2782

日本機械学会論文集(B編)
62巻599号(1996-7)

論文 No. 96-0040

リブ付き平行平板間流れの線形安定性解析*

松原幸治*1, 中部主敬*2, 鈴木健二郎*2

Linear Stability Analysis for Channel Flow with Two Ribs Attached to One Wall

Koji MATSUBARA, Kazuyoshi NAKABE and Kenjiro SUZUKI

Linear stability analysis was performed for channel flow with two ribs attached to one wall. Effects of perturbations with an infinitely small amplitude on a fundamental steady flow in the channel were numerically investigated. The fundamental flow corresponds to one of the steady solutions of the Navier-Stokes equations. Time-asymptotic solutions of the perturbation equations reach the least stable mode of the channel flow. Growth or decay of the perturbations was supposed to occur everywhere in the flow with a constant amplification factor, since the logarithmic value of the maximum transverse perturbation velocity of the least stable mode changed linearly with time at all monitoring locations in the channel. In addition, a direct numerical calculation was performed using the two-dimensional Navier-Stokes equations to investigate the characteristics of nonlinear stability, the results of which showed a similar growth pattern to those derived from the perturbation equations. The flow instability with an increase of the Reynolds number was found to depend on the value of the source functioning term of the perturbation vorticity equation derived from the perturbation equations.

Key Words: Unsteady Flow, Forced Convection, Transition, Numerical Analysis, Linear Stability, Low Reynolds Number

1. 緒言

リブ付き面を流路壁とする流れ系の熱伝達は，ガスタービン動翼の内部冷却，コンパクト型熱交換器や電子機器の冷却等への応用と関連があり，古くから種々の研究がなされている(1)．例えば，リブ付き面の流動伝熱特性については，パイオニア的研究として菅原らの一連の研究(2)が，また最近ではKozluらの系統的研究(3)がある．Ghaddarら(4)は，より基礎的観点からリブとキャビティー（凸部と凹部）からなるユニットを取り上げ，2次元非定常数値計算によってその流動伝熱特性を解析した．その結果，流れにある周波数の脈動を与えた場合，共鳴現象による強い非定常性が流れ場に発生し，それによって，伝熱特性が向上することを明らかにした．ただ，彼らはユニットごとに流れ場・温度場の空間的周期性が存在することを仮定しているため，発生する非定常流がそれによって拘束されている可能性がある．そこでMatsubaraら(5)は，類似の系で空間的周期性を仮定することなく，2次元非定常数値解析を行った．その結果，上流側リブ上面前縁からはく離するせん断層の不安定化によって流れが非定常化し，このことに伴って下流側リブの熱伝達が促進されること等を明らかにした．また，鉛直加熱上昇流に対して浮力の影響を考慮すると，修正グラスホフ数の増大に伴い流れが定常化するという結果も得た(6)．本報では，文献(5)，(6)では未検討であった流れの不安定性について検討を施す．すなわち，Ghaddarら(4)，Karniadakisら(7)ならびにChenら(8)と同様の数値解析的手法による線形安定性解析を行って，対象とする流れ系の特性を調べ，また，その結果（線形解）がNavier-Stokes式を直接数値計算して得られる非線形解といかなる関係にあるかについても検討を加える．ただし，エネルギー式を同時に解く必要がある共存対流下の安定性に関しては次報にゆずる．

* 原稿受付 1996年1月16日．
*1 正員，新潟大学大学院自然科学研究科（〒950-21 新潟市五十嵐二の町8050）．
*2 正員，京都大学大学院工学研究科（〒606-01 京都市左京区吉田本町）．

2. 記号

C :対流作用の項 [1/s^2]
D :拡散作用の項 [1/s^2]
F :角周波数 [rad/s]
G :増幅率 [rad/s]

H :流路高さ [m]
i :x方向単位ベクトル
j :y方向単位ベクトル
L :リブ高さ [m]
Lw :リブ間隔 [m]
P :圧力 [Pa]
$\hat{p}$:かく乱圧力 [Pa]
Re_L :レイノルズ数 $=U_m L/\nu$
S :生成作用の項 [1/s²]
t :時間 [s]
U :x方向速度成分 [m/s]
u :x方向変動速度成分 [m/s]
V :y方向速度成分 [m/s]
$\boldsymbol{V}$:速度ベクトル $=Ui+Vj$
v :y方向変動速度成分 [m/s]
v' :y方向変動乱れ強さ [m/s]
$\boldsymbol{v}$:変動速度ベクトル $=ui+vj$
x :流れ方向距離 [m]
y :高さ方向距離 [m]
γ :複素数 $=G+iF$
μ :流体の粘性係数 [Pa•s]
ν :流体の動粘性係数 [m²/s]
ρ :流体の密度 [m³/s]
σ :リブ間隔比 $=L_w/L$
τ :流路閉塞比 $=L/H$
ϕ :位相角 [rad]
ω :渦度 [1/s]

添字

j :y方向かく乱速度のピーク値
m :空間平均
S :基本流
t :時間微分
0 :流路入口

肩字

ˆ :かく乱
～ :変動の振幅と位相角
´ :exp(Gt)で規格化したかく乱速度
— :時間平均

3. 計算手法

本研究では文献(5),(6)と同じく，Fig.1に示すような平行平板間の一方の壁に２つのリブを配した幾何形状の流路を対象とした．とくに，文献(5)で比較的低いレイノルズ数で不安定化し，かつ，その熱流動特性が最適となると結論されたリブ間隔比$\sigma(=L_w/L)$が3.0，流路閉塞比$\tau(=L/H)$が0.5の場合を選び，リブ高さ基準のレイノルズ数Re_Lを100～250の範囲内で変化させて検討を行った．座標原点は第１リブ上流側下端角とし，そこから流れ方向にx軸を，流れと垂直方向にy軸をとった．なお，図中の×印は，かく乱速度をモニタした位置である．

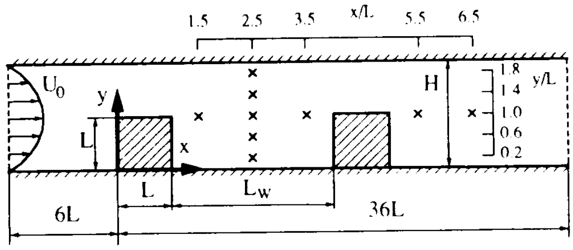

Fig. 1 Computational domain.

流路内の流れは次の連続の式および２次元Navier-Stokes式に支配されているとする．

$$
\begin{aligned}
\rho_t + \nabla\cdot(\rho\boldsymbol{V}) &= 0 \\
(\rho\boldsymbol{V})_t + \nabla(\rho\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}) &= -\nabla P + \mu\nabla^2\boldsymbol{V}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

ここで，$\boldsymbol{V}$（$=Ui+Vj$，ただし，iおよびjはそれぞれ，xおよびy軸方向の単位ベクトル）は速度ベクトル，Pは圧力，添字tは時間微分を表す．式(1)の数値解を求めるに際しての差分化には，文献(5)と同様，対流項に三次精度のQUICK法[9]，拡散項に二次精度の中心差分法を用い，完全陰解法によって諸量の時間発展を計算したが，圧力と速度の更新値の整合性を充分確保するため，１時間ステップ内で20回の繰り返し計算をADI法[10]を併用して行った．圧力の計算にはSIMPLE法[11]を採用した．また，計算格子としては速度成分とスカラー量の格納格子を千鳥状に配置するスタッガード格子を用いた．格子間隔は不等間隔にリブの各頂点で最も密になるよう配慮し，最小格子間隔基準のレイノルズ数は7.0とした[12,13]．時間更新刻み幅は最小格子間隔基準のクーラン数が１になるよう定めた．

境界条件として，流れは流路入り口で流体力学的に十分発達しているとし，全ての固体壁面上で速度をゼロと仮定した．また，類似の流れ系を扱った文献[12,13]と同様に流路出口での流れは境界層近似に従うと仮定した[14]．流路出口は第１リブ設置位置から36L下流に設けられており，この位置で逆流，循環流は生じておらず，したがって流路出口で境界層近似に従うとする仮定は妥当であると考えられる．

さて，基準とする定常流れ（以下では基本流と呼ぶ）に微小振幅を有するかく乱を以下の形式で与えた場合の流れの安定性を検討する．

$$
\begin{aligned}
V(x,y,t) &= V_s(x,y) + \hat{v}(x,y,t) \\
P(x,y,t) &= P_s(x,y) + \hat{p}(x,y,t)
\end{aligned} \qquad (2)
$$

ここで，$V_s(=U_s i+V_s j)$およびP_sは基本流の速度および圧力であって，それらは式(1)の非定常項をゼロとして求めた．$\hat{v}(=\hat{u}i+\hat{v}j)$および$\hat{p}$はかく乱の速度および圧力を表す．

式(2)を式(1)に代入して，2次の微小項を無視する線形化を施すと，かく乱に対する支配方程式が以下のように求まる．

$$
\begin{aligned}
\rho_t + \nabla\cdot(\rho\hat{v}) &= 0 \\
(\rho\hat{v})_t + \nabla(\rho V_s \hat{v}) &= -\nabla\hat{p} + \mu\nabla^2\hat{v} - \nabla(\rho\hat{v}V_s)
\end{aligned} \qquad (3)
$$

本研究では非定常数値解析を式(3)に適用してかく乱の挙動を調べる手法[4,7,8]を採用し，流れの安定性解析を行った．式(3)の数値解析には式(1)の場合と同じアルゴリズムを適用した．かく乱に対する境界条件としては，流路入り口でかく乱速度をゼロとしたが，それ以外の境界では式(1)を解く時と同じ条件，すなわち全ての固体壁上で速度をゼロとし流路出口で境界層近似を用いる条件を採用した．

かく乱速度の初期値として，無次元時間tU_m/Lにして約5.0に相当する時間に亘り第1リブ上面の一部の領域において，かく乱速度のy方向成分$\hat{v}$を強制的に振動させ，得られる流れ場の各格子点での$\hat{u}$，$\hat{v}$，$\hat{p}$の値を採用した．この初期値の最終結果に与える影響を検討するために，かく乱の振幅，周波数，かく乱を与える位置を数通りに変化させて計算を行ったが，最終的に得られる最大不安定モードの周波数と増幅率は全ての場合についてほぼ同一の値が得られた．このことから，本研究で行った解析は，最終解の初期値に対する依存性が極めて小さいと判断される．

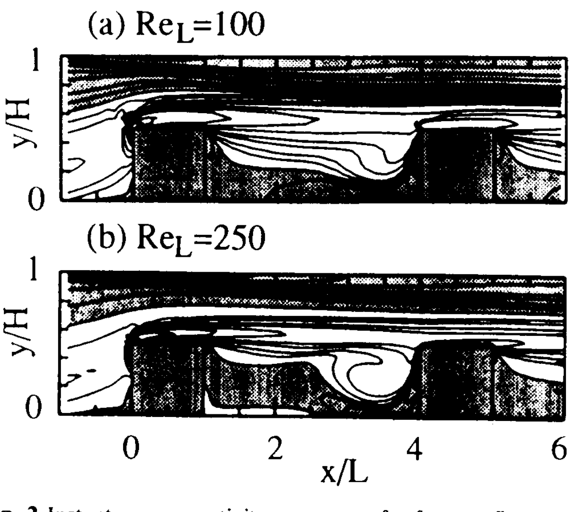

Fig. 2 Instantaneous vorticity contours of reference flow.

4. 計算結果および考察

4．1 基本流の流動様式

まず，基本流の特徴を述べる．Fig.2(a),(b)にRe_L=100および250の場合の基本流の渦度分布を例示する．なお，図中の陰影部は正の渦度領域を，非陰影部は負の渦度領域を表す．このことは後に示す渦度分布の図全てに共通する．どちらのレイノルズ数の場合も，第1リブ上面前縁から下流に向かって負の渦度を有するせん断層が発達していることが分かる．ただ，レイノルズ数の大きい場合の方が，リブ上面近傍の渦度の等高線が密になっており，渦度の勾配が大きいことが窺える．リブに挟まれる領域（リブ間隙）では，第2リブ前面とリブ間隙後半部の下壁近傍に正の渦度が集中している．Ghaddarら[4]はリブとキャビティからなる流路ユニット内の流れを，x方向に周期性を仮定して計算したが，彼らの計算でも本計算と同じ傾向が予測されている．

4．2 最大不安定モードの振動特性

数種のレイノルズ数下で，式(3)の数値解析を施し，$(x/L,\ y/L)=(2.5,\ 1.0)$の位置における$\hat{v}$の時間変化をモニタした．Fig.3(a),(b)にRe_L=100および250の場合の時間に対する$\hat{v}$の振幅を示す．いずれの場合も，$\hat{v}$はほぼ一定の周期で変動しているが，その振幅は時間とともに変化している．式(1)を線形化せずに直接計算して求まる非定常解の場合には，変動の振幅が時間的に一定となる周期的変動流が得られる[5]ので，変動の非線

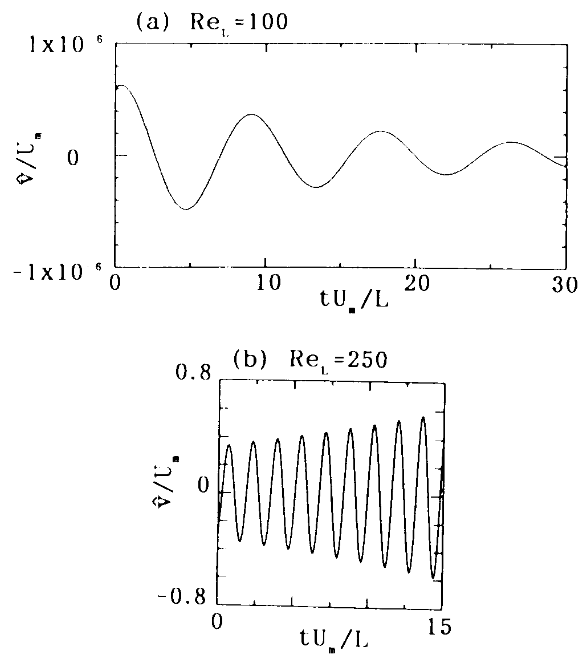

Fig. 3 Fluctuations of $\hat{v}$.

形性は振幅の変化を抑制する作用があることが確認できる．$\hat{v}$の振幅の時間変化は，Re_Lが小さい場合には減衰し，Re_Lの大きい場合には成長することが分かる．すなわち，Re_Lの大小により，流れが安定化したり，不安定化したりすることが如実に確認できる．

Fig.3で示した各Re_Lに対する$\hat{v}$の時間変動について，そのj周期目に対応する振幅$\hat{v}_j$の時間変化を，数ケ所の位置で調べた．振幅としては注目する周期間の極大値を充てた．その結果をFig.4に示す．図を見るといずれのRe_Lについても，$ln(\hat{v}_j)$の値は時間とともに直線的に変化していることが分かる．

ところで，かく乱速度$\hat{v}$に対する非定常計算では，計算される流れのパターンは時間の経過とともに変化し，後に見るように，その開始時から十分に時間が進行した時点では，それは次式で示される最も安定性の低いモード（最大不安定モード）に対応する流れパターンに漸近する[4]．

$$\hat{v} \rightarrow re[\tilde{v}\exp(\gamma t)], \quad \hat{p} \rightarrow re[\tilde{p}\exp(\gamma t)] \tag{4}$$

ここで，$re[\ ]$は括弧内の複素ベクトル成分または複素数の実部を表す記号である．ただし，$\tilde{v}$および$\tilde{p}$は，$|\tilde{u}|$，$|\tilde{v}|$，$|\tilde{p}|$を$\hat{u}$，$\hat{v}$，$\hat{p}$の基本振幅，ϕ_u，ϕ_v，ϕ_pを$\hat{u}$，$\hat{v}$，$\hat{p}$の基本位相角として，

$$\tilde{v} = |\tilde{u}|\exp(i\phi_u)\,i + |\tilde{v}|\exp(i\phi_v)\,j, \quad \tilde{p} = |\tilde{p}|\exp(i\phi_p) \tag{5}$$

と表現できる．

また，式(4)中のγは複素数であり，$\gamma=G+iF$と書ける．FとGは，それぞれ，最大不安定モードの周波数と増幅率の値を意味する．Gが正号である場合には，不安定モードに対応する流れは指数関数的に成長し，負号の場合には，それは時間とともに減衰する．以下ではFとGが時間とともにある一定値に達して，最大不安定モードが他のモードに卓越したと判断される時点以後に得られる結果に対して検討を行った．

以上のことから，Fig.4の$ln(\hat{v}_j)$の時間に対する直線的変化の勾配は最大不安定モードの増幅率Gに相当しており，Gは符号の正負に関わらず，時間依存しない一定値をとることが分かる．Fig.1中に×印で示した他のモニタ点においても同じ結果が得られたことから，最大不安定モードに相当する流れの不安定は位置によらず，流路内全域で同一の増幅率で発生・減衰すると考えられる．

Fig.5に，最大不安定モードに相当する流れの，ある瞬間におけるかく乱渦度$\hat{\omega}$の空間分布を等高線で示す．ただし，$\hat{\omega}$は次式で定義される．

$$\hat{\omega} = \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} - \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} \tag{6}$$

この図から，Re_L = 100 の場合には，第1リブ上面前縁から発達するはく離せん断層内にかく乱渦度の符号が互いに異なる一対の渦度の集中層が認められるが，それらの渦層の下流端は第2リブ上面前端近くまで達している．

一方，Re_L=250の場合には，第1リブ上面前縁から発達するせん断層内に，かなり上流から渦度の符号の

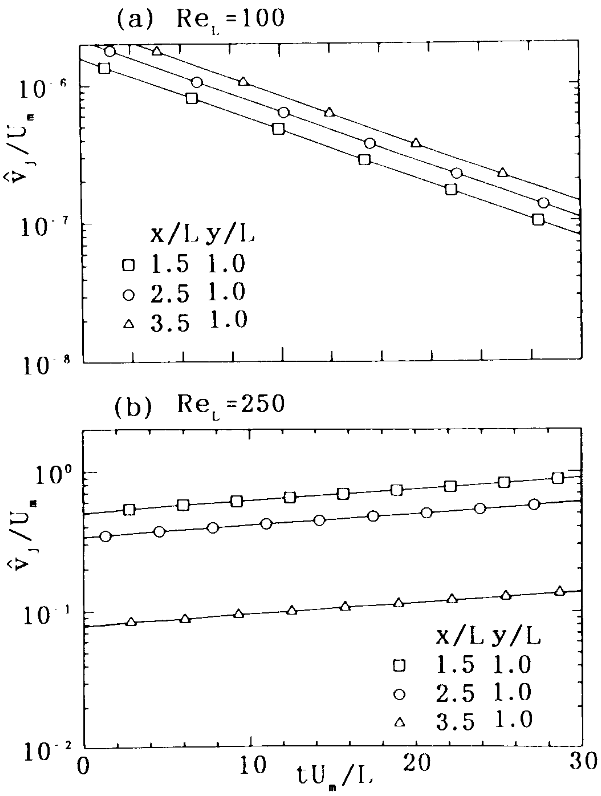

Fig. 4 Peak values of transversal perturbation velocity, $\hat{v}_j$.

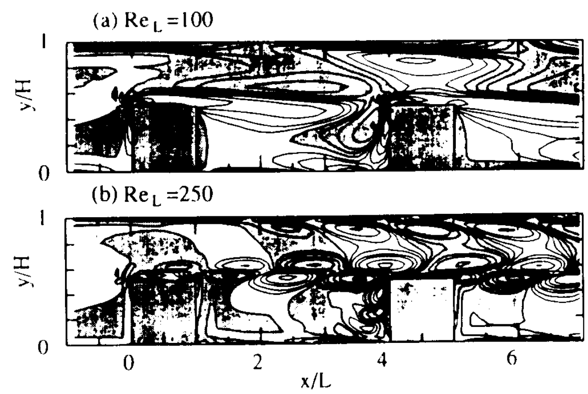

Fig. 5 Instantaneous perturbation vorticity contours of least stable mode, $\hat{\omega}$.

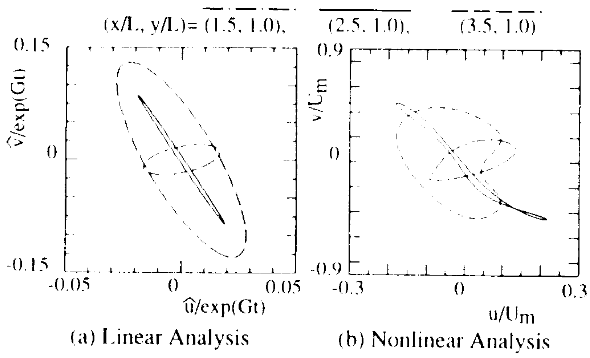

Fig. 6 Lissajous's figure of perturbation velocity.

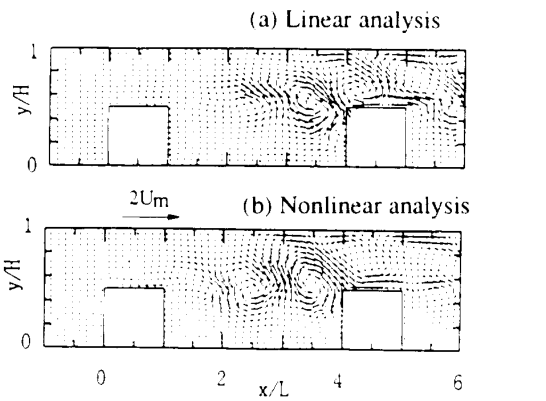

Fig. 7 Instantaneous perturbation velocity vector distributions.

異なる渦度集中領域の列，すなわち渦列が発達しており，その渦列を構成する渦の寸法はかなり小さく，したがって渦度勾配は大きくなっている．この場合に対応する最大不安定モードの2方向速度成分をFig.4の場合のモニタ点と同じ点でモニタし，そのリサージュ曲線を求めてFig.6(a)に示した．ただし，座標軸には各瞬間の速度成分の値を$\exp(Gt)$で除した値を採用したので，図中の曲線はいかなる周期に対しても同じ形状になる．また，Fig.6(b)には比較のために，線形化しないNavier-Stokes式を直接解いて得た非線形解の変動速度成分のリサージュ曲線を併せ示した．(a)図を見ると，各モニタ位置でのリサージュ曲線は楕円形であり，各速度成分は互いに位相差を持つものの，それぞれが調和振動的な単振動であることが分かる．一方，(b)の曲線は楕円形からかなり歪んでおり，周期性の極めて強い非定常流ではあるが，その中に含まれる倍周波数成分の寄与が小さくないことを示唆している．なお，(a),(b)それぞれの場合に対応する，変動速度ベクトルの瞬間的な空間分布をFig.7に示した．両図を見比べると分かるように，流れ場の全体像は互いに定性的に類似したパターンを示し，リサージュ曲線から得られる印象に反して，倍周波数成分の流れの全体的なパターンへの影響は大きくない．換言すると，線形解はNavier-Stokes式の直接解の基本的特徴を十分に保有

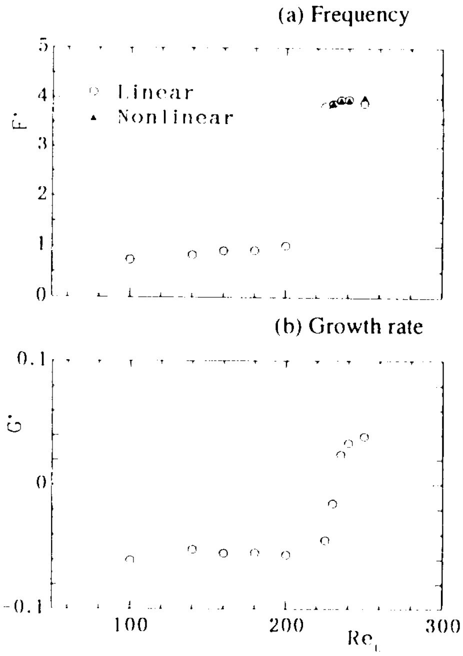

Fig. 8 Least stable mode.

していると見做せる．

4．3 線形安定性

Fig.8に，次式で示す最大不安定モードの角周波数および増幅率の無次元量F^*およびG^*のレイノルズ数Re_Lへの依存性を示す．

$$F^* = FL / U_m, \quad G^* = GL / U_m \qquad (7)$$

なお，(a)図の▲印はNavier-Stokes式を直接解いて得られる非線形解の角周波数である．

この図から，Re_L～225辺りを境としてF^*は低周波数域から高周波数域へと不連続に変化すること，G^*もそれに伴ってほぼ一定の負値から急激に正値へと増加すること，また，高レイノルズ数域の線形解から得られる角周波数は非線形解の角周波数▲と良い一致を示すことが分かる．とくに，G^*の負から正への符号変化は，流れが不安定化することと対応する．また，最大不安定モードの周波数は，G^*の急変に対応して4倍程度高くなる．したがって，不安定モードには周波数が4倍程度異なる複数のモードが存在し，Re_Lがある値を越えると，その内で高い方の周波数モードの不安定性に起因して流れの不安定化が生じると推察される．

4．4 非線形安定性

つぎに，変動の非線形性を無視しない場合の流れの安定性（非線形安定性）について検討する．非線形安定性はNavier-Stokes式を直接解くことによって得ら

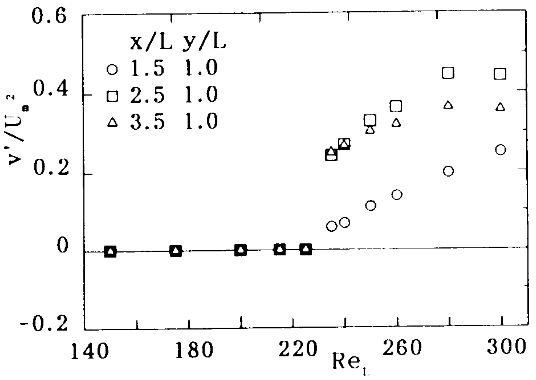

Fig. 9 Velocity fluctuation v'.

れる非線形解[5]が非定常性を有するか否かで判定する．Fig.9 に$(x/L,\ y/L)=(1.5,\ 1.0)$, $(2.5,\ 1.0)$, $(3.5,\ 1.0)$の3点でモニタした，流れと直角方向の速度成分の変動強さv'のRe_Lによる変化を示す．この図では$235 \leqq Re_L \leqq 250$のレイノルズ数で流れが非定常化することが示されている．この臨界レイノルズ数の値は前節の線形安定解析で予測される値とよく一致している．それゆえ，流れの不安定性を線形安定性解析で検討することは妥当であると結論できる．

4．5 増幅率に対する対流・拡散・生成項の寄与

かく乱渦度$\hat{\omega}$の支配方程式を書き下すと，

$$
\begin{aligned}
\hat{\omega}_t+\nabla\cdot(\boldsymbol{V}_s\hat{\omega}) &= \nu\nabla^2\hat{\omega} - \nabla\cdot(\hat{\boldsymbol{v}}\omega_s)\\
\hat{\Omega} &\equiv \hat{\omega}_t\\
\hat{C} &\equiv \nabla\cdot(\boldsymbol{V}_s\hat{\omega})\\
\hat{D} &\equiv \nu\nabla^2\hat{\omega}\\
\hat{S} &\equiv -\nabla\cdot(\hat{\boldsymbol{v}}\omega_s)
\end{aligned}
\qquad \textbf{(8)}
$$

である．この式は式(3)の速度ベクトルに対し，各成分間の回転を求めることにより導出できる．式(8)において$\hat{\Omega}$，$\hat{C}$，$\hat{D}$および$\hat{S}$は，それぞれ，時間項，対流項，拡散項および生成項を表す．また，$\hat{\omega}$はかく乱渦度，

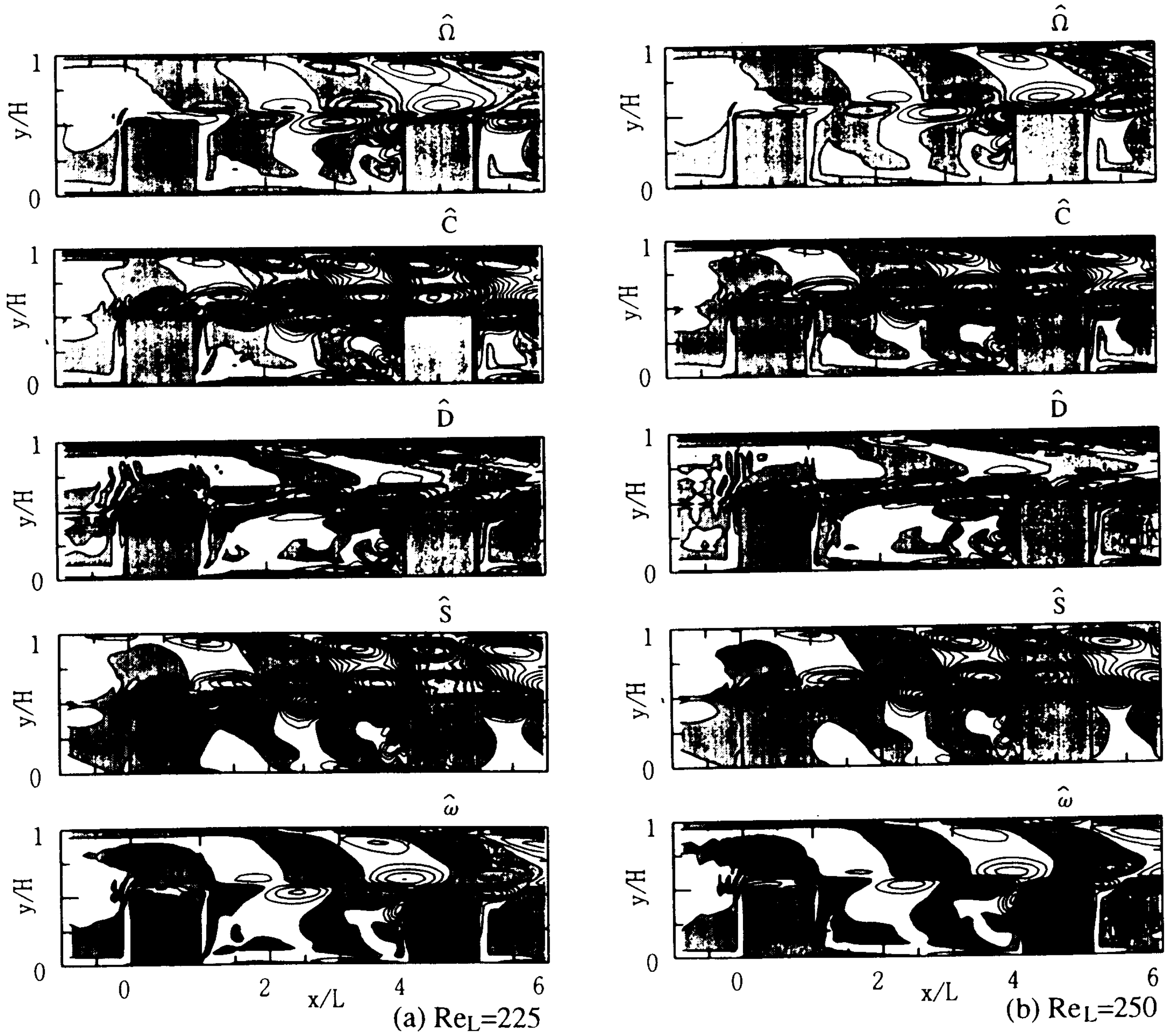

Fig. 10 Instantaneous contours of $\hat{\Omega}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$, $\hat{S}$ and $\hat{\omega}$.

ω_sは基本流の渦度である．以下では対流項，拡散項，生成項の，増幅率Gに対する寄与を検討する．$\hat{u}$，$\hat{v}$および$\hat{\omega}$は最大不安定モードのそれであると考えて（式(5)参照），その時間発展は次式に従うものと見做す．

$$\hat{\boldsymbol{v}} = re[\tilde{\boldsymbol{v}}\exp(\gamma t)]\,;\ \tilde{\boldsymbol{v}} = |\tilde{u}|\exp(i\phi_u)\,\boldsymbol{i} + |\tilde{v}|\exp(i\phi_v)\,\boldsymbol{j} \quad (9)$$
$$\hat{\omega} = re[\tilde{\omega}\exp(\gamma t)]\,;\ \tilde{\omega} = |\tilde{\omega}|\exp(i\phi_\omega)$$

ただし，$|\tilde{\omega}|$は$\hat{\omega}$の基本振幅，ϕ_ωは$\hat{\omega}$の基本位相角を表す．

さて，4．3節で高周波モードが最大不安定モードになると認定されたRe_L=225および250の場合について，ある瞬間における$\hat{\Omega}$，$\hat{C}$，$\hat{D}$および$\hat{S}$の分布を，$\hat{\omega}$の分布とともにそれらの等高線としてFig.10に示す．いずれの量も第１リブ上面から発達するせん断層内で大きい値を示しており，お互い定性的には類似した分布形状をとっている．しかし，同一位置の流路内での各量の符号は互いに一致していないため，各量間で位相は異なっていることが分かる．例えば，$\hat{\omega}$と$\hat{S}$の分布を比較すると，分布形状は類似しているが，両者の符号変化はほとんどx方向にのみ平行移動して生じており，両者の位相に差のあることが分かる．

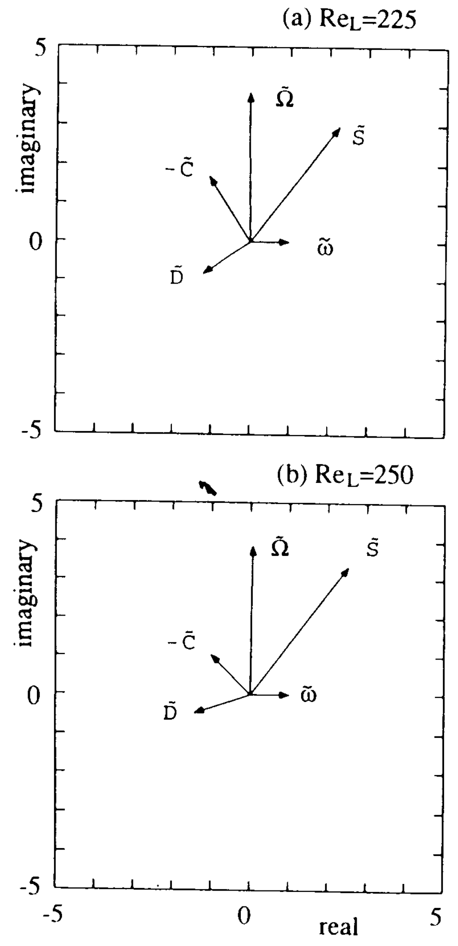

Fig. 11 Complex vectors of $\tilde{\Omega}$, $\tilde{C}$, $\tilde{D}$, $\tilde{S}$ and $\tilde{\omega}$.

式(9)を式(8)に代入した後，$\exp(\gamma t)$で除すことによって，$\tilde{\omega}$に関する時間に依存しない方程式に変形する．その結果は次式のようになる．

$$\gamma\tilde{\omega} + \nabla\cdot(\boldsymbol{V}_s\tilde{\omega}) = \nu\nabla^2\tilde{\omega} - \nabla\cdot(\tilde{\boldsymbol{v}}\omega_s)$$
$$\begin{aligned} \tilde{\Omega} &= |\tilde{\Omega}|\exp(i\phi_\Omega) \equiv \gamma\tilde{\omega} \\ \tilde{C} &= |\tilde{C}|\exp(i\phi_C) \equiv \nabla\cdot(\boldsymbol{V}_s\tilde{\omega}) \\ \tilde{D} &= |\tilde{D}|\exp(i\phi_D) \equiv \nu\nabla^2\tilde{\omega} \\ \tilde{S} &= |\tilde{S}|\exp(i\phi_S) \equiv -\nabla\cdot(\tilde{\boldsymbol{v}}\omega_s) \end{aligned} \quad (10)$$

以下では複素数で表されるこれら４つの項の釣り合いを検討する．例として，Fig.11にRe_L=225および250の場合の，$(x/L, y/L)$=(3.2, 1.1)の位置における$\tilde{\Omega}$，$\tilde{C}$，$\tilde{D}$および$\tilde{S}$の値を$\tilde{\omega}$とともに複素平面上に図示する．ただし，$\tilde{\omega}$を基準にとることとして，その位相角をゼロ，振幅を１とした．Re_L=225の場合には，$\tilde{\Omega}$の位相角は0.5037πであり，$\pi/2$よりも若干大きい値を示す．これは，位相進みが大きすぎるため流れが安定であり，最大不安定モードの増幅率が負値となることに対応する．一方，Re_L=250の場合には，$\tilde{\Omega}$の位相角は0.4968πであり，$\pi/2$よりもやや小さい値を示し，流れの不安定が有効に発現することに対応する．いずれの場合においても，$\tilde{S}$は複素平面の右半分に，$-\tilde{C}$，$\tilde{D}$は左半分に位置している．このことは，渦度方程式の生成項が流れの不安定化に寄与し，対流項および拡散項は流れの安定化に寄与していることを意味する．以下では，これら三つの項の作用を，それぞれ生成作用，対流作用，拡散作用と呼ぶことにする．

ここで，式(10)をγについて解き，その実部（Gとする）を求めると，次式のようになる．

$$\begin{aligned} G &= -re[\tilde{C}/\tilde{\omega}] + re[\tilde{D}/\tilde{\omega}] + re[\tilde{S}/\tilde{\omega}] \\ &= \frac{2}{|\tilde{\omega}|^2}\left[-\overline{\acute{\omega}\acute{C}} + \overline{\acute{\omega}\acute{D}} + \overline{\acute{\omega}\acute{S}}\right] \\ \overline{\acute{\omega}\acute{C}} &= 0.5\,|\tilde{\omega}||\tilde{C}|\cos(\phi_{\omega C}) \\ \overline{\acute{\omega}\acute{D}} &= 0.5\,|\tilde{\omega}||\tilde{D}|\cos(\phi_{\omega D}) \\ \overline{\acute{\omega}\acute{S}} &= 0.5\,|\tilde{\omega}||\tilde{S}|\cos(\phi_{\omega S}) \end{aligned} \quad (11)$$

ただし，$\acute{\omega}$，$\acute{C}$，$\acute{D}$，$\acute{S}$は，それぞれ，$\hat{\omega}$，$\hat{C}$，$\hat{D}$，$\hat{S}$を$\exp(Gt)$で規格化した値であり，$\phi_{\omega C}$，$\phi_{\omega D}$，$\phi_{\omega S}$は，それぞれ，$\tilde{C}$，$\tilde{D}$，$\tilde{S}$の$\tilde{\omega}$に対する相対位相角である．

Re_L=225，250の各場合のリブのせん断層付近における$-\acute{\omega}\acute{C}$，$\acute{\omega}\acute{D}$，$\acute{\omega}\acute{S}$の分布をFig. 12に示す．いずれのRe_Lについても，第１リブから発達するせん断層内のほぼ全域で，$\acute{\omega}\acute{S}$の符号は正であり，$-\acute{\omega}\acute{C}$および$\acute{\omega}\acute{D}$の符号は負である．したがって，本研究で対象とした流れ系では，せん断層における生成作用によって流れが不安定化する一方，せん断層内で生じる対流作用および拡

散作用は流れの安定化に寄与することが分かる．

渦度方程式の生成項の値は基本流の渦度勾配に関連して定まるが，レイノルズ数が増大するとせん断層は薄くなり，せん断層内の渦度ならびにその勾配は大きくなる．レイノルズ数の増大に伴う流れの不安定化は，このことに起因して渦度方程式の生成項の値が増大するために生じる．

5．結　言

本研究では，一方の壁に二つのリブを配置した平行平板間流れに対して，最大不安定モードに相当するかく乱の流動特性を検討するとともに，線形および非線形安定性について検討した．その結果，以下の知見を得た．

(1)　最大不安定モードは，流路内全域で一様な増幅率で成長する．

(2)　Navier-Stokes式を直接解いて得られる非線形解の示す流れのパターンは，線形安定性解析から得られる最大不安定モードに基づく流れのパターンとよく一致する．

(3)　本研究の流れ系では，不安定性が比較的高く，周波数の異なる二つのモードが存在し，リブ高さ基準のレイノルズ数が臨界値を越えると，その内の高周波モードの増幅率が正値に転じ，流れが非定常化する．

(4)　レイノルズ数の増大に伴う流れの不安定化は，第1リブ上面前縁から発達するせん断層中における基本流の速度勾配が増大し，それに伴って渦度方程式の生成項の値が増大することに起因する．

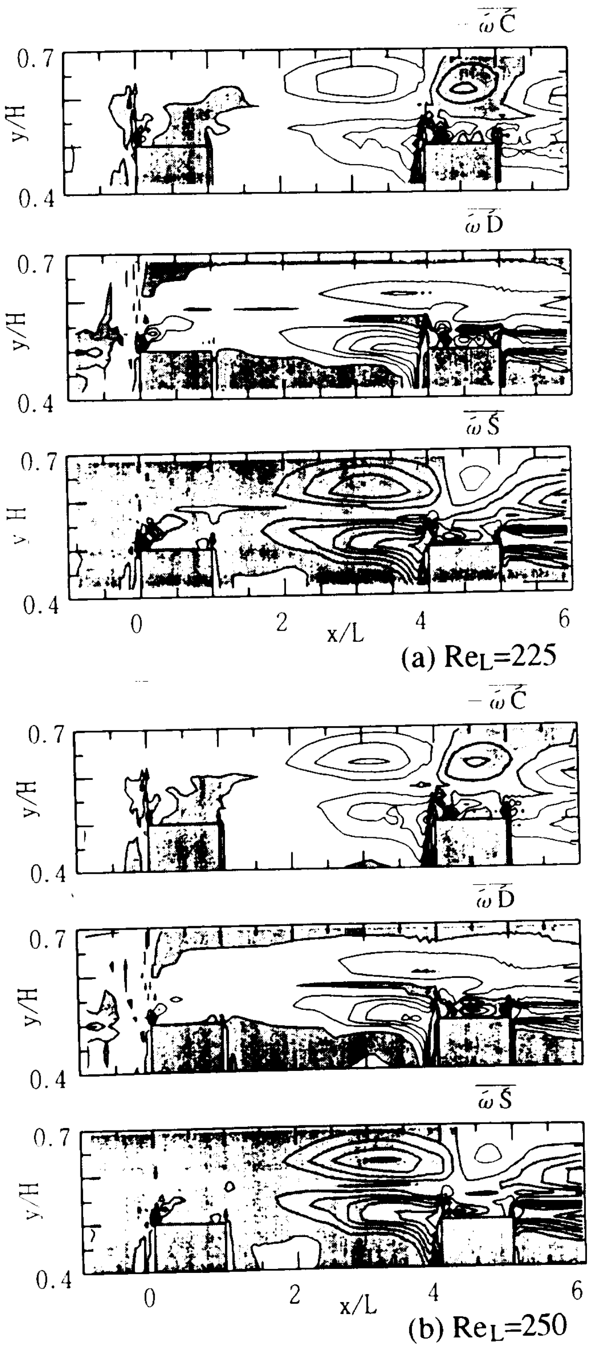

Fig. 12 Instantaneous contours of $-\acute{\omega}\acute{C}$, $\acute{\omega}\acute{D}$ and $\acute{\omega}\acute{S}$.

文　献

(1) Suzuki, K., *Proc. ASME•JSME Thermal Engng. Joint Conf.*, **1** (1995), 1-9.

(2) 菅原菅雄，佐藤俊，門野敦郎，安藤光雄，機論，**17**-62 (1951), 130-136.

(3) Kozlu, H., Mikic, B.B., Patera and A. T., *Trans. ASME; J. Heat Transfer*, **114** (1992), 348-353.

(4) Ghaddar, N.K., Korczak, K.Z., Mikic, B.B., and Patera, A.T., *J. Fluid Mech.*, **163** (1986), 99-127.

(5) Matsubara, K., Suzuki, K., Treidler, E.B., Suzuki, H. and Mae, Y., *Proc. 10th Int. Heat Transfer Conf.*, **6** (1994), 73-78.

(6) Matsubara, K., Nakabe, K. and Suzuki, K., *Proc. Int. Symp. Heat Mass Transfer*, (1994), 135-140.

(7) Karniadakis, G.E., Mikic, B.B. and Patera, A.T., *J. Fluid Mech.*, **192** (1988), 365-391.

(8) Chen, J.H., Pritchard, W.G. and Tavener, S.J., *J. Fluid Mech.*, **284** (1995), 23-41.

(9) Leonard, B.P., *Comp. Mech. Appl. Mech. Eng.*, **19** (1979), 59.

(10) Roache, P.J., *Computational Fluid Dynamics*, (1976), 91, Hermosa Publishers.

(11) Patankar, S.V. and Spalding, D.B., *Int. J. Heat Trans.*, **15** (1972), 1787.

(12) 鈴木・他3名，機論，**57**-536**B** (1991), 188.

(13) Suzuki, H.・他4名, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **14** (1993), 2.

(14) 木枝茂和，鈴木健二郎，機論，**46**-409**B** (1984), 1655-1661.