

## 薄い周期変動熱抵抗層を挟む導体間の熱伝導\*

小林睦夫<sup>\*1</sup>, 松原幸治<sup>\*1</sup>  
前川博<sup>\*1</sup>, 小川豊之<sup>\*2</sup>

## Heat Conduction through a Periodically Varying Thermal-Resistance Thin Layer Between Two Conductors

Mutsuo KOBAYASHI, Koji MATSUBARA,  
Hiroshi MAEKAWA and Toyoyuki OGAWA

This paper analytically treats of the heat-flow through the periodically varying thermal-resistance thin layer lain between conductors or the heat-flow between two periodically contacting conductors. During one cycle of the period,  $p$ , thermal-conductance of the thin layer temporally changes in a stepwise profile, and takes two different values,  $R_c$  and  $R_a$  over the time spans,  $\varphi p$  and  $(1-\varphi)p$ , respectively. Analytical solution for the effective thermal-conductance,  $R_e$ , of the thin layer was algebraically approximated using  $R_c$ ,  $R_a$ ,  $\varphi$  and the harmonic mean,  $R_{ab}$ , of the characteristic thermal-conductances of the two conductors. Algebraical approximation was also made for the maximum temperature amplitude,  $\Delta\theta_{\max}^*$ , arising at the joint ends of conductors. This approximation suggests the following features of  $\Delta\theta_{\max}^*$ .  $\Delta\theta_{\max}^*$  takes the maximum value,  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$ , at specified value of  $\varphi$ ,  $\varphi_{\max}$ .  $\varphi_{\max}$  depends only single parameter  $R_c/R_a$ , and becomes large with increase of this parameter. On the other hand,  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  depends not only  $R_c/R_a$  but also  $R_a$ .

**Key Words:** Heat Conduction, Thermal Conductance, Periodical, Contact, Varying Resistance

## 1. 緒 言

例えばエンジンのピストンのように周期運動する物体が存在する温度場の計算において、ピストンリングとリング溝といった導体同士が周期的に接触または導体間の薄い熱抵抗層の熱コンダクタンスが変化する導体間の熱通過問題は重要である。このような場合に、導体間の時間平均実効熱コンダクタンスの簡易近似式があれば、時間平均熱流量を簡便に知ることができ便利である。しかし、そのような式は見当たらぬ<sup>(1)(2)</sup>。また、導体中に生ずる最大温度振幅への影響因子を明らかにしたり、最大温度振幅の簡易近似式を得ることは、導体中の最大熱応力の見積もりにも関連して設計上重要である<sup>(3)(4)</sup>。そこで、本研究では無限に長い導体に挟まれる熱抵抗層の熱コンダクタンスが周期的に変化する問題を取り上げ、まず、級数展開式を用いた厳密解を数値的に求め、その結果について考察する。次に、この問題を熱抵抗層を挟む二つの導体間の等価な定常熱伝導問題に換算し、時間平均実効熱

コンダクタンスの簡易近似式を導出する。さらに、導体の最大熱応力に関連する接触端に生ずる最大温度振幅の簡易近似式も提案する。

## 2. おもな記号

 $A_n, a_n, B_n, b_n$ : 係数 [式(4)] $B_0$ : 未定定数(接合部無次元熱抵抗) =  $1/R_e^*$  $C_m, D_m$ : フーリエ係数 [式(10)] $c$ : 比熱 $p$ : 周期 $q$ : 定常熱流量 $R$ : 热コンダクタンス [式(6)] $R_{ab}$ :  $R_a, R_b$  の調和平均 =  $R_a R_b / (R_a + R_b)$  $R_e$ : 热抵抗層の時間平均実効熱コンダクタンス $T$ : 指定位置瞬間温度 $t$ : 時間 $x$ : 座標 $\Delta\theta$ : 接合端面上温度差 $\beta$ : 補正係数 [式(24)] $\delta$ : 特性長さ [式(5)] $\varphi$ : 絶縁時間間隔比(図2) $\varphi_{\max}$ : 最大温度振幅発生時の  $\varphi$  $\kappa$ : 温度伝導率 =  $\lambda/\rho c$ 

\* 原稿受付 1997年11月17日。

<sup>\*1</sup> 正員, 新潟大学工学部(950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。<sup>\*2</sup> 学生員, 新潟大学大学院。

$\lambda$ : 热伝導率 $\theta$ : 温度 $\theta_0$ : 接合部定常温度落差 $\rho$ : 密度 $\sigma$ : 無次元数 [式(19), (20)] $\tau$ : 無次元時間  $=2\pi t/p$  $\omega$ : 角振動数  $=2\pi/\phi$ 

添字

 $a, b$ : 導体 A, B $c, d$ : 導通時間区間 C, 絶縁時間区間 D $0, \delta$ : 導体端面, 特性長さ位置 $m, n$ : 整数 $f^*$ :  $f$  の無次元数 $f_{\max}$ :  $f$  の最大値 $\bar{f}$ :  $f$  の時間平均値

### 3. 数 値 解 析

本研究で取り上げる解析対象は次のようなものである。図1に示すように、長さが無限の同じ一様な単位断面積を有し、温度依存性のない、熱伝導率  $\lambda_a$ 、密度  $\rho_a$ 、比熱  $c_a$ 、温度伝導率  $\kappa_a$  の物性値をもつ導体A、および熱伝導率  $\lambda_b$ 、密度  $\rho_b$ 、比熱  $c_b$ 、温度伝導率  $\kappa_b$  の物性値をもつ導体Bがある。また、これら二つの導体の間には、熱容量が無視できるほどに薄い熱抵抗層が存在し、図2に示すように、周期  $p \equiv (2\pi/\omega)$  時間中の最初の絶縁時間区間D内、 $0 \leq t < \phi p \equiv (2\pi\phi/\omega)$ 、では熱コンダクタンス  $R_d$ 、後の導通時間区間C内、 $\phi p \leq t < p$ 、では熱コンダクタンス  $R_c (> R_d)$  に、熱抵抗層の熱コンダクタンスの値は周期的に変化する。導体Aおよび導体Bにおける温度場の支配方程式は、 $x$ 座標の原点を導体境界面にとり、それぞれの温度を  $\theta_a, \theta_b$ 、時間を  $t$  とすれば、

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial t} = \kappa_a \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial x^2} \quad (1 \cdot a)$$

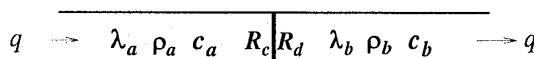


Fig. 1 Analytical model

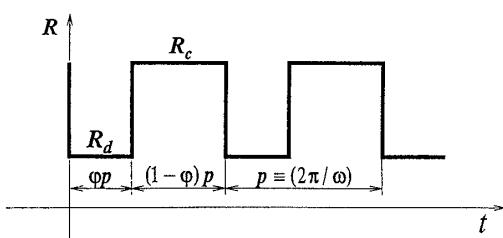


Fig. 2 Thermal conductance of resistance layer

$$\frac{\partial \theta_b}{\partial t} = \kappa_b \frac{\partial^2 \theta_b}{\partial x^2} \quad (1 \cdot b)$$

である。

境界条件は、導体中の定常熱流量を  $q$  として

$$x \rightarrow -\infty : -\lambda_a \frac{\partial \theta_a}{\partial x} = q \quad (2 \cdot a)$$

$$x=0 : np \leq t < (n+\phi)p : \lambda_a \frac{\partial \theta_a}{\partial x} = \lambda_b \frac{\partial \theta_b}{\partial x}$$

$$= R_d (T_{b0} - T_{a0}) \quad (2 \cdot b)$$

$$(n+\phi)p \leq t < (n+1)p : \lambda_a \frac{\partial \theta_a}{\partial x} = \lambda_b \frac{\partial \theta_b}{\partial x}$$

$$= R_c (T_{b0} - T_{a0}) \quad (2 \cdot c)$$

$$x \rightarrow +\infty : -\lambda_b \frac{\partial \theta_b}{\partial x} = q \quad (2 \cdot d)$$

である。ただし、 $n$  は整数、 $T_{a0}$  と  $T_{b0}$  は導体Aと導体Bの接触境界端上の、時刻  $t$  における周期的に変動する未知温度である。

本報では、厳密な級数解を以下のようにして数値的に求める。図2に示したように時間変化する熱コンダクタンス  $R(t)$  は、フーリエ級数を用いて

$$R(t) = [R_c - (R_c - R_d)\varphi] - \frac{R_c - R_d}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin 2m\varphi\pi}{m} \cos \frac{2m\pi}{p} t + \frac{1 - \cos 2m\varphi\pi}{m} \sin \frac{2m\pi}{p} t \right] \quad (3)$$

と表すことができる。さらに、境界条件(2・a), (2・d)を満たす式(1)の一般級数解は、未知定数温度  $\theta_0$  と未知定数  $(A_n, a_n, B_n, b_n : n=1 \rightarrow \infty)$  を用いて

$$x \leq 0 :$$

$$\theta_a = -\frac{q}{\lambda_a} x + \frac{q\delta_a}{\lambda_a} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \exp \sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_a}} x \times \cos \left( \frac{2n\pi}{p} t + \sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_a}} x \right) + a_n \exp \sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_a}} x \times \sin \left( \frac{2n\pi}{p} t + \sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_a}} x \right) \right] \quad (4 \cdot a)$$

$$x \geq 0 :$$

$$\theta_b = -\frac{q}{\lambda_b} x - \theta_0 + \frac{q\delta_b}{\lambda_b} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ B_n \exp \left( -\sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_b}} x \right) \times \cos \left( \frac{2n\pi}{p} t - \sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_b}} x \right) + b_n \exp \left( -\sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_b}} x \right) \times \sin \left( \frac{2n\pi}{p} t - \sqrt{\frac{n\pi}{p\kappa_b}} x \right) \right] \quad (4 \cdot b)$$

と表すことができる。ここで、 $\delta_a$  および  $\delta_b$  は次式で定義される特性長さである。

$$\delta_a = \sqrt{\kappa_a/\omega} \quad (5 \cdot a)$$

$$\delta_b = \sqrt{\kappa_b/\omega} \quad (5 \cdot b)$$

導体A, Bの特性熱コンダクタンスを

$$R_a = \sqrt{\lambda_a \rho_a c_a \omega} \quad (6 \cdot a)$$

$$R_b = \sqrt{\lambda_b \rho_b c_b \omega} \quad (6 \cdot b)$$

と定義して、 $R_a, R_b$  をそれらの調和平均  $R_{ab}$  で無次元化した熱コンダクタンス  $R_c^*, R_d^*$  と無次元時間  $\tau \equiv 2\pi t/p$  を導入すると、境界条件式(2・b), (2・c)から

$$A_n = -B_n \quad \dots \quad (7 \cdot a)$$

$$a_n = -b_n \quad \dots \quad (7 \cdot b)$$

および

$$\begin{aligned} & \left[ R_0 + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \cos m\tau + \sum_{m=1}^{\infty} D_m \sin m\tau \right] \\ & \times \left[ B_0 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos n\tau - \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\tau \right] \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{2}} B_n (\cos n\tau - \sin n\tau) \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{2}} b_n (\sin n\tau + \cos n\tau) = 1 \quad \dots \quad (8) \end{aligned}$$

を得る。ただし、ここで

$$R_0 = R_c^* - (R_c^* - R_d^*) \varphi \quad \dots \quad (9 \cdot a)$$

$$R_f = -\frac{1}{\pi} (R_c^* - R_d^*) \quad \dots \quad (9 \cdot b)$$

$$C_m = \frac{\sin 2m\varphi\pi}{m} R_f \quad \dots \quad (10 \cdot a)$$

$$D_m = \frac{1 - \cos 2m\varphi\pi}{m} R_f \quad \dots \quad (10 \cdot b)$$

$$B_0 = \frac{R_{ab}}{q} \theta_0 = \frac{R_{ab}}{R_e} \quad \dots \quad (11)$$

である。式(11)右辺に含まれる  $R_e$  は、導体接合部での定常温度落差  $\theta_0$  を定常熱流量  $q$  で除したものだから、熱抵抗層の時間平均実効熱コンダクタンスを意味する。式(8)が任意の時刻について成立するためには

$$R_0 \cdot B_0 - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot B_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cdot b_n = 1 \quad \dots \quad (12 \cdot a)$$

$$\begin{aligned} m \geq 1: & C_m \cdot B_0 - \left( R_0 + \sqrt{\frac{m}{2}} \right) \cdot B_m - \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot b_m \\ & - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (C_{n+m} + C_{n-m} + C_{m-n}) \cdot B_n \\ & - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (D_{n+m} + D_{n-m} - D_{m-n}) \cdot b_n = 0 \quad \dots \quad (12 \cdot b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & D_m \cdot B_0 + \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot B_m - \left( R_0 + \sqrt{\frac{m}{2}} \right) \cdot b_m \\ & - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (D_{n+m} - D_{n-m} + D_{m-n}) \cdot B_n \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (C_{n+m} - C_{n-m} - C_{m-n}) \cdot b_n = 0 \quad \dots \quad (12 \cdot c) \end{aligned}$$

が成立しなければならない。そこで、式(12)を未知定数  $B_0, (B_n, b_n : n=1 \rightarrow \infty)$  に対する連立一次方程式と考えて、 $n$  を 1 から 1 024 までの有限項で打ち切ったときの数値解を求めた。

$$R_c^*, R_d^* = 0 \rightarrow 10^4 \quad \dots \quad (13 \cdot a)$$

$$\varphi = 0.01 \rightarrow 0.99 \quad \dots \quad (13 \cdot b)$$

の条件に対して計算を行ったが、有限項で打ち切ったための誤差は、項数を半分にした場合との偏差から考えて、1%未満と推定される。

#### 4. 計算結果

計算結果の一例として、二つの導体が完全絶縁  $R_d^* = 0$  とほぼ完全な導通  $R_c^* = 1000$  を等時間間隔  $\varphi = 0.5$  で繰返す場合を取り上げる。導体 A, B 内の無次元化した温度

$$\theta_a^* = \frac{R_a \theta_a}{q} \quad \dots \quad (14 \cdot a)$$

$$\theta_b^* = \frac{R_b (\theta_b + \theta_0)}{q} \quad \dots \quad (14 \cdot b)$$

は、無次元距離  $x_a^* = x/\delta_a, x_b^* = x/\delta_b$  の原点に対して対称であるので、距離が正の場合についての温度分布を、絶縁開始からの時間  $t$  を周期  $p$  で割った無次元時間  $t/p$  をパラメータとして、図 3 と図 4 に示す。図 3 を見ると、絶縁開始と同時に接合端からの熱の供給が止まるので、接合端の温度が低下し、その影響が徐々に内部に浸透していく様子が見られる。図 4 では、熱抵抗層の熱コンダクタンスが非常に大きいので、接合端の温度は導通区間中ほとんど変化しない。また、導通開始直後の接合端近傍での温度回復は絶縁開始時の温度浸透より急激であることがわかる。図 3, 4 から、温度変化が生ずる部分は、この場合、接合端から特性長さの 4 倍までに限られることがわかる。

絶縁時間が短い  $\varphi = 0.1$  の場合についての温度分布を、図 5 と図 6 に示す。図 5, 6 から、絶縁時間が短くなることで、温度変化幅と範囲が、 $\varphi = 0.5$  の場合に比べていずれも小さくなり、その場合のおよそ半分になっていることがわかる。逆に絶縁時間が長くなる場合

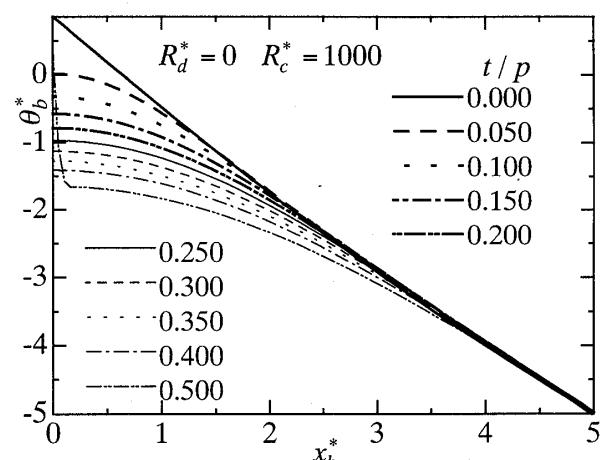
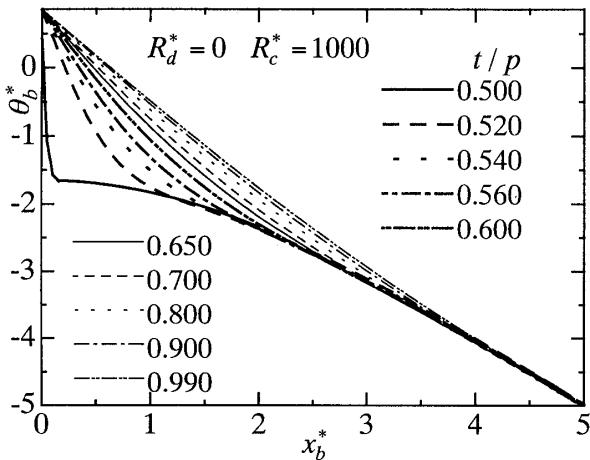
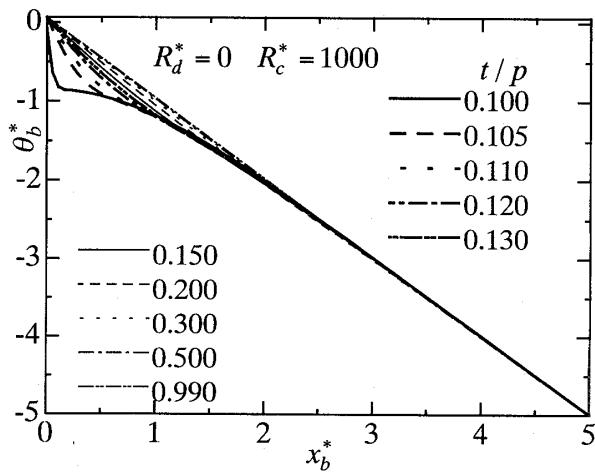
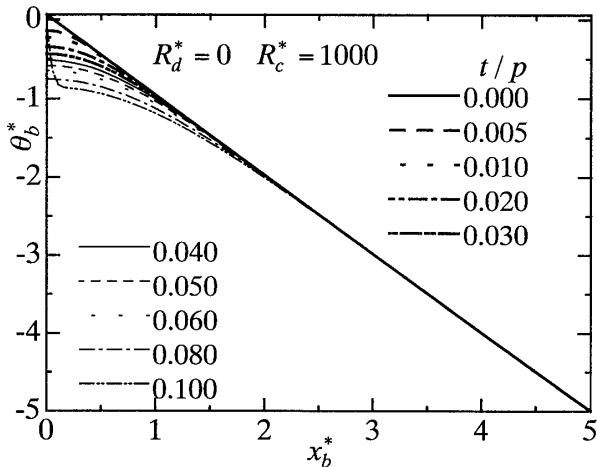
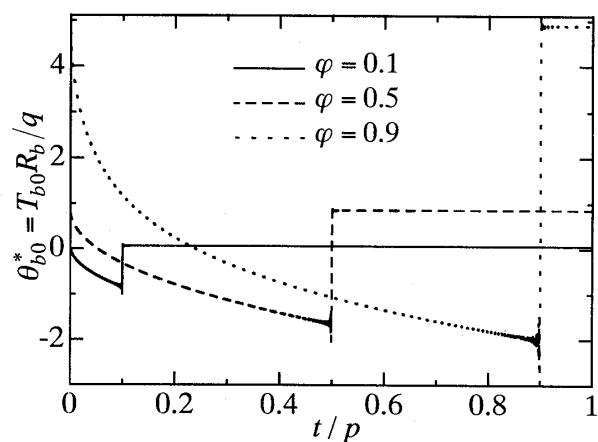


Fig. 3 Temperature profile of conductor-B in the insulating period-D ( $\varphi = 0.5$ )

Fig. 4 Temperature profile of conductor-B in the conducting period-C ( $\varphi=0.5$ )Fig. 6 Temperature profile of conductor-B in the conducting period-C ( $\varphi=0.1$ )Fig. 5 Temperature profile of conductor-B in the insulating period-D ( $\varphi=0.1$ )Fig. 7 Temperature on the end of conductor ( $R_d^*=0, R_c^*=1000$ )

には、温度変化幅と範囲はいずれも増大する。

温度変化レンジ(温度振幅)は導体端面上で最大になる。そこで、 $R_d^*=0, R_c^*=1000$ の場合について、境界端面上における温度変化の様子を図7に示す。導通直前と直後に見られるスパイク状変化は、式(3)のフーリエ展開式が有限項で打ち切られることに起因して生じた誤差である。図7から、絶縁時間が長いほど( $\varphi$ が大きいほど)、図示した範囲内では、温度振幅が大きくなっていることがわかる。しかし、必ずしも絶縁時間が長いほど温度振幅が増大し続けることにはならない。このことが、明りようにわかる一例として、 $R_d^*=0.01, R_c^*=0.05$ の場合について、境界端面上の温度変化の様子を図8に示す。この場合には、 $\varphi$ の増大とともに温度振幅は増大し、およそ  $\varphi=0.8$ で最大になるが、それ以後は逆に減少することがわかる。温度の最大振幅は材料の最大熱応力に関連する重要な量である

ので、5章でさらに検討する。

## 5. 簡易式の提案

本章では4章までに得られた計算結果から、熱抵抗層の時間平均実効熱コンダクタンスおよび導体端面に生ずる最大温度振幅の簡易近似式を導出する。4章で見たように、境界熱抵抗層の熱コンダクタンスが  $R_d$  である絶縁時間区間 D( $0 \leq t \leq \varphi p$ ) および  $R_c$  である導通時間区間 C( $\varphi p \leq t \leq p$ ) のいずれの区間においても、導体端面から特性長さの数倍以上離れると温度はほとんど変化しない。そこで、導体 A および導体 B の実質的に温度変化しない位置の温度を  $\bar{T}_{a\delta}$  および  $\bar{T}_{b\delta}$  とする。このとき、導体 A および導体 B のその距離区間内の実質熱コンダクタンスは、それぞれの特性熱コンダクタンス  $R_a, R_b$  の  $\sigma$  倍であり、この  $\sigma$  の値は条件(13)にさほど依存しないであろうと考えられる。このように考えるとき、時間区間 D における導体 A,

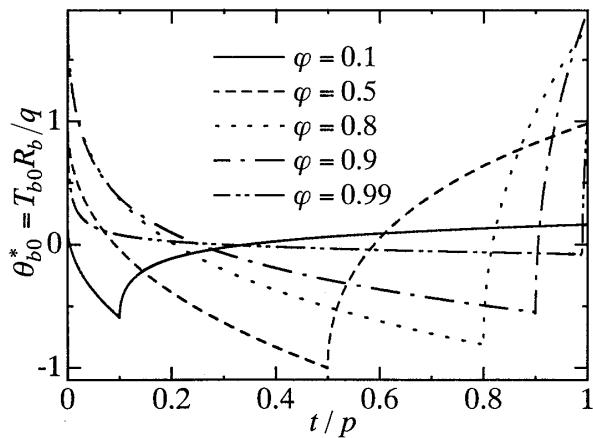


Fig. 8 Temperature on the end of conductor  
( $R_d^*=0.01, R_c^*=0.05$ )

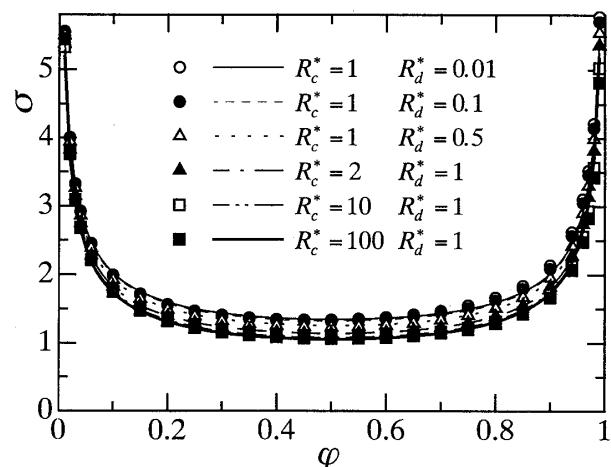


Fig. 9 Non-dimensional factor of  $\sigma$

B接合端面の時間平均温度を  $\bar{T}_{ad}, \bar{T}_{bd}$  とすれば、この区間内での熱流量  $q_d$  は次式で表されるであろう。

$$\begin{aligned} q_d &= \sigma R_a (\bar{T}_{as} - \bar{T}_{ad}) = \sigma R_b (\bar{T}_{bd} - \bar{T}_{bs}) \\ &= R_d (\bar{T}_{ad} - \bar{T}_{bd}) \end{aligned} \quad (15)$$

同様に、時間区間 C 中の熱流量  $q_c$  は

$$\begin{aligned} q_c &= \sigma R_a (\bar{T}_{ac} - \bar{T}_{ad}) = \sigma R_b (\bar{T}_{bc} - \bar{T}_{bs}) \\ &= R_c (\bar{T}_{ac} - \bar{T}_{bc}) \end{aligned} \quad (16)$$

となり、また、時間平均熱流量  $q$  は

$$q = \varphi q_d + (1-\varphi) q_c \quad (17)$$

と表されよう。さらに、熱抵抗層の時間平均実効熱コンダクタンス  $R_e$  を用いれば、導体 A, B 接合端面の時間平均温度を  $\bar{T}_{a0}, \bar{T}_{b0}$  として、

$$\begin{aligned} q &= \sigma R_a (\bar{T}_{as} - \bar{T}_{a0}) = \sigma R_b (\bar{T}_{bs} - \bar{T}_{b0}) \\ &= R_e (\bar{T}_{a0} - \bar{T}_{b0}) \end{aligned} \quad (18)$$

とも表せる。そこで、式(15)～(18)から

$$\sigma = \frac{[(1-\varphi)R_d^* + \varphi R_c^*]R_e^* - R_c^*R_d^*}{(1-\varphi)R_c^* + \varphi R_d^* - R_e^*} \quad (19)$$

が導かれる。ただし、 $R_e^* = R_e/R_{ab}$  である。式(19)右辺に 4 章で得られた結果を代入した結果の一例を図 9 に示す。結果によれば、 $\sigma$  の値は  $R_c^*$  や  $R_d^*$  の変化に鈍感であった。また、 $\sigma$  は  $\varphi=0.5$  に対してほぼ対称で、 $\varphi=0$  および  $\varphi=1$  の近傍を除きほぼ一定である。さらに、すべての結果は図 9 中の曲線で表した次の簡便な近似式で整理できることがわかった。

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{0.51}{\sqrt{\varphi(1-\varphi)}} \\ &- 0.18 \left[ \frac{R_{cx}}{\sqrt{R_{cx}^2+1}+1} + \frac{R_{dx}}{\sqrt{R_{dx}^2+1}+1} - 1 \right] \end{aligned} \quad (20-a)$$

ただし、

$$R_{cx} = \log_e R_c^* \quad (20-b)$$

$$R_{dx} = \log_e R_d^* \quad (20-c)$$

とする。式(19)を無次元時間平均実効熱コンダクタンス  $R_e^*$  について解いた次式

$$R_e^* = \frac{[(1-\varphi)R_d^* + \varphi R_c^*]\sigma + R_c^*R_d^*}{(1-\varphi)R_d^* + \varphi R_c^* + \sigma} \quad (21)$$

に式(20)に求めた  $\sigma$  を代入して、いくつかの  $R_c^*$  と  $R_d^*$  の組合せに対して、整理式の有効性を調べた結果を図 10 に示す。図 10 の  $\varphi=0$  および  $\varphi=1$  における  $R_e^*$  がそれぞれ  $R_c^*$  および  $R_d^*$  を示す。また、図 10 中の記号は数値解析結果を、曲線は式(20), (21)を示す。

図 10 から明らかなように、式(20)と式(21)を使った時間平均実効熱コンダクタンスの見積もりはほぼ完璧であることがわかる。

さらに、導体 A および導体 B の各接合端で生ずる最大温度振幅  $\Delta\theta_{a\max}$  および  $\Delta\theta_{b\max}$  はいずれも次の無次元温度

$$\Delta\theta^* = \frac{R_a \Delta\theta_{a\max}}{q} = \frac{R_b \Delta\theta_{b\max}}{q} \quad (22)$$

を近似する次式で整理された。

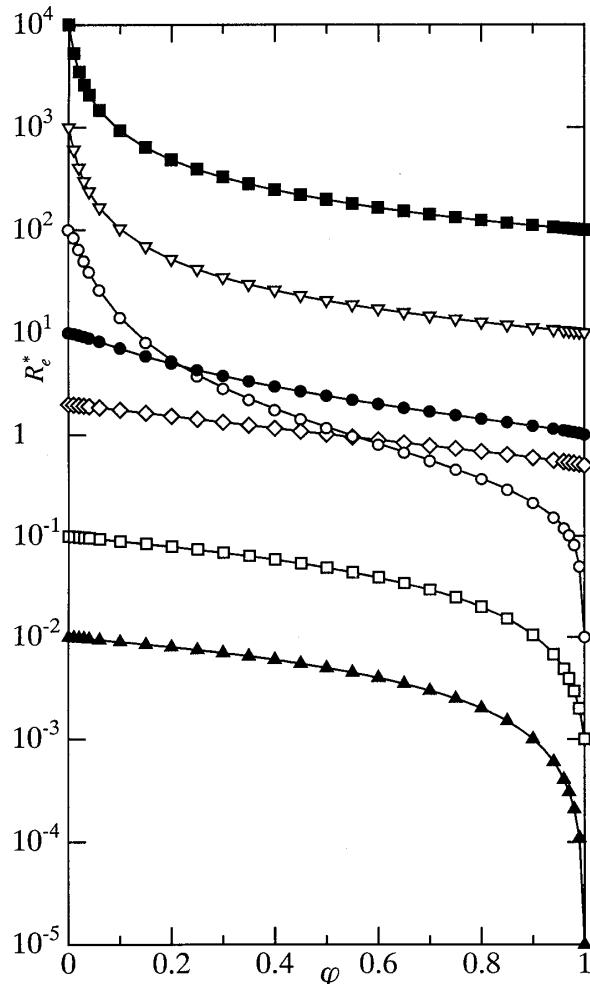
$$A_{mc} = \frac{|R_d^* - R_c^*|}{R_c^*} \quad (23-a)$$

$$A_{md} = \frac{|R_c^* - R_d^*|}{R_d^*} \quad (23-b)$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta^* &= 2.8 \left[ \frac{[1 - \exp\{-A_{mc}(1-\varphi)\}] \varphi}{\sqrt{1-\varphi}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{[1 - \exp(-\varphi A_{mc})](1-\varphi)}{\sqrt{\varphi}} \right] \end{aligned} \quad (23-c)$$

ただし、上式では  $R_c^*$  と  $R_d^*$  が大きくなると誤差が大きくなるので、 $R_c^* > R_d^*$  となるように選択して、 $\Delta\theta^*$  を次のように修正した  $\Delta\theta_{\max}^*$  を用いれば多くの結果を精度よく整理できた。その一例を図 11 に示す。

$$\Delta\theta_{\max}^* = \frac{R_a \Delta\theta_{a\max}}{q} = \frac{R_b \Delta\theta_{b\max}}{q}$$

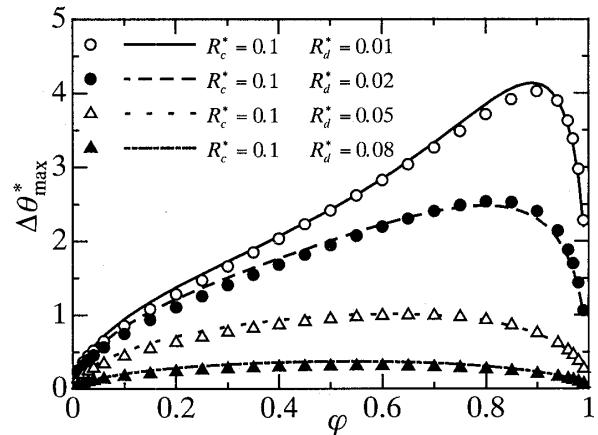
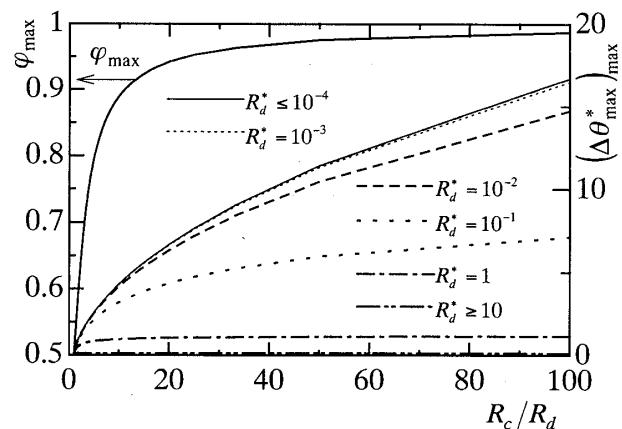
Fig. 10 Non-dimensional effective mean thermal conductance  $R_e^*$ 

$$= \frac{\Delta\theta^*}{1 + \beta\Delta\theta^*} \quad \dots \dots \dots \quad (24 \cdot a)$$

$$\beta = 0.3 \frac{R_d^*}{R_c^*} + 0.8 R_d^* \quad \dots \dots \dots \quad (24 \cdot b)$$

図11から、最大温度振幅がその最大値、 $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$ に達する絶縁時間間隔比  $\varphi_{\max}$  が存在することがわかる。また、 $R_c^*$  を一定にしたときに、 $R_d^*$  の減少とともに  $\varphi_{\max}$  は増大し、最大温度振幅  $\Delta\theta_{\max}^*$  も増大することがわかる。

$\varphi_{\max}$  や  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  と変動熱抵抗層の熱コンダクタンス比 ( $R_c/R_d$ ) の関係を図12に示す。 $\varphi_{\max}$  は ( $R_c/R_d$ ) のみに依存し、( $R_c/R_d$ ) が 1 からおよそ 10 までの間に、0.5 からおよそ 0.9 まで急増する。その後、( $R_c/R_d$ ) の増大とともに、 $\varphi_{\max}$  は緩やかに増大し 1 に漸近する。一方、 $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  は  $R_d^*$  にも依存して変化する。しかし、 $R_d^*$  が  $10^{-3}$  以下では、 $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  は実質的に ( $R_c/R_d$ ) のみに依存し、その増大に伴って増大する。一般に  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  は ( $R_c/R_d$ ) の増大に伴って増大する。

Fig. 11 Maximum temperature amplitude  $\Delta\theta_{\max}^*$ Fig. 12 Maximum-value of maximum temperature amplitude  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  and the time ratio  $\varphi_{\max}$ 

増大するが、 $R_d^*$  が 1 を超えると  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  の増大は ( $R_c/R_d$ ) の小さい区間に限られ、しかもその値が極めて小さくなる。これは、絶縁区間の熱コンダクタンス  $R_d$  が大きい場合には、定常熱流量  $q$  が増大し、 $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  の増大が抑制されるためと考えられる。

## 6. 結 言

二つの導体に挟まれる熱抵抗層熱コンダクタンスが周期的に変化する場合の導体内の温度場について数値解析を行い次の結果を得た。

(1) 温度変化する距離区間は、熱伝導特性距離  $\delta$  の数倍の接合部近傍領域内に限られる。

(2) 熱抵抗層の時間平均実効熱コンダクタンス  $R_e$  は高精度の簡易近似式 [式(20), (21)] により見積もることができる。

(3) 接合端に発生する温度変動の最大振幅  $\Delta\theta_{\max}^*$  の簡易近似式 [式(23), (24)] を提案した。

(4)  $\Delta\theta_{\max}^*$  がその最大値  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  に達する絶縁時間間隔比  $\varphi_{\max}$  が存在する。

(5)  $\varphi_{\max}$  は熱コンダクタンス比 ( $R_c/R_d$ ) のみに依存し, ( $R_c/R_d$ ) の増大に伴い, 急増した後 1 に漸近する。

(6)  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  は ( $R_c/R_d$ ) の増大に伴って増大するが,  $R_d^*$  にも依存する。 $R_d^*$  が 1 を超えると  $(\Delta\theta_{\max}^*)_{\max}$  の増大は ( $R_c/R_d$ ) の小さい区間に限られ, しかもその値が極めて小さくなる。

最後に, 本研究の一部は(株)リケンの援助を受け

た。記して感謝の意を表す。

## 文 献

- (1) 川下研介, 热伝導論, (1966), オーム社.
- (2) 伝熱工学資料, 改訂 4 版, (1986), 日本機械学会.
- (3) 竹内洋一郎, 热応力, (1971), 日新出版.
- (4) 矢川元基・宮崎則幸, 有限要素法による热応力・クリープ・热伝導解析, (1985), 21, サイエンス社.