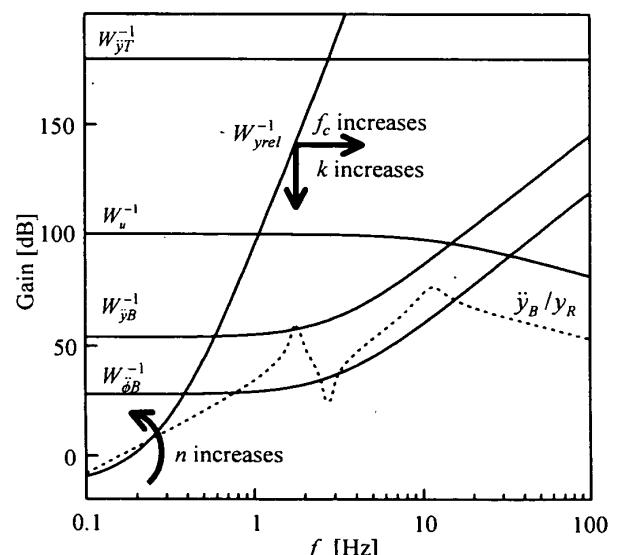


Fig. 7 Inverse of weighting functions

に対応させるために相似則^⑨を適用する。これにより、これらの条件は $R = 83.3 \text{ m}$, $C = 15.8 \text{ mm}$, $L_{TC} = 14.2 \text{ m}$, $V = 46.9 \text{ km/h}$ に変換される。

4・2 パラメータの決定 図 8 は車体の一次固有振動数 1.8 Hz に相当する正弦波状変位外乱を軌道不整として与えた曲線通過シミュレーションの時系列波形(図 11 参照)から読み取った車体左右加速度 \ddot{y}_B と相対変位 y_{rel} の最大値をまとめたもので、 $f_c = 1.0 \text{ Hz}$ とした一例である。横軸は式 (16) の可変パラメータ k であり、同じく可変パラメータ n を変えながら設計したコントローラが用いられる。ここでは、振動制御の性能を表す状態量を \ddot{y}_B 、センタリング制御の性能を表す状態量を y_{rel} とする。また、両者の特徴を比較するため、ストッパーの反力を考慮していない。

この図から、ゲイン定数 k の増加に伴って相対変位 y_{rel} は減少の傾向を示し、逆に、左右加速度 \ddot{y}_B は k の増加とともに増大することが示される。すなわち、振動制御とセンタリング制御の間にはゲイン定数 k に関してトレードオフの関係が存在する。ここで、重みの指数 n が両制御に与える影響を見ると、 n の増大(矢印の向き)により両制御間のトレードオフの関係が弱くなる。この理由は、 n が大きくなると図 7 で示される W_{yrel}^{-1} の傾斜はより急になり、 W_{yrel} の影響は低い周波数領域にのみ現れるためである。このとき、たとえ k が増加しても振動制御で抑制したい高い周波数領域へ W_{yrel}^{-1} は影響が及ばなくなる。

一方、 n が小さい場合、 W_{yrel}^{-1} の傾きは緩くなるため、 k が増加すると W_{yrel} の影響がより高い周波数領域まで及び、振動制御を悪化させる。したがって、指数 n を

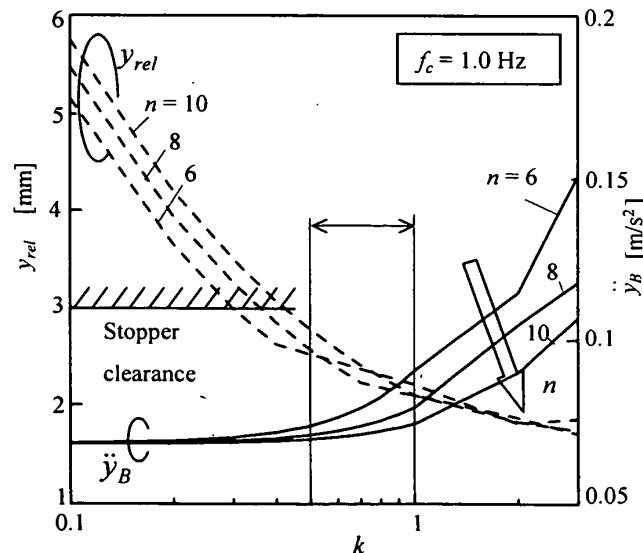


Fig. 8 Effect of parameters k and n on the control

ある程度大きくすることが両制御の両立に配慮した設計になる。ここでは、 y_{rel} をストッパー間隔 3 mm 以内に抑制し、 \ddot{y}_B の低減とコントローラの次数増加との兼合いから n を 8 に、 k は矢印で示す 0.5 ~ 1 の範囲で選ぶこととする。

次に、 W_{yrel} のカットオフ周波数 f_c が両制御に与える影響を $n = 8$ として図 9 に示す。これらの最大値は緩和曲線中、またはその近傍で生ずる傾向にある。 f_c が 0.5 Hz のとき、緩和曲線中で y_{rel} が抑制されずに大きくなるが、 k の増加による \ddot{y}_B の増大傾向は小さい。 f_c を 1.5 Hz まで大きくすると y_{rel} が減少してセンタリングの効果は良くなるものの、 k の増加により \ddot{y}_B が増大して振動制御が悪化する。ここでは、 $k = 0.5 \sim 1$ の範囲に着目すると、 f_c の値は 1 Hz と選ぶことができる。

以下では、式 (16) の可変パラメータとして $k = 0.9$, $n = 8$, $f_c = 1.0 \text{ Hz}$ を用いて検討を進める。そのときの y_{rel} と \ddot{y}_B が ●印で示される。また、このとき H_∞ コントローラ \mathbf{K} の行列 A_k の次数は 19 次となる。

4・3 制御効果 前節で決定したパラメータを用いて設計したコントローラにより制御を行ったときの車体振動に関する周波数応答を制御無しの場合と比較して図 10 に示す。ここで、 Y_B と ϕ_B は変位外乱の振幅 Y_R が 1 mm のときの車体左右変位 y_B と車体ロール角変位 ϕ_B の振幅である。両者の周波数応答においては、1 Hz 以下で制御により振動が増大している部分もあるが、一次から二次の固有振動数の範囲で良好な制振効果が得られている。

曲線通過のシミュレーション波形を制御の有無により

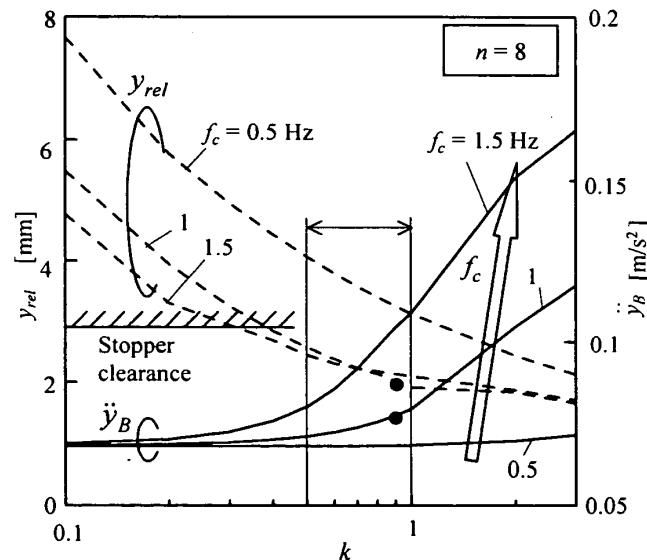


Fig. 9 Effect of parameter f_c on the trade-off relation between vibration and centering controls

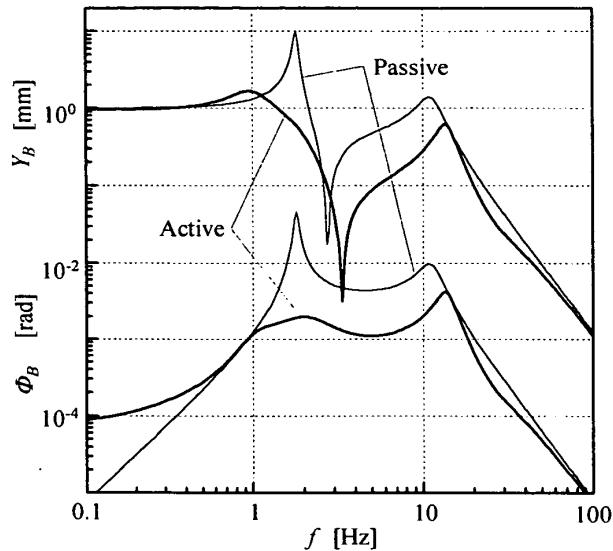


Fig. 10 Control effect in frequency responses

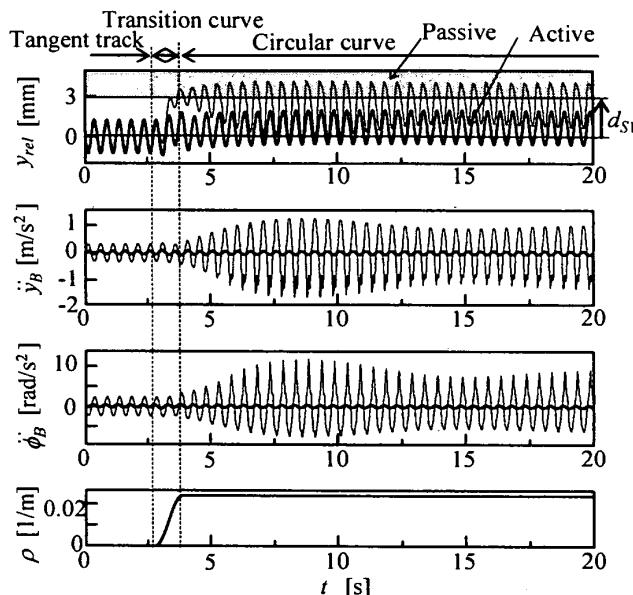


Fig. 11 Simulation results of curve negotiation

比較して図 11 に示す。制御無しの場合、曲線中で y_{rel} が増大してストップ当りが生じ、 \ddot{y}_B , $\ddot{\phi}_B$ で振動が増大している。それに対し、制御を加えることで超過遠心力による相対変位 y_{rel} の増大が抑制され、ストップ当りを防いでいる。これにより、 \ddot{y}_B と $\ddot{\phi}_B$ に関しては直線区間と同等の制振効果が維持されている。

図 10 と図 11 のシミュレーション結果は振動制御とセンタリング制御の両立を示すものである。

5. 縮小半車両模型による実験

5・1 実験装置の構成 図 12 に実験の流れ図を示す。振動発生機で加振される模型車両の運動は、加速度計と変位計によって計測され、観測状態量として

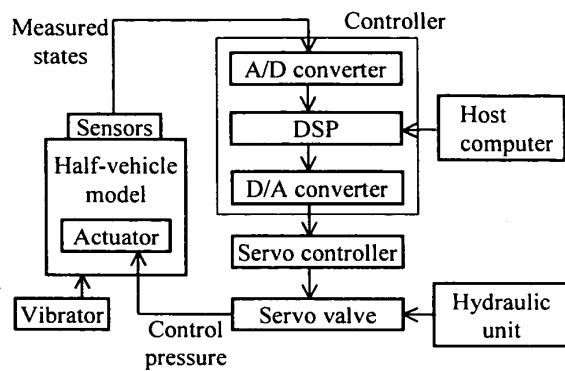


Fig. 12 Flow-chart of process in the experiment

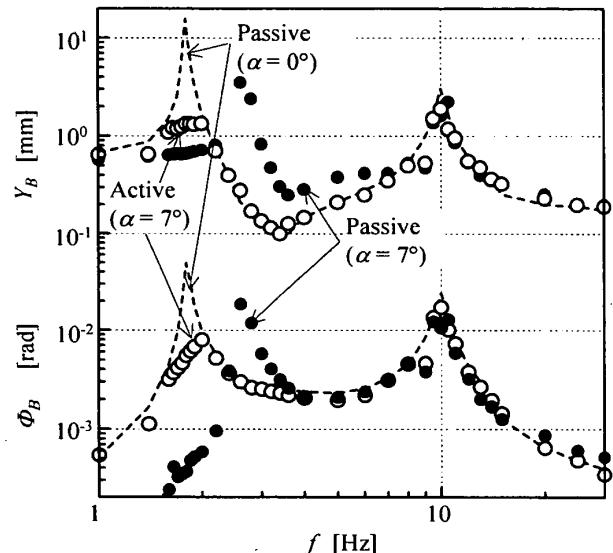


Fig. 13 Comparison of experimental results

コントローラの DSP (Lory Accel DSP4200) へ入力される。コントローラはサンプリング時間 1 ms で制御出力を計算し、油圧式アクチュエータを駆動することにより制御が行われる。

実験では曲線通過中の車両に作用する超過遠心加速度を模擬するため、実験装置全体をベアリング装置を用いて傾斜させる（図 1 参照）。ここで、傾斜角を $\alpha = 0.122 \text{ rad} (= 7^\circ)$ とすると、傾斜による左右方向の重力成分 $F_{CB} = m_B g \alpha$ は、前節のシミュレーションで条件とした定常円曲線中の超過遠心加速度 $F_{CB} = m_B (v^2/R - g\beta)$ と等価になる。ここに、 β は曲線軌道のカント角を表す。ここで加速度の観測においては振動成分のみが取り出される：

5・2 実験結果 図 13 に実験装置を $\alpha = 7^\circ$ だけ傾斜させて制御の効果を実験した結果を示す。比較のため、制御無しで装置を傾斜しない（超過遠心力が作用しない）場合も点線で示す。

まず、制御無しについて、実験装置を傾斜させない

場合 ($\alpha = 0^\circ$) と比較する。傾斜させた場合 (●印)、車体がストッパに接触した状態で加振される。これにより、車体・台車間の左右剛性が増大し、固有振動数が約 2.5 Hz に移って車体左右変位 y_B 、車体ロール角変位 ϕ_B ともに新たなピークを生じている。その結果、2 Hz 以下では振幅が小さくなるが、 y_B は 2 ~ 6 Hz、 ϕ_B は 2 ~ 3 Hz の間で振動が増大している。これより、実験においてもストッパ当りによって振動が増大することが確認される。

制御有りの場合 (○印) には、1.8 Hz の固有振動数付近で効果的に振動を抑制しており、さらに、制御無しの場合に見られる 2.5 Hz のピークによる振動増大を生じていない。これは、センタリング制御が機能してストッパ当りを防いでいるためであり、その波形例を図 14 に示す。この図はランダム加振に対する車体左右変位 y_B と車体・台車間の相対変位 y_{rel} の時系列応答を示している。車体左右変位 y_B は振動が抑制されつつ、中立位置 ($y_B = 0 \text{ mm}$) の方向へ移動していることがわかる。これによって、相対変位 y_{rel} はストッパ間隔である 3 mm を超えた状態から 0 mm で示される位置へと引き戻され、ストッパ当りは抑制されている。

以上のことから、センタリング制御を付加したアクティブサスペンションが高速曲線通過に対して効果的に機能することが確認される。

6. 結 言

鉄道車両が高速で曲線区間を走行する際に生じるストッパ当りを防ぎ、振動制御の効果を低下させないため、センタリング制御を付加したアクティブサスペンションについて検討した。実験装置の半車両縮小模型

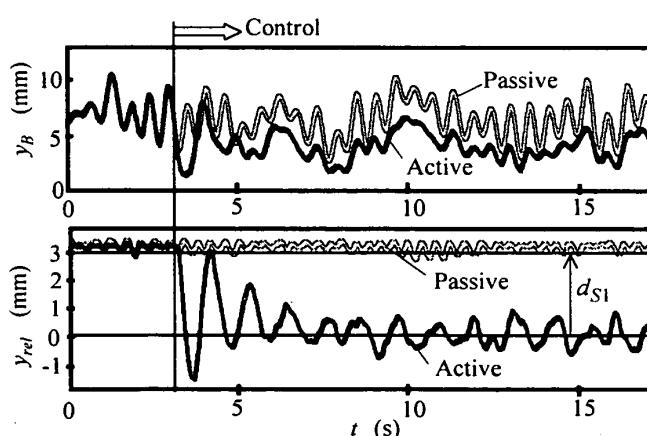


Fig. 14 Control effect in time responses

を対象として、トレードオフの関係にある振動制御とセンタリング制御が両立する可能性をシミュレーションと実験で調べ、以下の結果を得た。

(1) 振動制御とセンタリング制御は対象とする周波数範囲が異なるため、周波数重みを利用した H_∞ 制御則が有効である。

(2) 現車で測定可能な車両の加速度に加え、車体・台車間の相対変位を観測量とすることにより、センタリング制御を付加したアクティブサスペンションを同一のアクチュエータによって機能させることができる。

(3) 車体・台車間の相対変位にかける重みとして本報が提案する関数は両制御間のトレードオフの関係を緩和させるために有効である。

本研究は、平成 11 年～13 年度文部省科学研究費補助金による基盤研究(C)(2)No. 11650244 の一環として行われた。

文 献

- (1) 由川透・小泉智志・他 3 名、鉄道車両用動搖防止制御システム（第 3 報、STAR21への供試），機構論，No. 930-81 (1993-12)，61-64.
- (2) 上林賢治郎・大塚智広・西 義和・他 3 名、アクティブ制振制御装置の開発（300X 新幹線試験車両での走行試験結果），機構論，No. 97-12 (1997-7)，73-76.
- (3) 則 直久・丸山佳之・他 4 名、鉄道車両用動搖防止制御システムの開発、機構論，No. 97-13 (1997-7)，175-176.
- (4) 針山隆史・島宗亮平・掛樋 豊・他 2 名、センタリング制御による輪重抜けの改善、No. 98-1 (1998-3)，424-425.
- (5) 山上 博・谷藤克也・坂上俊雄、鉄道車両の高速曲線通過におけるセンタリング機能を備えた振動制御の実験的検討、機構論，No. 017-1 (2001.3)，143-144.
- (6) 島宗亮平・谷藤克也・坂上俊雄、鉄道車両のアクティブサスペンションにおける油圧アクチュエータの適用性 (LQG 制御則を適用した模型実験装置による検討)，機論，61-586, C (1995)，2320-2327.
- (7) 野波健蔵編、MATLABによる制御系設計、(1998)，103-139、電機大出版局。
- (8) Balas, G.J., Doyle, J.C., 他 3 名, μ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide, (1991), The MATH WORKS Inc.
- (9) Hudson, D.E., Scale-Model Principles, Shock and Vibration Handbook, Vol. 2 (1961), 2701-2718, McGraw-Hill.