

二次元二物体把握系の安定性解析*

山田 貴孝^{*1}, 大場 利紀^{*2}, 山本 智哉^{*3}
三村 宣治^{*4}, 舟橋 康行^{*5}

Grasp Stability Analysis of Two Objects in Two Dimensions

Takayoshi YAMADA^{*6}, Toshinori Ooba, Tomoya YAMAMOTO,
Nobuharu MIMURA and Yasuyuki FUNAHASHI^{*6}Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

This paper analyzes grasp stability of two objects in two dimensions. In the previous researches on the grasp stability, the number of grasped objects is restricted to one. For efficiency of tasks, multiple objects had better been grasped and manipulated by a robot hand. In order to design stable grasp, grasp stability of multiple objects must be quantitatively evaluated. In case of two grasped objects in two dimensions, the number of parameters of object displacement is six. However, the displacement of the objects is constrained by each other, because the contact between the objects must be maintained. Independent parameters of the object displacement are provided and then finger displacement is derived. The grasp stability is evaluated from the viewpoint of the potential energy method. From numerical examples, the effect of curvature at contact point between two objects is demonstrated. The effect of this curvature stands for the feature of multiple objects.

Key Words: Grasp Stability, Multiple Objects, Rolling Contact, Sliding Contact, Multifingered Robot Hand

1. 結 論

多指ロボットハンドには器用で繊細な把握と操りを遂行する潜在的な能力がある。このハンドに先ず要求されることは、外乱が作用しても安定な把握を維持することである。ここで安定であるとは、外乱等により初期の力学的平衡状態から変位しても、その外乱の消散後には自然に元の把握状態に戻ることである。これを実現するために物体の形状に応じて適切に把握パラメータ(指先位置, 指先力, 指先位置の剛性など)を設計しなければならない。

Nguyen⁽⁷⁾は指を仮想的なばねでモデル化し、把握系の静的な安定性を解析した。安定性は把握系に蓄えられるポテンシャルエネルギーの二階微分であるヘッシアン(Hessian)の正定性により評価された。そのヘッシアンは剛性行列と呼ばれている。Montana⁽¹⁵⁾, HowardとKumar⁽⁴⁾, Rimonら^{(8),(9)}, Yamadaら⁽¹¹⁾は曲率の影響を考慮した。Mackawaら⁽⁶⁾, Shimoga⁽¹⁰⁾, Xiong

ら⁽¹⁴⁾はばねだけでなくさらに、質量, ダンパを考慮した動的システムとして定式化し、把握系の動的な安定性を考察している。しかし、把握物体の数は一つに限定されていた。

作業を効率的に遂行するためには、一つの多指ロボットハンドで複数の物体を同時に把握・操ることが必要となる。Haradaら⁽¹⁾~⁽³⁾は転がりを利用した複数物体の操り操作, 押し操作を考察した。Yoshikawaら⁽¹²⁾はパワーグラスプを扱った。Yuら⁽¹³⁾は力学的平衡条件を基にした指先力決定問題を扱った。しかし、これらの研究では把握系の安定性は扱われていない。

本論文では、複数物体を一つの多指ロボットハンドで把握する場合の最も基本的な問題として、二次元二物体把握系の安定性を解析する。物体が一つの場合、微小変位のパラメータ数は並進2と回転1の合計3である。二物体になると合計6になるが、接触を維持するという拘束条件より、物体の位置・姿勢変位に関する独立なパラメータ数は減少する。また、その拘束条件は摩擦の有無に依存する。まず、摩擦の有無に応じて物体の位置・姿勢変位の独立なパラメータの表現を与え、指先位置の微小変位を求める。指先位置の微小変位と指先力との関係は二次元仮想ばねのモデルで置き

* 原稿受付 2005年5月18日。

^{*1} 正員, 名古屋工業大学工学部(☎466-8555 名古屋市昭和区御器所町)。^{*2} 名古屋工業大学大学院生産システム工学専攻 [現:(株)デンソー]。^{*3} 名古屋工業大学大学院機能工学専攻。^{*4} 正員, 新潟大学工学部(☎950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。^{*5} 正員, 中京大学生命システム工学部(☎470-0393 豊田市貝津町床立101)。

E-mail: yamada.takayoshi@nitech.ac.jp

換え、把握系に蓄えられるポテンシャルエネルギーの観点(11)から、把握系の安定性を解析する。そして、把握パラメータが安定性に与える効果を明らかにする。数値例を用いて、二つの物体同士の接触点の曲率の効果を明らかにする。この曲率の効果が複数物体の特徴を示している。

また、本論文では摩擦が有る場合と無い場合を扱う。摩擦が有る場合とは、摩擦が十分に大きく、物体および指先は互いに滑ることなく転がる。摩擦が無い場合とは、摩擦係数が零であり、物体および指先は互いに自由に滑る。氷や石鹸を把握する場合、摩擦は非常に少ない。このような場合に対応するため、摩擦が無い場合の把握系の安定性を解析することが必要となる。また、摩擦が無い場合の解析結果を用いて把握系を設計しておけば、摩擦に依存することなく把握系の安定性を保証できる。

2. 問題の設定

2.1 仮定 図1に示すように、二次元平面内で二つの物体を多指ロボットハンドにより把握している場合を考える。この把握系の安定性を解析する。問題を明確にするため、次の仮定を設定する。

- (A1) 物体および指先は剛体である。
- (A2) 接触点は一点接触である。
- (A3) 接触点の位置、法線、曲率は既知である。
- (A4) 初期把握状態は力学的に平衡している。
- (A5) 外乱による物体の位置・姿勢変位は微小である。
- (A6) 各指先の位置変位は微小であり、変位と反力との関係は二次元直交ばねで置き換えられる。

仮定(A6)は指先の回転ばねの効果が並進ばねの効果に比べて小さいこと、指先の回転変位は並進変位にくく比べ微小であり無視できることを意味している(11)。具体的には、(i)関節数が十分に多いハンドで指先が回転しないように制御した場合、(ii)指が直交関節で構成されている場合がある。指先が回転する一般的な場合については今後の課題とする。

2.2 記号 図1に示す、次の座標系を用いて解析する。

- Σ_b : 基準座標系
- Σ_{oi} : 第*i*物体に固定された物体座標系
- Σ_c : 二つの物体の接触点に設定された接触点座標系
- Σ_{coi} : 二つの物体の接触点近傍の第*i*物体の曲率中心に固定した物体座標系。

Σ_{cij} : 第*j*指に接触する第*i*物体の接触点曲率中心に固定した座標系

Σ_{fij} : 第*i*物体に接触する第*j*指の接触点に固定した指先座標系

接触点位置、接触法線、接触点での曲率を次のように表記する。

${}^{oi}c_{coi}$: 座標系 Σ_{oi} で表わした二物体の接触点位置
 ${}^{oi}c_{cij}$: 座標系 Σ_{oi} で表わした第*j*指との接触点位置
 ${}^{oi}n_{coi}$: 接触点 ${}^{oi}c_{coi}$ における、座標系 Σ_{oi} で表わした外向き法線ベクトル

${}^{oi}n_{cij}$: 接触点 ${}^{oi}c_{cij}$ における、座標系 Σ_{oi} で表わした外向き法線ベクトル

κ_{coi} : 接触点位置 ${}^{oi}c_{coi}$ 近傍の物体の曲率

κ_{cij} : 接触点位置 ${}^{oi}c_{cij}$ 近傍の物体の曲率

κ_{fij} : 接触点近傍の指先の曲率

座標系の位置・姿勢は次の同次変換行列を用いて表わすことができる。

$${}^{oi}T_{coi} = \begin{bmatrix} {}^{oi}R_{coi} & | & {}^{oi}p_{coi} \\ \hline 0 & & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^{oi}T_{cij} = \begin{bmatrix} {}^{oi}R_{cij} & | & {}^{oi}p_{cij} \\ \hline 0 & & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^{cij}T_{fij} = \begin{bmatrix} I_2 & | & \kappa_{cij}^{-1} \\ \hline 0 & & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

ここで、位置 p と姿勢 R は、接触点位置 c と法線ベクトル n を用いて次のようにして計算できる。

$${}^{oi}p_{cij} = {}^{oi}c_{cij} - \kappa_{cij}^{-1} \{ {}^{oi}n_{cij} \}, \quad {}^{oi}R_{cij} = [{}^{oi}n_{cij}, {}^{oi}t_{cij}],$$

$${}^{oi}p_{coi} = {}^{oi}c_{coi} - \kappa_{coi}^{-1} \{ {}^{oi}n_{coi} \}, \quad {}^{oi}R_{coi} = \gamma_i [{}^{oi}n_{coi}, {}^{oi}t_{coi}],$$

$${}^{oi}t_{coi} = \text{Rot}(\pi/2) \{ {}^{oi}n_{coi} \}. \quad (2)$$

ここで、 γ_i は二つの物体の座標系を一つの式で表わすため導入しており、 $\gamma_1 = 1$ および $\gamma_2 = -1$ である。

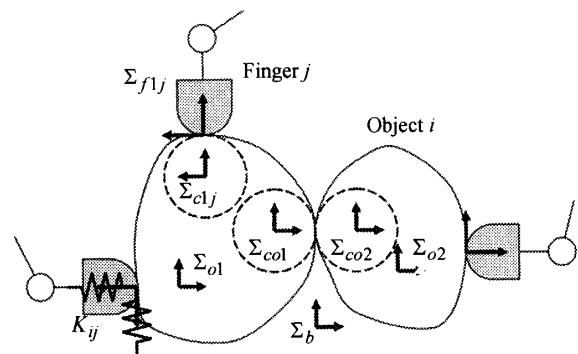


Fig. 1. Two objects grasped by a multi-fingered hand.

座標系の位置・姿勢の微小変位には次の表記を用いる

$\delta_{oi} = [x_{oi}, y_{oi}, \zeta_{oi}]^T$: 座標系 Σ_{oi} の変位

$\delta_{coi} = [x_{coi}, y_{coi}, \zeta_{coi}]^T$: 座標系 Σ_{coi} の変位

$\delta_{cij} = [x_{cij}, y_{cij}, \zeta_{cij}]^T$: 座標系 Σ_{cij} の変位

$\delta_{fij} = [x_{fij}, y_{fij}]^T$: 座標系 Σ_{fij} の変位

これらの微小変位に対応する同次変換行列は次の式で与えられる.

$$\begin{aligned} {}^{oi}T_{oi'}(\delta_{oi}) &= \begin{bmatrix} \text{Rot}(\zeta_{oi}) & x_{oi} \\ 0 & y_{oi} \\ & & 1 \end{bmatrix}, \\ {}^{coi}T_{coi'}(\delta_{coi}) &= \begin{bmatrix} \text{Rot}(\zeta_{coi}) & x_{coi} \\ 0 & y_{coi} \\ & & 1 \end{bmatrix}, \\ {}^{cij}T_{cij'}(\delta_{cij}) &= \begin{bmatrix} \text{Rot}(\zeta_{cij}) & x_{cij} \\ 0 & y_{cij} \\ & & 1 \end{bmatrix}, \\ {}^{fij}T_{fij'}(\delta_{fij}) &= \begin{bmatrix} I_2 & x_{fij} \\ 0 & y_{fij} \\ & & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

ただし

$$\text{Rot}(\bullet) = \begin{bmatrix} \cos(\bullet) & -\sin(\bullet) \\ \sin(\bullet) & \cos(\bullet) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

とされている. 座標系 $\Sigma_{oi'}$, $\Sigma_{coi'}$, $\Sigma_{cij'}$ は物体上に固定されており物体上から見ると座標系 Σ_{oi} , Σ_{coi} , Σ_{cij} と同じであるが, 外乱により物体が微小変位したとき基準座標系 Σ_b に対する各座標系の相対位置・姿勢は変位するので, 外乱前と区別するため明示的に記号' を付けている. 仮定(A1)より ${}^{oi}T_{coi'} = {}^{oi}T_{coi}$ および ${}^{oi}T_{cij'} = {}^{oi}T_{cij}$ を得る.

仮定(A6)の仮想ばねは $K_{ij} = \text{diag}[k_{xij}, k_{yij}]$ で与えられ, 座標系 Σ_{fij} に沿って設定されている. ただし, $k_{xi} > 0$ および $k_{yi} > 0$ である. 指の仮想ばねは初期把握状態において圧縮されており, 初期把握力 f_{ij} を発生している. 初期圧縮量を $\delta_{fij0} = [x_{fij0}, y_{fij0}]^T$ とすると, 初期把握力は次の式で与えられる.

$$f_{ij} = K_{ij} \delta_{fij0}. \quad (5)$$

3. 微小変位の導出

複数物体を同時に把握する場合, 接触を維持するために物体同士が互いに拘束を受ける. この拘束は, 摩擦の有無に依存する. 本章では, 物体の位置・姿勢変位に関する独立なパラメータの表現を与え, 指先位置の変位を導出する.

3.1 摩擦の有無に応じた独立なパラメータ まず, 座標系 Σ_{coi} の微小変位を導出する. 二物体が離れないという距離の拘束を考慮すると, 二つの物体の微小変位は図2に示した五つのパラメータ

$$\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5]. \quad (6)$$

で表現できる. パラメータ α_1 と α_2 は図3の座標系 Σ_c の並進量を, パラメータ α_3 は回転量を表わす. これら三つのパラメータは, 座標系 Σ_c で表わした一つの物体の変位と同じものである. 座標系 Σ_c は外乱により物体が微小変位した後の物体間の接触点の位置に設定してあり, 常に接触点の方向を向くことに注意する. パラメータ α_4 と α_5 は二物体間の滑りや転がりの弧長を表わし, 複数物体の特徴である.

摩擦がある場合, 物体は他の物体上を滑らずに転がる. この場合, 二物体の転がりの弧長は同じであるが, 回転方向が逆になるため, パラメータ α_4 と α_5 には次の拘束条件が存在する.

$$\alpha_5 = -\alpha_4. \quad (7)$$

したがって, 二物体系の微小変位に関する独立なパラメータは次の四つとなる.

$$\epsilon^r := [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]^T. \quad (8)$$

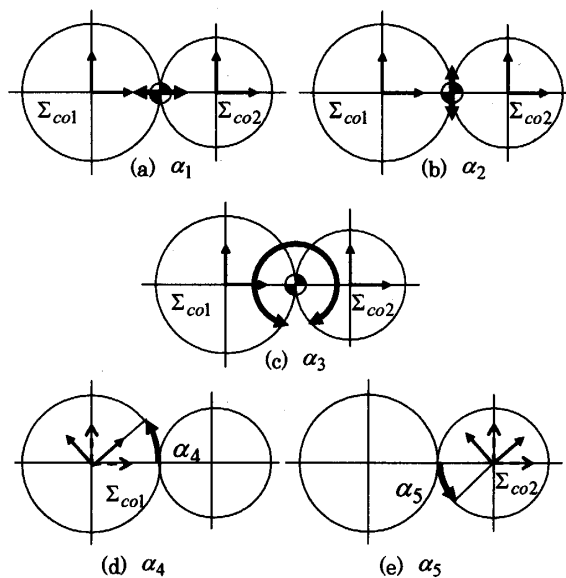


Fig. 2. Five types of object motion.

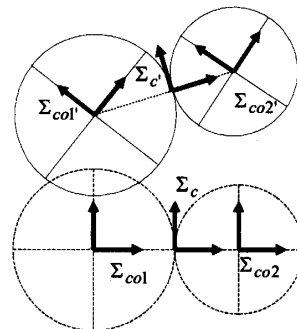


Fig. 3. Displacement of Σ_{coi} .

摩擦が無い場合、物体は他の物体上を自由に滑る。このため、 α_4 と α_5 は独立なパラメータとなる。したがって、微小変位の独立なパラメータは次の五つである。

$$\boldsymbol{\varepsilon}^s := [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5]^T. \quad (9)$$

3.2 座標系 Σ_{coi} の微小変位 α_1 から α_5 までの五つのパラメータを用いると、座標系 Σ_{coi} , ($i=1,2$)の微小変位は次の式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} x_{coi} \\ y_{coi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} + \gamma_i \kappa_{coi}^{-1} \begin{bmatrix} 1 - \cos \alpha_3 \\ -\sin \alpha_3 \end{bmatrix}, \quad (10.a)$$

$$\zeta_{coi} = \alpha_3 + \kappa_{coi} \left(\frac{1 + \gamma_i}{2} \alpha_4 + \frac{1 - \gamma_i}{2} \alpha_5 \right). \quad (10.b)$$

式(10.b)に含まれる分数は0あるいは1となり、 α_4 と α_5 のいずれかを選択するために導入している。

3.3 Σ_{oi} の微小変位 座標系 Σ_{coi} と Σ_{oi} の関係より、次の式を得る。

$$\{^{oi}T_{oi}(\boldsymbol{\delta}_{oi})\} \{^{oi}T_{coi}\} = \{^{oi}T_{coi}\} \{^{coi}T_{coi}(\boldsymbol{\delta}_{coi})\}. \quad (11)$$

したがって、 Σ_{oi} の微小変位は次の式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} x_{oi} \\ y_{oi} \end{bmatrix} = \{I_2 - \text{Rot}(\zeta_{oi})\} \{^{oi}P_{coi}\} + \{^{oi}R_{coi}\} \begin{bmatrix} x_{coi} \\ y_{coi} \end{bmatrix},$$

$$\zeta_{oi} = \zeta_{coi}. \quad (12)$$

3.4 座標系 Σ_{cij} の微小変位 座標系 Σ_{oi} と Σ_{cij} の関係より、次の関係式を得る。

$$\{^{oi}T_{oi}(\boldsymbol{\delta}_{oi})\} \{^{oi}T_{cij}\} = \{^{oi}T_{cij}\} \{^{cij}T_{cij}(\boldsymbol{\delta}_{cij})\}. \quad (13)$$

Σ_{cij} の微小変位は次の式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} x_{cij} \\ y_{cij} \end{bmatrix} = \{^{oi}R_{cij}\}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} x_{oi} \\ y_{oi} \end{bmatrix} + \{ \text{Rot}(\zeta_{oi}) - I_2 \} \{^{oi}P_{cij} \} \right\},$$

$$\zeta_{cij} = \zeta_{oi}. \quad (14)$$

3.5 座標系 Σ_{fij} の変位 図4のように、指先は物体上を移動する。その時に生じる指先上の接触点の変位角を β_{ij} と表記する。仮定(A6)より、 Σ_{fij} の変位は次の式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} x_{fij} \\ y_{fij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{cij} \\ y_{cij} \end{bmatrix} + (\kappa_{cij}^{-1} + \kappa_{fij}^{-1}) \begin{bmatrix} \cos(\beta_{ij}) - 1 \\ \sin(\beta_{ij}) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

ただし、 β_{ij} には接触点での摩擦の有無に応じて拘束が存在する。この拘束式については第4章で示す。

式(12),(14),(15)より、第j指の位置変位は次の式で計算できる。

$$\boldsymbol{\delta}_{fij} = \{^{cij}R_{coi}\} \begin{bmatrix} x_{coi} \\ y_{coi} \end{bmatrix} + \tilde{\kappa}_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} \cos(\beta_{ij}) - 1 \\ \sin(\beta_{ij}) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

$$+ \{I_2 - \text{Rot}(\zeta_{coi})\} \{^{cij}P_{coi}\}$$

ここで

$$^{cij}P_{coi} := \{^{cij}R_{oi}\} \{^{oi}P_{coi} - ^{oi}P_{cij}\},$$

$$\tilde{\kappa}_{ij} := \frac{\kappa_{cij} \kappa_{fij}}{\kappa_{cij} + \kappa_{fij}}. \quad (17)$$

式(8)あるいは(9)と(10),(16)より、指先位置の変位 $\boldsymbol{\delta}_{fij}$ はパラメータ $\boldsymbol{\varepsilon}^r$ あるいは $\boldsymbol{\varepsilon}^s$ の関数となる。

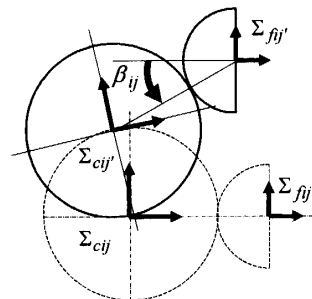


Fig. 4. Displacement of Σ_{fij} .

4. 把握系の安定性

4.1 把握系の安定性の定義 外乱により、二つの物体に微小変位が生じたとする。二物体の位置・姿勢変位の独立なパラメータを $\boldsymbol{\varepsilon}$ とおく。これに応じて生じる指先位置の微小変位を $\boldsymbol{\delta}_{fij}(\boldsymbol{\varepsilon})$ とおく。各指に蓄えられるポテンシャルエネルギーは次の式で計算できる。

$$U_{ij}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \{ \boldsymbol{\delta}_{fij0} + \boldsymbol{\delta}_{fij}(\boldsymbol{\varepsilon}) \}^T K_{ij} \{ \boldsymbol{\delta}_{fij0} + \boldsymbol{\delta}_{fij}(\boldsymbol{\varepsilon}) \}. \quad (18)$$

把握系全体に蓄えられるポテンシャルエネルギーは

$$U(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sum_{i,j} U_{ij}(\boldsymbol{\varepsilon}). \quad (19)$$

となる。初期把握状態が安定であるための必要十分条件は、微小変位 $\boldsymbol{\varepsilon}$ に対して次の式を満たすことである。

$$U(\boldsymbol{\varepsilon}) - U(\mathbf{0}) > 0 \text{ for } \boldsymbol{\varepsilon} \neq \mathbf{0}. \quad (20)$$

そこで、 $U(\boldsymbol{\varepsilon})$ をTaylor展開する。

$$U(\boldsymbol{\varepsilon}) = U(\mathbf{0}) + \boldsymbol{\varepsilon}^T G + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T H \boldsymbol{\varepsilon} + \dots \quad (21)$$

ここで、 G と H はそれぞれ Gradient と Hessian である。したがって、次の二つの条件を満たすならば把握系は安定である。

$$(C1) G=0$$

$$(C2) H \text{ が正定}$$

条件(C1)は仮定(A4)により満たされている。よって、条件(C2)により把握系の安定性を評価できる。そこで、摩擦の有無に応じて、行列 H を導出する。

4.2 摩擦が有る場合 摩擦が有る場合、指先は物体上を滑らずに転がる。仮定(A6)より、指先の回転を無視すると、 β_{ij} について次の拘束式を得る。

$$\beta_{ij} = \tilde{\kappa}_{ij} \kappa_{cij} \zeta_{coi}. \quad (22)$$

式(8), (10), (16), (22)を考慮すると $\delta_{fj}^r(\epsilon^r)$ を得る. ポテンシャルエネルギー $U_{ij}^r(\epsilon^r)$ を計算し, ヘッシアン H を導出すると

$$H^r = \sum_{i,j} H_{ij}^r \in \mathbb{R}^{4 \times 4}. \quad (23)$$

となる. ただし,

$$H_{ij}^r = s_{aij}^r v_{ai}^r v_{ai}^{rT} + s_{bij}^r v_b^r v_b^{rT} + E_{coi}^r W_{ij}^r K_{ij} W_{ij}^{rT} E_{coi}^{rT}. \quad (24)$$

および

$$\begin{aligned} s_{aij}^r &:= f_{ij}^{rT} \left\{ \frac{1}{\kappa_{cij} + \kappa_{fij}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{(cij)}R_{oi} \begin{bmatrix} {}^{oi}c_{cij} - {}^{oi}p_{coi} \end{bmatrix} \right\}, \\ s_{bij}^r &:= \gamma_i \kappa_{coi}^{-1} f_{ij}^{rT} \left\{ {}^{(cij)}R_{coi} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, \\ v_{ai}^r &:= E_{coi}^r [0, 0, 1]^T, \quad v_b^r := [0, 0, 1, 0]^T, \\ E_{coi}^r &:= \nabla \delta_{coi}^r |_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma_i \kappa_{coi}^{-1} & 1 \\ 0 & 0 & \gamma_i \kappa_{coi} \end{bmatrix}, \\ W_{ij}^r &:= \left[\begin{array}{c} I_2 \\ \{ {}^{(coi)}R_{oi} \} \{ {}^{oi}c_{cij} - {}^{oi}p_{cij} \} \otimes \{ {}^{coi}R_{cij} \} \end{array} \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

である. ヘッシアン H_{ij}^r は接触点位置, 法線方向, 曲率, 接触力などの把握パラメタに依存している. 特に第1項および第2項は初期指先力に依存し, 第3項はバネ剛性に依存している. 把握系の安定性は, このヘッシアンの正定性により評価することができる. したがって, ヘッシアンの4つの固有値を用いて定量的に評価できる. よって, 把握系を安定にするという観点から, 固有値を評価して把握パラメタを設計することができる. また, ヘッシアンの正定性より s_{aij}^r, s_{bij}^r を正に大きく, またバネ剛性を高く設定すると把握系の安定性は高くなる.

ヘッシアン H_{ij}^r を用いて, 1物体把握系と2物体把握系の相違点を述べる. 行列 H_{cij}^r を H_{ij}^r の部分行列として定義する.

$$H_{cij}^r := [I_3 \quad 0_{3 \times 1}] H_{ij}^r [I_3 \quad 0_{3 \times 1}]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}. \quad (26)$$

ただし,

$$\begin{aligned} H_{cij}^r &= s_{cij}^r v_c^r v_c^{rT} + W_{cij}^r K_{ij} W_{cij}^{rT}, \\ s_{cij}^r &:= s_{aij}^r + s_{bij}^r = f_{ij}^{rT} \left\{ \frac{1}{\kappa_{cij} + \kappa_{fij}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{(cij)}c_{coi} \right\}, \\ v_c^r &:= [0, 0, 1]^T, \\ W_{cij}^r &:= [I_3 \quad 0_{3 \times 1}] E_{coi}^r W_{ij}^r = \left[\begin{array}{c} I_2 \\ {}^{(coi)}c_{cij} \otimes \{ {}^{coi}R_{cij} \} \end{array} \right], \\ {}^{coi}c_{cij} &:= \{ {}^{coi}R_{oi} \} \{ {}^{oi}c_{cij} - {}^{oi}c_{coi} \}, \\ {}^{cij}c_{coi} &:= \{ {}^{cij}R_{oi} \} \{ {}^{oi}c_{coi} - {}^{oi}c_{cij} \}. \end{aligned} \quad (27)$$

である. 行列 H_{cij} は物体同士の接触点の曲率 κ_{coi} には依存しない. そして, 座標系 Σ_c を基準にした1物体把握の場合と同じ式である⁽¹¹⁾. 行列 H_{ij}^r の第4行および第4列は κ_{coi} に依存し, 複数物体把握の影響を示している.

4.3 摩擦が無い場合 摩擦が無い場合, 指先は物体上を滑る. 指が安定な場合に把握系に外乱が作用すると, 指先位置は指のポテンシャルエネルギーが局所最小となる場所へと変位する. 指が不安定な場合は, 外乱消散後に把握系が初期の把握状態に戻れず, 不安定である. したがって, 指の滑り量 β_{ij} は, 指のポテンシャルエネルギー U_{ij} を用いて, 次の拘束式を満たさなければならない.

$$\partial U_{ij}(\epsilon^s, \beta_{ij}) / \partial \beta_{ij} = 0, \quad (28.a)$$

$$\partial^2 U_{ij}(\epsilon^s, \beta_{ij}) / \partial \beta_{ij}^2 > 0. \quad (28.b)$$

式(28.a)は非線形であるが, 形式的に $\beta_{ij} = q_{ij}(\epsilon^s)$ と依存した形で表わせる. したがって, ヘッシアン H は次の式で与えられる.

$$H^s = \sum_{i,j} H_{ij}^s \in \mathbb{R}^{5 \times 5}. \quad (29)$$

式(9), (10), (16), (28.a)より, 次の式を得る.

$$H_{ij}^s = s_{aij}^s v_{ai}^s v_{ai}^{sT} + s_{bij}^s v_b^s v_b^{sT} + E_{coi}^s W_{ij}^s K_{ij} W_{ij}^{sT} E_{coi}^{sT}. \quad (30)$$

ただし

$$\begin{aligned} s_{aij}^s &:= f_{ij}^{sT} \{ {}^{(cij)}p_{coi} \}, \quad s_{bij}^s := s_{bij}^r, \\ v_{ai}^s &:= E_{coi}^s [0, 0, 1]^T, \quad v_b^s := [0, 0, 1, 0]^T, \\ E_{coi}^s &:= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma_i \kappa_{coi}^{-1} & 1 \\ 0 & 0 & \kappa_{coi}(1 + \gamma_i)/2 \\ 0 & 0 & \kappa_{coi}(1 - \gamma_i)/2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 3}, \\ W_{ij}^s &:= W_{ij}^r - \kappa_{cij}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ K_{ij}^s &:= \text{diag} \left[k_{xij}, -\frac{\tilde{\kappa}_{ij} f_{xij} k_{yij}}{k_{yij} - \tilde{\kappa}_{ij} f_{xij}} \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

ただし式(28.b)より, k_{yij} と f_{xij} は次の式(32)を満たすように設定しなければならない.

$$k_{yij} - \tilde{\kappa}_{ij} f_{xij} > 0. \quad (32)$$

H_{ij}^s の左上3行3列の部分行列を H_{cij}^s と定義する

$$H_{cij}^s := [I_3 \quad 0_{3 \times 1}] H_{ij}^s [I_3 \quad 0_{3 \times 1}]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}. \quad (33)$$

ただし

$$H_{cij}^s = s_{cij}^s v_c^s v_c^{sT} + W_{cij}^s K_{ij} W_{cij}^{sT},$$

$$s_{cij}^s := s_{aij}^s + s_{bij}^s = f_{ij}^T \{ {}^{cij}R_{oi} \} \{ {}^{oi}c_{coi} - {}^{oi}p_{cij} \},$$

$$W_{cij}^s = \begin{bmatrix} \{ {}^{coi}R_{cij} \} \\ \{ {}^{coi}c_{cij} \} \otimes \{ {}^{coi}R_{cij} \} - \kappa_{cij}^{-1} [0, 1] \end{bmatrix}. \quad (34)$$

行列 H_{cij}^s は曲率 κ_{coi} には依存せず、また一つの物体を把握した場合と同じ行列である。 H_{ij}^s の 4 行目と 5 行目は κ_{coi} に依存している。

5. 把握系の安定性

式(23)および(29)で導出されたヘッシアンを用いて、把握系の安定性を評価する。本論文では物体の数は 2 に限定されているが、指の数は制限されていない。そこで、図 5 に示すように、同じ形状の二つの物体を 4 本の指で把握する場合を考察する。

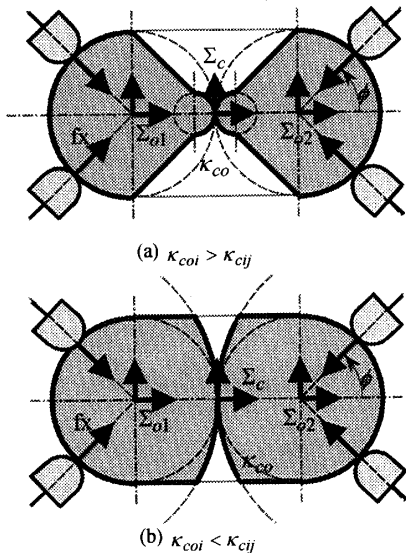


Fig. 5. Numerical Example.

図 5 において、太線は二つの物体形状を表わす。左側の物体を第 1 物体、右側を第 2 物体と呼ぶ。座標系 Σ_{oi} は第 i 物体の中心に固定する。物体上の接触点は、仮想的な円 (半径 r) 上にあるとする。細線は一つの物体を把握した場合を示しており、座標系を Σ_c に固定している。二つの物体同士の接触点での曲率を $\kappa_{coi} = \kappa_{co}$ と設定する。座標系 Σ_{o1} および Σ_{o2} から見た接触点位置は、それぞれ次の式で与えられる。

$${}^{o1}c_{co1} = [r, 0]^T, \quad {}^{o2}c_{co2} = [-r, 0]^T. \quad (35)$$

第 j 指と接触している第 i 物体上の接触点位置

$${}^{oi}c_{cij} = r [\cos \phi_{ij}, \sin \phi_{ij}]^T. \quad (36)$$

ここで ϕ_{ij} は指先位置のパラメータであり、次の式で与えられているとする。

$$\phi_{11} = \pi - \phi, \quad \phi_{12} = \pi + \phi, \quad \phi_{23} = \phi, \quad \phi_{24} = -\phi \quad (37)$$

上記の設定から、接触点の法線方向、曲率は計算できる。各指の特性は全て同じとして、指先の曲率を $\kappa_{fij} = \kappa_f$ 、法線および接線に沿うばね剛性を $k_{xij} = k_{yij} = k$ 、座標系 Σ_{fij} で見た初期把握力を $f_{ij} = [f_x, 0]^T$ とする。

5.1 摩擦が有る場合 摩擦が有る場合、式(23)の要素は次の式で与えられる。

$$H^r = \begin{bmatrix} h_{11}^r & 0 & 0 & 0 \\ & h_{22}^r & 0 & h_{24}^r \\ & & h_{33}^r & 0 \\ sym. & & & h_{44}^r \end{bmatrix}. \quad (38)$$

ただし、

$$h_{11}^r = h_{22}^r = 4k, \quad h_{24}^r = 4k \{ 1 - r\kappa_{co} (1 + \cos \phi) \}. \quad (39)$$

である。その他の要素は紙面の都合で省略する。要素 h_{24}^r と h_{44}^r は κ_{co} に依存する。行列 H^r の四つの固有値は次の式で与えられる。

$$h_{11}^r, h_{33}^r, \{ h_{22}^r + h_{44}^r \pm \sqrt{(h_{22}^r - h_{44}^r)^2 + 4(h_{24}^r)^2} \} / 2. \quad (40)$$

一物体把握系の場合の三つの固有値は $h_{11}^r, h_{22}^r, h_{33}^r$ で与えられる。接触点位置、法線、曲率、指先力の効果を定量的に評価することができる。

ページ数の都合で二つの物体間の曲率の影響のみを示す。この曲率が複数物体把握の特徴を表わす。把握パラメータを次のように設定する。

$$r = 0.02(\text{m}), \quad \phi = \pi/3(\text{rad}), \quad \kappa_f = 200(\text{m}^{-1}),$$

$$\kappa_{co} = 30(\text{m}^{-1}), \quad k = 500(\text{N/m}), \quad f_x = 3(\text{N}). \quad (41)$$

要素は次のように与えられる。

$$h_{11}^r = h_{22}^r = 2000, \quad h_{33}^r = 2.088, \quad h_{24}^r = 2000 - 60\kappa_{co},$$

$$h_{44}^r = 2000 - 114\kappa_{co} + 2.088\kappa_{co}^2. \quad (42)$$

曲率 κ_{co} の影響として図 6(a) に四つの固有値を示す。4 番目の固有値が小さいため、縦軸を拡大して図 6(b) に示す。この数値例では、全ての固有値は正であるため、把握系は安定である。

5.2 摩擦が無い場合 摩擦がない場合、要素は次の式で与えられる。

$$H^s = \begin{bmatrix} h_{11}^s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & h_{22}^s & 0 & h_{24}^s & h_{25}^s \\ & & 0 & h_{34}^s & h_{35}^s \\ & & & h_{44}^s & 0 \\ sym. & & & & h_{55}^s \end{bmatrix}. \quad (43)$$

行列 H^s から五つの固有値が求められる。物体が一つの場合、行列 H_c^s の固有値は $h_{11}^s, h_{22}^s, h_{33}^s$ である。曲率 κ_{co} には依存しない。

式(30)の設定を用いると、各要素は

$$\begin{aligned}
 h_{11}^s &= 500/19, \quad h_{22}^s = 25500/19, \quad h_{33}^s = 198/475, \\
 h_{24}^s &= -h_{25}^s = 255(\kappa_{co} - 50)/19, \\
 h_{34}^s &= h_{35}^s = 99(\kappa_{co} - 50)/475, \\
 h_{44}^s &= h_{55}^s = 3(106250 - 3775\kappa_{co} + 33\kappa_{co}^2)/475.
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

となる。式(41)のパラメタは式(32)を満たす。

二つの物体同士の接触点の曲率の影響を図7に示す。この把握系は $0 < \kappa_{co} < r^{-1} = 50(\text{m}^{-1})$ の場合に安定である。物体が一つの場合、 $h_{11}^s, h_{22}^s, h_{33}^s$ は正であるため、把握系は安定である。

2物体把握系の安定性を定量的に評価した。そして、複数物体を把握する場合には、接触点間の曲率の影響を考慮しなければならないことを明示した。

Montana⁽¹⁵⁾は接触点の曲率が小さいほど安定性が高くなることを示した。図6,7には、この傾向が見られない。この理由として、パラメタの選択および単位の影響が考えられる。パラメタの選択には任意性があり、例えば、 α_4 および α_5 として弧長に対応する角度を選択できる。単位の選択には実際の把握系の微小変位程度と考えられる(mm)および(deg)を用いることが考えられる。これらの選択に依存して固有値は変化するが、把握系が安定か否かの評価は変化しない。これらの選択と固有値の関係の解析は今後の課題とする。

6. 結 言

二次元二物体把握系の安定性をポテンシャルエネルギーの観点から解析した。

物体間の接触の拘束を考慮し、二物体の微小変位に関する独立なパラメタを与えた。そして、摩擦の有無に応じて、指先位置の微小変位を求めた。二物体把握系のポテンシャルエネルギーと、そのヘッシアンを導出した。把握系の安定性はヘッシアンの固有値により評価できる。これにより、把握の安定性に対する、把握パラメタ(接触点位置、法線方向、曲率、指先力)の効果が明らかになった。一物体把握系の特性が、二物体把握系のヘッシアンの一部に含まれていることを示した。数値例を用いて、二物体把握系の特徴である、物体同士の接触点の曲率の効果を示した。

本論文の結果は、安定な把握を実現するための把握パラメタの設計問題に応用できる。今後の研究課題として、指先の回転の効果を考慮すること、3次元多物体に拡張することである。

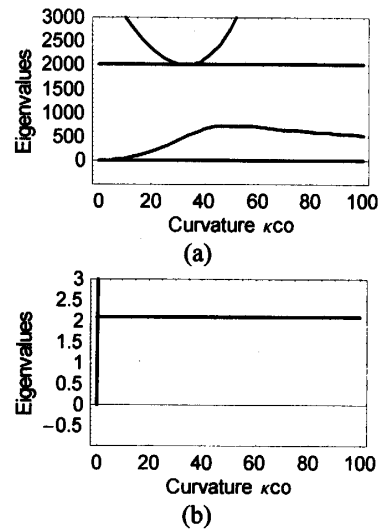


Fig. 6. Effect of curvature κ_{co} in frictional grasp.

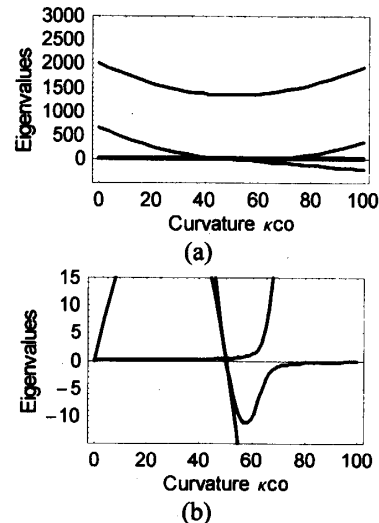


Fig. 7. Effect of curvature κ_{co} in frictionless grasp.

文 献

- [1] K. Harada, M. Kaneko, and Tsuji, "Rolling Based Manipulation for Multiple Objects," *Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3888-3895, 2000.
- [2] K. Harada and M. Kaneko, "Neighborhood Equilibrium Grasp for Multiple Objects," *Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2159-2164, 2000.
- [3] K. Harada, J. Nishiyama, Y. Murakami, and M. Kaneko, "Pushing Multiple Objects using Equivalent Friction Center," *Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2485-2491, 2002.
- [4] W. S. Howard and V. Kumar, "On the Stability of Grasped Objects," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 6, pp. 904-917, 1996.
- [5] J. W. Li, M. H. Jin, and H. Liu, "A New Algorithm for Three-finger Force-closure Grasps of Polygonal Objects," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1800-1804, 2003.
- [6] H. Maekawa, K. Tanie, and K. Komoriya, "Kinematics, Statics and Stiffness Effect of 3D Grasp by multifingered hand with rolling contact at the fingertip," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 78-85, 1997.
- [7] V. D. Nguyen, "Constructing Stable Grasps," *Int. Journal of Robotics Research*, Vol. 7, No. 3, pp. 3-16, 1988.

- [8] E. Rimon and J. W. Burdick, "Mobility of bodies in contact - Part II: How Forces are Generated by Curvature Effects," *IEEE Trans. of Robotics and Automation*, pp. 709-717, 1998.
- [9] E. Rimon, J. W. Burdick, and T. Omata, "A Polyhedral Bound on the Indeterminate Contact Forces in 2D Fixturing and Grasping Arrangements," *Proc. of IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 1817-1823, Taiwan, 2003.
- [10] K. B. Shimoga, "Robot grasp synthesis algorithms: A survey." *Int. Journal of Robotics Research*, Vol. 15, No. 3, pp. 230-266, 1996.
- [11] T. Yamada, T. Koishikura, Y. Mizuno, N. Mimura, and Y. Funahashi, "Stability Analysis of 3D Grasps by A Multifingered Hand," *Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2466-2473, 2001.
- [12] T. Yoshikawa, T. Watanabe, and M. Daito, "Optimization of Power Grasps for Multiple Objects," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1786-1791, 2001.
- [13] Y. Yu, K. Fukuda, and S. Tsuji, "On Computation of Grasp Internal Forces for Stably Grasping," *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1776-1781, Hawaii, 2001.
- [14] C. H. Xiong, Y. F. Li, H. Ding, and Y. L. Xiong, "On the Dynamic Stability of Grasping," *Int. Journal of Robotics Research*, Vol. 18, No. 9, pp. 951-958, 1999.
- [15] D. J. Montana, "Contact Stability for Two-Fingered Grasp," *IEEE Trans. of Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 4, pp. 421-430, 1992.
-