

離散時間インテグラルスライディングモード制御を用いた ロバスト予見制御*

長島弘明*¹, 横山 誠*², 愛田一雄*³

Robust Preview Control Based on Discrete Time Integral Sliding Mode Control

Koumei NAGASHIMA, Makoto YOKOYAMA*⁴ and Kazuo AIDA

*⁴ Graduate School of Science and Technology, Niigata University,
8050 Ikarasi 2-no-cho, Niigata-shi, Niigata, 950-2181 Japan

This paper presents the design method of a preview-sliding-mode controller for discrete-time linear invariant systems with disturbance. As well as the integral sliding mode controller in continuous time, the control law consists of two components; a linear component for the nominal system, and a variable structure component to cancel the disturbance. Since the linear component is designed by means of optimal preview control technique, the closed loop system achieves optimal tracking performance robustly.

Key Words: Sliding Mode Control, Preview Control, Robust Control, Digital Control, Optimal Control, Discrete Time System

1. はじめに

スライディングモード制御⁽¹⁾は高いロバスト性を有する非線形制御手法である。以下ではスライディングモードをSMと略記する。このSM制御を用いてサーボ系を構成すれば、外乱に対する高いロバスト性と良好な追従性能が両立できるため、応用的・理論的な多くの研究が行われている。従来連続時間系において理論展開されていたSM制御であるが、近年では、離散時間SM制御^{(1),(3)~(14)}に関する研究が盛んに行われている。

一方、サーボ系の追従性能を向上させる有効な手法として、目標値の先見情報を用いる予見制御が知られている⁽²⁾。予見制御は制御系の安定性に影響を与えることなく位相が回復でき、良好な追従性能を実現することができる。また制御入力は比較的滑らかとなり、ピーク値も低減できる。前述のSM理論を用いたサーボ系(SMサーボ系)では、急峻な目標値変化や入力飽和などにより、到達モードへと移行し、追従性能が大きく劣化する場合がある。したがって、上述の特徴を有する予見制御をSMサーボ系に取り込むことは、有効であると考えられる。

すでに、離散時間SM制御に予見制御を導入した離散時間予見SMサーボ系の設計手法がいくつか提案されている^{(8)~(11)}。これらは、誤差のレギュレーションを行う離散時間SM制御器によってサーボ系を構成し、これに予見補償器を付加する手法である。

本研究の目的は、上述の研究と同様に、離散時間SM制御に予見制御を取り込み、良好な追従性能とロバスト性を併せ持つサーボ系を構築することであり、Utkinらが提案した連続時間インテグラルスライディングモード制御⁽¹⁾(ISM制御)に着目する。ISM制御では、理想SM状態の動特性により閉ループ系の動特性が規定されるため、従来からあるサーボ系設計手法を簡単に導入することが出来る。本稿ではこの理想SMの動特性を、最適予見サーボ系^{(2),(16)}として設計し、離散時間予見SMサーボ系を構築する。しかしISM制御の離散時間系への拡張は未だ見られないため、まず第2章でISM制御を離散時間系へ拡張する。第3章では、第2章で構築した離散時間ISM制御を用いて離散時間予見SMサーボ系を構成する。第4章で数値実験による検証を行う。

2. 離散時間 ISM 制御 (DISM 制御)

2.1 問題の定式化 次のような1入力離散時間線形系の制御対象を考える。

* 原稿受付 2006年1月23日。

*¹ 正員, 新潟大学大学院自然科学研究科(☎950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。

*² 正員, 新潟大学工学部。

*³ 元: 新潟大学工学部。

E-mail: m.yoko@eng.niigata-u.ac.jp

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) + \mathbf{b}d(k) \quad (1)$$

離散時間インデックス k は整数である。 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ は状態であり初期値 $\mathbf{x}(0)$ は既知とする。 $u \in \mathbb{R}$ は入力、 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ と $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ はそれぞれ係数行列、 $d \in \mathbb{R}$ はマッチング条件を満たす外乱であり有界とする。入力 u を次式のように構成する。

$$u(k) = u_0(k) + u_S(k) \quad (2)$$

ここで u_0 は、理想 SM 状態の動特性を与える公称制御入力であり、次式で表される系を公称制御系とする。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u_0(k) \quad (3)$$

第3章では u_0 を最適予見制御入力として設計する。また、式(2)の u_S は次節で設計する切換関数を基にして外乱を打ち消す入力であり、第2・3節で設計する。式(2)の入力を式(1)に用いれば、閉ループ系は次式となる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u_0(k) + \mathbf{b}u_S(k) + \mathbf{b}d(k) \quad (4)$$

Utkinらの提案したISM制御⁽¹⁾は、切換関数の正負で2値が不連続に切換わる入力により外乱を打ち消す一種の外乱観測器であり、理想SM状態の動特性を公称制御系とすることが特徴である。またこのために、補助変数を含んだ拡大系で切換関数が定義される。次節では、連続時間ISM制御と同様な手順で離散時間ISM制御の切換関数を設計する。

2.2 切換関数の定義と補助変数の設計

状態の線形結合と補助変数 $w \in \mathbb{R}$ からなる切換関数 $\sigma \in \mathbb{R}$ 、および切換超平面 S を以下のように定義する。

$$\sigma(k) := \mathbf{s}^T \mathbf{x}(k) + w(k) \quad (5)$$

$$S := \{(\mathbf{x}, w) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \sigma = 0\} \quad (6)$$

設計ゲイン $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^n$ は $\mathbf{s}^T \mathbf{b} \neq 0$ を満たすようにする。また離散時間系において、理想SM状態では次式が満たされなければならない。

$$\sigma(k) = 0, \text{ and } \Delta\sigma(k+1) = 0 \quad (7)$$

ただし $\Delta := 1 - q$ 、 q は遅延演算子。

以下、連続時間ISM制御と同様に、式(7)の条件が満たされる S 上の理想SM状態が、公称制御系となるように補助変数 $w \in \mathbb{R}$ を設計する。そこで、式(4)を用いて $\Delta\sigma(k+1)$ を計算すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(k+1) &= \mathbf{s}^T \mathbf{x}(k+1) + w(k+1) - \mathbf{s}^T \mathbf{x}(k) - w(k) \\ &= \mathbf{s}^T [(\mathbf{A} - \mathbf{I}_n) \mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u_0(k) \\ &\quad + \mathbf{b}u_S(k) + \mathbf{b}d(k)] + w(k+1) - w(k) \end{aligned}$$

上式において $\Delta\sigma(k+1) = 0$ とし、さらに $u_S = -d$ と仮定すると、補助変数の動特性を以下のように与えることができる。

$$w(k+1) = w(k) - \mathbf{s}^T [(\mathbf{A} - \mathbf{I}_n) \mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u_0(k)] \quad (8)$$

$$w(0) = -\mathbf{s}^T \mathbf{x}(0) \quad (9)$$

なお、連続時間ISMでは、補助変数の動特性を導くために、理想SM状態の等価制御入力 u_{eq} を用いて、 $u_{eq} = -d$ と仮定される。離散時間ではこのような等価制御入力は定義できないため、 $u_S = -d$ としている。

式(5)を1時刻進め、式(4)、(8)、(9)を代入すると、切換関数の動特性は次式となる。

$$\sigma(k+1) = \sigma(k) + \mathbf{s}^T \mathbf{b} [u_S(k) + d(k)] \quad (10)$$

$$\sigma(0) = 0 \quad (11)$$

ゆえに、初期時刻から状態は S 上に配置され、初期時刻以後 $\Delta\sigma = 0$ であれば、式(10)と $\mathbf{s}^T \mathbf{b} \neq 0$ より $u_S = -d$ が成立する。このとき、 S 上の理想SM状態の動特性は外乱の影響を受けず、式(3)の公称制御系となる。

2.3 非線形入力の設計

ここでは、Gaoらの提案したQuasi-Sliding-Mode(QSM)⁽⁶⁾を発生させる入力を設計する。離散時間SM制御では、切換関数を介して過去の外乱は既知となるため、外乱の過去値を用いて外乱を予測することが出来る。外乱の予測値を \hat{d} とし、予測誤差 ε を次式とする。

$$\varepsilon(k) = d(k) - \hat{d}(k) \quad (12)$$

入力を次式で与える。

$$u_S(k) = -\eta(\mathbf{s}^T \mathbf{b})^{-1} \sigma(k) - \hat{d}(k) - \rho(\mathbf{s}^T \mathbf{b})^{-1} \text{sgn}[\sigma(k)] \quad (13)$$

ただし、 $0 < \eta < 1$ 、 $\rho > 0$ 。式(13)の入力を式(10)に代入すると、切換関数の動特性は次式で表される。

$$\sigma(k+1) = (1 - \eta)\sigma(k) - \Theta(k) \text{sgn}[\sigma(k)] \quad (14)$$

$$\Theta(k) := \rho - \mathbf{s}^T \mathbf{b} \varepsilon(k) \text{sgn}[\sigma(k)] \quad (15)$$

ここで、 $\rho > \max_k (|\mathbf{s}^T \mathbf{b} \varepsilon(k)|)$ であれば、

$$0 < \Theta(k) < 2\rho \quad (16)$$

となり、式(14)はGaoらの提案した到達則⁽⁶⁾を満たしている。このとき切換関数は有限時間で領域 B

$$B := \left\{ \sigma \mid \left| \sigma \right| < \frac{2\rho}{2 - \eta} \right\} \quad (17)$$

に到達し⁽¹³⁾, その後は $\sigma=0$ 近傍のジグザグ挙動となり, QSM状態となる⁽⁶⁾⁽¹³⁾. DISMでは式(11)より $\sigma(0) \in \mathcal{B}$ であり, 初期時刻からQSM状態である.

以下, 理想的なQSM状態の閉ループ系の状態軌道が, 公称制御系の状態軌道と近似することを説明する. 式(10)と式(4)より, 切換関数と閉ループ系の状態挙動の関係は, 次式のように表される.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u_0(k) + \mathbf{b}(\mathbf{s}^T\mathbf{b})^{-1}\Delta\sigma(k+1) \quad (18)$$

簡単のため u_0 を外部入力とし, \mathbf{A} は安定行列とする. また理想的なQSM状態では, σ は一ステップ毎に正負が切替るが, このとき $\Delta\sigma$ も0近傍で1サンプル毎に正負が切替る挙動となる. この正負が切替る特徴は状態と外乱によらず生じるため, 擬似的には $\Delta\sigma$ を外部信号と考えることが出来る. さらに $k < 0$ に対し, $u_0(k)=0$, $\Delta\sigma(k+1)=0$ とすると, 式(18)より次式が得られる.

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}^k\mathbf{x}(0) + \mathbf{G}(q^{-1})\mathbf{b}u_0(k) + \mathbf{G}(q^{-1})\mathbf{b}(\mathbf{s}^T\mathbf{b})^{-1}\Delta\sigma(k+1) \quad (19)$$

ただし, $\mathbf{G}(q^{-1})$ は次式のパルス伝達関数行列である.

$$\mathbf{G}(q^{-1}) := (q^{-1}\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (20)$$

また, \mathbf{A} の固有値を $\lambda_i \in \mathbb{C}$, $|\lambda_i| < 1$, $i \in [1, 2, \dots, n]$, サンプル時間を T とし, 周波数 $\omega \in [0, \pi/T]$ に対する $\mathbf{G}(q^{-1})$ の最大特異値 $\sigma_{\max}(\mathbf{G}(e^{j\omega T}))$ を求めると次式となり,

$$\sigma_{\max}(\mathbf{G}(e^{j\omega T})) = \left(\min_i \sqrt{\phi_i(\omega)} \right)^{-1} \quad (21)$$

$$\phi_i(\omega) := 1 + |\lambda_i| \left[|\lambda_i| - 2\cos(\omega T - \arg(\lambda_i)) \right] \quad (22)$$

さらに $|\arg(\lambda_i)| < \pi/2$ とし, \mathbf{A} の固有値の実部が正であるときの最大特異値を σ_{\max}^+ , 最小特異値を σ_{\min}^+ とすれば, 以下が成立する.

$$\sigma_{\max}^+(\mathbf{G}(e^{j\pi})) < 1 \quad (23)$$

$$\min_{0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{6T}} \left[\sigma_{\min}^+(\mathbf{G}(e^{j\omega\pi})) \right] > 1 \quad (24)$$

式(21)~(24)の導出は付録とする. ここで, $\Delta\sigma$ は π/T の周波数成分を多く含む信号である. よって u_0 の主たる周波成分が $0 \leq \omega \leq \pi/(6T)$ に含まれるようにすれば, 式(19), (21), (22)より, \mathbf{x} は $\Delta\sigma$ によって大きく摂動を受けることはなく, 公称制御系の状態軌道に近似する. 次章で設計する u_0 は状態フィードバック含むが,

この場合には式(18)の \mathbf{A} を状態フィードバックを施した行列に置き換えて同様に議論できる.

3. 離散時間ISM制御を用いたロバスト予見制御

3.1 公称制御入力の設計 前章で構築したDISM制御を用いて予見サーボ系を構築する. ここでは, 公称制御入力として用いる最適予見制御入力を, サーボ補償器を積分器とし, 拡大誤差システム⁽²⁾を用いて設計する. 式(1)に対し, 出力方程式を次式とする.

$$y(k) = \mathbf{c}^T\mathbf{x}(k) \quad (25)$$

ただし, $y \in \mathbb{R}$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$. また制御対象は可制御かつ可観測とし, 不変ゼロ点に原点を含まないものとする. 目標値を y_d , 予見ステップを L とすると, 拡大誤差システムは次式となる.

$$\mathbf{X}(k+1) = \Lambda\mathbf{X}(k) + \Gamma\Delta u_0(k) \quad (26)$$

ここで拡大誤差システムの状態 \mathbf{X} , 係数行列 Λ および Γ は以下で定義される.

$$\mathbf{X}(k) := \begin{bmatrix} e(k) & \Delta\mathbf{x}(k)^T & \Delta\mathbf{Y}_d(k)^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+L+1} \quad (27)$$

$$e(k) := y_d(k) - y(k) \quad (28)$$

$$\mathbf{Y}_d(k) := [y_d(k+1) \ y_d(k+2) \ \dots \ y_d(k+L)]^T \quad (29)$$

$$\Lambda := \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{c}^T\mathbf{A} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{A} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & 0 & 1 & & 0 \\ & & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & \vdots & & \ddots & 1 \\ & & & & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+L+1) \times (n+L+1)} \quad (30)$$

$$\Gamma := [-\mathbf{c}^T\mathbf{b} \ \mathbf{b}^T \ 0 \ \dots \ 0]^T \in \mathbb{R}^{n+L+1} \quad (31)$$

式(26)の拡大誤差システムに対する評価関数

$$J = \sum_{k=L+1}^{\infty} \left\{ e(k)^2 + \beta[\Delta u_0(k)]^2 \right\} \quad (32)$$

を最小にする最適フィードバック・最適フィードフォワード係数行列 $\mathbf{F}^T := [f_e \ \mathbf{f}_x^T \ \mathbf{f}_{Y_d}^T]$ をLQ法により設計する⁽²⁾. 積分器の状態を z とし, その状態方程式を

$$z(k) = z(k-1) + e(k) \quad (33)$$

とすると最適予見制御入力は次式となる.

$$u_0(k) = f_e z(k) + \mathbf{f}_x^T \mathbf{x}(k) + \mathbf{f}_{Y_d}^T \mathbf{Y}_d(k) \quad (34)$$

この u_0 による公称制御系は図1に示すような1型の最適予見サーボ系となり, プラントが最小位相系のときは, $\beta \rightarrow 0$ のとき有限の L で, プラントが非最小位相系のときも, $\beta \rightarrow 0$ のとき $L \rightarrow \infty$ で完全追従システ

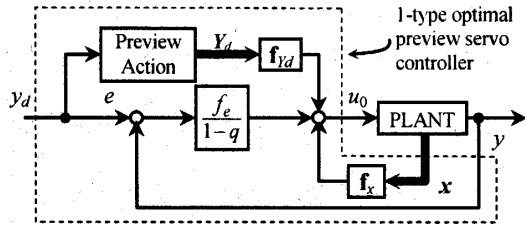


Figure 1 The 1-type optimal preview servo system

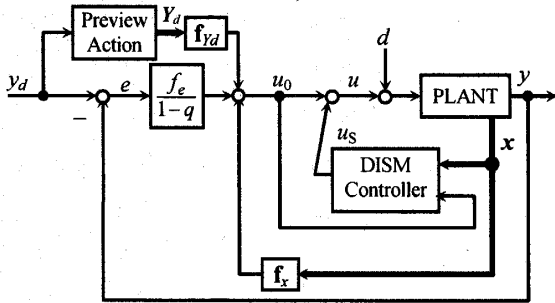


Figure 2 The DISM preview servo system

ムに漸近する⁽¹⁵⁾。ただし、 β を小さくしていくとロバスト安定性が悪化することはよく知られており、追従性とロバスト安定性間にトレードオフが存在する。

3.2 DISM制御器の設計 積分器を導入したため、公称制御系の閉ループ動特性を記述する場合には、積分器の状態も含んだモデルを用いなければならない。しかしここでは、式(4)の公称制御入力として、式(34)の最適予見入力を用い、積分器の状態を含まないモデルを用いてDISM制御器を設計する。このときの制御系は図2のようにループ内にDISM制御器が含まれた構成となる。QSM状態では、制御対象の状態は公称制御系の状態に近似するが、QSM挙動により出力にも比較的高周波で有界な振動が生じる。しかしながら積分器の高周波遮断特性により、積分器の出力にはその影響はほとんど生じない。したがって誤差状態を含まなくとも、状態、および出力は公称制御系に近似する。

なお、積分器の状態や誤差を含んで公称制御系を記述し、DISM制御器を構成することも出来るが、本稿では省略する。

4. 数値例

4.1 数値例1 次式の連続系

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}^T$$

をサンプル時間0.2[sec]で離散化した以下の離散時間系を、制御対象の公称モデルとする。

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.18 \\ -0.18 & 0.80 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.18 \end{bmatrix} u(k) \tag{35}$$

$$y(k) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}^T$$

外乱は図3で示すように、振幅0.7、幅2[sec]の矩形パルス状信号、および12[sec]付近からは複数の正弦波を重複して生成した振動的な信号である。公称制御系を設計する各パラメータは、評価関数重み $\beta = 0.1$ 、予見長さ $L = 10$ とした。このとき $A + Bf_x^T$ の固有値の実部は正である。非線形入力を構成するための外乱の予測値は、単純に1時刻前の外乱を用いる。式(10)を1時刻遅らせ、 $d(k-1)$ について解けば、次式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{d}(k) &= d(k-1) \\ &= (s^T b)^{-1} [\sigma(k) - \sigma(k-1)] - u_s(k-1) \end{aligned} \tag{36}$$

また $\rho = 0.2$ とした。式(36)を用いると、予測誤差 ε は外乱の差分 Δd となる。したがって $|\Delta d(k)| < \rho = 0.2$ を満たす外乱に対してQSM挙動となる。式(17)より、比例ゲイン η を小さくすることで B の幅を減じることが出来るが、余り小さくすると切換関数の収束が遅くなり、 B から外れた場合に制御性能が劣化する。これらを考慮し、 $\eta = 0.8$ とした。切換関数を構成するパラメータは $s^T = [-0.3 \ 5.5]$ とし、初期状態は $(x_1(0), x_2(0)) = (0, 0)$ としている。

数値実験の結果を図4に示す。図4(a)は切換関数の時間推移を示している。矩形波外乱の始端と終端、および振動的な外乱の数箇所 $\rho < |\Delta d|$ となっており、過渡的に $\sigma \notin \mathfrak{B}$ となっているが、ほとんどの区間で $\sigma \in \mathfrak{B}$ となっている。図4(b)は非線形入力と外乱の比較であり、非線形入力が外乱を打ち消すように発生されている。図4(c), (d), (e)には出力、状態、制御入力を示した。図中の細線(OPCDC)は、式(13)の右辺第三項を用いない場合である。このときの制御則は、1時刻前の外乱を用いた外乱補償を伴う最適予見制御となる。外乱は比較的低周波なので、最適予見制御(OPC)では他に比べて出力における外乱の影響が大

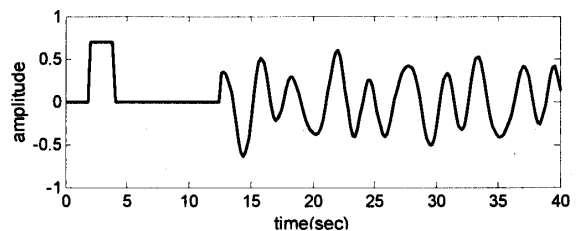


Figure 3 Disturbance

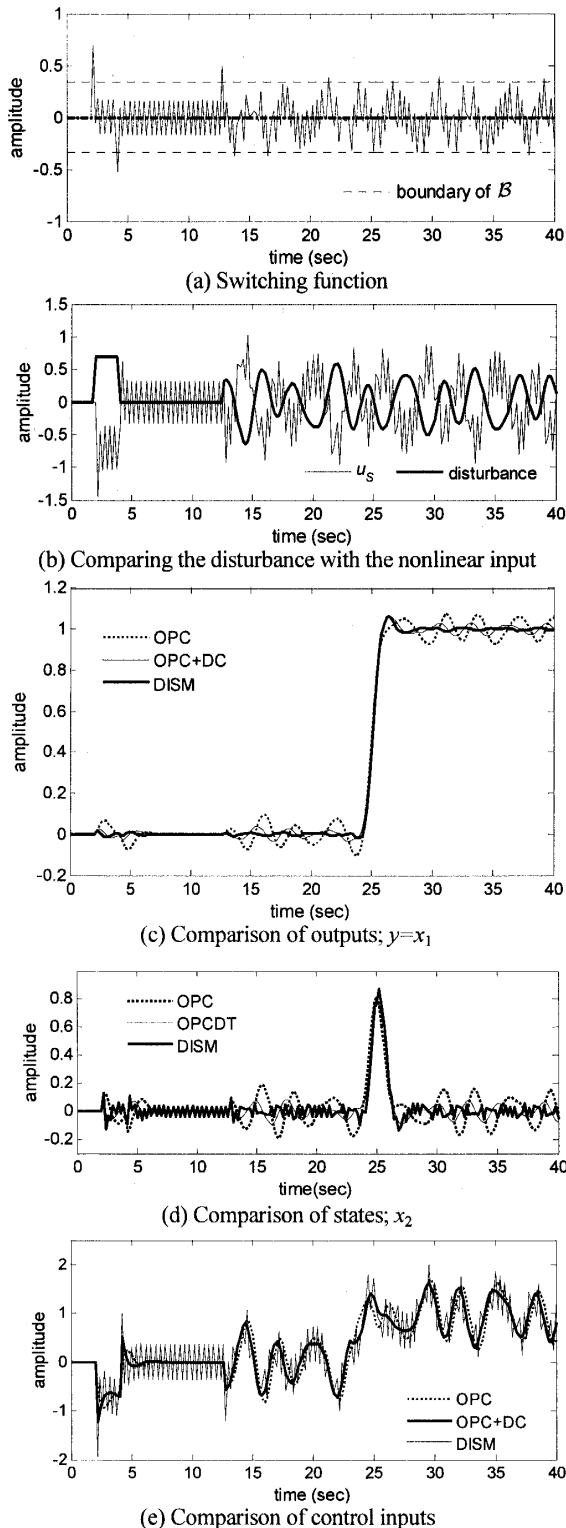


Figure 4 Results of the preview DISM controller

大きく残る。このときの公称制御系の出力と制御系の出力との誤差の二乗和はOPCが 3.5×10^{-1} 、OPCDCが 6.0×10^{-2} 、提案する手法(DISM)が 4.9×10^{-3} であった。OPCDCでも外乱補償により外乱の影響がよく低減されているが、提案する手法の方が良好な結果となっ

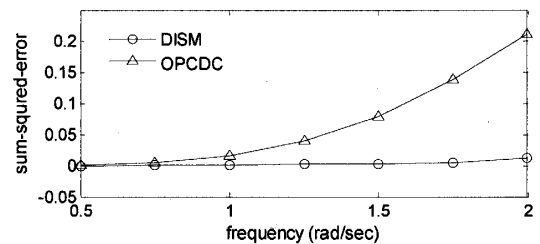


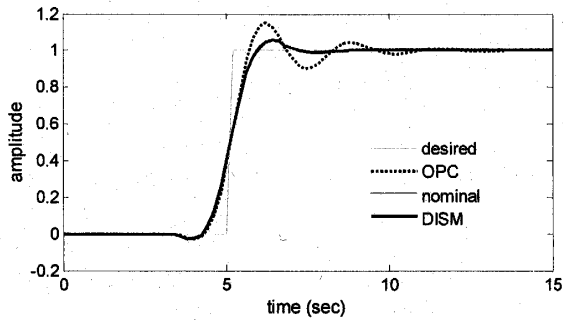
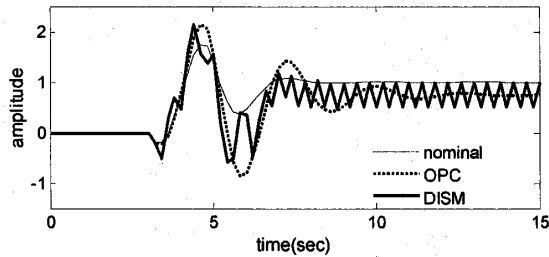
Figure 5 Control results with sinusoidal disturbances

た。さらに、外乱を振幅1で単一周波数の正弦波とし、この正弦波外乱の周波数を変更しながら複数回の実験を行い、提案する手法とOPCDCを比較した。図5は出力と公称制御系の応答との誤差の二乗誤和をプロットしたものである。OPCDCは線形的手法であるため、外乱抑制効果は周波数に大きく依存する。提案する手法の方が外乱抑制効果の周波数依存性が少ないことがわかる。

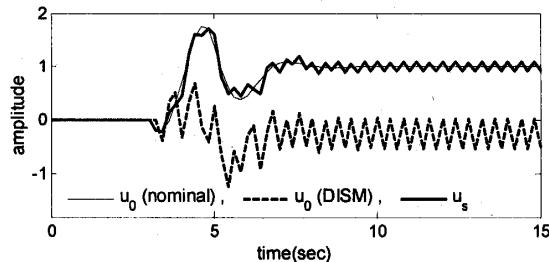
4.2 数値例2 提案する手法の、パラメータ変動に対する有効性を数値実験により検証する。式(35)のシステム行列に次のようなマッチング条件を満たすパラメータ変動をあたえる。

$$\delta A = [0.02 \ 0.18]^T [0.44 \ 0.51]$$

これに対して公称制御系とDISM制御器は前節と同一とする。数値実験結果を図6に示す。DISM制御器を用いない最適予見制御では、応答の立上り以後にパラメータ変動による振動的な挙動が生じるが、提案する手法では公称制御系とよく一致した応答波形が得られている。図6(b)は、制御入力を公称制御入力と非線形入力に分けてプロットしたグラフである。本稿でのDISM制御器はループ内に配置されているが、公称制御入力は余り変動せず、非線形入力によりパラメータ変動の影響が適切に打ち消されていることが分かる。実際、制御対象の直流ゲインの増加分は0.3であり、これに対し、10[sec]以降の非線形入力の平均値は -0.31 となっている。次に、予見の効果について考察する。予見制御を用いると、入力および状態は目標値に先立って緩やかに変化する。パラメータ変動は状態に依存する外乱となるため、予見制御は外乱の変化率を抑える効果があるといえる。また、式(36)を用いた場合に、QSMを発生させるための条件は、 $\rho > |\Delta d|$ である。これらのことから、 ρ を一定とした場合でも、予見ステップを適切に設定することにより、QSMを発生させることが出来ると考えられる。図7は同一の条件で予見ステップのみを変化させて数値実験を行い、切換関数の最大振幅をプロットしたグラフである。予見ステッ

(a) Comparison of outputs; $y = x_1$ 

(b) Comparison of control inputs



(c) Components of control inputs

Figure 6 Results with parameter variation

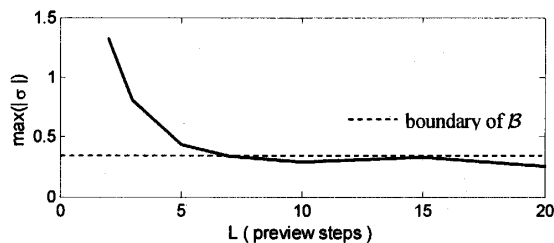


Figure 7 Maximum absolute value of switching function

プの増加により, $\sigma \in \mathfrak{B}$ とすることが出来ることから, このことから, パラメータ変動を伴う場合にも予見制御は有効であることが確認できる.

5. おわりに

本稿では, Utkinらの提案した連続時間ISM制御を離散時間系に拡張し, Gaoらの提案したQuasi-Sliding-Modeを発生させる入力を構築した. また, この離散時間ISM制御の公称制御系を最適予見サーボ系として設計し, 離散時間予見SMサーボ系を構成した. 数値例により提案する手法の有効性を示し, さらにマッチング

条件を満たすパラメータ変動に対する予見制御の効果について考察を行った.

本稿で提案した手法では, 切換超平面上の動特性を, 既存の設計手法を用いて設計できる. 従って, 偏差系を用いた予見サーボ系の設計手法や, ロバスト固有構造法のようなロバスト制御手法を導入することも可能である. さらに, 文献(8)~(10)の予見DTSM制御は完全な線形制御であり, これを用いて本稿の公称制御系を設計することもできる. 応用例を通じた公称制御系の選定, パラメータ変動に対するシステマティックな予見制御の設計法の確立, さらに効果的な非線形制御則の検討などが今後の課題である.

付録. 式(21)~(24)の導出

$|e^{j\omega T} \mathbf{I} - \mathbf{A}| \neq 0$ と仮定すると, 次式が成立する.

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}(\mathbf{G}(e^{j\omega T})) &= [\sigma_{\min}(e^{j\omega T} \mathbf{I} - \mathbf{A})]^{-1} \\ &= \left\{ \min_i \left(\sqrt{\lambda_i \left[(e^{j\omega T} \mathbf{I} - \mathbf{A})^* (e^{j\omega T} \mathbf{I} - \mathbf{A}) \right]} \right) \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (37)$$

ただし, $\sigma_{\max}(\bullet)$ は最大特異値, $\sigma_{\min}(\bullet)$ は最小特異値, $\lambda_i(\bullet)$ は固有値を表し, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. ここで, \mathbf{A} の固有値を $|\lambda_i| e^{j\theta_i} \in \mathbb{C}$, $\theta_i = \arg(\lambda_i)$, これに対応する固有ベクトルを $\mathbf{v}_i \in \mathbb{C}^n$ とすると, 以下を得る.

$$\begin{aligned} & \mathbf{v}_i^* (e^{j\omega T} \mathbf{I} - \mathbf{A})^* (e^{j\omega T} \mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{v}_i \\ &= \mathbf{v}_i^* (\mathbf{I} + \mathbf{A}^T \mathbf{A} - e^{-j\omega T} \mathbf{A} - e^{j\omega T} \mathbf{A}^T) \mathbf{v}_i \\ &= \mathbf{v}_i^* \mathbf{v}_i + |\lambda_i| e^{-j\theta_i} |\lambda_i| e^{j\theta_i} \mathbf{v}_i^* \mathbf{v}_i \\ & \quad - e^{-j\omega T} |\lambda_i| e^{j\theta_i} \mathbf{v}_i^* \mathbf{v}_i - e^{j\omega T} |\lambda_i| e^{-j\theta_i} \mathbf{v}_i^* \mathbf{v}_i \quad (38) \\ &= [1 + |\lambda_i|^2 - |\lambda_i| (e^{-j(\omega T - \theta_i)} + e^{j(\omega T - \theta_i)})] \mathbf{v}_i^* \mathbf{v}_i \\ &= [1 + |\lambda_i|^2 - 2|\lambda_i| \cos(\omega T - \theta_i)] \mathbf{v}_i^* \mathbf{v}_i \end{aligned}$$

ここで, $*$ は共役転置. よって, $\phi_i(\omega)$ を式(22)で定義すれば, $\mathbf{G}(e^{j\omega T})$ の特異値は $\sqrt{\phi_i(\omega)}$ となり, 式(37)より式(21)を得る.

次に, 式(22)より次式を得る.

$$\phi_i(\pi/T) = 1 + |\lambda_i| [|\lambda_i| + 2\cos(\theta_i)]. \quad (39)$$

ゆえに $|\theta_i| < \pi/2$ であれば, λ_i によらず, $\phi_i(\pi/T) > 1$ が満たされ, すなわち次式が成立する.

$$\sigma_{\min}(e^{j\pi} \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \min_i \left(\sqrt{\phi_i(\pi/T)} \right) > 1 \quad (40)$$

式(37), (40)より, 式(23)が成立する.

最後に, $|\lambda_i| < 1$ と式(22)より, $2\cos(\omega T - \theta_i) > 1$ であれば $\phi_i(\omega) < 1$ である. $0 \leq \omega T \leq \pi/6$ であれば, $|\theta_i| < \pi/2$

を満たす任意の θ , に対して $2\cos(\omega T - \theta) > 1$ が成立することから, 式(24)を得る.

文 献

- (1) V. Utkin, et al, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, (1999), pp.115-130, Taylor & Francis
- (2) Tsuchiya, T., Egami, T., *Digital Preview & Predictive Control*, Sangyo Tosho(1992)
- (3) Nonami, K., Tian, H., *Sliding Mode Control*, (1996), CORONA Publishing Co., LTD.
- (4) Furuta, K., Morisada, M., *Sliding Mode Control of a Discrete Time System*, *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol. 25, No. 5, (1989), pp. 574-578
- (5) E. A. Misawa, *Discrete Time Sliding Mode Control – The Linear Case*, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 119, (1997), pp. 819-821
- (6) Gao, W., Y. Wang: *Discrete-Time Variable Structure Control Systems*, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 42, No. 2, (1995), pp. 117-122
- (7) Kim, J.-H., et. al., *Robust Discrete-Time Variable Structure Control Method*, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 122, (1992), pp. 766-775
- (8) Sato, T., et al, *Digital Preview Sliding Mode Servo Systems and Its Characteristics*, *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, Vol. 14, No. 12, (2001), pp. 582-592
- (9) Sato, T., et al, *Digital Sliding Mode Servo Systems with Preview Feedforward Compensation*, *IEEJ Transactions on Electronics, Information and Systems, Series C*, Vol. 123, No. 8, (2003), pp.1439-1448
- (10) Ikedo, Y., Nonami, K., *Preview Sliding Mode Walking Control for Hexapod Robot COMET-III*, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 70, No. 700, (2004), pp.3484-3492
- (11) J. Wang, et al, *Robust Perfect Tracking Control with Discrete Sliding Mode Controller*, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 125, (2003), pp. 27-32
- (12) Aida, K., et al, *Asymptotic Properties of Poles of Optimal Sliding-mode Control System*, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.70, No.699, (2004), pp.3116-3121
- (13) A. Bartoszewicz, *Remarks on “Discrete-Time Variable Structure Control Systems”*, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 43, No. 1, (1996), pp.235-238
- (14) Hikita, H., et al, *Discrete-Time Sliding Mode Control for Linear Systems with Uncertainties*, *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, Vol. 15, No. 1, (2002), pp. 50-52
- (15) Aida, K., Kitamori, T., *A Relation between Optimal Preview Control and Least-Squares Smoothing and a Scheme of Smoothed Inverse System*, *Transactions of Instrument and Control Engineers*, Vol.25, No.4, (1989), pp.419-426