

## 柔軟ビーム磁気浮上系の受動性にもとづく制御\*

(安定性解析と実験による検証)

清水年美<sup>\*1</sup>, 佐々木 実<sup>\*2</sup>

### Non-Linear Control of a Magnetic Levitation System of a Flexible Beam Based on Passivity (Stability Analysis and Experiment)

Toshimi SHIMIZU<sup>\*3</sup> and Minoru SASAKI

<sup>\*3</sup> Graduate School of Science and Technology, Niigata University,  
8050 Ikarashi-nincho, Niigata-shi, Niigata, 950-2181 Japan

This paper presents a non-linear control for a magnetic levitation system of a flexible object based on passivity of the system. There are many researches on a passivity-based controller for the flexible manipulators. In these researches, controllers are designed without approximating flexible links into finite order model by truncating higher order vibration modes and linearizing non-linear terms in a neighborhood of an equilibrium point. Such linear finite controllers do not cause spillover phenomena and make wide operating area. In this paper, the magnetic levitation system is divided into two subsystems: an electrical subsystem and a mechanical subsystem. The controller for each subsystem is designed independently based on passivity. The dynamics of the flexible object are fully addressed and the results are valid for large deviations from equilibrium. The obtained controller does not need current feedback for the electrical subsystem and consists of position, velocity and deflection rate feedback for the mechanical subsystem. It ensures asymptotic stability of the position trajectory and suppression of the elastic vibration. To illustrate the validity of our controller, some experimentals are carried out.

**Key Words:** Magnetic Levitation, Flexible Beam, Passivity, Nonlinear, PDS Control

#### 1. はじめに

磁気浮上技術は磁気浮上鉄道, 磁気軸受などの分野で広く用いられている実用的な技術である。磁気浮上系を対象とした最近の研究では, 浮上自体を目的とする研究から, 高精度化, ロバスト安定化, 外乱抑制<sup>(1)</sup>を目指した研究が中心になっている。また, 電流と磁束を用いて浮上対象物体の位置を推定し, 位置センサレスを目指したセルフセンシング方式の磁気浮上系に関する研究<sup>(2)</sup>も盛んに行われている。

一方, 搬送システムや塗装システムでは柔軟物体に対する磁気浮上が要求されてきている。柔軟物体の運動方程式は偏微分方程式で表されるため, 柔軟物体は無限個の自由度を持つ。このようなシステムのコントローラを設計, 実装するためには, (1) 無限次元コントローラを設計し, 得られた無限次元コントローラを有限次元化する, (2) 無限次元モデルを有限次元化し

て, 得られた有限次元モデルに対して有限次元コントローラを設計する, のどちらかの方法を用いて有限次元コントローラを導出する<sup>(3)</sup>。押野谷らや佐々木らは柔軟物体をモード展開して高次モードを打ち切ることによって無限次元モデルを有限次元化して, 最適線形制御<sup>(4)</sup>や外乱オブザーバとLQG制御<sup>(5)</sup>を適用した。さらに, これらの研究では柔軟物体に対する磁気浮上系のダイナミクスは平衡点近傍で線形近似される。このような場合, 非線形の影響により安定範囲を大きく取れないばかりでなく, 高次モードを打ち切ったことによるスピルオーバーが発生し, 制御性能を劣化させるものと考えられる。

近年では, 一部の分布定数系に対しても受動性が成立することが次第に明らかにされてきており, 特にフレキシブルマニピュレータの分野で受動性にもとづくコントローラの設計が盛んに行われている。この設計法では, エネルギーの整形とダンピングの挿入により閉ループ系のストレージ関数を構築し, 閉ループ系のストレージ関数が同時にリアプノフ関数となるように

\* 原稿受付 2002年12月9日。

\*<sup>1</sup> 正員, 新潟大学大学院自然科学研究科(☎950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。\*<sup>2</sup> 正員, 岐阜大学工学部機械システム工学科(☎501-1193 岐阜市柳戸1-1)。

E-mail: toshimi@bc.niigata-u.ac.jp

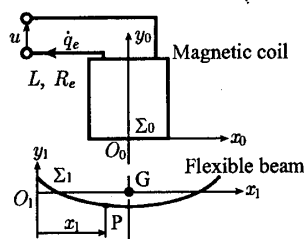


Fig. 1 Magnetic levitation system for a flexible beam.

制御入力を決定する<sup>(6)</sup>。この設計法では有限次元化の必要もなく、また線形化の必要もないため、従来のコントローラよりもより良い制御性能が得られると考えられる。そこで、本研究では柔軟ビーム磁気浮上系が有する受動性に注目し、これにもとづくコントローラを設計する。これにより、非線形かつコントローラ設計に有限次元近似を必要としない直接実装可能なコントローラを得ることができるものと期待できる。著者らはすでに柔軟ビームを対象とした磁気浮上系に対する受動性に基づくコントローラを導出し、数値シミュレーションによりその有効性を示した<sup>(7)</sup>。本論文では、そこで得られたコントローラの安定性の理論的な証明を与え、さらに実験での有効性を検討する。

## 2. モデリング

本研究では図1に示すような、柔軟ビーム磁気浮上系を考える。柔軟ビームの長さを  $l$ 、線密度を  $\rho$ 、曲げ剛性を  $EI$ 、質量を  $m = \rho l$  とする。電磁石に印加する電圧を  $u$ 、電磁石を流れる電流を  $\dot{q}_e$ 、電磁石のインダクタンスと抵抗をそれぞれ  $L, R_e$  とする。

**2.1 座標系の設定と柔軟ビームの運動の記述** 柔軟ビーム磁気浮上系では、柔軟ビームの運動は垂直軸方向の並進運動と弾性振動が組み合わさったものとして記述できる。そこで、以下の2つの座標系を設定して柔軟ビームの運動を記述する。

**基準座標系  $\Sigma_0$**  電磁石下端面に設定される、運動を行わない固定座標系。座標系原点は電磁石下端面に設定され、 $x_0$  軸は水平方向に、 $y_0$  軸は電磁石の中心を通り鉛直上向きを正として設定される。

**ビーム座標系  $\Sigma_1$**  柔軟ビームの向かって左端に設定される、柔軟ビームとともに運動を行う動座標系。座標系原点は柔軟ビームの中立軸上に設定され、 $x_1$  軸は変形前の柔軟ビームの中立軸に沿って、 $y_1$  軸は鉛直上向きを正として設定される。

柔軟ビームは電磁力により  $y_0$  方向のみの並進運動を行い、 $x_0$  軸方向の並進運動、および各軸周りの回転運動を行わないと仮定する。また、柔軟ビームはベ

ルヌーイ・オイラーの仮定が満たされる、両端自由はりとしてモデル化する。さらに、柔軟ビームの弾性振動は垂直軸方向の並進運動に比べて小さいとする。また、ビーム座標系  $\Sigma_1$  の原点から距離  $x_1$  だけ離れた柔軟ビーム上の点を  $P$  とし、点  $P$  における柔軟ビームの弾性変位を  $w(x_1, t)$  で表す。

**2.2 基準座標系で観測した柔軟ビームのエネルギー** 柔軟ビーム磁気浮上系の支配方程式をハミルトンの原理にもとづいて導出するため、柔軟ビーム磁気浮上系が有するエネルギーを導出する。まず、基準座標系  $\Sigma_0$  で観測した柔軟ビームの運動エネルギー  $K_b$  は以下のように書ける。

$$K_b = \frac{1}{2} \int_0^l \rho \{ \dot{y}_0 + \dot{w}(x_1, t) \}^2 dx_1 \quad (1)$$

また、柔軟ビームの弾性ひずみエネルギー  $V_b$  は次式で与えられる。

$$V_b = \int_0^l \frac{1}{2} EI \left\{ \frac{\partial^2 w(x_1, t)}{\partial x_1^2} \right\}^2 dx_1 \quad (2)$$

柔軟ビームの重力に関するポテンシャルエネルギー  $V_g$  は、電磁石のインダクタンス  $L$  が  $y_0 + w \rightarrow c_2$  のとき  $L \rightarrow \infty$  となることを考慮して次式のように与える。

$$V_g = - \int_0^l \rho g \{ c_2 - y_0 - w(x_1, t) \} dx_1 \quad (3)$$

ここで、 $c_2$  は電磁石のギャップ定数で、 $g > 0$  は重力加速度定数である。

**2.3 電気系のエネルギー** 柔軟ビーム磁気浮上系では柔軟ビーム上の各点  $P$  に対して電磁力が働くため、柔軟ビーム表面を通過する磁束は  $x_1$  軸方向の分布を持つものと考えられる。そこで、 $x_1$  軸方向の磁束の分布  $\hat{\phi}$  が  $y_0$  と  $w(x_1, t)$  の関数として

$$\hat{\phi}(y_0, w) = \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w} \delta \left( x_1 - \frac{l}{2} \right) \dot{q}_e \quad (4)$$

として表されるとし、柔軟ビーム磁気浮上系の電気系のエネルギー  $T_e$  が次式で与えられるものと仮定する。

$$\begin{aligned} T_e(y_0, w, \dot{q}_e, x_1) &= \int_0^l \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w} \dot{q}_e^2 \delta \left( x_1 - \frac{l}{2} \right) dx_1 \\ &= \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_h} \dot{q}_e^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$\delta(\cdot)$  はデルタ関数で、 $c_1$  はインダクタンス定数である。漏れ磁束は無視し、 $w_h(t) = w(l/2, t)$  である。

電磁石の入力電圧  $u$  によって電気系に蓄えられる仮想エネルギーと電磁石の内部抵抗により消費される仮想エネルギーの和  $\delta W$  は仮想仕事の原理より次式で与えられる。

$$\delta W = u \delta q_e - R_e \dot{q}_e \delta q_e \quad (6)$$

2.4 運動方程式の導出 ハミルトンの原理より柔軟ビーム磁気浮上系が行う運動は、

$$\delta I = \int_{t_1}^{t_2} \delta (K_b + T_e - V_g - V_b + W) dt = 0 \quad (7)$$

を満たす方程式で与えられる。ここで、 $\delta W$  は (6) 式で定義された仮想仕事である。

(7) 式の変分を計算すると、柔軟ビーム磁気浮上系の支配方程式

$$m\ddot{y}_0 + mg - \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_h)^2} \dot{q}_e^2 = 0 \quad (8)$$

$$\rho \{ \ddot{y}_0 + \ddot{w}(x_1, t) \} + \rho g + EI \frac{\partial^4 w(x_1, t)}{\partial x_1^4} - \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w)^2} \dot{q}_e^2 \delta \left( x_1 - \frac{l}{2} \right) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_h} \ddot{q}_e + \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_h)^2} \dot{q}_e (\dot{y}_0 + \dot{w}_h) + R_e \dot{q}_e = u \quad (10)$$

と境界条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial x_1^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x_1^2} = 0, \\ \frac{\partial^3 w(l, t)}{\partial x_1^3} = 0, \quad \frac{\partial^3 w(0, t)}{\partial x_1^3} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

を得る。式 (8) から (10) はそれぞれ柔軟ビームの剛体モードの運動方程式、弾性方程式、および電気系の回路方程式であり、式 (11) の第 1 式から第 4 式はそれぞれ、 $x_1 = l$  における曲げモーメントの境界条件、 $x_1 = 0$  における曲げモーメントの境界条件、 $x_1 = l$  におけるせん断力の境界条件、 $x_1 = 0$  におけるせん断力の境界条件である。また、柔軟ビームの剛体モードの運動方程式と弾性方程式は基準座標系  $\Sigma_0$  で観測したときの方程式であり、さらに、剛体モードと弾性モードに分解されているので、 $w(x_1, t)$  には 0 次モードが含まれないことに注意する。

このとき、電気系サブシステムに対して以下の命題が成り立つ。

命題 1 電気系サブシステム (10) は入力を  $\bar{u}$ 、出力を  $\bar{q}$  とするとき、受動的な写像

$$S_1 : \bar{u} \mapsto \bar{q} \quad (12)$$

を定義する。ここで、

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u \\ -\dot{y}_0 - \dot{w}_h \end{bmatrix}, \quad \bar{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ f_{\text{mag}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

であり、 $f_{\text{mag}}$  は柔軟ビームの中心に作用する電磁力

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_h)^2} \dot{q}_e^2 \quad (14)$$

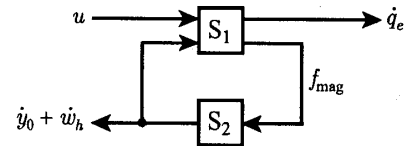


Fig. 2 Decompose the magnetic levitation system for a flexible beam into the subsystems.

である。

また、機械系サブシステムに対して以下の命題が成り立つ。

命題 2 機械系サブシステム (8), (9) は入力を  $f_{\text{mag}}$ 、出力を  $\dot{y}_0 + \dot{w}_h$  とするとき、受動的な写像

$$S_2 : f_{\text{mag}} \rightarrow \dot{y}_0 + \dot{w}_h \quad (15)$$

を定義する。

これらより、電気系サブシステムと機械系サブシステムはともに受動系であり、全体の系は 2 つのサブシステムを電磁力  $f_{\text{mag}}$  と柔軟ビームの中心の速度  $\dot{y}_0 + \dot{w}_h$  を用いて、図 2 のようにフィードバック結合したシステムと見なすことができる。ここで、機械系サブシステムに注目すると、その受動性により、電磁力  $f_{\text{mag}}$  を用いて柔軟ビーム中心の速度  $\dot{y}_0 + \dot{w}_h$  を制御することは容易であると結論付けられる。一方、電気系サブシステムでは、入力電圧  $u$  から電磁石の電流  $\dot{q}_e$  までの受動性が成り立たないため、入力電圧  $u$  によって電磁石の電流  $\dot{q}_e$  を制御するには工夫が必要である。

### 3. コントローラ設計

文献<sup>(8)</sup>では剛体球磁気浮上系に対し、電気系サブシステムを磁束  $\phi$  を用いて表すことで、入力電圧  $u$  から磁束  $\phi$  までの受動性が示され、この結果より電気系と機械系サブシステムのコントローラを独立に設計できることを示した。このことより、柔軟ビーム磁気浮上系に対しても電気系サブシステムを磁束を用いて表すことで、電気系が入力電圧から磁束までの受動性を有することを示す。この結果よりそれぞれのサブシステムに対して独立にコントローラを設計する。

3.1 支配方程式を磁束を用いて表現 式 (4) より柔軟ビームの磁束  $\phi$  は次式で与えられる。

$$\phi = \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_h} \dot{q}_e \quad (16)$$

また、電磁力は式 (14) で与えられるので、電磁力は磁束  $\phi$  を用いて

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2c_1} \phi^2 \quad (17)$$

と書ける。磁束  $\phi$  を用いると系の支配方程式は

$$\dot{\phi} = -R_e \frac{c_2 - y_0 - w_h}{c_1} \phi + u \quad (18)$$

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2c_1} \phi^2 \quad (19)$$

$$m\ddot{y}_0 + mg - f_{\text{mag}} = 0 \quad (20)$$

$$\rho(\ddot{y}_0 + \ddot{w}) + \rho g + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - f_{\text{mag}} \delta \left( x_1 - \frac{l}{2} \right) = 0 \quad (21)$$

と書き直すことができる。このとき、得られた電気系サブシステムに対して以下の命題が成立する。

**命題 3** 磁束を用いて表した電気系サブシステム (18) は入力を電磁石への印加電圧  $u$ 、出力を磁束  $\phi$  とする出力強受動的な写像

$$S_1^l : u \mapsto \phi \quad (22)$$

を定義する。

この結果より、電気系サブシステムに対しては電磁石への印加電圧  $u$  を用いて磁束  $\phi$  を制御することは容易であるといえる。従って、電気系サブシステムと機械系サブシステムに対して独立に安定なコントローラを設計することで系全体を安定化するコントローラを得ることができるものと期待される。

**3.2 電気系サブシステムのコントローラ** 電気系サブシステムに対するコントローラは、文献<sup>(8)</sup>で示した方法を用いて導出する。すなわち、

1. 目標の電磁力  $f_{\text{mag}d}$  に追従するような目標磁束  $\phi_d$  を計算し、
2. 目標磁束を実現するような電磁石への入力電圧  $u$  を決定する。

このとき、電気系サブシステムの閉ループ系が受動系となるようにコントローラを設計する。このためにまず、電気系サブシステムの閉ループ系の目標のステージ関数を

$$H_d = \frac{1}{2} \tilde{\phi}^2 \quad (23)$$

とする。 $\tilde{\phi} = \phi - \phi_d$  は磁束誤差で、 $\phi_d$  は機械系サブシステムを整定させるために必要な電磁力を発生させる目標磁束である。いま、電磁石への印加電圧  $u$  を

$$u = \dot{\phi}_d + \frac{R_e}{c_1} (c_2 - y_0 - w_h) \phi_d + v \quad (24)$$

とおくと、電気系サブシステムの閉ループ系はステージ関数を (23) とする受動系になり、さらに新しく定義された入力  $v$  が恒等的に 0 である場合には  $t \rightarrow \infty$  のときに  $\tilde{\phi} \rightarrow 0$  となることを示すことができる。

次に目標磁束  $\phi_d$  を決定する。いま、電磁力  $f_{\text{mag}}$  は目標磁束  $\phi_d$  を使って以下のように書ける。

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2c_1} \left\{ \phi_d^2 + \tilde{\phi} (\tilde{\phi} + 2\phi_d) \right\} \quad (25)$$

ここで、 $t \rightarrow \infty$  のとき  $\tilde{\phi} \rightarrow 0$  となることより、目標磁束  $\phi_d$  を

$$f_{\text{mag}d} = \frac{1}{2c_1} \phi_d^2 \quad (26)$$

の解として決定する。ここで、 $f_{\text{mag}d}$  は柔軟ビームの質量中心を目標軌道に追従させ、なおかつ柔軟ビームの振動を抑制するような電磁力の目標値である。これより、 $\phi_d$  とその時間微分は以下ようになる。

$$\phi_d = \sqrt{2c_1 f_{\text{mag}d}}, \quad \dot{\phi}_d = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2c_1}}{\sqrt{f_{\text{mag}d}}} \dot{f}_{\text{mag}d} \quad (27)$$

ただし、負の解は用いない。これを電気系サブシステムのコントローラ (24) に代入すると、

$$u = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2c_1}{f_{\text{mag}d}}} \dot{f}_{\text{mag}d} + R_e (c_2 - y_0 - w_h) \sqrt{\frac{2f_{\text{mag}d}}{c_1}} + v \quad (28)$$

となる。

**3.3 機械系サブシステムのコントローラ** 機械系サブシステムのコントローラでは、目標軌道に追従させ、かつ、弾性振動を抑制するような電磁力  $f_{\text{mag}d}$  を決定する。

機械系サブシステムのコントローラは経験的に次式で表されるものを考える。

$$f_{\text{mag}} = m\ddot{y}_0 + mg - K_d s - \gamma K_d \dot{w}_h(t) \quad (29)$$

ここで、

$$\begin{aligned} s &= \dot{y}_0 - \dot{y}_{0d} + \lambda_1 (y_0 - y_{0*}) \\ &= \dot{\tilde{y}}_0 + \lambda_1 \tilde{y}_0 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\dot{y}_{0r} = \dot{y}_{0d} - \lambda_1 (y_0 - y_{0d}) \quad (31)$$

であり、 $\gamma, K_d, \lambda_1 > 0$  はゲイン、 $y_{0d}$  は目標軌道、 $\tilde{y}_0 = y_0 - y_{0d}$  は軌道誤差である。コントローラ (29) を用いて機械系サブシステムの閉ループ系を求めると、

$$m\dot{s} + K_d s + \gamma K_d \dot{w}_h(t) = 0 \quad (32)$$

を得る。このとき、以下の命題が成立する。

**命題 4** 得られたコントローラ (29) は機械系サブシステムを漸近安定化し、 $t \rightarrow \infty$  の極限で

$$\begin{aligned} y_0 - y_{0d} &= 0, & \dot{y}_0 - \dot{y}_{0d} &= 0, \\ w - w^0 &= 0, & \dot{w} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

となる。ここで、 $w^0$  は

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = mg \delta(x_1 - l/2) - \rho g \quad (34)$$

を満たす、平衡状態における柔軟ビームのたわみである。

証明 1 リアプノフ関数の候補として、関数

$$V = \frac{1}{2}ms^2 + \gamma \int_0^l \frac{1}{2}\rho\dot{w}^2 dx_1 + \gamma \int_0^l \frac{1}{2}EI \left\{ \frac{\partial^2(w-w^0)}{\partial x_1^2} \right\}^2 dx_1 \quad (35)$$

を考える。ここで、各項はすべて正であるので、関数  $V$  が 0 となるのは、(1)  $\dot{y}_0 = 0$  のときかつ、(2)  $\dot{y}_0 = 0$  のときかつ、(3)  $\dot{w} = 0$  のときかつ、(4)  $\tilde{w} = w - w^0 = 0$  のときのみである。したがって、関数  $V$  は目標値で唯一の最小値  $V = 0$  を取る正定値関数となり、リアプノフ関数の候補としてふさわしい。式 (35) を機械系サブシステムに沿って時間微分すると、以下のようになる。

$$\dot{V} = ms\dot{s} + \gamma \int_0^l \rho\dot{w}\ddot{w} dx_1 + \gamma \int_0^l EI \frac{\partial^2\tilde{w}}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2\dot{\tilde{w}}}{\partial x_1^2} dx_1 \quad (36)$$

上式第 3 項目は 2 回部分積分して境界条件を用い、 $\dot{\tilde{w}} = \dot{w}$  であることを用いて整理し、 $\dot{w}$  が柔軟ビームの中立軸に沿ったビーム座標系で観測されているので、

$$\int_0^l \rho\dot{w} dx_1 = 0 \quad (37)$$

となることを利用すると次式を得る。

$$\dot{V} = -K_d(s + \gamma\dot{w}_h)^2 + \gamma m\ddot{y}_0\dot{w}_h \quad (38)$$

ここで、 $K_d$ 、 $\gamma$  を適切に設定し、また柔軟ビームの質量  $m$  があまり大きくなければ、上式は第 1 項目が支配的となり、

$$\dot{V} = -K_d(s + \gamma\dot{w}_h)^2 \leq 0 \quad (39)$$

とすることができる。 $\gamma$  を任意に決めることができるので、上式で  $\dot{V} = 0$  となるのは  $s = 0$ 、 $\dot{w}_h = 0$  のときとなる。ただし、このときでも  $w$  は任意の値を取ることができることに注意する。また、 $\dot{w}_h = 0$  の条件は柔軟ビームの中心のみの速度が 0 になることを示しており、柔軟ビームの全長にわたって 0 になることを示していない。ところが、柔軟ビームには、電磁力が柔軟ビームの中心に集中荷重として作用すると仮定しているため、奇数次のモードしか励起されないと考えることができる。したがって、柔軟ビームの中心の速度が 0 であれば、柔軟ビームの全長にわたって速度が 0 であると考えることができる。また、 $w \neq w^0$  のときには  $\dot{w} = 0$  に留まることができないため、機械系サブシステムの最大不変集合は点  $(s, w, \dot{w}) = (0, w^0, 0)$  のみからなる。ゆえにラサールの定理を適用すれば

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w = w^0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{w} = 0 \quad (40)$$

を得る。よって、閉ループ系の漸近安定が示された。

以上の結果をまとめれば、電気系サブシステムに対するコントローラ (28) と、柔軟ビームの中心のたわみ速度フィードバックを用いた機械系サブシステムに対するコントローラ (29) を組み合わせることにより、目標軌道に追従し、なおかつ弾性振動を抑制することができる。

## 4. 実験

4.1 コントローラの実装 (29) 式で与えられるコントローラは剛体変位と柔軟ビームのたわみ速度を別個に測定する必要がある。柔軟ビームのたわみは、通常ひずみゲージを用いて測定されるが、本研究では電磁力を利用しているために渦電流が発生し、ひずみゲージによる測定ができない。そこで、以下の仮定を設ける。

1. 柔軟ビームの中心のたわみ  $w_h$  は  $y_0$  に比べて十分小さく、 $y_0 + w_h \approx y_0$  とすることができる。
2. たわみ速度フィードバックゲイン  $\gamma$  は  $\gamma K_d = K_d + m\lambda_1$  となるように設定する。

これらの仮定のもとで、コントローラ (29) は以下のように近似できる。

$$f_{\text{mag}a} \approx m\{\ddot{y}_{0d} - \lambda_1(\dot{y}_0 + \dot{w}_h - \dot{y}_{0d})\} + mg - K_d\{\dot{y}_0 + \dot{w}_h - \dot{y}_{0d} + \lambda_1(y_0 + w_h - y_{0d})\} \quad (41)$$

(41) 式の第 3 項目に注目すると、これは  $y_0 + w_h$  に関する PD フィードバックになっており、受動性にもとづくコントローラの従来得られる結果に一致している。

4.2 実験条件 柔軟ビームには表 1 で示される物理パラメータを持つアルミニウム製の平棒を用いる。アルミニウムは強磁性体ではないので電磁石によって吸引されないため、図 3 に示すように柔軟ビームの中心に鋼製の半球を取り付けた。また、これにより、柔軟ビームに作用する電磁力の分布がモデリングで仮定したデルタ関数になることが期待できる。

目標軌道は、基準座標系で観測された柔軟ビームの剛体変位  $y_0$  を与えるべきであるが、本研究で用いる実験装置では  $y_0 + w_h$  のみしか測定できないことを考慮して、 $y_0 + w_h$  の目標軌道を与える。 $y_0 + w_h$  の目標軌道は  $-12[\text{mm}]$  から  $-7[\text{mm}]$  までの浮上量  $5[\text{mm}]$  を  $2[\text{sec}]$  で移動する時間に関する 7 次の多項式による滑らかな軌道を用いる。位置と速度の初期値は  $(y_0 + w_h)(0) = -12[\text{mm}]$ 、 $(\dot{y}_0 + \dot{w}_h)(0) = 0[\text{m/sec}]$  とし、たわみに関しては、支持台に柔軟ビームを置い

Table. 1 Physical parameters of the flexible beam.

Parameter	Value	Unit
Length	1.0	[m]
Width	$10 \times 10^{-3}$	[m]
Height	$2 \times 10^{-3}$	[m]
Density	$2.698 \times 10^3$	[Kg/m <sup>3</sup> ]
Young's modulus	$7.03 \times 10^{10}$	[Pa]
Mass	$54.0 \times 10^{-3}$	[Kg]

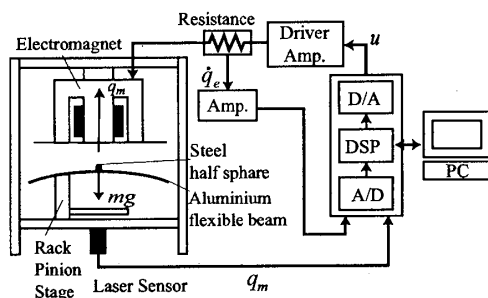
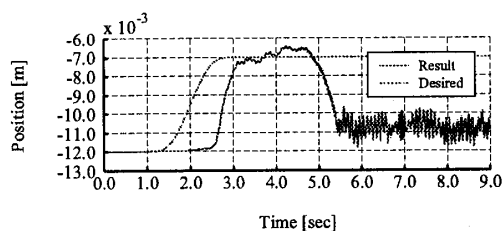


Fig. 3 Experimental system with a flexible beam.

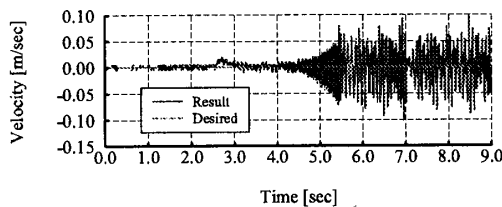
たときに自然に生じるたわみとした。制御開始時の電流値は制御入力初期値として5[V]を印加したときに電磁石を流れる電流値とした。コントローラはMATLAB/Simulinkで作成し、それをDSPにダウンロードすることで実装する。また、サンプリング時間は1[msec]とした。

**4.3 実験結果** 図4に実験結果を示す。実験で用いた機械系サブシステムに対するコントローラのゲインと電気系サブシステムに対するコントローラのパラメータは  $K_d = 0.35$ ,  $\lambda_1 = 140$ ,  $R_e = 4.20[\Omega]$ ,  $c_1 = 9.25 \times 10^{-5}[\text{Hm}]$ ,  $c_2 = 2.20 \times 10^{-3}[\text{m}]$  と設定した。図4より、制御開始から1.5[sec]ほどの遅れをともなって浮上が始まることが確認できる。また、若干の振動をともないながら、目標軌道の最終値に追従しようとするが、制御開始後4[sec]付近から45[Hz]の振動数を持つ3次モードの弾性振動が生じ、この影響により浮上を維持できなくなり、柔軟ビームが落下することが確認できる。

本研究で用いた電磁石は約20[Hz]に折点を持つローパス特性を有する。導出されたコントローラは機械系サブシステムの振動数が電気系サブシステムのバンド幅を超えると、その周波数成分に対しては十分な減衰が働かないため、3次モードの振動を減衰することができないと考えられる。また、機械系サブシステムのゲインを高くすると弾性振動が励起されやすくなるため、大きなゲインに設定することができず、目標電磁力の生成において位置フィードバックが強く働かず、浮上するまでに遅れが生じるものと考えられる。



(a) Position trajectory.



(b) Velocity trajectory.

Fig. 4 Experimental result without a phase lead compensator ( $K_d = 0.65, \lambda = 160$ ).

**4.4 位相進み補償器による改善** 導出されたコントローラは電磁石のローパス特性の影響により、高周波の振動を減衰することができない。そこで、制御電圧に位相進み補償を施し、高周波領域のゲインを回復させ、振動抑制性能を向上させることを試みる。試行錯誤によって40[Hz]に折点を持つ、次式で表される位相進み補償器を用いる。

$$G(s) = \frac{3.98 \times 10^{-3}s + 1}{1.0 \times 10^{-3}s + 1} \quad (42)$$

図5に位相進み補償器を付加したときの実験結果を示す。ゲインとパラメータは  $K_d = 0.65$ ,  $\lambda_1 = 160$ ,  $R_e = 4.20[\Omega]$ ,  $c_1 = 9.25 \times 10^{-5}[\text{Hm}]$ ,  $c_2 = 2.20 \times 10^{-3}[\text{m}]$  と設定した。位相進み補償を行った場合でも浮上を維持できなくなり柔軟ビームは落下するが、位相進み補償器を付加しない場合と比較して、(1) 制御開始時の遅れが改善される。(2) 落下までの時間が長くなる。(3) 落下の原因となる弾性振動が45[Hz]の3次モードから115[Hz]の5次モードに変化している。などの違いが見られる。これより、位相進み補償器を用いることで3次モードの弾性振動が抑制されることが確認できる。しかし、依然として5次モード以降は減衰されないため、これらの振動の影響により安定な浮上を維持できなくなると考えられる。これらの高次の弾性振動は速度信号に現れるノイズがPDフィードバックゲインにより増幅されるために励起されるものと考えられる。

図6に位相進み補償器を付加し、ゲインとパラメータを  $K_d = 0.35$ ,  $\lambda_1 = 140$ ,  $R_e = 4.15[\Omega]$ ,  $c_1 = 9.55 \times 10^{-5}[\text{Hm}]$ ,  $c_2 = 2.20 \times 10^{-3}[\text{m}]$  と、ゲインを低くして減衰を弱くしたときの実験結果を示す。この

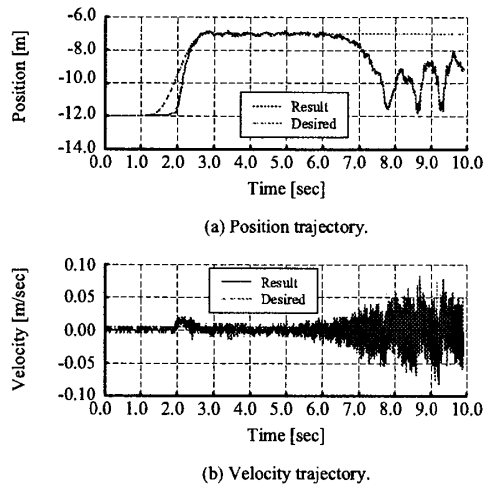


Fig. 5 Experimental result with a phase lead compensator ( $K_d = 0.65, \lambda = 160$ ).

場合、低周波の振動が多少残るが浮上は維持し続けることができる。これより、ゲインとパラメータを適切に調節することで安定浮上が可能であるといえる。

## 5. まとめ

本研究では柔軟ビーム磁気浮上系に対して、受動性をもとにした非線形コントローラの導出を行った。柔軟ビーム磁気浮上系に対しては、電気系サブシステムと機械系サブシステムを分離し、それぞれのサブシステムに対して独立にコントローラを設計することで安定な閉ループ系を得ることができた。また、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーに基づくリアプノフ関数を構築することで、得られたコントローラが系を漸近安定化することを理論的に証明した。さらに、実験を行い、以下の結果を得た。

1. 得られたコントローラでは電磁石のバンド幅よりも大きな周波数を持つ振動を減衰することができず、3次モードの弾性振動が現れ、浮上を維持できなくなるが、40[Hz]に折点を持つ位相進み補償器を施すことで3次モードの弾性振動を減衰させることができる。
2. ゲインを適切に設定することで、安定な浮上を実現できる。

これらより、本制御法は有効であるといえる。本論文で扱った磁気浮上系は、1個の電磁石で柔軟ビームを支持するため、柔軟ビームの回転運動を制御できない。そのため、実用化のさいには多点支持による磁気浮上系を考え、柔軟ビームの回転運動を制御する必要がある。

## 文 献

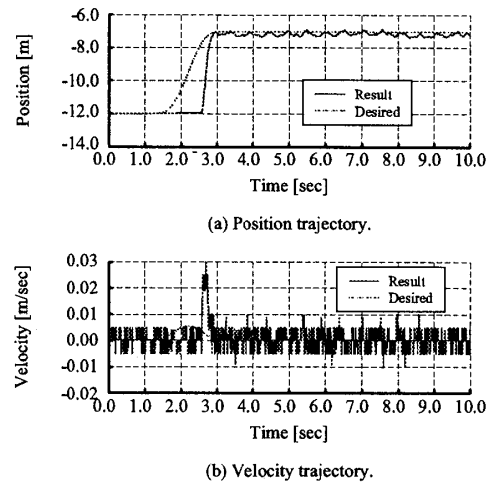


Fig. 6 Experimental result with a phase lead compensator ( $K_d = 0.35, \lambda = 140$ ).

- (1) 土井 智晴, 川谷 亮治, 矢田 敏夫, 2次安定化による磁気浮上系のロバスト制御, 第3回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集, (1993), 51-56.
- (2) H. Bleuler, D. Vischer, G. Schweitzer, A. Traxler and D. Zlatnik, New Concepts for Cost-effective Magnetic Bearing Control, *Automatica*, **30**-5(1994), 871-876.
- (3) 松野 文俊, 柔軟メカニカルシステムのダイナミクススペース制御-複雑なシステムの物理的本質をついた制御-, 計測と制御, **40**-6(2001), 417-425.
- (4) 長谷川 真也, 関原 孝宣, 押野谷 康雄, 石橋 一久, 磁気浮上鋼板の非接触位置決め制御 (電流フィードバックの適用), 第11回 MAGDA コンファレンス講演論文集, (2002), 197-200.
- (5) 佐々木 実, 小林 義光, 堀 康郎, 外乱オブザーバを用いた柔軟物体の磁気浮上搬送, 第11回 MAGDA コンファレンス講演論文集, (2002), 220-225.
- (6) 松野 文俊, 村田 和隆, 先端負荷をもった2リンク柔軟アームのPDS制御, システム制御情報学会論文誌, **14**-1(2001), 26-32.
- (7) 清水年美, 佐々木実, 柔軟ビーム磁気浮上系に対する受動性に基づく制御, システムインテグレーション部門講演会講演論文集, (2002), 333-334.
- (8) T. Shimizu and M. Sasaki, A Non-linear Control of A Magnetic Levitation System Based on Passivity, *Proc. of Intr. Conf. on Control, Automation and Systems*, CD-ROM(2002).