

空間的に発達する円形噴流の直接シミュレーション*
(計算結果の妥当性とレイノルズ応力の輸送機構)須藤 仁*¹, 松原幸治*², 小林睦夫*²Direct Numerical Simulation of a Spatially Developing Round Jet
(Validity of Numerical Results and Mechanisms of Reynolds Stress Transport)Hitoshi SUTO*³, Koji MATSUBARA and Mutsuo KOBAYASHI³ Graduate School of Science and Technology, Niigata University,
8050 Ikarashi 2-nocho, Niigata-shi, Niigata, 950-2181 Japan

Direct numerical simulation (DNS) was performed for a spatially developing round jet $Re=1200$. Streamwise extent of computational domain is 30 nozzle diameter, and initial and nearly developed stages of turbulent jet were predicted. Combination of fourth order finite differencing method and numerical damping near the jet center axis resulted in generally good agreement between numerical data and existing literatures with sufficient numerical stability. Detailed discussion was made for Reynolds stress budgets. Inter-component transfer of Reynolds stresses appear both initial and developed stages in a way similar to other one-dimensional shear flows homogeneous in streamwise direction. There were no qualitative differences among stress components for their spatial transport and dissipation. For three components of normal stresses, initially generated turbulence was mostly convected downstream to the developed stage of jet but transport process in the developed stage was dissipative with high conversion rate of kinetic energy into heat.

Key Words: Spatially Developing Round Jet, Direct Numerical Simulation, Validity of Computation, Reynolds Stress Budgets

1. 緒言

円形噴流は、衝突噴流冷却、物質混合、気体燃焼等の多くの工学的応用例において利用される流動形態である。このような応用例に見られる諸現象を解明し、それに適切なモデル化を施すことは、関連する工業プロセスの設計や制御を行う上で重要な課題である。そのためには円形噴流の流動特性と乱流構造に対する十分詳細な理解が必要となる。

これまでに理論的検討と乱流計測によって円形噴流の統計的性質について報告されてきたが^{1,2}、近年ではDNS (Direct Numerical Simulation) によってその組織構造が検討されつつある³⁻¹²。しかしながら、既存の研究例ではレイノルズ応力収支や発達域における組織構造について検討が不足しているなど、十分明らかでない部分も残されている。また、過去のDNS値の大部分と実験結果との間に小さくない不一致が見られることから、円形噴流の数値解析手法には検討の余地

がある。

本論文では、DNSによって円形噴流における未知の統計量を採取し、その乱流特性に関する新たな知見を提供することを目指す。この目的から、高い数値的安定性を維持しつつ良好な結果が得られるような計算コードを開発し、乱流エネルギー収支を含む計算結果を広範な実験結果と比較することで計算コードの妥当性を検証する。さらに、レイノルズ応力全成分の収支を求め、レイノルズ応力の局所的な生成機構と空間的な輸送機構について吟味する。以上の検討により、円形噴流の応用例に関する検討への準備とする。

2. 記号

D	: 噴口の直径	m
z, r, ϕ	: 流れ方向, 半径方向, 周方向の座標	m, m, rad
t	: 時間	s
Δt	: 時間ステップ幅	s
W, V, U	: z, r, ϕ 方向の速度	m/s
w, v, u	: z, r, ϕ 方向の速度変動	m/s
P	: 圧力	Pa
p	: 圧力変動	Pa

* 原稿受付 2001年4月27日。

¹ 正員, 新潟大学大学院(〒950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。² 正員, 新潟大学工学部。

E-mail: suto@tmtherm.eng.niigata-u.ac.jp

q_r	: r と V の積 m^2/s ($=rV$)
$b_{1/2}$: 半値幅 m
\bar{W}_c	: 中心軸上流れ方向速度 m/s
\bar{W}_0	: 噴口部の流れ方向速度 m/s
W_i	: $z(i=1), r(i=2), \phi(i=3)$ 方向の速度 m/s
E	: 側方境界からの流入量 m^2/s
Re	: レイノルズ数 ($=\bar{W}_0 D/\nu$)
α	: 式(10)中の係数
β	: 式(11)中の係数
δ	: 噴口部の運動量厚さ m
ε	: 乱流エネルギーの散逸率 m^2/s^3
η	: コルモゴロフスケール m ($=\nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4}$)
ν	: 動粘性係数 m^2/s
ρ	: 密度 kg/m^3
\bar{x}	: x のアンサンブル平均
x_{rms}	: x の変動強さ

3. 計算手法

本研究では、空間的に発達する円形噴流を想定する。図1に示すように、円筒状計算領域（直径：30D、軸方向寸法：30D）を設定し、ノズル内部における流動を考慮せず、計算領域境界において噴流の初期直径 D と初期速度 \bar{w}_0 を与える。流れの非圧縮性を仮定し、基礎式として次の連続の式とナビエ-ストークス式を用いる。

$$\frac{\partial W}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \phi} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(W^2)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(q_r W)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(UW)}{\partial \phi} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial W}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \phi^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_r}{\partial t} + \frac{\partial(Wq_r)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q_r^2}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial(Uq_r)}{\partial \phi} - U^2 = -\frac{r}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 q_r}{\partial z^2} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial q_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 q_r}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(WU)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(q_r U)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U^2}{\partial \phi} + \frac{VU}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \nu \left[\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial q_r}{\partial \phi} - \frac{U}{r^2} \right] \quad (4)$$

上式に含まれる W , U は、流れ方向座標 z 、周方向座標 ϕ に対する速度成分である。 q_r は半径方向の速度成分 V と座標 r の積であり、座標系中心軸近傍における差分式を簡単化するため式(1) - (4)ではこれを変数として用いた^(7,14)。計算領域の上流側境界では

$$W = 0.5\bar{W}_0 \left[1 - \tanh \left(\frac{r - 0.5D}{2\delta} \right) \right] + w_0 \quad (5)$$

$$V = U = 0 \quad (6)$$

のように流れ方向速度に対して双曲線状分布を仮定し、これに1パーセントの乱れ w_0 を加える。ただし、式(5)に含まれる δ は運動量厚さを表し、本論文では $\delta = 0.015D$ とした。下流側境界では、全ての速度成分に対して対流流出境界条件

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} - \bar{W}_{conv} \frac{\partial W_i}{\partial z} = 0, \quad i=1, 2, 3 \quad (7)$$

を適用し、渦流出速度 \bar{W}_{conv} を下流側境界における中心軸上速度の半分とする。計算例^(12,13)の側方境界において採用されたトラクション・フリー条件を用いると数値的不安定性が増すことが確認されたので、本論文では

$$\frac{\partial W}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial r} = 0 \quad (8)$$

$$V = -E/(2\pi r) \quad (9)$$

を用いるものとした。ここで、 E は側方境界からの流入量であり、これをゼロとする場合と発達円形噴流に対する半理論解($E=0.36\bar{W}_0 D$)⁽¹⁴⁾を用いる場合の二通りについて計算を行う。

表1には、円形噴流のDNSにおいて過去に用いられた計算手法と計算条件の概要をまとめた。Boersmaらによる計算例⁽¹²⁾を除いて、噴流中心軸上の平均速度分布と実験値の間には大きな隔たりが存在する。その理由として、数値的安定性を確保するため低次の差分が用いられていることや、DNSとしてはレイノルズ数 Re が大きすぎること等が挙げられる。Boersmaらによる計算例⁽¹²⁾では比較的良好な結果が得られているものの、数値的安定性を保つため非常に細かい時間ステップが設定されており、統計量の収束が十分でない。本研究では、空間的な離散精度を良好に保つため4次精度中心差分を用いるものとする。また、座標系中心軸近傍での数値的不安定性を緩和するため、 $r/D < 0.5$

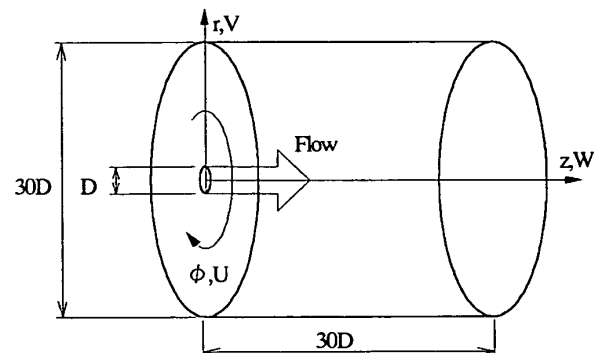


Fig.1 Computational domain.

Table 1 Computational scheme adopted in existing DNS.

	Re	coordinate system	discretization		streamwise extent	number of grid points
			convection	diffusion		
Present	1200	cylindrical	4th central	4th central	30D	754,304
竹内ら(1999)	25000	cylindrical	3rd upwind	2nd central	20D	1,024,000
Boersma et al. (1998)	2400	spherical	2nd central	2nd central	45D	2,304,000
Danaila et al. (1997)	200-500	cartesian	spectral element	spectral element	20D	22,295-86,515
湯ら(1997)	1200	cartesian	5th upwind	not presented	19.5D	5,349,888
Olsson and Fuchs (1996)	10000-500000	cartesian	3rd upwind	4th central	12D	160,000-230,400

の領域において実質的な周方向格子解像度が $r/D=0.5$ のそれに保たれるような周波数フィルタによって高周波除去を行う。このような操作により、比較的大きな時間ステップ(クーラン数で 0.1)を用いた場合でも安定に計算が進むことが確認された。式(2)-(4)の時間差分にあたっては、安定性条件が最も厳しい周方向 2 階微分項に陰的クランク-ニコルソン法を適用し、他の項に陽的アダムス-バッシュフォース法を用いる。

発達した円形噴流において統計値の自己相似性 ω を仮定し、過去の実験結果を参照すると、様々なレイノルズ数 Re に対して渦動粘性係数 ν_t とコルモゴロフスケール η が見積もられる(付録参照)。表 2 には、それらの噴流中心軸上での値を分子動粘性係数 ν と半値幅 $b_{1/2}$ で無次元化して示す。十分な格子解像度を確保

するには、 η が比較的大きく保たれるように Re を低く設定する必要があるが、 Re が低すぎると分子粘性の効果により結果の普遍性が損なわれる。このことを考慮して、 ν_t/ν の比が 14.4 と見積もられる $Re=1200$ を流速条件として採用する。計算で使用する格子系と時間ステップ Δt を表 3 にまとめる。総格子点数は $166 \times 71 \times 64$ であり、流れ方向には噴口部付近で密に、また半径方向には $r/D=0.5$ 周辺で密になるように格子を配した。 Δt は噴口部におけるクーラン数が 0.1 になるように与えた。コルモゴロフスケールの計算値に対する z , r , ϕ 方向格子間隔の値は最大でそれぞれ 11.5, 3.6, 4.7 であった。これらの値は他の流れに対する DNS⁽¹⁵⁻¹⁷⁾ で用いられた格子解像度にほぼ相当するものであり、適切な範囲内にあると考えられる。

Table 2 Established values of ν_t and η .

Re	300	1200	4800	19200
ν_t/ν	3.6	14.4	57.6	230.4
$\eta/b_{1/2}$	0.065	0.023	0.0081	0.0029

Table 3 Grid system.

Number of grid points		166×71×64
$\Delta z/D$	$z/D=0$	0.10
	$z/D=8.5$	0.20
	$z/D=30$	0.20
$\Delta r/D$	$r/D=0$	0.058
	$r/D=0.5$	0.040
	$r/D=15$	0.84
$\Delta \phi$		$2\pi/64$
$\Delta t \cdot \bar{W}_0 / D$		0.010

Table 4 Mean flow parameters.

	Re	α	β	z_0/D
$E=0$	1200	5.8	0.10	3.3
$E=0.36 \bar{W}_0 D$	1200	6.0	0.087	2.8
Boersma et al.	2400	5.9	?	4.9
Ninomiya et al.	2566	6.0	0.090	4.4
Reichardt	25000	?	0.085	?
Corrsin et al.	35000	6.3	?	0.83
Wyganski and Fiedler	100000	5.7	?	3

4. 結果と考察

4.1 計算結果の妥当性 発達した円形噴流では、中心軸上速度 \bar{W}_c と半値幅 $b_{1/2}$ は

$$\bar{W}_c / \bar{W}_0 = \alpha D(z - z_0)^{-1} \tag{10}$$

$$b_{1/2} = \beta(z - z_0) \tag{11}$$

に従う。上式に含まれる α , β および仮想原点 z_0 の計算結果を表 4 に記し、 \bar{W}_c と $b_{1/2}$ の発達曲線を図 2 と図 3 にそれぞれ示す。これらの図表には、対応する過去の DNS 値⁽¹²⁾と実験値^(23,5,9)も比較のため挙げた。表 4 に見るように、 z_0 は結果により大きく異なり、ノズル形状、初期乱れ強さ、レイノルズ数等に依存すると考えられるが、発達域における平均流の減衰挙動から定まる α と β の変化は小さい。発達域においては、

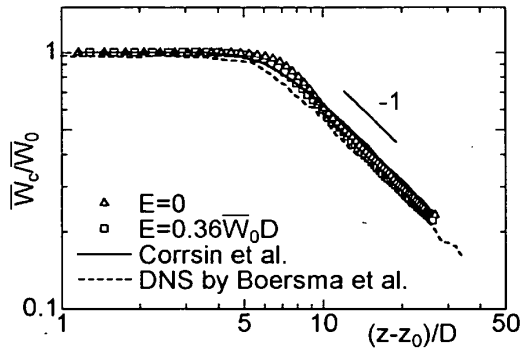


Fig.2 Streamwise mean velocity on jet center axis.

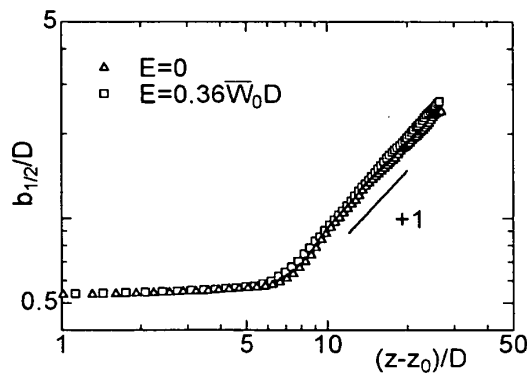


Fig.3 Jet half width.

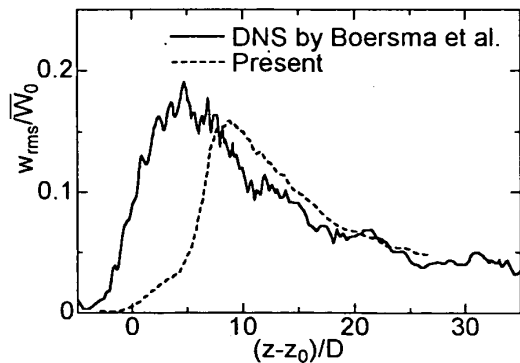


Fig.4 Streamwise velocity fluctuation ($E=0.36 \bar{W}_c D$).

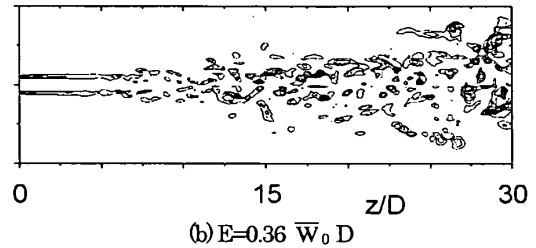
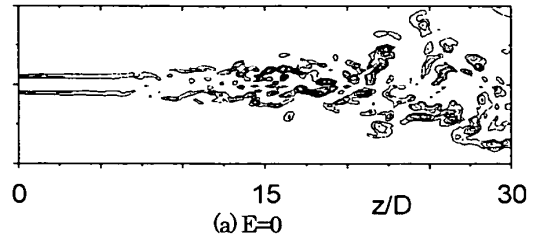


Fig.5 Contour map for instantaneous azimuthal vorticity.

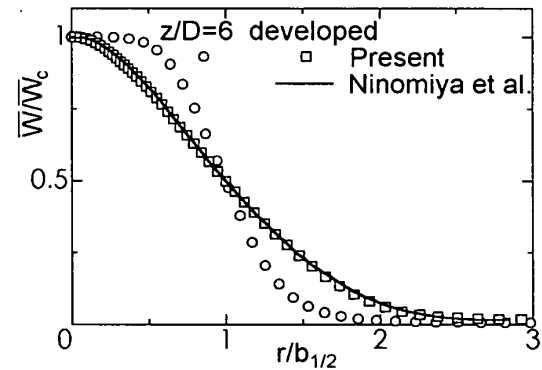


Fig.6 Streamwise mean velocity ($E=0.36 \bar{W}_c D$).

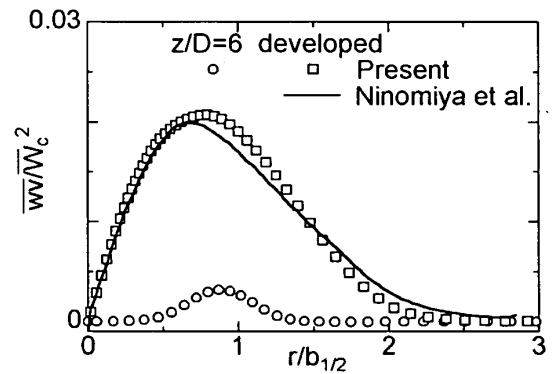


Fig.7 Reynolds shear stress ($E=0.36 \bar{W}_c D$).

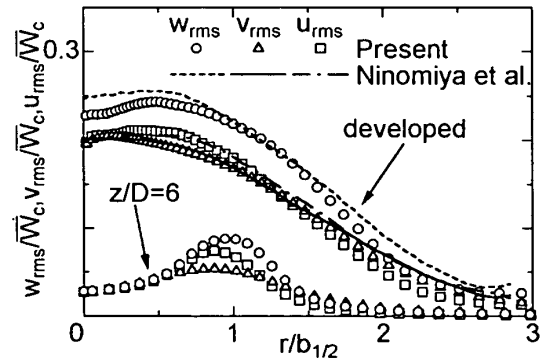


Fig.8 Velocity fluctuations ($E=0.36 \bar{W}_c D$).

レイノルズ数を含む噴口条件が流れに与える影響は小さく、流れは普遍的であると考えられる。したがって、本計算で用いた噴口部条件は実験結果のそれとは異なるが、 α と β ならびに \bar{w}_e の発達曲線が本計算と実験ではほぼ一致していることは計算結果の妥当性を示すものである。なお、図2と図3では、下流側境界付近でも計算値が一定こう配を保つことから、この境界に用いた流出条件が適切であると考えられる。

図4では、 $E=0.36 \bar{W}_0 D$ とした場合に得た中心軸上での速度変動強さ w_{rms} を Boersma らの DNS 値¹⁰⁾とともに示す。同図から、本計算によって Boersma らの結果よりもよく収束した統計値が得られていることが確認できる。前述のように本計算では噴口部境界層を考慮しているが、Boersma らの計算では噴口部にトップハット形速度分布を与えているため、流れが未発達な $z/D < 10$ において両結果に比較的大きな差異が見られる。しかしながら $z/D > 15$ では噴口部条件の影響がほぼ消滅し両方の結果はおおむね一致する。表4、図2、図3は側方境界からの流入量をゼロとする場合 ($E=0$) とこれに半理論解を与える場合 ($E=0.36 \bar{W}_0 D$) について結果を表示したものである。両条件は実際の現象を厳密に反映した境界条件ではないが、これら両極端な条件を用いた計算結果はほぼ同じである。また、図5に示した周方向渦度の瞬時等値

線では、両者において渦の様相に明瞭な違いが見られない。これらから、計算結果に及ぼす側方境界からの流入量の影響は極めて小さいものと判断し、これ以降

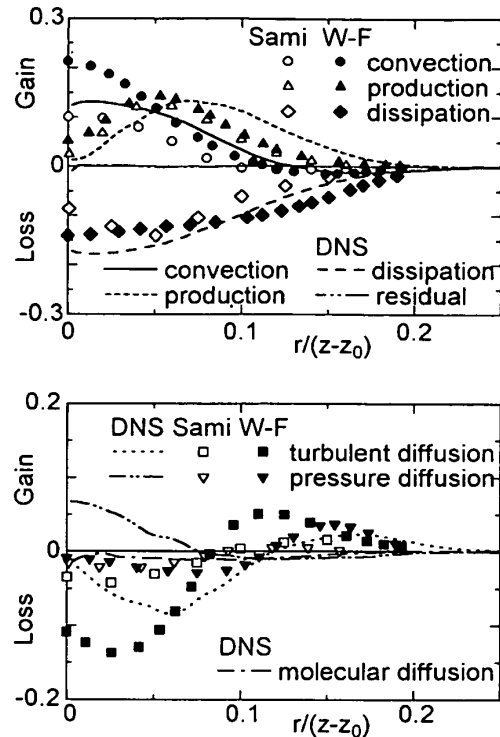


Fig.9 Turbulent kinetic energy budget in developed stage ($E=0.36 \bar{W}_e D$).

Table 5 Reynolds stress transport equations.

	Convection	Production	Pressure strain correlation	Pressure diffusion
\overline{wv}	$-\left(\overline{W} \frac{\partial \overline{wv}}{\partial z} + \overline{V} \frac{\partial \overline{wv}}{\partial r} - \overline{U} \frac{\overline{wu}}{r}\right)$	$-\left(\overline{wv} \frac{\partial \overline{W}}{\partial z} + \overline{v^2} \frac{\partial \overline{W}}{\partial r} + \overline{w^2} \frac{\partial \overline{V}}{\partial z} + \overline{wv} \frac{\partial \overline{V}}{\partial r} - \overline{wu} \frac{\overline{U}}{r}\right)$	$+\left(\frac{p}{\rho} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial w}{\partial r}\right)$	$-\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{vp}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{wp}}{\partial r}\right)$
$\overline{w^2}$	$-\left(\overline{W} \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} + \overline{V} \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial r}\right)$	$-2\left(\overline{w^2} \frac{\partial \overline{W}}{\partial z} + \overline{wv} \frac{\partial \overline{V}}{\partial r}\right)$	$+2 \frac{p}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z}$	$-2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{wp}}{\partial z}$
$\overline{v^2}$	$-\left(\overline{W} \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial z} + \overline{V} \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r} - 2\overline{U} \frac{\overline{vu}}{r}\right)$	$-2\left(\overline{wv} \frac{\partial \overline{V}}{\partial z} + \overline{v^2} \frac{\partial \overline{V}}{\partial r} - \overline{vu} \frac{\overline{U}}{r}\right)$	$+2 \frac{p}{\rho} \frac{\partial v}{\partial r}$	$-2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{vp}}{\partial r}$
$\overline{u^2}$	$-\left(\overline{W} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial z} + \overline{V} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial r} + 2\overline{U} \frac{\overline{vu}}{r}\right)$	$-2\left(\overline{wu} \frac{\partial \overline{U}}{\partial z} + \overline{vu} \frac{\partial \overline{U}}{\partial r} + \overline{u^2} \frac{\overline{V}}{r}\right)$	$+2 \frac{p}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\overline{vp}}{\rho}\right)$	$-2 \frac{\overline{vp}}{\rho r}$
	Turbulent diffusion	Molecular diffusion	Dissipation	
\overline{wv}	$-\left[\frac{\partial \overline{w^2 v}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{wv^2}}{\partial r} + \frac{\overline{wv^2}}{r} - \frac{\overline{wu^2}}{r}\right]$	$+v \left[\frac{\partial^2 \overline{wv}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{wv}}{\partial r}\right) - \frac{\overline{wv}}{r^2}\right]$	$-2\nu \left[\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \phi} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} - u\right)\right]$	
$\overline{w^2}$	$-\left[\frac{\partial \overline{w^3}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w^2 v}}{\partial r} + \frac{\overline{w^2 v}}{r}\right]$	$+v \left[\frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial r}\right)\right]$	$-2\nu \left[\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \phi}\right)^2\right]$	
$\overline{v^2}$	$-\left[\frac{\partial \overline{wv^2}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v^3}}{\partial r} + \frac{\overline{v^3}}{r} - 2 \frac{\overline{vu^2}}{r}\right]$	$+v \left[\frac{\partial^2 \overline{v^2}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r}\right) + \frac{2}{r^2} (\overline{u^2} - \overline{v^2})\right]$	$-2\nu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} - u\right)^2\right]$	
$\overline{u^2}$	$-\left[\frac{\partial \overline{wu^2}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{vu^2}}{\partial r} + 3 \frac{\overline{vu^2}}{r}\right]$	$+v \left[\frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial r}\right) + \frac{2}{r^2} (\overline{v^2} - \overline{u^2})\right]$	$-2\nu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \phi} + v\right)^2\right]$	

は $E=0.36\bar{W}_0 D$ の結果のみに注目する。

図 6-図 8 には、平均速度 \bar{w} 、レイノルズせん断応力 \overline{wv} 、速度変動強さの 3 成分 w_{rms} 、 v_{rms} 、 u_{rms} の半径方向分布を二宮らの実験値^④とともに示す。これらの図には、流れが未発達な $z/D=6$ に対する計算結果と、ほぼ発達した流れが得られた $20 < z/D < 27$ にわたる計算結果の平均値を示した。 $z/D=6$ の断面では、平均速度に急峻なこう配が現れる半値幅付近において速度変動強さは明瞭なピークを示すが、発達域では、平均速度がガウス関数状分布をとるため速度変動強さの分布は平坦化する。発達域における計算値と実験値を比較すると、噴流中心部において計算による w_{rms} が実験値をやや下回り、乱れの発達が完全でないことが示唆される。しかしながら、この点を除くと発達域に対する計算値は全体的に実験結果とほぼ一致しており、平均速度だけでなく乱れ成分についても良好な計算値が得られていることが確認される。

図 9 では、発達域における乱流エネルギー収支を Sami による測定値 ($z/D=20$)^④、Wyganski と Fiedler (図中 W-F と略記) によるそれ ($z/D=90$)^⑤ と比較する。生成、対流および散逸について計算値と二種類の実験値はおおむね一致し、乱流エネルギーの主要項に対して計算結果が妥当なことが示されている。乱流拡散については、二つの実験結果に定量的に大きな差異が見られるが、計算結果は二つの実験結果と同様な分布傾向を示し、定量的にそれらの中間的な値をとる。したがって乱流拡散の計算値は十分発達した値になっていないと考えられる。圧力拡散については、二つの実験結果はともに収支全体に対してかなり小さいが、計算値は中心軸付近において大きく、実験値と大きく隔たる。この理由として、両方の実験において圧力拡散は収支全体の残差として得られたものであり、測定値に小さくない誤差が含まれている可能性があること、乱流拡散と同様にこの項の計算結果が十分に発達していない可能性があることが考えられるが、現時点で詳細は不明である。

4.2 レイノルズ応力の輸送機構 本研究の場合には、 \overline{wv} 、 $\overline{w^2}$ 、 $\overline{v^2}$ および $\overline{u^2}$ の輸送式は表 5 のようになる。これらに含まれる各項の分布を、 $z/D=6$ の断面と発達域について図 10 と図 11 にそれぞれ示す。ただし、各項の値には \bar{w}_c と $b_{1/2}$ による無次元化を施した。前節で見たように乱流拡散と圧力拡散については十分発達した値が得られていない可能性があるため、これらの項に関する詳細な議論は省略するものとし、分子拡散、乱流拡散および圧力拡散の合計を拡散として表示した。

レイノルズせん断応力 \overline{wv} の収支に注目する。 $z/D=6$ と発達断面に対する両方の結果において、生成と圧力-ひずみ相関が比較的大きな値を持つ。 $z/D=6$ ではこれらのピークが半値幅付近に観察されるが、発達域では平均速度分布の緩和に伴いピーク位置がやや中心軸側へ移動する。本研究の場合には、流れが下流に向かって急速に変化するため、対流によるレイノルズ応力の増減が生じ得る。しかしながら、図示した両方の断面において対流項は小さく、 \overline{wv} の収支は局所平衡に近いことが観察される。拡散項を見ると、 $z/D=6$ において複雑な分布が現れ、組織的な渦構造の存在が示唆されているが、これについては今後の課題とする。

続いて法線応力収支における生成、圧力-ひずみ相関を検討する。 $z/D=6$ と発達断面の両方において、 $\overline{w^2}$ の生成と圧力-ひずみ相関はそれぞれ正号と負号をとり、 $\overline{v^2}$ と $\overline{u^2}$ の圧力-ひずみ相関は正である。このことは平均流から伝達された流れ方向乱れが他方向成分に分配される機構を示しており、この点について流れ方向に一樣なせん断乱流^⑥と同様である。

法線応力成分に対する対流と散逸に注目する。 $z/D=6$ に対する法線応力全成分の収支において、断面全体にわたり対流と散逸が負となるが、前者の寄与がより大きいことが観察される。一方発達断面に対する全ての収支において、両者の大きさは同等であるが、対流は主として正值をとり、散逸は断面全体で負値をとる。また、対流について、流れ方向、半径方向、周方向輸送の寄与に分けて検討を行った結果、 $z/D=6$ および発達域での各法線応力収支において流れ方向輸送の寄与がほとんどであることが確認された。したがって、これら二項に関連する輸送機構は各成分で同じであり、未発達域において生成された乱れは下流側断面へ次々と対流的に伝達され、発達域では上流側から対流輸送された乱れの大部分が散逸することが示唆される。法線応力収支の拡散を見ると、これについても各成分で似た分布をとり、 $z/D=6$ の断面において半値幅付近から中心軸側と外側に向かう拡散が大きいこと、発達断面において半値幅のやや内側から外側へ向かう拡散が強いことが見てとれる。

図 12 には、①未発達域中心部、②未発達域せん断部、③発達域それぞれにおける法線応力間輸送と散逸、ならびに各領域間の輸送について重要なものを表示した。ただし、対流と拡散の影響は法線応力の各成分において同質であるため、全成分の輸送を一つにまとめて矢印で表し、矢印の向きは主要な輸送方向に対応する。対流と拡散は空間的な輸送による得失を表すが、

矢印の終点側で利得が、また矢印の起点側で損失が生じているものとした。図 12 に示されるように、局所的に見ると流れ方向に変化しないせん断乱流の場合と同様な再分配機構が存在する。また、本流れ系では対流の影響が顕著であり、発達域において乱れの等方化

を促進していると考えられる。

5. 結言

空間的に発達する円形噴流 ($Re=1200$) に対して、4 次中心差分と座標系中心軸近傍における高周波除去

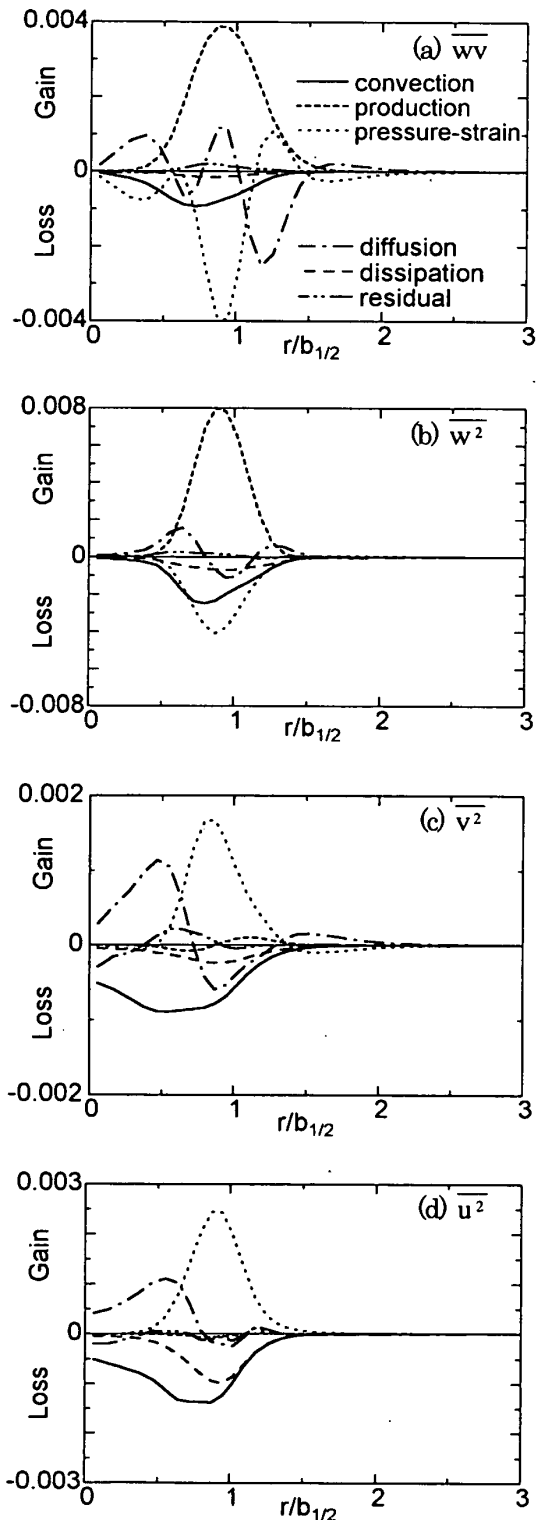


Fig.10 Turbulent stress budgets at $z/D=6$ ($E=0.36 \overline{W}_c D$).

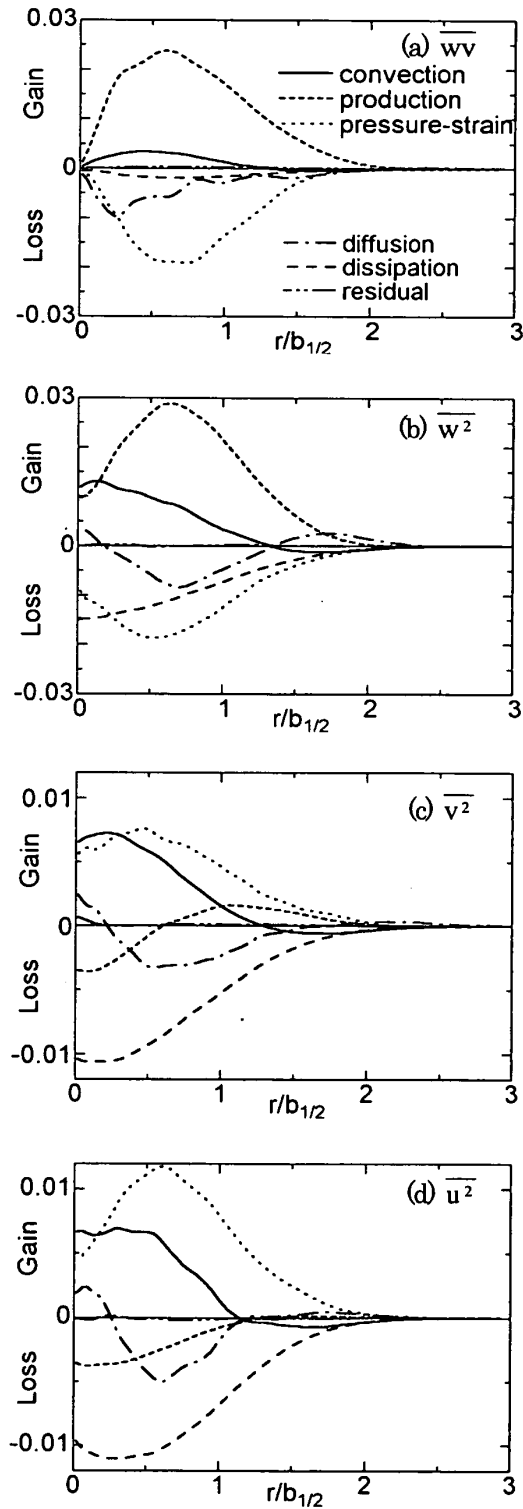


Fig.11 Turbulent stress budgets in developed stage ($E=0.36 \overline{W}_c D$).

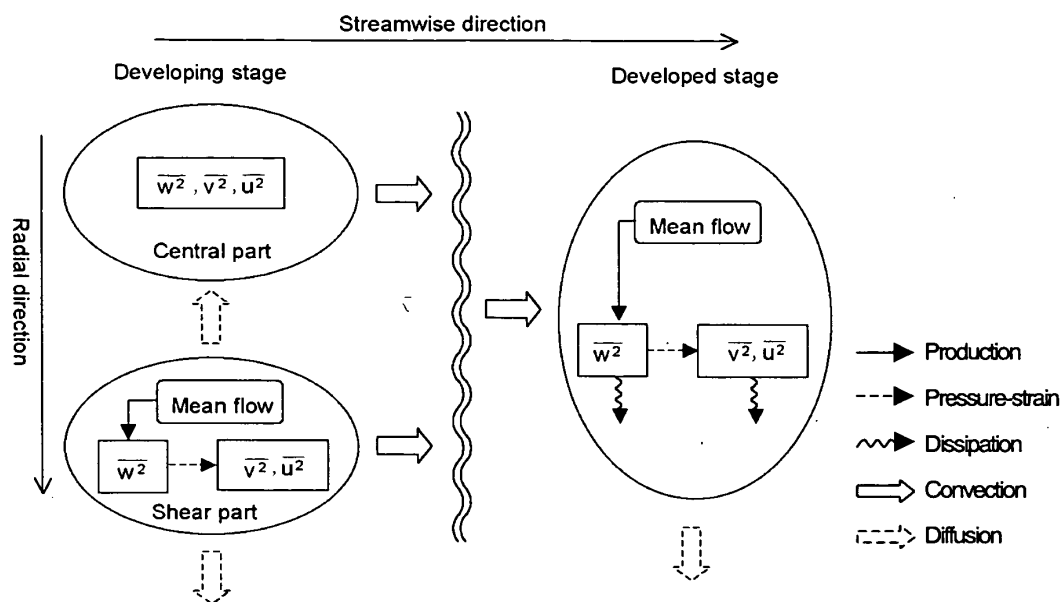


Fig.12 Mechanism of energy transfer.

法を適用したDNSを実施した。その結果、次の知見を得た。

- (1) 計算領域の側方境界において流入量をゼロとする条件とこれに半理論解を与える条件を用いて計算を行ったが、両方の結果は大差ないものであった。
- (2) 乱流エネルギー収支の主要項を含む様々な統計量について本計算結果と既存の実験値には概して良い一致が見られ、計算コードの妥当性が確認された。
- (3) レイノルズ応力収支に関する検討から、流れ方向に均質なせん断乱流の場合と同様に、一旦生成された乱れの流れ方向成分が、垂直方向成分に分配される現象が確認された。
- (4) レイノルズ法線応力に対する対流、散逸、拡散については成分間における性状の違いが小さく、全成分において未発達域で生成された乱れの大部分が下流側へ伝達され、発達域では上流側から伝達された乱れの多くが散逸される。

付 録

発達した円形噴流においては、自己相似性を仮定し $\bar{W} = \bar{W}_c \bar{W}_c$, $k = k \cdot \bar{W}_c^2$, $\overline{wv} = \overline{wv} \cdot \bar{W}_c^2$ とすると、渦動粘性係数 ν_t と散逸率 ε は

$$\nu_t = \nu_t \bar{W}_c (z - z_0) \quad (12)$$

$$\varepsilon = \varepsilon \bar{W}_c^3 (z - z_0)^{-1} \quad (13)$$

に従う。これらと式(10)、式(11)から ν_t とコルモゴロフスケール η に対して

$$\nu_t / \nu = \alpha \nu_t^* \text{Re} \quad (14)$$

$$\eta / b_{1/2} = \alpha^{-3/4} \beta^{-1} \varepsilon^*^{-1/4} \text{Re}^{-3/4} \quad (15)$$

が導かれる。既存の実験値 $\alpha = 6.0^{(6)}$, $\beta = 0.090^{(6)}$, $\nu_t^*(r=0) = 2.0 \times 10^{-3}$ (1), $\varepsilon^*(r=0) = 0.15$ (5) を用いると、表2に記入した値を得る。

文 献

- (1) Hinze, J. O., *Turbulence 2nd ed.*, Macgraw-Hill, (1975).
- (2) Reichardt, H., *VDI-Forschungsheft*, 141 (1942).
- (3) Corrsin, S. and Uberoi, M. S., *NACA Report 998* (1950).
- (4) Sami, S., *J. Fluid Mech.*, 29-2 (1967), 81-92.
- (5) Wygnanski, I. and Fiedler, H., *J. Fluid Mech.*, 38 (1969), 577-612.
- (6) 二宮尚・笠木伸英, *機論 B*, 59-561 (1993), 1532-1538.
- (7) Verzicco, R. and Orlandi, P., *Phys. Fluids*, 6-2 (1994), 751-759.
- (8) 三宅裕・坂東潔・竹末研一・太田貴士, *機論 B*, 60-574 (1994), 2022-2029.
- (9) Olsson, M. and Fuchs, L., *Phys. Fluids*, 8-8 (1996), 2125-2137.
- (10) Danaila, I., Dusek, J. and Anselmet, F., *Phys. Fluids*, 9-11 (1997), 3323-3343.
- (11) 湯晋一・中島賢治・飛水浩伸, *機論 B*, 63-610 (1997), 1928-1937.
- (12) Boersma, B. J., Brethouwer, G. and Nieuwstadt, F. T. M., *Phys. Fluids*, 10-4 (1998), 899-909.
- (13) 竹内伸太郎・三宅裕・梶島岳夫・青木誠司, *機論 B*, 65-64 (1999), 3918-3925.
- (14) 佐竹信一・功刀資彰, *機論 B*, 64-617 (1991), 65-70.
- (15) 松原幸治・小林睦夫・前川博・鈴木健二郎, *機論 B*, 64-619 (1998), 856-863.
- (16) 松原幸治・小林睦夫・坂井隆浩・須藤仁, *機論 B*, 66-645 (2000), 1414-1421.
- (17) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., *J. Fluid Mech.*, 177 (1987), 133-166.
- (18) Mansour, N. N., Kim, J. and Moin, P., *J. Fluid Mech.*, 194 (1988), 15-44.