

## 非等温円形噴流の発達領域における組織構造\*

須藤 仁\*<sup>1</sup>, 松原幸治\*<sup>2</sup>, 小林睦夫\*<sup>2</sup>  
渡辺英人\*<sup>3</sup>, 松平雄策\*<sup>4</sup>Coherent Structures in a Fully Developed Stage of  
a Non-isothermal Round JetHitoshi SUTO\*<sup>5</sup>, Koji MATSUBARA, Mutsuo KOBAYASHI,  
Hidehito WATANABE and Yusaku MATSUDAIRA\*<sup>5</sup> Fluid Science Department, Central Research Institute of Electric Power Industry,  
1646 Abiko, Abiko-shi, Chiba, 270-1194 Japan

Direct numerical simulation (DNS) was performed for a non-isothermal air jet of the Reynolds number equal to 1 200 in order to reveal coherent structures of the jet. Fourth-order central finite difference was applied to the simulation. Effort was also made for experimental visualization (dye mixing and PTV) supporting the validity of instantaneous structures by DNS. Computational results for two kind of inlet profiles suggested that nozzle conditions scarcely affect turbulent statistics and coherent structures in jet-established-stage. Two-point correlations of velocity and temperature show similar distributions denoting that temperature can be used as an indicator of a vortex. Conceptual model of hairpin-shape vortex was proposed and validated by the two-point correlations and the PDF analysis for vorticity alignment; the hairpin-shape vortex stands with legs inclined downstream, and the inclination angle and the tilting angle between two legs are  $-45^\circ$  and  $40^\circ$ , respectively.

**Key Words:** Non-isothermal Round Jet, Coherent Structures, Fully Developed Stage, Direct Numerical Simulation, Experimental Visualization

## 1. 緒言

円形噴流は衝突噴流冷却, 気体燃焼において利用される流動形態である。実験計測と数値シミュレーションによって円形噴流の統計的性質<sup>(1-5)</sup>と組織構造<sup>(6-10)</sup>について多くの知見が得られており, 比較的乱れが小さい初期段階の渦について詳細な検討がなされている<sup>(6, 8, 12, 14)</sup>。一方, 発達した乱流領域における組織構造については, 二宮ら<sup>(15)</sup>が実験計測を行っているものの, 渦の三次元構造等に不明な点が少なからず残っており, さらなる検討が望まれる。

本論文では, 円形噴流の噴口から発達領域までを対象とした DNS (直接シミュレーション) ならびに色素混合法と PTV (粒子追跡法) による可視化実験を行う。前報<sup>(10)</sup>において, DNS による各種統計量と既存の実験結果がよく一致することから, 計算コードの基本的な妥当性を示した。しかしながら, 瞬時の流れ場の様相が妥当かどうか必ずしも明らかでないので, 可視化実験によって確認するものとした。さらに,

DNS の結果から得られた瞬時の熱流動場, 二点相関係数, 渦度方位の結合確率密度に対して検討し, 発達領域における渦管の三次元構造と噴口条件がそれに及ぼす影響を議論する。

## 2. 記号

$b_{1/2}$	: 半値幅	m
$D$	: 噴口の直径	m
$P$	: 圧力	Pa
$p$	: 圧力変動	Pa
$Re$	: レイノルズ数 ( $=\bar{w}_0 D \nu$ )	
$T$	: 温度	K
$T_{sur}$	: 周囲温度	K
$t$	: 時間	s
$W, V, U$	: $z, r, \phi$ 方向の速度	m/s
$w, v, u$	: $z, r, \phi$ 方向の速度変動	m/s
$\bar{w}_0$	: 中心軸上流れ方向速度	m/s
$\bar{w}_0$	: 噴口部の流れ方向速度	m/s
$x, y$	: $r-\phi$ 断面におけるカーテシアン座標系	m
$z, r, \phi$	: 流れ方向, 半径方向, 周方向の座標	m, m, rad
$\alpha$	: $\omega_z$ と $\omega_r$ のなす角	rad
$\beta$	: $\omega$ の $z-r$ 平面への正射影と $\omega$ がなす角	

\* 原稿受付 2002年4月3日。

\*<sup>1</sup> 正員, 電力中央研究所流体科学部(〒270-1194 我孫子市我孫子1646)。\*<sup>2</sup> 正員, 新潟大学工学部。\*<sup>3</sup> ユニオンツール(株)(〒140-0013 東京都品川区南大井4-15-8)。\*<sup>4</sup> 新潟大学工学部。

E-mail: suto@criepi.denken.or.jp

- rad
- $\Delta t$  : 時間ステップ幅 s
- $\Delta z, \Delta r, \Delta \phi$  : 流れ方向, 半径方向, 周方向の格子間隔 m, m, rad
- $\delta$  : 噴口部の運動量厚さ m
- $\delta z$  : 二点間流れ方向距離 m
- $\delta \phi$  : 二点間周方向角度 rad
- $\theta$  : 温度偏差 ( $=T-T_{sur}$ ) K
- $\bar{\theta}_0$  : 噴口部の温度偏差 K
- $\theta$  : 温度変動 K
- $\omega_z, \omega_r, \omega_\phi$  :  $z, r, \phi$  方向の渦度変動 1/s
- $\omega$  : 渦度変動ベクトル ( $=(\omega_z, \omega_r, \omega_\phi)$ ) 1/s
- $(\bar{\quad})$  : アンサンブル平均
- $(\quad)_{rms}$  : 変動強さ
- $(\quad)_{max}$  :  $r-\phi$  断面内最大値

### 3. 計算手法

熱拡散を伴う円形噴流を想定し、図1に示した円筒状計算領域(直径:  $30D$ , 軸方向寸法:  $30D$ )と円筒座標系を用いる。噴流の初期直径  $D$  と初期速度  $\bar{w}_0$  を基準としたレイノルズ数  $Re$  を 1200 とし、プラントル数  $Pr$  を 0.71 とする。

流れの非圧縮性を仮定し、基礎式として連続の式、ナビエーストークス式、エネルギー式を用いる。計算領域の上流側境界では、流れ方向平均速度  $\bar{w}$  と周囲流体からの温度偏差  $\bar{\theta}$  に対して、図2に示すようなトップハット分布または双曲線関数分布

$$\bar{w} = 0.5\bar{w}_0 \left[ 1 - \tanh\left(\frac{r-0.5D}{2\delta}\right) \right] \quad (1)$$

$$\bar{\theta} = 0.5\bar{\theta}_0 \left[ 1 - \tanh\left(\frac{r-0.5D}{2\delta Pr^{-1/3}}\right) \right] \quad (2)$$

を仮定し、運動量厚さ  $\delta$  を  $0.015D$  とした。式(2)中の補正係数  $Pr^{-1/3}$  は層流境界層に対する理論解<sup>(7)</sup>から決定した。噴口部の流れには、乱流への遷移を促進するため平均流速に対して1パーセントの乱れを加えた。側方境界では速度に対して発達円形噴流に対する半理論解<sup>(8)</sup>を、温度に対して断熱条件を用いた。下流側境界では、対流流出境界条件を適用した。同条件における対流速度は下流側境界面全体に渡って一定とし、その大きさをこの境界における中心軸上速度の半分とした。空間差分には4次精度中心差分を用い、座標系中心軸近傍における数値的不安定性を緩和するため、 $r/D < 0.5$  の領域において実質的な周方向格子解像度が  $r/D = 0.5$  のそれに保たれるような周波数フィルタによって高周波除去を行った<sup>(9)</sup>。基礎式の時間差分には、周方向2階微分項に陰的クランクニコルソン法を、他の項に陽的アダムスーバッシュフォース法を用いた。

計算で使用する格子系と時間ステップを表1にまとめる。総格子点数は  $166 \times 71 \times 64$  であり、流れ方向に

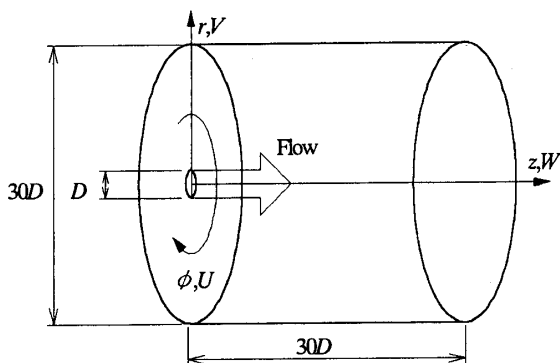


Fig.1 Computational domain.

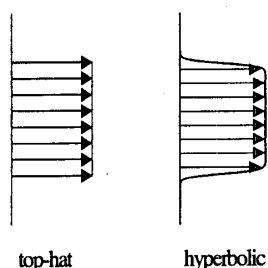


Fig.2 Velocity or temperature profile at inlet boundary.

Table1 Grid system.

Number of grid points		166×71×64
$\Delta \phi$		$2\pi/64$
$\Delta r/D$	$r/D=0$	0.058
	$r/D=0.5$	0.040
	$r/D=15$	0.84
$\Delta z/D$	$z/D=0$	0.10
	$z/D=8.5$	0.20
	$z/D=30$	0.20
$\Delta t \bar{w}_0 / D$		0.010

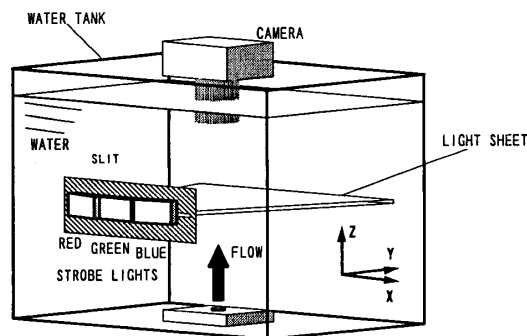


Fig.3 Experimental apparatus for PTV.

は噴口部付近で密に、また半径方向には  $r/D=0.5$  付近で密になるように配した。時間ステップ幅  $\Delta t$  は、噴口部におけるクーラン数が 0.1 になるように定めた。コルモゴロフスケールに対する  $z, r, \phi$  方向格子間隔の値は最大でそれぞれ 11.5, 3.6, 4.7 であることから、採用した格子解像度は DNS として妥当なものであると判断した<sup>(10)</sup>。

4. 実験手法

図3に実験装置の概要を示す。内容積 400 mm (z 方向) × 400 mm (y 方向) × 1000 mm (x 方向) の水槽底面に、直径 6 mm のノズルを鉛直上向きに設置した。実験において、水温は 15.0°C、噴口速度  $\bar{w}_0$  は 0.294 m/s であり、レイノルズ数  $Re$  は 1527 であった。

PTV による可視化において、トレーサには樹脂製微粒子 (外径  $\sim 40 \mu\text{m}$ , ATOFINA 社製 ORGSOL2002-ES4-NAT3) を使用し、これを水と混合した状態でノズルから噴出させた。  $z/D=25.5$  の断面に対して 0.005 秒

間隔で赤、緑、青のストロボ光を照射し、3 時刻の粒子像を 35mm フィルムに記録した。取得した画像を 2820dpi (4032 × 2688 画素) でコンピュータに取り込み、トレーサの位置計測、時間対応付け<sup>(10)</sup>から、二次元の速度ベクトルを求めた。3 時刻の粒子像を用いることにより、2 時刻の粒子像から求める場合と比べて時間対応付けの信頼性が向上し、対応付けできる粒子数が増加した。色素混合法では蛍光塗料としてローダミン B を使用した。この水溶液をノズルから噴出させ、PTV と同じ断面に対して撮影を行った。

5. 結果と考察

5.1 平均量 図 4, 5 は、それぞれ流れ方向平均速度と平均温度の中心軸上分布、表 2 は発達領域で成立する相似則<sup>(1)</sup>

$$\bar{w}_c / \bar{w}_0 = C_1 D (z - z_0)^{-1} \tag{3}$$

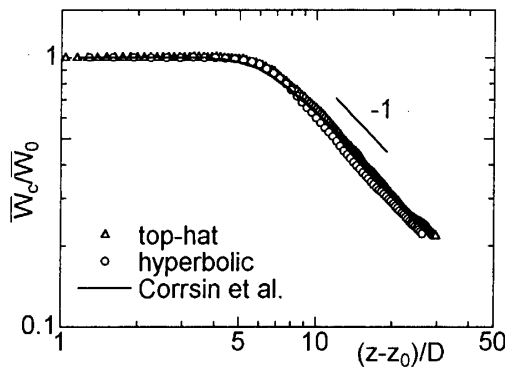


Fig.4 Streamwise mean velocity.

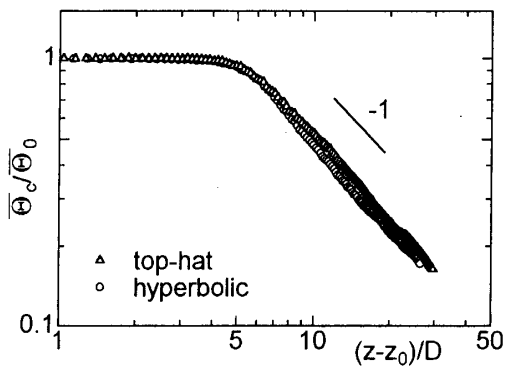
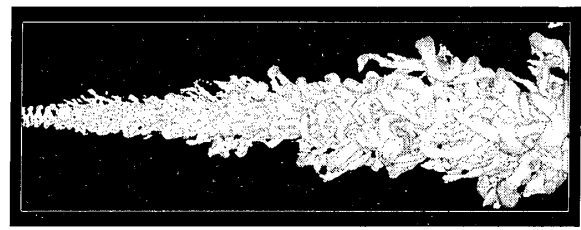


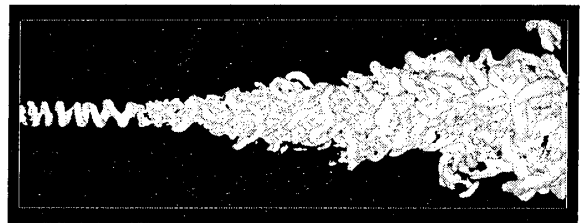
Fig.5 Mean temperature.

Table 2 Similarity parameters.

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$z_0/D$
top-hat	6.1	0.093	4.5	0.45
hyperbolic	6.0	0.087	4.4	2.8

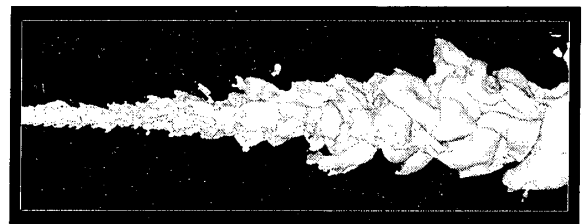


(a) top-hat

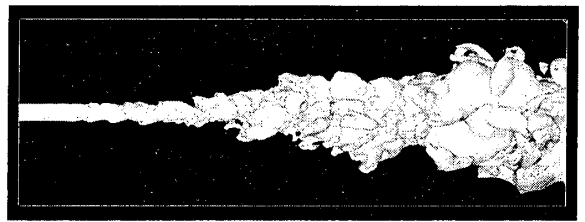


(b) hyperbolic

Fig.6 Iso-contours of  $\nabla^2 p$  ( $\nabla^2 p / (\nabla^2 p)_{\text{max}} = 0.1, 0 \leq z/D \leq 30$ ).



(a) top-hat



(b) hyperbolic

Fig.7 Iso-surfaces of temperature

$$(\theta / \bar{\theta}_c = 0.6, 0 \leq z/D \leq 30).$$

$$b_{1/2} = C_2(z - z_0)$$

$$\bar{\theta}_c / \bar{\theta}_0 = C_3 D(z - z_0)^{-1}$$

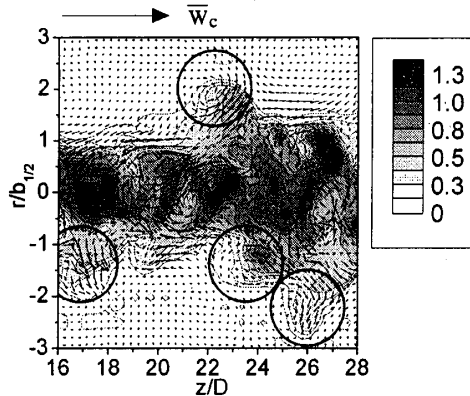


Fig.8 Velocity vectors and contours of  $\theta$  on  $zr$  plane.

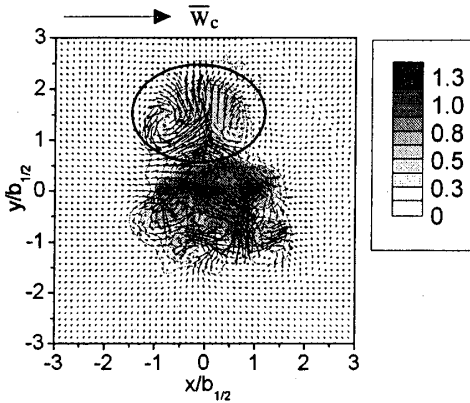


Fig.9 Velocity vectors and contours of  $\theta$  on  $xy$  plane ( $z/D=22.4$ ).

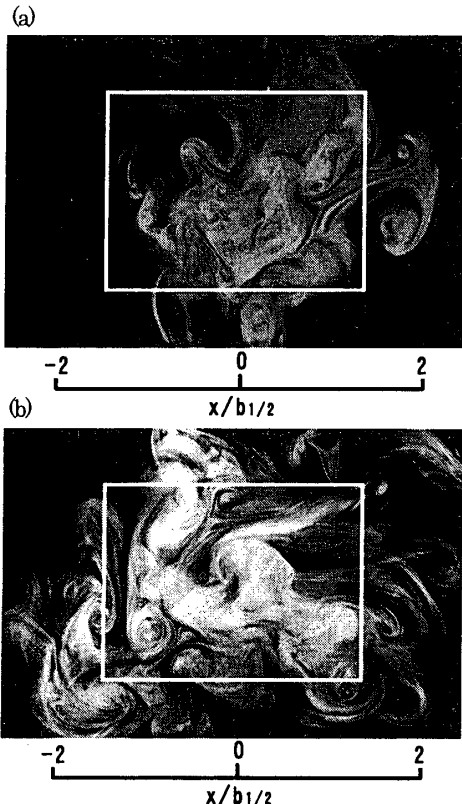


Fig.10 Visualization by dye mixing.

- (4) における係数  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  および仮想原点  $z_0$  の計算結果  
 (5) である。これらの図表には噴口にトップハット形と双曲線関数形の平均速度分布を与えた二つの計算結果を示した。平均速度は Consin ら<sup>9)</sup>による実験結果とよく一致しており、発達領域における  $-1$  乗則がよく再現されている。 $z_0$  は噴口条件に依存して約 6 倍異なるが、発達領域の減衰挙動から定まる  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  の差異は小さく、図 4, 5 に示した分布はよく一致している。このことから、統計量に対する噴口条件の影響は小さいことが確認できる。

5.2 瞬時の渦構造 噴口条件が渦構造に与える影響を検討する。これまでの検討<sup>10)</sup>において、圧力のラプラシアン、圧力変動、渦度、温度それぞれの瞬時分

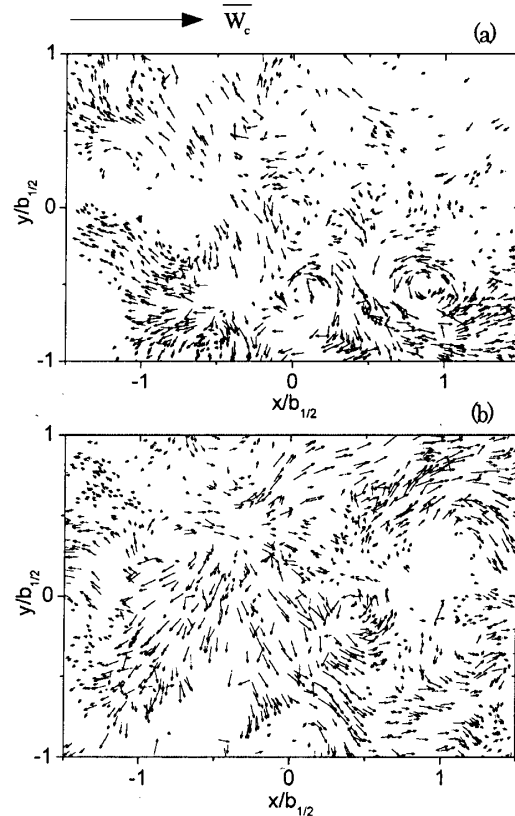


Fig.11 Velocity vectors by PTV.

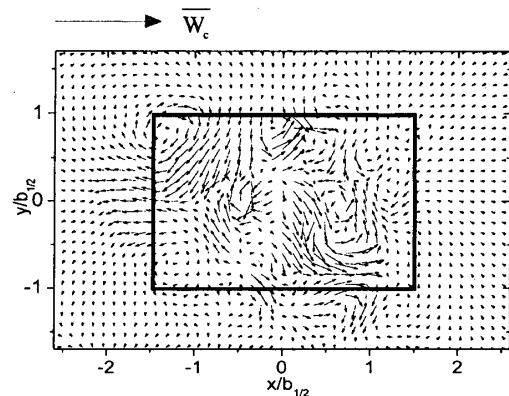


Fig.12 Velocity vectors by DNS.

布を観察した結果、これらはベクトル線図で捉えられる渦の内部で顕著な値を持つことが示された。本論文では、圧力のラプラシアンと温度を対比しつつ検討する。

圧力のラプラシアン  $\nabla^2 P$  の瞬時等値面を図 6 に示す。双曲線関数状の速度分布を与えた場合には発達初期の段階においてらせん状の渦構造が形成され、次第に乱流へ遷移しているが、トップハット形の速度分布を与えた場合にはリング状の渦列が形成され、その後急速に乱流へ遷移している。このような初期領域における組織構造の違いは文献<sup>6)</sup>でも報告されており、噴口条件の相違すなわち噴口部運動量厚さがケルビン・ヘルムホルツ型不安定性により励起される渦の強度に影響を与えるためと考えられる。一方、噴口から十分に離れた発達領域では、渦の姿勢は任意で無秩序のように見える。しかしながら注意深く観察すると、二種類の噴口条件において噴流外縁部でヘアピン形の渦の存在が認められる。

図 6 (a), (b) に示した瞬時場と同時刻における温度の等値面をそれぞれ図 7 (a), (b) に示す。噴口付近の未発達領域では流れ場における流動状態の相違を反映してそれぞれ異なる形状を示しているが、発達領域では同様の特徴が見られる。すなわち、高温部が三次元的に周囲流中に張り出し、その突出する方向は木の枝のように上流側に傾いている。これは、中心部から離れるほどスカラーの輸送速度が小さくなることに起因して

いると考えられる。図 8, 図 9 には、トップハット形噴口条件に対する  $z-r$  平面上と  $x-y$  ( $r-\phi$ ) 平面上の速度ベクトルを温度分布とともにそれぞれ示した。これらは、図 6 (a), 7 (a) と同時刻の結果である。図中の実線で囲んだ領域において、高温流体の突出位置は噴流外縁部における渦による排出運動とよく対応しており、渦とスカラー輸送が密接に関係していることが示唆される。

図 10, 11 にそれぞれ  $x-y$  断面に対する色素混合法による可視化結果、PTV による速度ベクトルを示す。両者は異なる 2 時刻の結果である。図 9 では噴流中心付近のベクトルがやや不明瞭であったので、図 12 においてトップハット形速度分布に対する速度ベクトル線図を拡大して示した。ただし図 11 でベクトルを表示した領域は、図 10, 12 中の実線で囲んだ領域に対応する。色素混合法による可視化結果では、半値幅より外側において半値幅程度の直径を有する円形流が見られ、それらが対になったマッシュルーム状構造が観察される。それより内側の様子は PTV による速度ベクトルにより比較的鮮明に見ることができるが、渦の直径は半値幅の半分程度である。DNS による結果でもこれらの特徴が認められることから、可視化実験結果は DNS の妥当性を支持するものといえる。

**5.3 二点相関係数** 以下では、発達乱流域における組織構造に注目して検討を行うものとする。図 13, 14 はそれぞれトップハット形、ハイパボリック形の

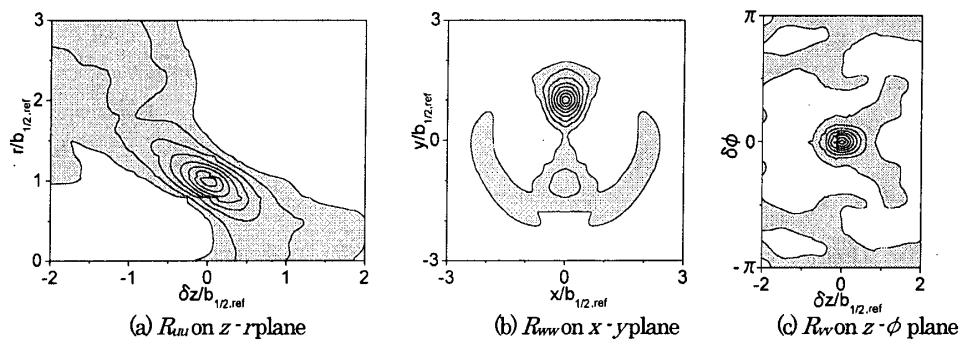


Fig.13 Distributions of  $R_w, R_v, R_u$  (top-hat, contour spacing = 0.125,  $b_{1/2,ref} = b_{1/2}$  at  $z/D=22$ ).

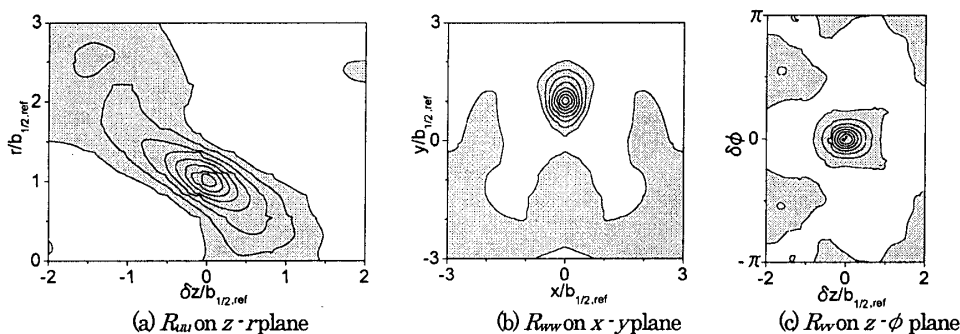


Fig.14 Distributions of  $R_w, R_v, R_u$  (hyperbolic, contour spacing = 0.125,  $b_{1/2,ref} = b_{1/2}$  at  $z/D=22$ ).

噴口条件に対して、 $z/D=22$ ,  $r/b_{1/2}=1.0$  を基準点とした速度の二点相関係数を示している。基準点を通る直交三断面について結果を表示するものとし、各断面において乱れの非等方性を検出するため法線方向速度成分に関する相関係数を選択した。図中の陰影部は二点相関係数が正の領域を示す。 $z-r$ 断面における $R_{uu}$ の分布を見ると、流れ方向に対して約40度の方向に相関が強く現れており、この方向に傾いた渦の存在が示唆される。 $x-y$ 断面と $z-\phi$ 断面において、 $R_{uu}$ の分布はほぼ円形状であり、乱れの非等方性が小さいことが示されている。なお、これらの結果は二宮による結果<sup>20)</sup>と整合するものである。

図15, 16は二つの噴口条件に対して、直交三断面における温度の二点相関 $R_{\theta\theta}$ を示しており、基準点は先の検討と同じである。全ての断面において $R_{\theta\theta}$ は速度変動の二点相関よりもやや平坦な分布をとるものの、全体的な分布形状について温度の二点相関係数と速度のそれは同じであり、温度を渦の指標として用いることの可能性が示唆されている。

図13 - 図16において、噴口条件が異なっても速度変動、温度変動の二点相関分布はほぼ同じであることから、発達領域では統計量だけでなく組織構造も普遍的であると考えられる。これら以外の量についても二つの噴口条件に対してほぼ同じ結果が得られたので、以下では噴口部にトップハット形速度分布を与えた場合についてのみ結果を示す。

**5.4 渦度変動** 図17に、 $z/D=22$ における渦度変動 $\omega_z$ ,  $\omega_r$ ,  $\omega_\phi$ の変動強さを示す。各成分とも中心から離れると緩やかに小さくなっている。半値幅付近において $\omega_z$ 成分がやや卓越し、2倍の半値幅付近において $\omega_\phi$ 成分が他の2成分よりも大きい値をとっている。全体的に成分間の差異が小さいが、これらの特徴は次に行うpdf解析による結果と整合するものである。

渦度変動ベクトル $\boldsymbol{\omega}=(\omega_z, \omega_r, \omega_\phi)$ の方位を図18に定義した角度 $(\alpha, \beta)$ によって表現する。図19はモルワイデ図法による渦度変動ベクトル方位 $(\alpha, \beta)$ の結合確率密度分布であり、座標系は図18に示す通りである。基準点は $r/b_{1/2}=0, 1, 2$ の3点とし、紙面に垂直な向きへの回転に対応する $\omega_z$ が正と負の場合に分けて結果を表示した。噴流の中心軸上において分布はほぼ一様であり、渦度場の等方性がうかがえる。半値幅の位置では、 $\omega_z > 0$ と $\omega_z < 0$ に対してそれぞれ $\beta > 0$ と $\beta < 0$ の領域に分布が集中し、そのピーク位置はおおよそ $\alpha = -45^\circ$ ,  $\beta = \pm 20^\circ$ である。この渦管の姿勢は、二点相関係数で行った結果とほぼ整合している。2倍の半値幅の位置について見ると、ピークの位置は急激に移動し、 $\beta = 90^\circ$ 付近に分布が強く集中している。

このような確率密度の極大値の位置を半径方向に連続的にプロットしたものが図20である。なお $\beta = \pm 90^\circ$ のとき $\alpha$ は任意となるため、 $|\beta| > 85^\circ$ に対して $\alpha$ を省略した。 $\omega_z > 0$ の場合について見ると、 $(\alpha, \beta)$ の分布で見られたように $r/b_{1/2}=1.0$ においてそのピーク

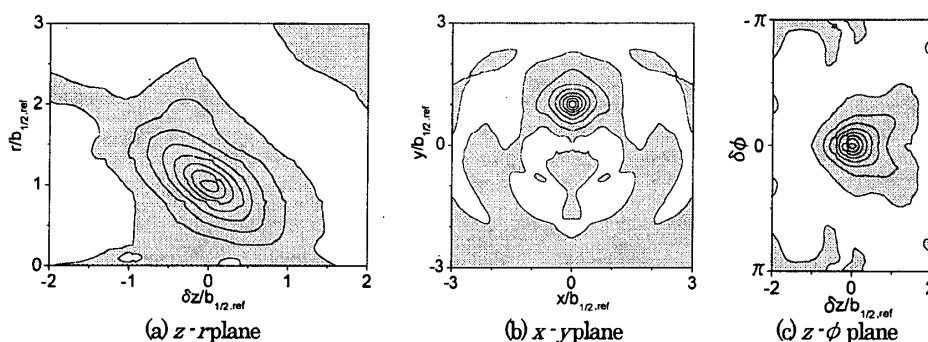


Fig. 15 Distribution of  $R_{\theta\theta}$  (top-hat, contour spacing = 0.125,  $b_{1/2,ref} = b_{1/2}$  at  $z/D=22$ ).

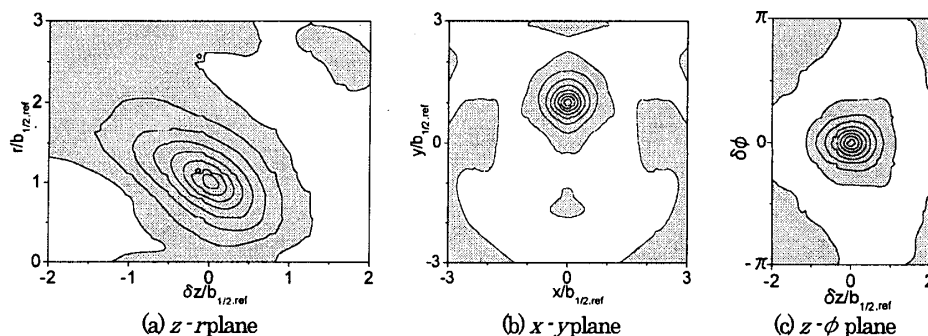


Fig. 16 Distribution of  $R_{\theta\theta}$  (hyperbolic, contour spacing = 0.125,  $b_{1/2,ref} = b_{1/2}$  at  $z/D=22$ ).

位置はおよそ  $\alpha = -45^\circ$ ,  $\beta = 20^\circ$  であるが,  $0 < r/b_{1/2} < 1.3$  において大きな変化がない. ただし, 噴流の中心軸ごく近傍において渦度場が等方化するためピーク位置は大きく変動している.  $r/b_{1/2} = 1.3$  付近で極大値の位置は急激に移動し  $\beta = 90^\circ$  となるが, これより外側の領域でもほぼ  $90^\circ$  を保っている. また,  $\omega_z < 0$  の場合も,  $\beta$  の符号を反転することにより  $\omega_z > 0$  の場合と同様のピーク位置を取ることがわかる.

図 21 は, 発達領域の組織構造に対する概念モデルであり, 以上に述べた諸現象の主要部分を表現するものである. 図 10 (a) の可視化結果, 図 9 の DNS 結果で観察されたマッシュルーム状の渦対は, 図 21 に示したこのヘアピン渦の両足部分に対応する. また図 21 における渦の姿勢は, 二点相関係数と渦度方位の検討結果と整合するものである. 図 21 は平均的な渦の姿勢を表すものであるが, 図 6, 図 10 (b) から示唆される

ように, 実際の瞬時場において渦の平均挙動からの逸脱は必ずしも小さくないと考えられる.

ヘアピン形の渦は本論文で検討を行った噴流発達領域のほかに, 乱流境界層にも形成されることが知られている<sup>(2)</sup>. 図 22 に示すように, これらの流れ場に見られるヘアピン渦は, 平均速度こう配が比較的大きい位置に形成されること, 流れ方向に対して約  $45^\circ$  傾

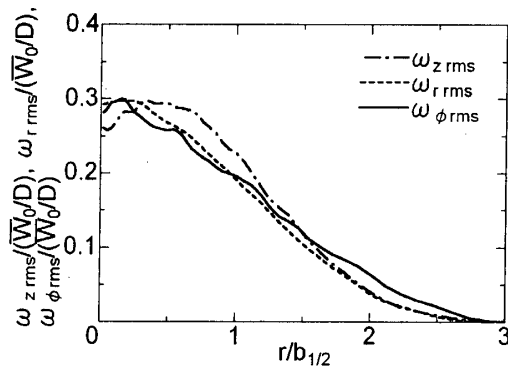


Fig.17 Intensities of vorticity fluctuation (inlet profile=top-hat,  $z/D=22$ ).

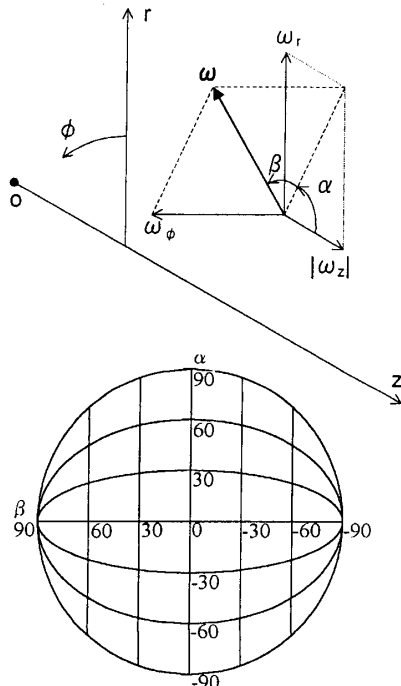


Fig.18 Definition of  $(\alpha, \beta)$  and coordinate system.

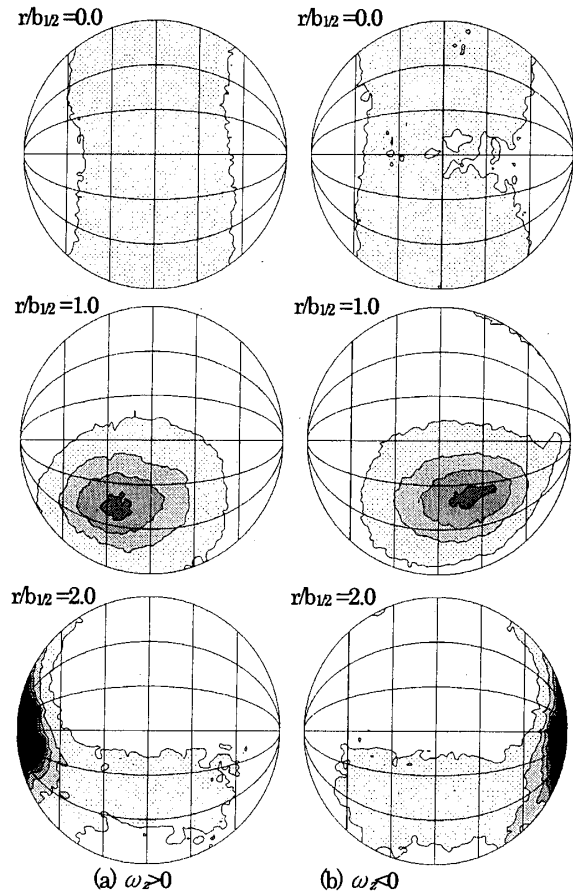


Fig.19 The joint probability distributions of  $(\alpha, \beta)$  (inlet profile=top-hat).

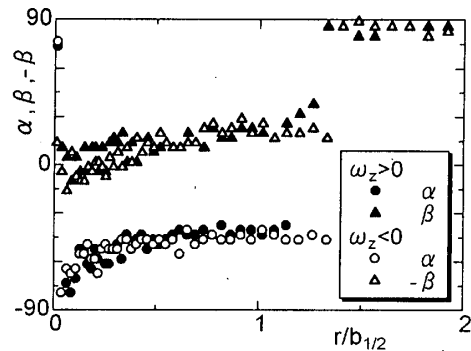


Fig.20 Peak position in distribution of  $\alpha$  and  $\beta$  (inlet profile=top-hat).

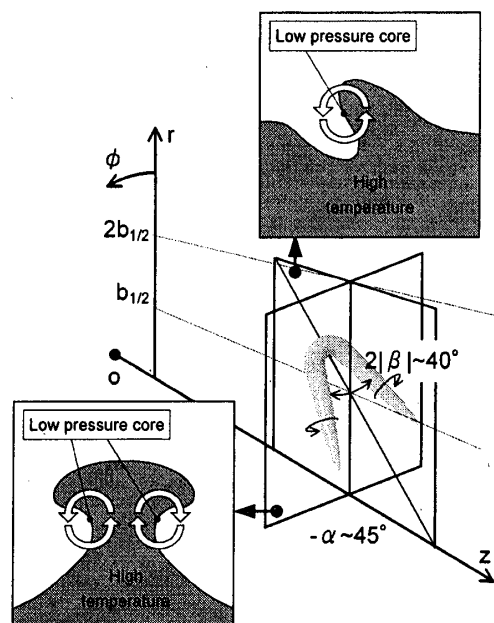


Fig.21 Conceptual model of hairpin-shape vortex.

いていることに関して同様である。このことは、ヘアピン形の渦がせん断乱流に現れる普遍的な組織構造の一つであることを示唆すると考えられる。ただし、ヘアピン渦の発達機構については不明なままであり、今後の検討に譲る。

## 6. 結言

噴口から発達領域までを対象とした円形噴流の直接シミュレーションと可視化実験を行い、以下のような知見を得た。

- (1) DNS と可視化実験において、噴流外縁部で渦対が現れること、また噴流内部で半値幅の半分程度の大きさの縦渦が現れることが同時に認められた。
- (2) 速度と温度の二点相関係数は類似の分布をとり、温度を組織構造の検出に用いることの可能性が示唆された。
- (3) 噴口部における速度分布の違いは、初期領域において流動形態に大きく影響するが、噴口から十分に離れた発達領域において乱流統計量と組織構造にほとんど影響しない。
- (4) 渦度方位の pdf 解析により、発達領域において、中心軸付近の渦の向きは任意であり乱れは等方的であるが、半値幅付近とそれより外側では渦管の姿勢に指向性があることが示された。この結果から、発達域における組織構造の概念モデルとして、半値幅の位置で流れ方向に対して約  $45^\circ$  傾いたヘアピン渦モデルを提案した。

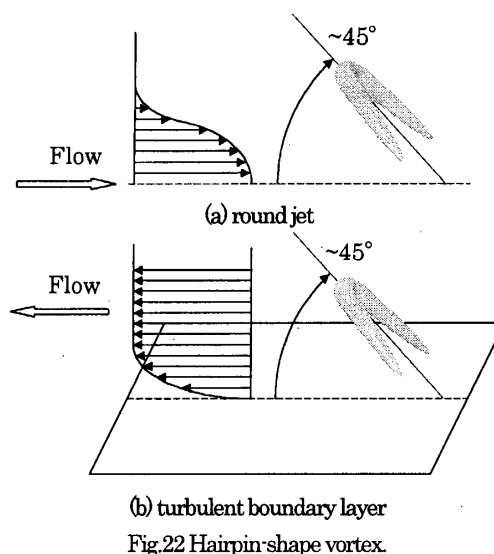


Fig.22 Hairpin-shape vortex.

本論文の執筆にあたり宇都宮大学助教授・二宮尚先生から貴重な助言を頂きました。記して感謝の意を表します。

## 文 献

- (1) Hinze, J. O., Turbulence 2<sup>nd</sup> ed., MacGraw-Hill, 1975.
- (2) Corrsin, S. and Uberoi, M. S., NACA Report No.998, 1950.
- (3) Sami, S., J. Fluid Mech., 29(2), 1967, 81-92.
- (4) Wygnanski, I. and Fiedler, H., J. Fluid Mech., 38, 1969, 577-612.
- (5) 二宮尚, 笠木伸英, 機論 B, 59(561), 1993-5, 1532-1538.
- (6) Crow, S. C. and Champagne, F. H., J. Fluid Mech., 48, 1971, 547-591.
- (7) Liepmann, D., Phys. Fluids, 3(5), 1991, 1175-1185.
- (8) Liepmann, D. and Gharib, M., J. Fluid Mech., 245, 1992, 643-668.
- (9) 三宅裕, 坂東潔, 竹末研一, 太田貴士, 機論 B, 60(574), 1994-6, 2022-2029.
- (10) Verzicco, R. and Orlandi, P., Phys. Fluids, 6(2), 1994, 751-759.
- (11) Olsson, M. and Fuchs, L., Phys. Fluids, 8(8), 1996, 2125-2137.
- (12) Danaïa, I., Dusek, J., and Anselmet, F., Phys. Fluids, 9(11), 1997, 3323-3343.
- (13) 湯晋一, 中島賢治, 飛永浩伸, 機論 B, 63(610), 1997-6, 1928-1937.
- (14) 竹内伸太郎, 三宅裕, 梶島岳夫, 青木誠司, 機論 B, 65(64), 1999-12, 3918-3925.
- (15) 二宮尚, 笠木伸英, 第 29 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 1992-5, 1-3.
- (16) 須藤仁, 松原幸治, 小林睦夫, 機論 B, 68(667), 2002-3, 777-784.
- (17) Schlichting, H., Boundary Layer Theory 6th ed., Macgraw-Hill, 1968.
- (18) Kasagi, N. and Nishino, K., Exp. Thermal Fluid Sci., 4, 1991, 601-612.
- (19) Suto, H., Matsubara, K., Watanabe, H., Kobayashi, M., Hirose, Y. and Matsudaira, Y., 12th International Heat Transfer Conference, 2002, (to appear).
- (20) 二宮尚, 東京大学博士論文, 1992.
- (21) Head, M. R. and Bandyopadhyay, P., J. Fluid. Mech., 107, 1981, 297-338.