

同心円筒間の乱流テラー渦流れ
に関する実験的研究*小林 睦夫^{*1}, 前川 博^{*1}
高野 剛^{*1}, 山田 幸英^{*2}An Experimental Study on Turbulent Taylor Vortex Flow
between Concentric CylindersMutsuo KOBAYASHI, Hiroshi MAEKAWA,
Tsuyoshi TAKANO, and Yukihide YAMADA

Mean flow properties, including turbulent stresses, were fully measured in a turbulent Taylor vortex flow between outer stationary and inner rotating cylinders with a radius ratio of 1/0.98. The static pressure distribution on the outer wall confirmed that many turbulent Taylor vortex pairs about twice as high as the channel width continued to exist over a wide range of Taylor numbers varying by more than one digit. A new technique using a grid was effectively applied to fix a vortex pair to be measured at the required position during the velocity field measurements. In the core region extending over 60% of the channel width, the secondary flow contributed to the angular momentum transfer by about 90%. The turbulent stress distributions were characterized by production and convection due to the secondary flow.

Key Words: Taylor Vortex, Concentric Cylinders, Turbulent Flow, Secondary Flow, Turbulent Stress, Torque, Measurement

1. ま え が き

内円筒が回転し外円筒が静止している同心円筒間の流体の流れは、流体力学の基礎的な問題としても実用上からも重要な研究課題である。この流れは、回転数がある臨界値を超えると二次流れ（層流テラー渦）が発生することを理論と実験の両面から最初に明らかにした Taylor⁽¹⁾の研究以来、山田ら⁽²⁾の解説にも詳しく述べられているように、今日まで多くの研究者によりさまざまな観点から扱われてきた。

Stuart⁽³⁾と Davey⁽⁴⁾は二次流れ発生直後の流速とトルクをせつどう法により計算して、実験とよく一致する結果を得た。また、Coles⁽⁵⁾と水科ら⁽⁶⁾は回転数の増減に伴って起こる二次流れフローパターンの変遷やヒステリシスを詳しく観察し、それらの定性的傾向を明らかにした。以後の研究のほとんどは、層流から乱流への遷移過程を追跡する観点から、この流れを扱っており、乱流における速度の平均値や変動については Smith-Townsend⁽⁷⁾や山田ら⁽⁸⁾によって大まかな測定がなされているだけである。特に、Coles や水科らによ

り高回転数の広い範囲にわたって存在することが見いだされた乱流二次流れ（乱流テラー渦）については、理論的にも実験的にもまだ十分明らかにされていない。そこで、本研究ではこの乱流二次流れを伴う流れにおいて時間平均速度と乱流応力などを詳細に測定し、検討を行った。

主 な 記 号

t : 時間
 ϕ, r, z : 円柱座標 (図1)
 r_i, r_o : 内壁半径, 外壁半径
 z^* : z /(単一渦の高さ)
 ρ, ν : 流体の密度, 動粘度
 U : 主流速度
 U_i : 内壁周速度
 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$: 二次流れ速度の ϕ, r, z 成分
 u', v', w' : 速度変動の ϕ, r, z 成分
 P : 圧力の主流成分
 \bar{p} : 圧力の二次流れ成分
 p : 圧力変動
 Ta : テラー数 $= \sqrt{(r_o - r_i)/r_i} U_i (r_o - r_i)/\nu$
 T_c : 層流テラー渦の発生臨界テラー数

* 平成元年4月3日 第66期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年9月22日。

^{*1} 正員, 新潟大学工学部 (〒950-21 新潟市五十嵐2-8050)。

^{*2} 准員, (株)東芝 大阪工場 (〒567 茨木市太田東芝町1-65)。

$\langle f \rangle$: f の軸方向平均値

\bar{f} : f の時間平均値

2. 実験装置と実験方法

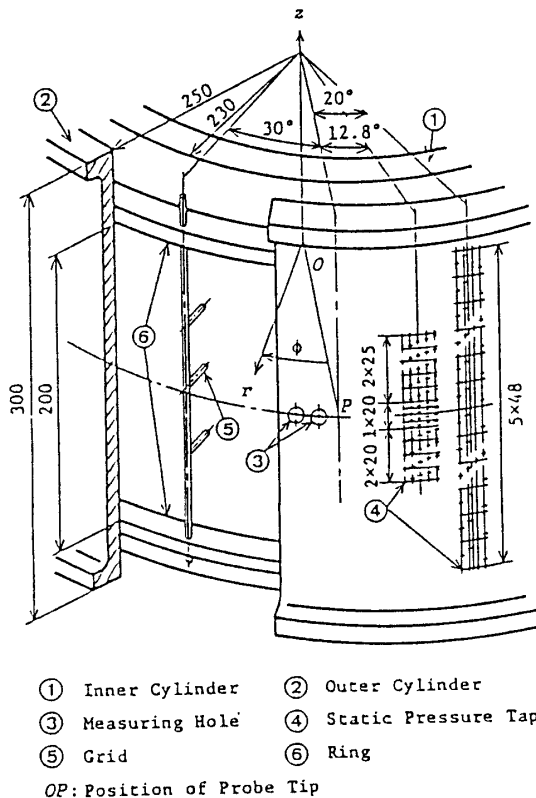
本実験に用いた装置の概要を図1に示す。内円筒①と外円筒②はともにアルミニウム鋳物製で、壁面は旋削後に鏡面仕上げされている。両円筒の壁面半径 r_i と r_o はそれぞれ 230 mm と 250 mm、高さは共通に約 300 mm である。組立に際しては、回転軸の振れと偏心、流路幅の偏差がいずれも ± 0.02 mm 以内におさまるように、細心の注意をはらった。両円筒は垂直に置かれ、内円筒の軸の下端は軸継手を介して、回転計の検出端子を取付けたVベルト車に接続されている。Vベルト車は自動制御装置付きの可変速モータによって、回転数の変動が 1 rpm 以内になるように駆動される。実験に用いた流体は室温、大気圧の空気である。外円筒には直径 12 mm のプローブ挿入孔③を中央に設け、さらに円筒間の渦の状態を知るため、直径 0.5 mm の静圧穴④を、軸方向に細かい間隔を置いて多数設けた。平均速度分布や乱れを測定する際には、間隔を一对の渦寸法に合せた 3 本の丸棒（直径 2 mm、長さ約 20 mm）からなる格子⑤が、プローブ挿入孔の下流約 30° の位置に置かれる。格子は流路上下の端面を

通して棒で支持される 2 枚のリング⑥と連動して、軸方向に動かせるようになっている。

まず初めに格子とリングを取り除いた状態で、外壁静圧の軸方向分布を多管傾斜マンオメータで観察した。その結果、ヒステリシスの影響でやや不安定ではあるが、回転数約 250 rpm 以上 ($Ta/T_c > 40$, $Ta > 2.3 \times 10^3$) で、水科ら⁽⁶⁾が指摘したように、流路の全体にわたってほぼ高さ（渦の軸方向寸法）のそろった 6 対の乱流二次流れ（乱流テラー渦）が存在することを確認した。水科らは、この乱流テラー渦は回転数がテラー数約 1.5×10^4 ($Ta/T_c = 280$) に相当する値を超えると消失し、流れは二次元的な乱流になったと報告している。一方、Smith-Townsend⁽⁷⁾は水科らと同一の半径比 ($r_o/r_i = 1.5$) の装置で実験を行い、二次元的な乱流となるテラー数は T_c の約 700 倍以上であるとしている。本実験では、装置の許容最大回転数 3 500 rpm ($Ta/T_c = 580$, $Ta = 3.2 \times 10^4$) まで回転数を上昇させても、渦の高さはいくらか伸びるものの、乱流テラー渦は消失しなかった。

格子を挿入しない状態では、渦は上下の端面以外に支えがないので、プローブの挿入やトラバースに伴って軸方向に動いてしまう。これを防ぎ、かつ渦のねらった断面をプローブ先端に合わせるため、前述のリングと格子が有効に用いられる。リングの間隔を 200 mm とすると、回転数 500 rpm 以上で、リングのない場合と同様の 3 対の整った渦を安定して得ることができた。この予備実験の結果に基づき、格子の間隔は回転数 2 000 rpm で発生する一对の渦寸法に合せた。格子とプローブの挿入によって渦が乱される領域は、外壁静圧分布の変形から推測すると、格子の下流 30° 以内に限られる。

平均速度と乱流応力の測定は回転数 1 000 rpm と 2 000 rpm において、真中の格子を挟んで向かい合う一对の渦について行った。平均速度は主としてくさび形二孔全圧ピトー管を使って測定し、その際の静圧には外壁静圧に遠心力の補正を施した値を用いた。乱流応力は、線径 $2.6 \mu\text{m}$ 、有効長約 0.3 mm、線間距離約 0.4 mm のタングステン線から成る X 形プローブと定温度形熱線風速計を用いて測定した。約 100 s にわたって、風速計の直流電圧は積分形デジタル電圧計で 100 組のデータに変換し、交流電圧は差動増幅器で増幅した後、逐次比較形 A-D コンバータで 12 bit、 1.2×10^5 組のデジタルデータに変換した。これらのデータから、自作のマイクロコンピュータシステムを使って既報⁽⁹⁾と同様な手法による実時間処理を行い、平均風速と乱流応力を求めた。



① Inner Cylinder ② Outer Cylinder
 ③ Measuring Hole ④ Static Pressure Tap
 ⑤ Grid ⑥ Ring
 OP: Position of Probe Tip

図1 実験装置の概要

3. 実験結果と考察

回転数 1000 rpm と 2000 rpm の測定結果の間には、渦の高さと強さが後者において数%増すこと以外、本質的な差異は認められなかった。したがって、以下においては 2000 rpm ($Ta=1.85 \times 10^4$) の結果のみを示して考察する。

3.1 成分分解 図 1 に示すような円柱座標系 (ϕ, r, z) を用い、二次流れが外壁から内壁に向かう渦の境界上で $z=0$ とする。まず、速度成分の瞬時値 u, v, w と圧力の瞬時値 p を時間平均値と変動成分(ダッシュを付して表す)に分解する。次に、時間平均値を、同一半径上で軸方向に平均した主流成分(大文字で表す)と残りの二次流れ成分(チルドを付して表す)に分解する。このような成分分解の結果は次のようになる。

$$u(\phi, r, z, t) = U(r) + \bar{u}(r, z) + u'(\phi, r, z, t) \dots\dots\dots(1\cdot a)$$

$$v(\phi, r, z, t) = \bar{v}(r, z) + v'(\phi, r, z, t) \dots\dots(1\cdot b)$$

$$w(\phi, r, z, t) = \bar{w}(r, z) + w'(\phi, r, z, t) \dots(1\cdot c)$$

$$p(\phi, r, z, t) = P(r) + \bar{p}(r, z) + p'(\phi, r, z, t) \dots\dots\dots(1\cdot d)$$

乱流テラー渦は周方向に一樣だから、すべての時間平均値は ϕ に依存しない。また、主流の半径方向成分と軸方向成分は存在しない。

3.2 外壁静圧 本実験装置では流れの可視化が困難なので、渦の状態は外壁静圧分布から間接的に推定した。

物性値一定の条件下では、軸方向運動量方程式から

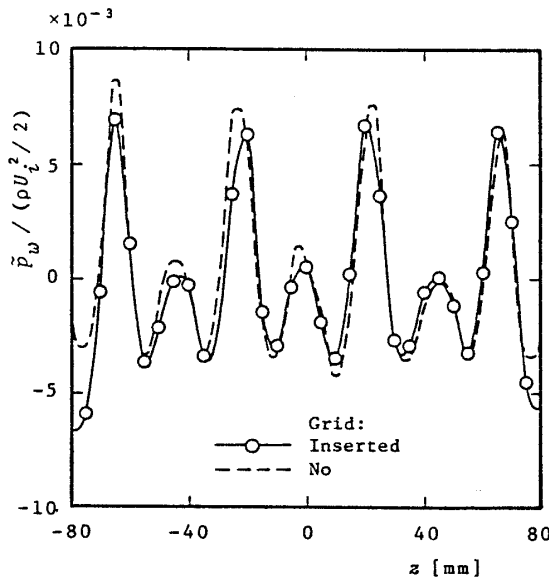


図 2 外壁静圧分布

次式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{p}_w}{\partial z} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho r \left(\nu \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} - \overline{v'w'} \right) \right] \right]_{r=r_o} \dots(2)$$

ただし、 \bar{p}_w は外壁上の \bar{p} である。

式(2)は外壁静圧と軸方向全せん断応力の関係を示しており、外壁静圧分布を介して渦の寸法や流れの状態を知る根拠となる。

リングと格子がない場合と挿入した場合の外壁静圧分布を図 2 に示す。両者の分布を比較すると、測定した 1 対(真中)を含む 3 対の渦は格子などの挿入の影響をほとんど受けないと推測できる。一對の渦の軸方向寸法は流路幅の 2.1 倍であり、したがって渦の形状はほぼ正方形に近い。回転数を下げると、渦の軸方向寸法はごくわずかに縮小し、静圧分布には二つの極大値の差が減少して正弦波状分布に近づく傾向が見られた。

3.3 周方向時間平均速度

下流から見て時計方向に旋回する一方の渦につき、4 等分した断面上の周方向時間平均速度 ($U + \bar{u}$) の分布を図 3 に示す。このデータは単孔ピトー管を用いて測定したものであるが、二孔ピトー管および熱線プローブによる測定値との差は 2% 以内であった。測定した一對の渦は境界に対してほぼ完全に対称なので、反時計方向に旋回する他方の渦の測定値は図示していない(以下同様)。図 3 を見ると、渦の境界上以外の速度分布はほとんど重なり合うほどに一致している。また、 $U + \bar{u}$ は壁面近傍

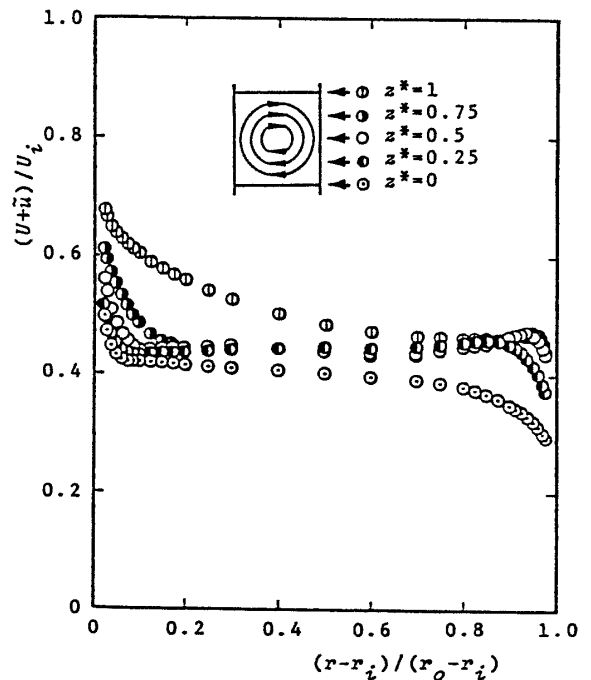


図 3 周方向時間平均速度分布

と境界近傍を除く広い領域でほぼ一様となっている。こうした速度の平坦化は乱流混合よりもむしろ二次流れに起因するものである。その理由の一つとして、渦の中心断面上において、内壁側の速度が外壁側のそれよりも低く（半径方向の速度こう配が正に）なる部分が存在することがあげられる。二次流れが外壁から内壁に向かう渦の境界上（図3では下側の境界）では、外壁側で減速された流体が対流輸送されるので、 $U + \bar{w}$ のレベルは最小になっている。逆に他方の境界上では、運動量輸送の向きが逆なので速度のレベルは最大となっている。

図4は周方向時間平均速度の軸方向平均値を角運動量分布の形で表したものである。軸方向平均値 U は一対の渦につき17断面の測定値を用いて求めた(以下同様)。Smithら⁽⁷⁾は軸方向にごくわずかの流れを与えてこの平均値を測定している。図4には彼らと山田ら⁽⁸⁾の測定値の一部も示した。これらの測定値は異なる半径比とテラー数に対するものであるにもかかわらず、流路幅の約80%に当たる中央の広い領域で角運動量がほぼ一定となること、しかもわずかではあるが半径方向に正のこう配が存在することなどの共通点を実験結果に認められる。

3・4 二次流れ速度 図5に、二孔ピトー管により測定した二次流れ速度の軸方向成分 \bar{w} の分布を示す。

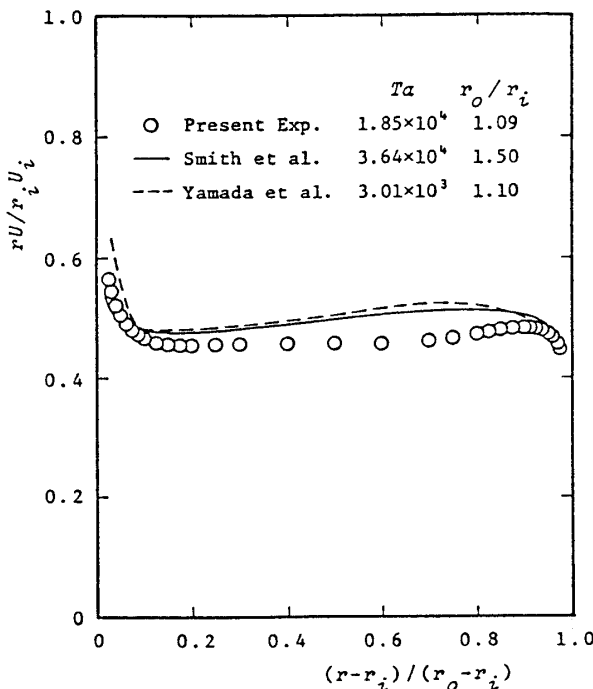


図4 角運動量軸方向平均値の分布

ピトー管の風速特性と指向特性は、あらかじめ一様空気流中で検定した。ピトー管の向きは、 \bar{w} の測定値が軸方向流れの連続条件を正確に満たすまで、修正を繰返して慎重に定めた。図5に見られるように、 \bar{w} は渦境界においてほとんど零であり、境界以外の断面上では壁近傍で極値を持ち、中央部で右下がりの直線状分布をしている。このことから、この二次流れは時計方向に回転する単一渦であることが確認できる。 \bar{w} の分布は発生初期の層流テラー渦に見られる正弦波状分布とは異なり、この歯状分布になっている。

二次流れ速度の半径方向成分 \bar{v} は、X形プローブで測定すると壁近傍でプローブ固有の誤差が現れたので、次のようにして \bar{w} の測定値から計算した。すなわち、流れ関数 Ψ を

$$\bar{v} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

$$\bar{w} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \dots\dots\dots (3 \cdot b)$$

と定義する。次に式(3・b)左辺に \bar{w} の測定値を代入して積分を行い、 Ψ の分布を求めた後、式(3・a)に従って \bar{v} を計算した。このようにして求めた \bar{v} の値は、X形プローブによる測定値と流路中央部で10%ほどの違いしかなかった。 \bar{v} の分布を図6に示す。 \bar{v} は層流テラー渦の場合の余弦波状分布よりも、むしろ中央部で放物線に近い分布を呈している。

3・5 乱流応力 乱流応力の輸送方程式は次のよ

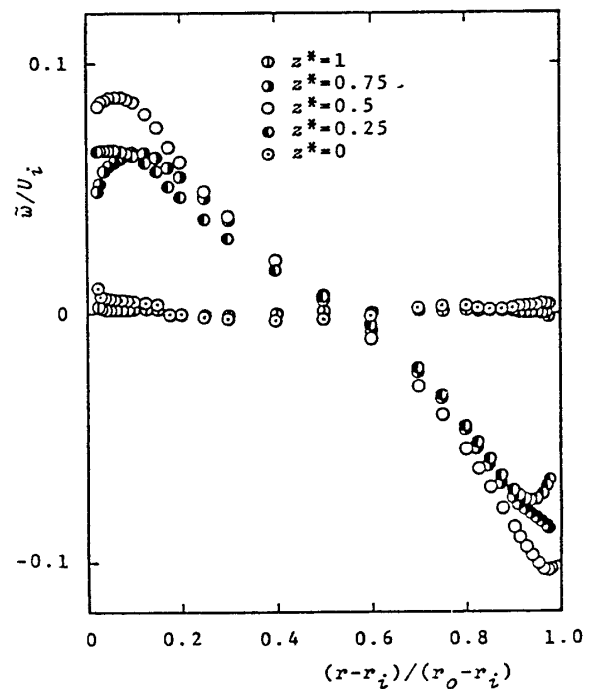


図5 二次流れ軸方向成分 \bar{w} の分布

うに書き表される。

$$\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial t} = -\bar{v} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial r} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial z} \quad \text{①}$$

$$- \frac{2\bar{u}'v'}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(U+\bar{u})] \quad \text{②}$$

$$- 2\bar{u}'w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + 2 \frac{p'}{\rho r} \frac{\partial \bar{u}'}{\partial \phi} - \epsilon_u \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{\partial \bar{v}^2}{\partial t} = -\bar{v} \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial r} - \bar{w} \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial z} \quad \text{①}$$

$$+ \frac{4\bar{u}'v'U}{r} - 2\bar{v}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - 2\bar{v}'w' \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad \text{②}$$

$$+ 2 \frac{p'}{\rho r} \frac{\partial \bar{v}'}{\partial r} - \epsilon_v \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial t} = -\bar{v} \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial r} - \bar{w} \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} \quad \text{①}$$

$$- 2\bar{v}'w' \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} - 2\bar{w}^2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad \text{②}$$

$$+ 2 \frac{p'}{\rho} \frac{\partial \bar{w}'}{\partial z} - \epsilon_w \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial t} = -\bar{v} \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial r} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial z} \quad \text{①}$$

$$- \frac{\bar{v}^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(U+\bar{u})] \quad \text{②}$$

$$+ \frac{2\bar{u}^2U}{r} - \bar{u}'v' \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \bar{v}'w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \bar{u}'w' \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad \text{②}$$

$$+ \frac{p'}{\rho r} \left(\frac{\partial \bar{u}'}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial \phi} \right) \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial t} = -\bar{v} \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial r} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z} \quad \text{①}$$

$$- \frac{\bar{v}'w'}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(U+\bar{u})] \quad \text{②}$$

$$- \bar{w}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \bar{u}'v' \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} - \bar{u}'w' \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad \text{②}$$

$$+ \frac{p'}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}'}{\partial \phi} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial z} \right) \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 \bar{u}^2 , \bar{v}^2 , \bar{w}^2 の散逸率をそれぞれ ϵ_u , ϵ_v , ϵ_w と表し、測定した範囲内で微小と考えられる項 (乱流拡散項など) を省略している。

次に各乱流応力成分につき、3・4 節と同様の断面上の測定結果を示して考察する。

周方向乱流法線応力 \bar{u}^2 の分布を図 7 に示す。 \bar{u}^2 の振舞いは式 (4) を参照して次のように説明できる。どの断面上でも主要な生産 [②の第 1 項] がごく壁近傍で極大になることに対応して、 \bar{u}^2 はそこで極大値をとる。渦の上側境界上では、値の大きな \bar{u}^2 が内壁から外壁に向けて対流輸送される [①の第 1 項] ため、

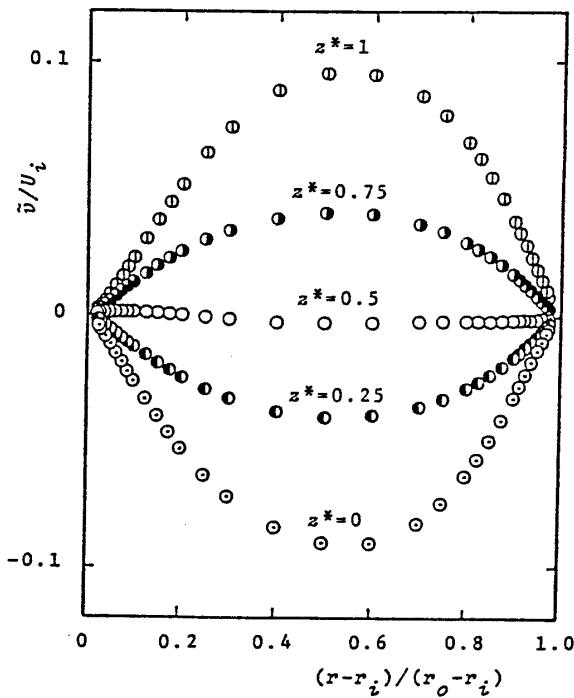


図 6 二次流れ半径方向成分 \bar{v} の分布

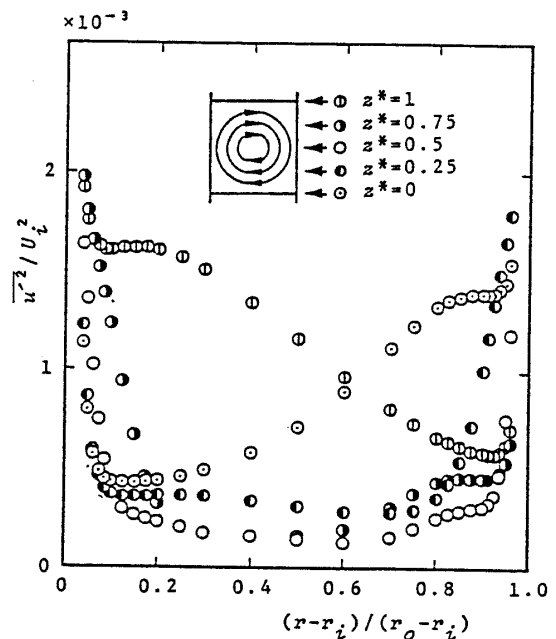


図 7 乱流法線応力 \bar{u}^2 の分布

中央部の内壁側において $\overline{u'^2}$ はほぼ一定値を保持する。しかし、内壁から離れ外壁に近づくとともに、 $\overline{u'^2}$ は速度こう配 $\partial(U+\bar{u})/\partial r$ の減少による生産の低下に伴って急激に減少し、②の第1項が零となる位置の付近で最小となる。次に、この位置から外壁沿いに同一半径上を下方に向けて $\overline{u'^2}$ の変化を追ってみる。この半径上では渦の中心断面に至るまで、②の第1項はほぼ零に保たれるから、 $\overline{u'^2}$ は次第に減少する。しかし、渦の中心断面を過ぎると、外壁近傍で生産された値の大きな $\overline{u'^2}$ が二次流れにより対流輸送される〔①の項〕結果、 $\overline{u'^2}$ は急激に大きくなる。下側境界のごく壁近傍で $\overline{u'^2}$ が隣接する測定断面上のそれより小さいのは、速度こう配 $\partial(U+\bar{u})/\partial r$ が下側境界上でより小さいからである。下側境界上と内壁沿いの $\overline{u'^2}$ の変化は上側境界上と外壁沿いの場合と類似の経過をたどる。

図8に半径方向乱流法線応力 $\overline{v'^2}$ の分布を示す。 $\overline{v'^2}$ は、遠心加速度が関係する生産〔式(5)②の第1項〕の影響で、全体に内壁近傍の値が外壁近傍のそれよりもわずかに大きく、しかも通常の壁乱流の場合と比べて全エネルギーに対する比が大きい。渦の境界上の壁から離れた領域で、 $\overline{v'^2}$ は $\overline{u'^2}$ や $\overline{w'^2}$ と異なりほぼ一定値をとる。これは、この領域で $\overline{v'^2}$ の生産の一部〔式(5)②の第2項〕が $\overline{u'^2}$ や $\overline{w'^2}$ の主要な生産〔式(4)と(6)②の第1項〕と符号が逆であり、圧力速度こう配相関〔式(5)③〕による $\overline{u'^2}$ や $\overline{w'^2}$ からの再分配を相殺してしまうためであろう。

軸方向乱流法線応力 $\overline{w'^2}$ の分布を図9に示す。 $\overline{w'^2}$ の生産〔式(6)②〕には主流に関係する項がなく、その絶対値は小さい。このため、 $\overline{w'^2}$ のごく壁近傍での極大値は $\overline{v'^2}$ と同様に、 $\overline{u'^2}$ よりも小さい。 $\overline{w'^2}$ の分布が

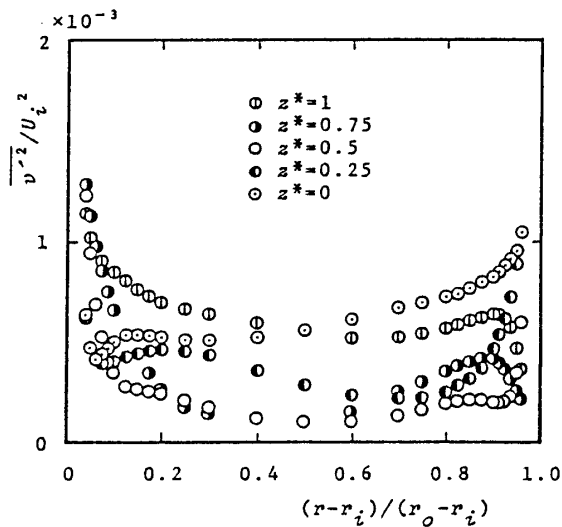


図8 乱流法線応力 $\overline{v'^2}$ の分布

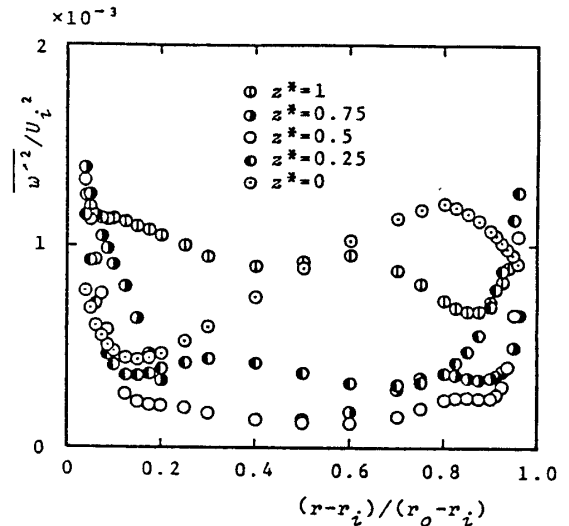


図9 乱流法線応力 $\overline{w'^2}$ の分布

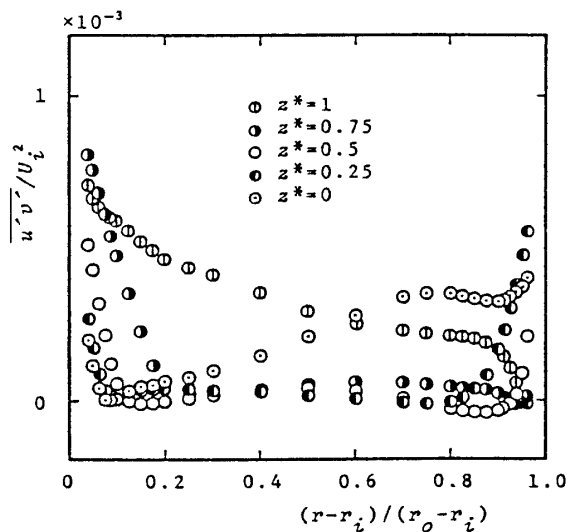


図10 乱流せん断応力 $\overline{u'v'}$ の分布

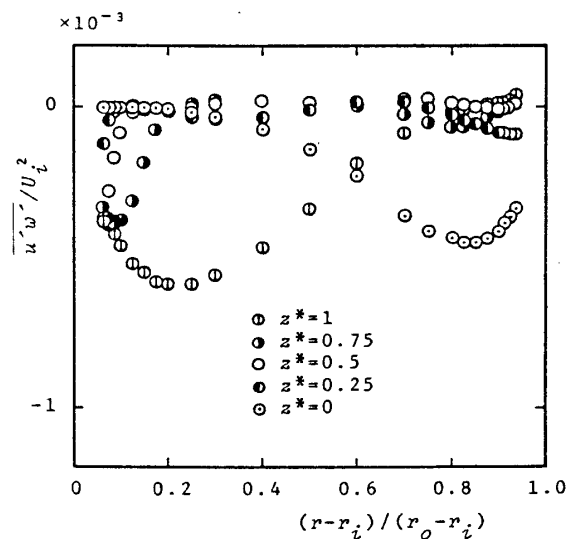


図11 乱流せん断応力 $\overline{u'w'}$ の分布

$\overline{u'^2}$ のそれと似ているのは、生産が小さく、主として圧力速度こう配相関 [式(6)③] により $\overline{u'^2}$ からエネルギーを分配されることによると推察される。

乱流せん断応力 $\overline{u'v'}$ の分布を図 10 に示す。 $\overline{u'v'}$ は、その主要な生産 [式(7)②の第 1 項] が極大となるごく壁近傍で極大値を持つ。壁近傍での $\overline{u'v'}$ の軸方向変化は二次流れによる対流 [式(7)①] の影響を強く受けている。渦の境界上では生産と対流輸送が強いので、 $\overline{u'v'}$ は他の断面上よりも値が大きく、しかも上側境界上では右下がり、下側境界上では左下がりの分布になっている。渦の中心断面上では、渦周辺部の対流による強い運動量輸送により、壁から離れた位置で速度こう配 $\partial(U+\bar{u})/\partial r$ が正となり、主要な生産 [式(7)②の第 1 項] は負となるので、その位置の近傍で $\overline{u'v'}$ は負となる。しかし負の領域がさほど広くないのは、付加的な正の生産 [式(7)②の第 2 項] の影響のためと考えられる。

乱流せん断応力 $\overline{u'w'}$ の分布を図 11 に示す。この場合に限り分布は渦の境界に対して逆対称になる。 $\overline{u'w'}$ の生産 [式(8)②] は、渦の中心断面上のごく壁近傍でかなり大きい負の値を持つが、それ以外の領域では小さい。このため、 $\overline{u'w'}$ は境界以外のごく壁近傍で負の極大値をとる。 $\overline{u'w'}$ は渦の境界上で本来零でなければならないが、測定値は往々にして正または負 (図 11 の場合は負) の大きい膨らみを示し、再現性に欠けた。こ

れは、 $\overline{u'w'}$ を測定する場合、渦境界をねらってプローブを挿入しても、その影響で測定断面が渦境界の上または下のどちらかの方向にごくわずかにずれることによると推察できる。すなわち、 $\partial\bar{u}/\partial z$ は境界上で厳密には零だが、図 3 からわかるように、内壁側の上側境界と外壁側の下側境界付近の狭い領域で軸方向に激しく変わり、大きい極大値を持つ。したがって、測定断面が境界からわずかにずれると式(8)②の第 2 項による生産が増し、さらに式(8)②の第 4 項による増幅作用が加わる結果、 $\overline{u'w'}$ の絶対値は著しく増大することになる。

3.6 二次流れ強さと乱流法線応力の軸方向平均値
Smith ら⁽⁷⁾は前述のようにごくわずかの軸方向流れを加えて二次流れと速度変動の和の 3 方向成分を熱線風速計で検出し、フィルタにより二次流れを分離することにより各成分の強さを測定した。彼らの結果に対応すると考えられる二次流れ強さの軸方向平均値 ($\langle \bar{u}^2 \rangle$, $\langle \bar{v}^2 \rangle$ および $\langle \bar{w}^2 \rangle$) と乱流法線応力の軸方向平均値 ($\langle \overline{u'^2} \rangle$, $\langle \overline{v'^2} \rangle$ および $\langle \overline{w'^2} \rangle$) の分布をそれぞれ図 12, 13 に示す。二次流れ強さの場合、本実験値は Smith らのそれと比べて 3 成分とも数倍大きい。両実験値の分布形状は共通の傾向を示している。すなわち、 $\langle \bar{u}^2 \rangle$ と $\langle \bar{w}^2 \rangle$ は流路中央で極小となりごく壁近傍で極大となる。また $\langle \bar{v}^2 \rangle$ は流路中央で極大となる。乱流法線応力の軸方向平均値については、二次流れ強さ

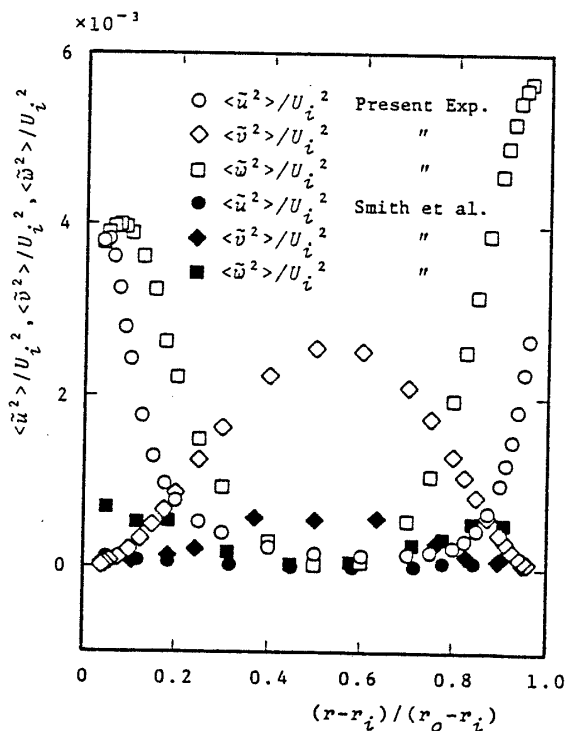


図 12 二次流れ強さの軸方向平均値

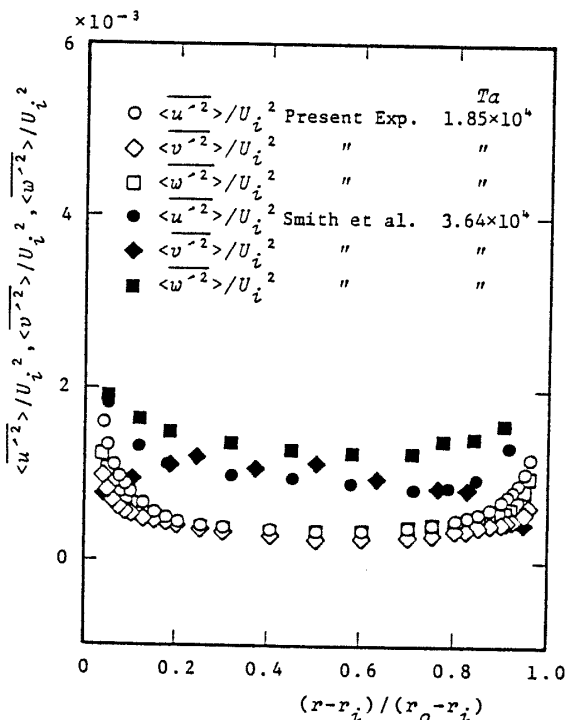


図 13 乱流法線応力の軸方向平均値

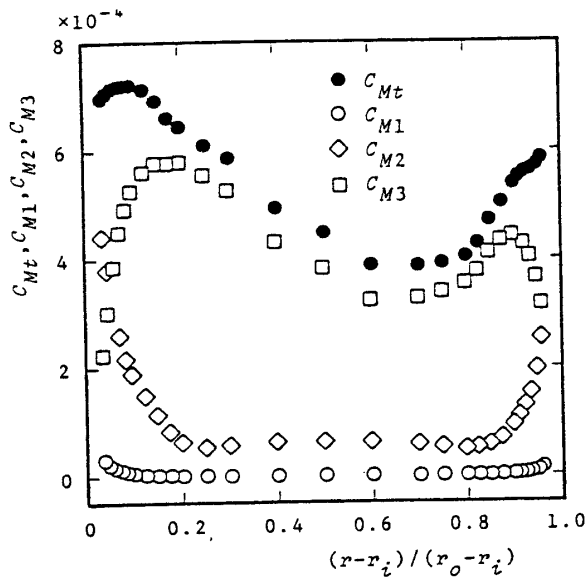


図 14 摩擦モーメント係数の分布

の場合とは逆に本実験値のほうが Smith らのそれより小さい。 $\langle \bar{u}^2 \rangle$ と $\langle \bar{w}^2 \rangle$ は両実験値とも流路中央部で極小となり壁近傍で極大となる。しかし $\langle \bar{v}^2 \rangle$ については、本実験値が壁近傍で極大となり流路中央で極小となるのに対して、Smith らの実験値は流路中央で極大となり、両者の分布形状は大きく異なる。図 12, 13 に見られた両実験値間の相違は、テラー数や半径比などの実験条件の違いのためであろうが、Smith らの実験の場合、フィルタによる二次流れ速度と変動速度の分離が不完全であり、前者の一部を後者として測定したためであると思われる。図 12, 13 から、測定した領域において、二次流れエネルギー $[(\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)/2]$ の軸方向平均値は乱流エネルギーの軸方向平均値の約 2 倍の大きさであることがわかる。

3.7 伝達トルク 回転円筒に作用する全トルクについては、Taylor⁽¹⁰⁾を初めとして多くの詳細な測定⁽¹¹⁾⁽¹²⁾がなされているが、円筒間のトルク伝達機構について調べた結果はないようである。

周方向の運動方程式から、軸方向に平均した全摩擦モーメント係数 C_{Mt} は粘性摩擦モーメント係数 C_{M1} 、乱流せん断力によるモーメント係数 C_{M2} および二次流れの角運動量輸送によるモーメント係数 C_{M3} の和として次のように表される。

$$C_{Mt} = C_{M1} + C_{M2} + C_{M3} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$C_{M1} = -\frac{\nu r^3}{r_o^2 U^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{U}{r} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$C_{M2} = r^2 \langle \bar{u}' \bar{v}' \rangle / (r_o^2 U^2) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$C_{M3} = r^2 \langle \bar{u} \bar{v} \rangle / (r_o^2 U^2) \quad \dots\dots\dots (12)$$

測定値を式(9)~(12)に代入して求めたトルクの釣

合いを図 14 に示す。すべての半径上で、全伝達トルクは一定であるから C_{Mt} も一定になるはずであるが、図 14 ではそのようになっていない。これは主に C_{M3} の測定誤差によるものである。しかし、 C_{Mt} の半径方向平均値は山田ら⁽¹²⁾の測定値にほぼ一致している。図 14 によれば、測定した領域内で C_{M1} は小さく、壁から流路幅の 5%程度離れると C_{M2} と C_{M3} の大きさは逆転し、流路の中央部 60%の領域では二次流れの角運動量輸送によるトルク伝達が支配的であることがわかる。

4. ま と め

半径比 1.09 の静止外円筒と回転内円筒から成る同心円筒間の乱流テラー渦について実験を行い、次のことが明らかとなった。

- (1) 乱流テラー渦は広範囲の回転数にわたって存在し続け、 $Ta = 3.2 * 10^4$ でも消失しない。渦の形状はほぼ正方形に保たれ、その強さや大きさの変化は回転数に対して鈍感である。
- (2) 二次流れ速度の軸方向成分はこの歯状分布を、また半径方向成分は放物線状分布を呈する。
- (3) 角運動量の軸方向平均値は、二次流れによる強い輸送効果により、流路中央部の広い領域でほぼ一様となり、半径方向にわずかに正のこう配を持つ。
- (4) 乱流応力は渦の周辺部で大きく、その分布は生産と二次流れによる対流により支配的に影響される。
- (5) ごく壁近傍以外の領域で、二次流れエネルギーの軸方向平均値は乱流エネルギーのその約 2 倍である。
- (6) 壁から流路幅の約 5%以上離れた領域で、二次流れによるトルク伝達は乱流せん断応力によるそれを上まわり、流路の中央 60%の領域では、トルクのほとんどが二次流れにより伝達される。

文 献

- (1) Taylor, G. I., *Philos. Trans. R. Soc., London, Ser. A.* 223 (1923), 289.
- (2) 山田・今尾, 機論, 52-484, B (1986), 3829.
- (3) Stuart, J. T., *J. Fluid Mech.*, 4 (1958), 1.
- (4) Davey, A., *J. Fluid Mech.*, 14 (1962), 336.
- (5) Coles, D., *J. Fluid Mech.*, 21-3 (1965), 385.
- (6) 水科・ほか 5 名, 化学工学, 32-8 (1968), 795.
- (7) Smith, G. P. and Townsend, A. A., *J. Fluid Mech.*, 123 (1982), 187.
- (8) 山田・ほか 3 名, 機論, 51-461, B (1985), 271.
- (9) 前川・ほか 3 名, 機論, 45-393, B (1979), 694.
- (10) Taylor, G. I., *Proc. R. Soc., Ser. A.* 157 (1936), 546.
- (11) Donnelly, R. J., *Proc. R. Soc., Ser. A.* 246 (1958), 312.
- (12) 山田・ほか 2 名, 機論, 47-420, B (1981), 1494.

討 論

〔質問〕 山田 豊・今尾 茂樹

〔名古屋工業大学〕

(1) 図4の角運動量の分布を見ると、全体として他の研究者のものより値が小さく、特に質問者の値より外筒寄りの値が小さい。 T_a の値がこの程度に大きければ T_a の影響は少なく、 r_o/r_i は近いのであるから両者は一致すべきものとする。図1の実験装置において、両端面のリング・格子・格子の支柱が固定されているので、その影響により角運動量が大きく減少していると思われる。特に格子の支柱の影響が最も大きいと考えられるので、格子および格子の支柱を除いた状態で角運動量を測定し比較すべきと考えるがいかがか。

(2) 閉じた空間内であるから、上記の主流ばかりでなく二次流れ成分や速度変動成分への影響も無視できないと思われるがいかがか。

(3) 2582ページ右欄の記述から臨界テイラー数 $T_c=55.2$ となるが、Roberts(付1)によれば $r_o/r_i=1.09$ のとき $T_c=43.3$ である。 T_c はどのようにして決定されたか伺いたい。

〔回答〕 (1) 格子などを取り除いた状態で外筒側からプローブを挿入すると、その周辺の周方向角運動量が低下するため、周方向角運動量の最小の断面($Z^*=0$)がプローブの位置に一致するように渦列が軸

方向に移動する傾向があり、狙った渦断面の測定や正確な軸方向平均値を求めることはできない。ご指摘のように、格子や支柱の挿入により角運動量が低下する可能性は否定できないが、狙った渦断面上の各種乱流量を安定して測定し、正確な軸方向平均値を求めるためには、本方法が現時点では最良であろうと著者らは考えている。

(2) 格子などを取り除いた場合の外壁静圧分布の振幅などの比較(図2)から推測すると、格子などの挿入による影響はおそらく数%ほどの二次流れ成分の減少と速度変動成分の増減を引き起こす程度であり、無視できると思われる。

(3) 臨界テラー数 T_c の値はTaylor⁽¹⁰⁾の近似式から求めた。これによると、 $r_o/r_i=1.09$ のとき $T_c=43.2$ 、 $r_o/r_i=1.5$ のとき $T_c=55.6$ となる。本文中では、誤って $T_c=55$ として T_a/T_c を計算していた。ご指摘の文献の計算値によれば、 $r_o/r_i=1.09$ のとき $T_c=43.3$ 、 $r_o/r_i=1.5$ のとき $T_c=54.0$ となる。これらの正確な値を用いてテラー数比 T_a/T_c を再計算すると、2582ページ右欄6行めの $T_a/T_c > 40$ は $T_a/T_c > 50$ に、2582ページ右欄17行めの $T_a/T_c=580$ は $T_a/T_c=740$ となる。ご指摘に感謝し謹んで訂正させていただく。

(付1) Roberts, P. H., *Proc. R. Soc., Ser. A*, 283 (1965), 550.