

車輪・車軸間の回転方向に遊間がある鉄道車両の運動特性*

谷藤克也*¹, 井之木渉*²Dynamic Behavior of Railway Vehicle Having a Clearance
between Wheel and Axle in Rolling DirectionKatsuya TANIFUJI*³ and Wataru INOMOTO^{*3} Department of Mechanical and Production Engineering, Niigata University,
8050 Ikarashi 2-no-cho, Niigata-shi, Niigata, 950-2181 Japan

This paper deals with a rail vehicle the wheelset of which has a clearance in the rolling direction. Numerical simulation is employed directly considering the clearance, which exists in the spline between the wheel and the axle, to analyze the dynamic characteristics. Simulation results show that the existence of clearance makes the wheelset rolling vibrate in a limit cycle oscillation. Then, generation mechanism of the limit cycle is investigated as well as the influence of the expanded clearance, which is due to the wear and deformation by long-term use, on the limit cycle. Moreover, it is shown that the use of higher equivalent conicity of wheel tread is desirable to reduce the flange contact by the limit cycle oscillation under existence of track irregularities.

Key Words: Railway Vehicle, Wheelset with Clearance, Running Stability, Limit Cycle

1. はじめに

現在, 新幹線の標準軌と在来線の狭軌のように, 軌間の異なる区間を直通運転できないことが鉄道の利便性を阻害している. このような2種類の軌間を直通する方法として, 車輪間の幅を変えることのできる軌間可変車両の開発が進められている^{(1)~(3)}. 車輪間の幅を変える方式の一つに, ころを用いたスプライン式車輪軸がある. そこでは, 車輪・車軸間の結合部に設けたキー溝中のころが回転力を伝達する. このころに沿って車軸上を長手方向にスライドすることにより, 車輪は間隔を変えることができる. そのためには, ころとキー溝との間にわずかにすき間の存在を必要とする. このすき間が車輪・車軸間で回転方向に遊間を与える. この遊間が小さい間は問題にならないまでも, 長期にわたる軌間変換の繰返しと, 駆動トルクの伝達等により遊間が拡大した場合, 走行挙動に影響を及ぼすことも考えられる. これに対し, 通常の鉄道車両は車輪が車軸と一体に接合された, いわゆる一体車輪軸

が採用されている. したがって車輪・車軸間の回転方向に遊間がある場合の運動特性について, これまであまり論じられていない. 本報では, 軌間可変を前提とするころスプライン式車輪軸を対象に, 車輪・車軸間に存在する遊間(以下では単にすき間ともいう)に着目し, 走行安定性を主体に運動特性をシミュレーションによって検討する.

記号の説明

本報で用いる主な記号を以下に示す.

m_{ws} : 車輪軸質量

I_{ws} : 車輪軸ヨーイング慣性モーメント

I_w : 車輪の回転慣性モーメント

k_{wx} : 軸箱前後支持剛性(軸箱あたり)

k_{wy} : 軸箱左右支持剛性(軸箱あたり)

k_T : 車輪・車軸間ねじり剛性

$2b_0$: 車輪・レール間接触点の左右間隔

$2b_1$: 軸箱前後支持ばねの左右間隔

r_0 : 車輪半径(中立位置)

r_s : 車軸中心からスプライン中心位置までの距離

γ : 車輪路面こう配

f_1 : 縦クリープ係数

f_2 : 横クリープ係数

* 原稿受付 2003年2月17日.

*¹ 正員, 新潟大学工学部(〒950-2181 新潟市五十嵐二の町8050).

*² 学生員, 新潟大学大学院自然科学研究科.

E-mail: tanifuji@eng.niigata-u.ac.jp

v : 走行速度

2. ころスプライン式車輪軸

2-1 解析モデルと運動方程式 図1に本報で対象とするころスプライン式車輪軸の解析モデルを示す。通常の一体車輪軸の場合、左右動 y とヨー ψ の2自由度でモデル化されることが多い。これに対し、車輪・車軸間の回転方向に遊間が存在すると、左車輪の回転 θ_l 、右車輪の回転 θ_r 、および車軸の回転 θ_a の三つの自由度が加わり、計5自由度の解析モデルとなる。ここでは、車輪・車軸間の結合部が遊間のあるねじりばね (剛性 k_T) によりモデル化されている。ねじりばねの一端は、車輪と一体構造の車軸外筒に固定されている。もう一端は、すき間 d_s を介して車軸側と接触する。このねじりばねの剛性は、主にころおよび車軸外筒の弾性変形に起因するものである。

式 (1) に示す左・右車輪の回転角差 θ の導入、式 (2) および式 (3) の近似により、ころスプライン式車輪軸の運動方程式は y, ψ, θ の3自由度に関する三つの式 (4) ~ (6) で表される。

$$\theta = (\theta_l - \theta_r) / 2 \tag{1}$$

$$\theta_a \doteq (\theta_l + \theta_r) / 2 \tag{2}$$

$$\dot{\theta}_a \doteq v / r_0 \tag{3}$$

$$m_{ws} \ddot{y} + 2k_{wy} y + 2f_2 \left(\frac{1}{v} \dot{y} - \psi \right) = 0 \tag{4}$$

$$I_{ws} \ddot{\psi} + 2k_{wx} b_1^2 \psi + 2b_0 f_1 \left(\frac{b_0}{v} \dot{\psi} + \frac{\gamma}{r_0} y + \frac{b_0 r_0}{v} \dot{\theta} \right) = 0 \tag{5}$$

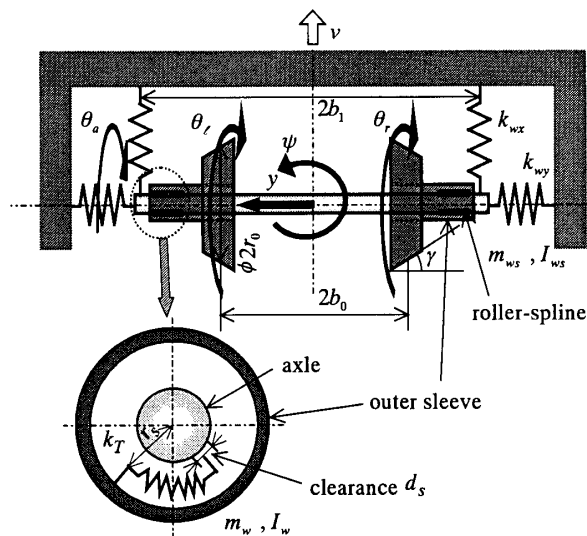


Fig.1 Analytical model of wheelsets with clearance

$$I_w \ddot{\theta} + f_1 \left(r_0^2 \dot{\theta} + \gamma y + \frac{r_0 b_0}{v} \dot{\psi} \right) = M_{kT} \tag{6}$$

ここで、式 (6) 中の M_{kT} はねじり剛性 k_T によるモーメントを表し、すき間 d_s を考慮することにより、 θ の大きさによって式 (7) のようになる。

$$M_{kT} = \begin{cases} k_T \left(\theta - \frac{d_s}{2r_s} \right) & : \theta \geq \frac{d_s}{2r_s} \\ = 0 & : -\frac{d_s}{2r_s} < \theta < \frac{d_s}{2r_s} \\ = k_T \left(\theta + \frac{d_s}{2r_s} \right) & : \theta \leq -\frac{d_s}{2r_s} \end{cases} \tag{7}$$

本報で用いる車両の解析モデルを図2に示す。一般的な17自由度の左右系一車両モデル⁽⁴⁾を基本としている。その自由度は、車体と2台 ($n=1,2$) の台車でそれぞれ左右動 (y_B, y_{Tn})、ヨー (ψ_B, ψ_{Tn})、ロール (ϕ_B, ϕ_{Tn}) の計9自由度、4本 ($i=1, \dots, 4$) の車輪軸についてそれぞれ左右動 (y_{wsi})、ヨー (ψ_{wsi}) の計8自由度である。この一車両モデルに上述のころスプライン式車輪軸が4本組み込まれ、それぞれの車輪軸で左・右車輪の回転角差 θ_i が加わり、合わせて21自由度のモデルとなる。

2-2 車輪・車軸間のねじり剛性 従来の一体車輪軸とは異なり、ころスプライン車輪軸は車軸と車輪とが剛性 k_T のねじりばねを介した結合としてモデル化されている。この k_T の値とその影響を把握することが、以降の検討において重要である。

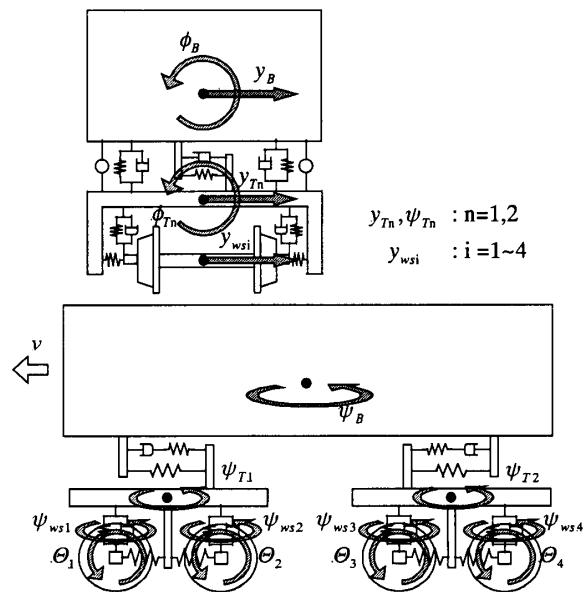


Fig.2 Analytical model of full vehicle

図3は、車輪踏面の有効こう配が $\gamma=1/40$ の条件で、 k_T の変化が安定走行の限界速度 V_{cr} に及ぼす影響を示す。計算で用いた車両パラメータは軌間可変車両を想定した値を用い（付録参照）、軌間は標準軌とする。この限界速度は、車輪・車軸間の遊間を $d_s=0$ として、固有値解析により求めたものである。前述のように k_T の大きさは、ころおよび車輪と一体構造である車軸外筒の弾性変形によるものとし、ころと車軸外筒それぞれによるねじり剛性の直列接続として求める。その結果、ねじり剛性として $k_T=3.3 \times 10^4$ kN・m/rad が得られた。このねじり剛性による限界速度（図中の○印）は、 k_T の変動に対してほぼ一定の範囲にあり、一体車輪軸とほぼ同等の走行安定性を有すると見なされる。

一方、ねじり剛性 k_T の大幅な減少は限界速度を低下させることが示される。本報で着目する車輪・車軸間の回転方向に遊間が存在する場合も、等価的にねじり剛性 k_T が低下した条件となり得る。しかし、その

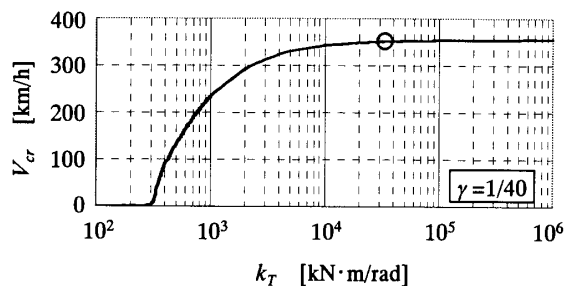


Fig.3 Effect of stiffness k_T on critical speed

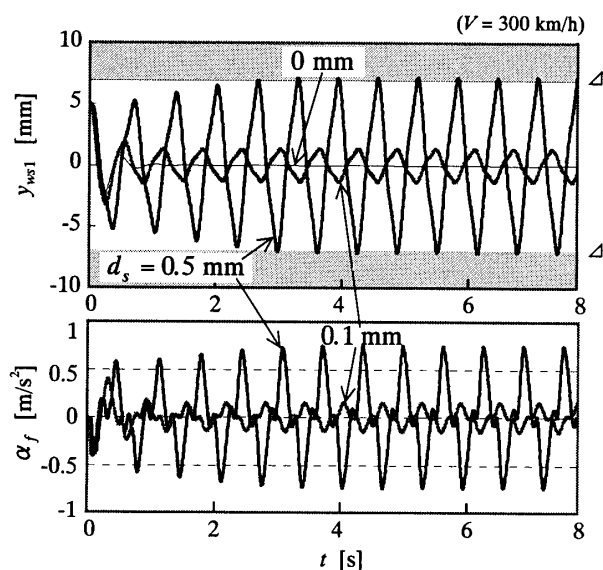


Fig.4 An example of limit cycle occurred in wheelset and its effect on car body vibration

等価な剛性を定めるのが困難なため、以下では車輪・車軸間の遊間を直接考慮した数値シミュレーションを用いて解析を行う。

2.3 遊間に起因する挙動の特徴 車輪・車軸間における回転方向の遊間（すき間）の存在を直接考慮し、前節で述べたねじり剛性 k_T の値を用いた数値シミュレーションの一例を図4に示す。シミュレーションには汎用解析ソフト SIMULINK⁽⁵⁾を用い、数値積分法はRunge-Kutta法とする。

初期条件として先頭車輪軸に5 mmの左右変位を与え、速度300 km/hで走行させたときの車輪軸左右変位 y_{ws1} と車体中央床面における左右加速度 α_f の波形を示す。 y_{ws1} の図中に示される $\Delta = \pm 7$ mmの幅がフランジ遊間による可動範囲を表す。図示されるように、ころの取付け部にすき間が存在する ($d_s=0.1$ mm および 0.5 mm) と車輪軸に定常的なリミットサイクル状の振動が生じる。その振幅はすき間の拡大とともに増幅する。このリミットサイクル振動は車体にまで伝搬しており、車体加速度 α_f は遊間の拡大に伴い大きくなることを示される。一方、すき間のない $d_s = 0$ の場合、 y_{ws1} は零に収束し、リミットサイクルは現れない。

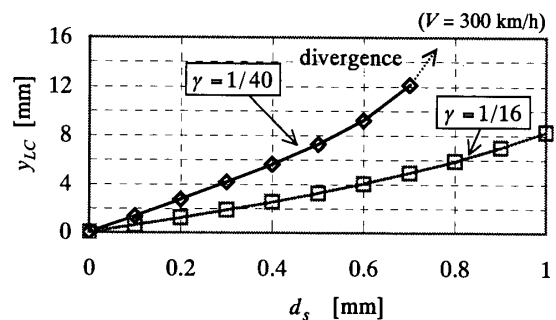


Fig.5 Effect of clearance on amplitude of limit cycle

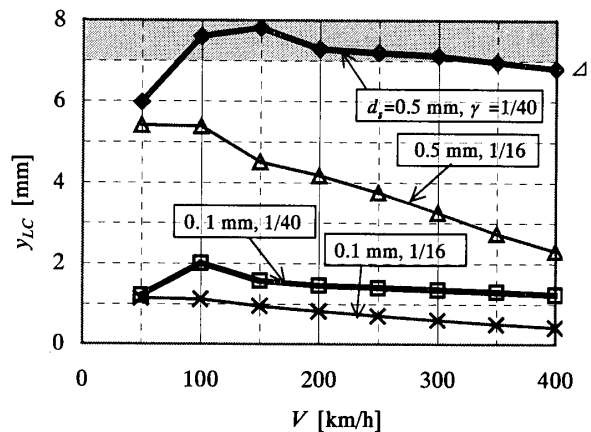


Fig.6 Effect of wheel tread conicity on amplitude of limit cycle

先頭車輪軸のリミットサイクルについて、すき間 d_s の拡大による振幅 y_{LC} の変化をまとめ、図5に示す。摩耗等によるすき間 d_s の拡大を想定し、その大きさとして、0 mm から 1.0 mm までの範囲を考慮する。ここでは、車輪踏面の有効こう配として基本踏面の $\gamma = 1/40$ と 400 系踏面相当の $\gamma = 1/16$ の二つの場合が比較されている。また、車輪フランジによる輪軸左右変位の制限は無視される。図示するように、すき間 d_s の拡大にしたがって振幅 y_{LC} は増大するが、踏面こう配の大きい $\gamma = 1/16$ のほうでその増加傾向が小さい。一方、踏面こう配の小さい $\gamma = 1/40$ の場合、すき間が 0.7 mm を越えると発散する。

次に、速度の増加がリミットサイクルの振幅 y_{LC} に及ぼす影響を図6に示す。ここでは、フランジ遊間 $\Delta = 7$ mm でレール反力が考慮されている。車輪・車軸間のすき間 d_s を 0.1 mm および 0.5 mm で代表させ、それぞれ γ が 1/16 と 1/40 の2種類の踏面こう配について y_{LC} の変化をまとめている。

すき間が小さい場合 ($d_s = 0.1$ mm) , 速度 100 km/h 以上では、 y_{LC} にはわずかに減少の傾向が認められ、その大きさは踏面こう配 $\gamma = 1/16$ のほうで小さい。

一方、すき間が大きい場合 ($d_s = 0.5$ mm) , $\gamma = 1/40$ では y_{LC} の増大傾向が大きく、レール・車輪フランジ間の接触が生じている。これに対し、 $\gamma = 1/16$ では速度が向上するにつれて y_{LC} は小さくなり、フランジ接触を生じていない。

3. リミットサイクル

3.1 発生のメカニズム 前章で車輪・車軸間の回転方向に遊間が存在すると、車輪軸の運動にリミットサイクルが生じることを示し、その特徴を述べた。ここでは、そのリミットサイクルが生ずる仕組みを検討する。車輪踏面こう配 $\gamma = 1/40$ 、遊間(すき間) $d_s = 0.5$ mm の条件で現れた振幅が大きいリミットサイクルの一例を図7に示す。走行速度を $V = 130$ km/h とし、惰行の状態である。図は上から先頭車輪軸で代表させた左右変位 y_{ws} 、ヨー角 ψ_{ws} 、左・右車輪の回転角差 θ 、縦クリープモーメント M_1 、横クリープ力 F_2 であり、リミットサイクルが定常状態になった $t = 20 \sim 25$ s の波形が示される。ここで、 M_1 と F_2 は式(8)、(9)で計算される。

$$M_1 = -2b_0 f_1 \left(\frac{b_0}{v} \dot{\psi}_{ws} + \frac{\gamma}{r_0} y_{ws} + \frac{b_0 r_0}{v} \dot{\theta} \right) \quad (8)$$

$$F_2 = -2f_2 \left(\frac{1}{v} \dot{y}_{ws} - \psi_{ws} \right) \quad (9)$$

なお、検討を容易にするため、レールと車輪フランジの接触は考慮されていない。図中で灰色の影を付した時間帯は、 θ が一定となっており、ころが車輪と車軸の両方から押し付けられた状態にある。この時間帯は一体車輪軸と同様の挙動となる。その他の時間帯では、ころが押し付けられず、左・右車輪の回転角差 θ が変動する。この時間帯では独立車輪の特徴が現れ、縦クリープモーメント M_1 がほぼ零となっている。

リミットサイクル発生のメカニズムは、 θ の状態により次のようになる。

(1) θ が変動する時間帯：ここでは、縦クリープモーメント M_1 が消失し、ヨー角 ψ_{ws} が一定の値を保ちつつ、左右変位 y_{ws} が増大する。また、横クリープ力 F_2 の大きさは減少して変動を続けている。この F_2 の変動にはヨー角 ψ_{ws} の変動が反映している。このような挙動は独立車輪としてのものであり、 $\theta = \pm \pi$ で示す角度に達するまで y_{ws} の増大が続く。この角度はころが車輪と車軸から押し付けられるときの回転角差である。

(2) θ が一定の時間帯： θ が $\pm \pi$ に達すると、ころが押し付けられ始める(図中灰色の影を付した時間帯)。この後、一体車輪軸として縦クリープモーメント M_1 による自己操舵力が働き、 ψ_{ws} の大きさは急減し符号が反転する。これにより、増大してきた y_{ws} の

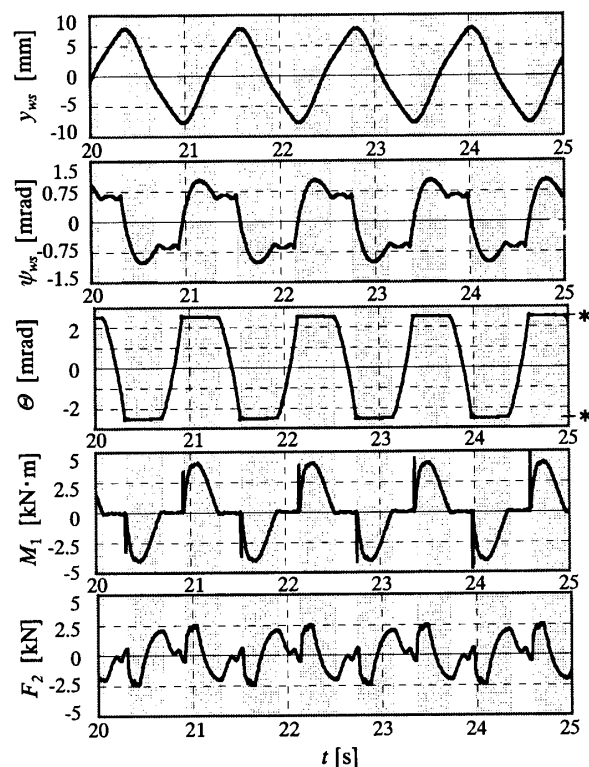


Fig.7 An example of limit cycle of No.1 wheelset ($V = 130$ km/h, $\gamma = 1/40$)

大きさが減少に変わる。その後、 ψ_{ws} は反対のピークに達し、再び減少に転ずるものの、途中で M_1 が零になり、 θ が変動する時間帯（独立車輪の挙動）に移行する。そのため、 ψ_{ws} はその時点の角度に保たれる。

上記 (1) と (2) のプロセスが繰り返すことで、リミットサイクルが形成される。このように、リミットサイクルが発生するメカニズムは、一体車輪軸と独立車輪の挙動が混在し、交互に繰り返すことに起因している。

3.2 踏面こう配と走行速度の影響 ここでは、踏面こう配 γ の大きいほどリミットサイクルの振幅が小さくなる（図5および6参照）理由を検討する。

図8は、車輪踏面こう配 γ が 1/16 と 1/40 の二つの場合について、左右動 y_{ws} 、ヨー角 ψ_{ws} および回転角差 θ の波形を先頭車輪軸と比較している。 θ が変動する時間帯において、その傾きは $\gamma = 1/16$ の車輪のほうで大きい。すなわち、独立車輪として左右変位 y_{ws} が増加する時間が短い。これは、 γ が大きいほど左・右車輪間の回転半径差が大きくなるためである。なお、独立車輪として挙動する時の ψ_{ws} の値は、2種類の踏面こう配でほぼ同じ大きさになっている。したがって、同じ大きさの ψ_{ws} に対し、独立車輪の状態にある時間が短いほど左右変位 y_{ws} は小さなものとなる。

また、左・右車輪の回転角差 θ が一定となる時間も、踏面こう配 $\gamma = 1/16$ のほうで短いことが示される。したがって、 γ の大きいほうがリミットサイクルの周期が短く、その振動数は高い。

次に、図6において速度の向上によりリミットサイクルの振幅が小さくなった要因を考察する。図9は走行速度 V が 130 km/h から 300 km/h へ向上し

た場合について先頭車輪軸の y_{ws} 、 \dot{y}_{ws} 、 ψ_{ws} 、および θ の波形例を比較している。 $\dot{\theta}$ は 300 km/h のほうで大きくなっており、ころが車輪と車軸の両方から押し付けられる角度（図7の*）に達するまでの時間、すなわち独立車輪と同じ挙動の時間帯が短い。また、独立車輪としての時間帯では、 \dot{y}_{ws} が速度の向上によりあまり変化しないのに対し、 ψ_{ws} は減少している。これにより高速度域で y_{ws} の増加が抑制される。

4. 軌道不整存在下における挙動

車輪・車軸間の回転方向の遊間拡大はリミットサイクル振動の増大、さらには発散に至ることを 2.3 節で示した。このような遊間拡大は、長期にわたる軌間変換の繰返し、駆動トルクの伝達等により生ずることが想定される。

ここでは、軌道不整を考慮することで、より実際の走行条件で車輪・車軸間の遊間の影響を検討する。軌道に通り狂いを付加し、速度 300 km/h の走行シミュレーションを行った波形例を図10に示す。この通り狂いは高速用軌道の「中間」の状態として定式化したパワースペクトル密度から生成⁽⁶⁾したものである。図の(a)はこう配 $\gamma = 1/40$ の正規円すい踏面、(b)は 400 系円弧踏面（有効こう配 1/16）の車輪について、遊間 d_s を変えて先頭車輪軸の左右動変位 y_{ws} を比較している。 d_s の条件は、それぞれ $d_s = 0$ mm（一体車輪軸と等価な条件）、0.1 mm、0.25 mm、0.5 mm である。

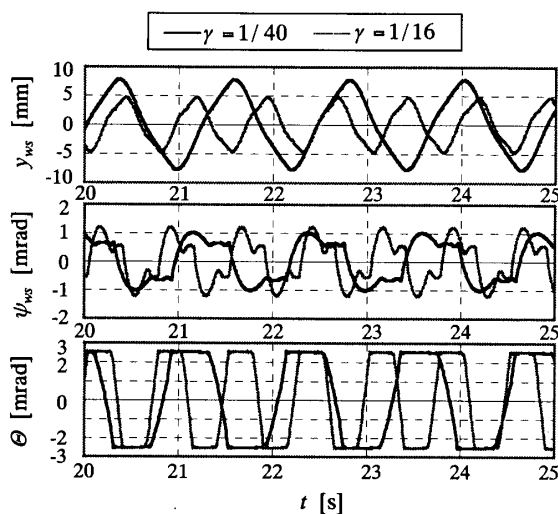


Fig.8 Effect of wheel tread conicity on limit cycle of No.1 wheelset

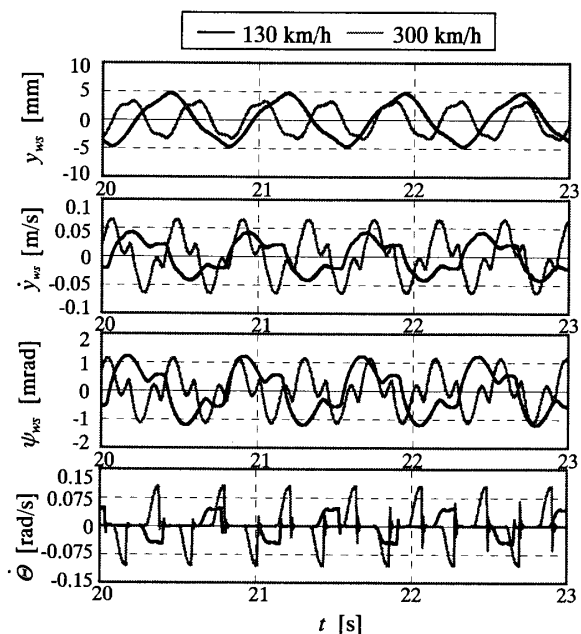


Fig.9 Effect of velocity on limit cycle of No.1 wheelset ($\gamma = 1/16$)

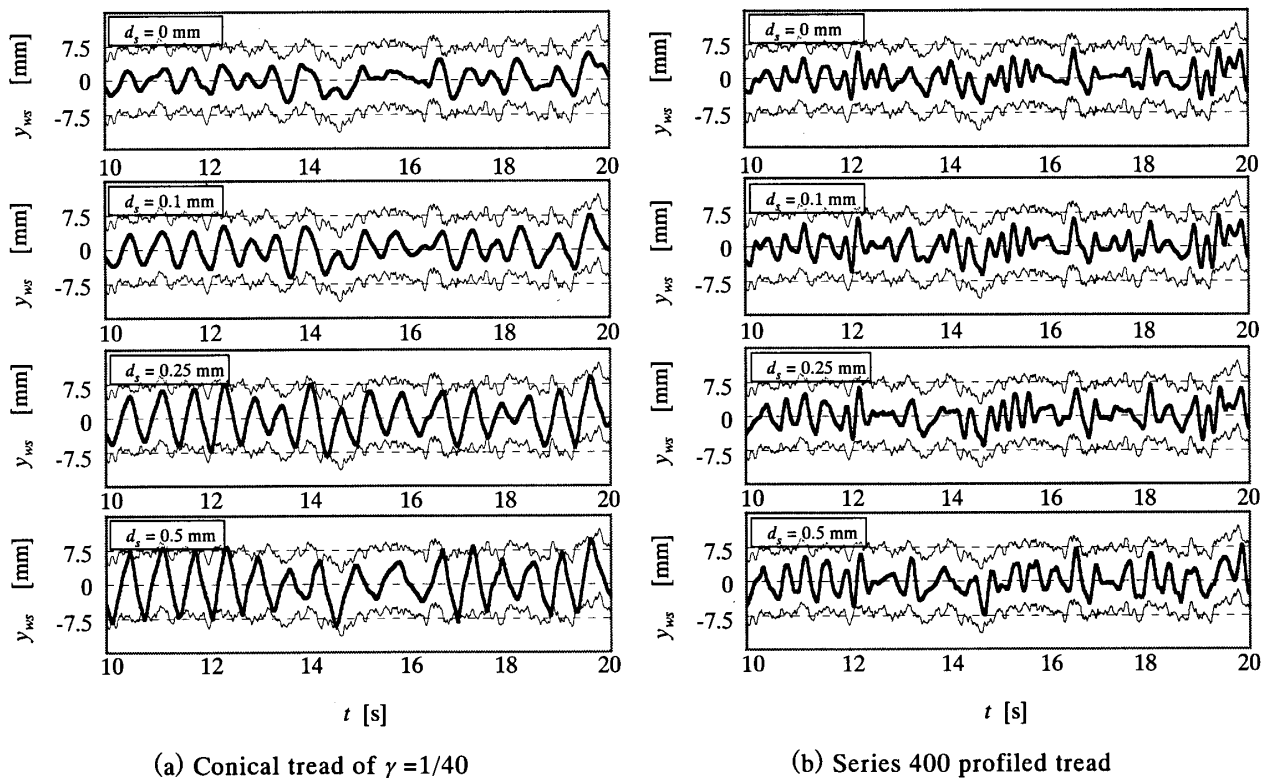


Fig.10 Wheelset motion under lateral track irregularity

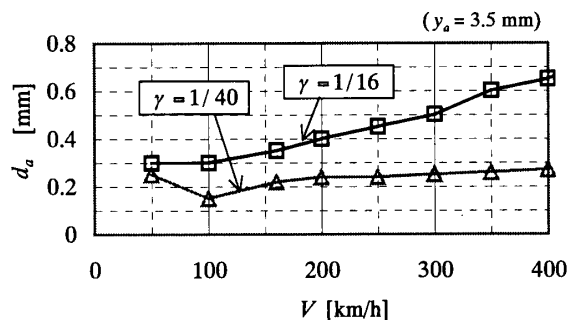
円すい、円弧の両踏面ともに 0.1 mm までの遊間拡大であれば、一体車輪軸とほぼ同様の挙動を示している。

遊間が $d_s = 0.25$ mm まで拡大すると、円すい踏面のほうでは振幅が増大し、フランジ接触の回数が増加する。一方、円弧踏面では、振幅の増大傾向は認められるもののフランジ接触までには至っていない。

さらに、遊間が $d_s = 0.5$ mm に拡大すると、円弧踏面でもフランジ接触が生じるようになる。しかし、振幅増大によるフランジ接触の傾向は円すい踏面においてより顕著である。

以上の結果から、こう配 1/40 の正規円すい踏面と有効こう配 1/16 の 400 系円弧踏面の両車輪ともに、遊間 d_s がごく小さい範囲に留まれば、一体車輪軸と同等な走行挙動を得ることは可能である。しかし、摩耗による遊間の拡大はフランジ接触を増大させる。この場合、有効こう配の大きい円弧踏面のほうで遊間拡大の影響を受けにくいことが示される。

次に、走行速度ごとに、リミットサイクルの振幅 y_{LC} がある大きさ y_a を越えないような車輪・車軸間の遊間の大きさ d_a を考える。ここでは、フランジ遊間 $\Delta = 7$ mm の半分に相当する 3.5 mm を y_a とし、

Fig.11 Allowable clearance d_a for keeping the limit cycle amplitude less than $y_a = 3.5$ mm

踏面こう配 γ が 1/40 および 1/16 の二つの場合を比較して、遊間 d_a の大きさを図 11 に示す。この図から、 $\gamma = 1/40$ の場合、車輪・車軸間の遊間が 0.1 mm 以内であれば、400 km/h までの速度域でリミットサイクルの振幅 y_{LC} を 3.5 mm 以内に留めることが期待される。また、 $\gamma = 1/16$ の場合も、0.25 mm までの遊間であれば、同じことが期待される。ここでは、 y_{LC} が 3.5 mm を越えないためのすき間 d_a は、速度の向上によりむしろ大きくなることが示される。この図にも示されるように、有効こう配の大きい円弧踏面のほうがより大きな車輪・車軸間の遊間を許容することができると言える。

5. 結 言

本研究では、車輪・車軸間の回転方向に遊間がある鉄道車輪軸のモデル化を行い、固有値解析及び数値シミュレーションにより、以下の結果が得られた。

- (1) 遊間の存在はリミットサイクル振動を発生させる。遊間の拡大は振幅を増大させフランジ接触さらには不安定化の傾向を増大させる。
- (2) 遊間の存在によって発生するリミットサイクル振動は、一体車輪軸と独立車輪軸の挙動が混在することに起因する。
- (3) 車輪・車軸間の遊間がごく小さい範囲に留まれば、軌道不整の存在下でも一体車輪軸とほぼ同等の走行挙動となる。そこでは、車輪の踏面こう配が大きいほど遊間の拡大を許容する。すなわち、有効こう配の大きい円弧踏面車輪が有利である。

本研究を進めるにあたり、(財)鉄道総合技術研究所の小田和裕氏、藤田豊志氏から有益な討論をいただいたことを記し、感謝の意を表する。

文 献

- (1) 小田和裕, 軌間可変電車の全体計画, 鉄道総研報告, 14-10 (2000), 7-12.
- (2) 高尾喜久雄・潤賀健一, 軌間可変試験電車の概要, 鉄道総研報告, 14-10 (2000), 13-18.
- (3) 徳田憲暁・藤田豊志・他6名, 軌間可変台車の開発, 鉄道総研報告, 14-10 (2000), 19-24.
- (4) 日本機械学会編, 鉄道車両のダイナミクス, 1994, 20-29
- (5) The MATH WORKS Inc, *Using SIMULINK* (1996), 3.2-4.36, The MATH WORKS INC.
- (6) 谷藤克也・吉岡博・宮下智, 生成軌道不整形を用いた振動乗り心地の予測, 機論, 56-523, C(1990), 574-581.

付 録

本研究で用いた代表的な諸元値を次に示す。

車体質量 : 22 t, 台車質量 : 3.6 t
 車輪軸質量 : 2.41 t, 車輪質量 : 0.5 t
 車体のヨーイング慣性半径 : 6.5 m
 台車のヨーイング慣性半径 : 0.78 m
 車輪軸のヨーイング慣性半径 : 0.75 m
 車輪のピッチング慣性半径 : 0.35 m
 車体のローリング慣性半径 : 1.5 m
 台車のローリング慣性半径 : 0.6 m
 軸箱前後剛性 : 3 000 kN/m
 軸箱左右剛性 : 10 000 kN/m
 空気ばね前後剛性 : 200 kN/m
 空気ばね左右剛性 : 200 kN/m
 空気ばね上下剛性 : 400 kN/m
 左右動ダンパの減衰係数 : 60 kN・s/m
 空気ばねの上下減衰係数 : 20 kN・s/m
 車輪軸・台車間上下剛性 : 1 000 kN/m
 車輪軸・台車間上下減衰係数 : 40 kN・s/m
 ヨーダンパの減衰係数 : 600 kN・s/m
 ヨーダンパの取付け部の剛性 : 7 000 kN/m
 レールの有効剛性 : 1.96×10^4 kN/m
 車輪・レール接触点間距離 : 1.5 m
 軸ばね左右取付け間隔 : 2.1 m
 空気ばね左右取付け間隔 : 1.6 m
 ヨーダンパ左右取付け間隔 : 2.2 m
 車輪軸左右フランジ間隔 : 1.2 m
 空気ばね中心からの車体重心高さ : 0.467 m
 台車重心からの空気ばね中心高さ : 0.32 m
 車輪軸重心からの空気ばね中心高さ : 0.06 m
 車体床面からの車体重心高さ : 0.3 m
 台車内車輪軸間距離 : 2.2 m
 台車中心間距離 : 14.1 m
 中立位置での車輪半径 : 0.43 m
 車軸中心からのスプライン中心位置距離 : 0.1 m
 縦クリープ係数 (線形) : 10 400
 横クリープ係数 (線形) : 8 830