

## DAP 帯板内を伝ばするひずみ波の減衰特性\*

中山 昇<sup>\*1</sup>, 涌井 隆<sup>\*2</sup>  
田辺 裕治<sup>\*3</sup>, 武石 洋征<sup>\*4</sup>

## Attenuation of Longitudinal Strain Wave in DAP Strip

Noboru NAKAYAMA, Takashi WAKUI,  
Yuji TANABE and Hiroyuku TAKEISHI

Longitudinal impact tests on a rectangular diallyl phthalate (DAP) polymer strip were performed to make clear the attenuation properties of compressive strain waves. The attenuation of the peak value of the strain pulse with travelling distance was investigated in conjunction with the duration of the pulse. Material properties, or constitutive equation necessary for the analysis of the impact response were determined by the complex compliances obtained from the Fourier components of strain waves. A method, or the offset method for correcting strain pulse profiles was newly developed. This method eliminates the influence of noise in strain signals on the amplitude spectra, and contributes to the improvement of the accuracy of determining the complex compliances. The attenuation of the peak value of the strain pulse with travelling distance was theoretically predicted. The discrepancy between the theoretical predictions and the experimental values was within 6%.

**Key Words:** Shock, High Polymer Materials, Visco Elasticity, Longitudinal Strain Wave, Attenuation, One-dimensional Wave Propagation Theory, FFT

## 1. 緒 言

構造体を伝ばする応力波は、形状の不連続性や材質の不均一性が存在するような箇所では、反射や透過などの現象を生じ、その結果複雑な応力状態を引き起こす<sup>(1)-(3)</sup>。このような応力波の振る舞いを詳細に調べることは、衝撃荷重を受ける構造部材の騒音問題や強度を考える上で必要不可欠である。

これまでに構造体中における種々の波動伝ば問題が取扱われてきたが、形状の不連続性に起因する応力波の反射特性を調べることは基礎的な波動伝ば問題の一つとして極めて重要である<sup>(4)-(6)</sup>。これらの問題では高分子材料を対象としてその中を伝ばする単一ひずみパルスに着目した検討がなされているが、高分子材料中を伝ばするひずみ波は速度分散などにより伝ば過程中に波形がひずんでしまう。したがって、形状の不連続部から離れた位置で観測した入射波と反射波に基づいて反射率を評価すると、形状の不連続部と観測点間

の距離に依存した誤差が生じることになる。この誤差を避けるためには不連続部に入射する直前および反射した直後のひずみ波形を観測点における実測波形に基づいて精度良く推定する必要がある。すなわち、ひずみ波の伝ばに伴う減衰特性をまず明らかにしておく必要がある。

そこで本研究ではこれまでに著者らが一連の研究で用いてきた diallyl phthalate 樹脂(以下、DAP 樹脂と略記する)を対象として縦衝撃試験を行い、樹脂内を伝ばする圧縮ひずみ波の減衰特性、特に伝ばに伴う波形の最大値の減衰について波の持続時間と関連させて系統的に調べた。そして、この減衰特性を理論的に予測することを目的として、DAP 樹脂の材料特性の同定と一次元波動伝ば理論に基づく衝撃応答解析を行った。

ところで、高分子材料の振動や衝撃荷重に対する力学的挙動については線形粘弾性理論を適用するのが一般的である。そして衝撃応答解析の際に必要な材料特性、すなわち構成関係式の決定についてはこれまで準静的試験、振動試験、衝撃試験など種々の方法により行われてきた。衝撃試験により材料特性を決定する方法の一つにひずみ波形のフーリエ変換から得られる複素コンプライアンスに基づく粘弾性同定手法があ

\* 原稿受付 1997年3月31日。

<sup>\*1</sup> 正員, 千葉工業大学大学院(☎ 275 習志野市津田沼 2-17-1)。<sup>\*2</sup> 学生員, 新潟大学大学院(☎ 950-21 新潟市五十嵐二の町 8050)。<sup>\*3</sup> 正員, 新潟大学工学部。<sup>\*4</sup> 正員, 千葉工業大学。

る<sup>(7)</sup>。本手法は周波数領域での同定手法であり、時間領域で粘弾性特性を決定する方法に比べて感度が高く、精度の点で有利と考えられる<sup>(8)</sup>。本研究では本手法を DAP 樹脂に適用したが、実験の際に不可避であるひずみ波形に重畳するノイズ成分が材料特性の同定精度を低下させるので、このノイズの影響を除去するための簡便な方法を新たに考案した。

一次元波動伝ば理論に基づく衝撃応答解析についても種々の方法があるが、比較的演算が容易で高精度の解が得られるラプラス変換法と FFT を利用した数値ラプラス逆変換法を組合わせた解法を本研究では用いた<sup>(9)</sup>。

## 2. 実験方法

**2.1 試料** 試料には等方等質性の光弾性材料である DAP 樹脂を用いた。試料の基本的な機械的特性を表 1 に示す。また、準静的引張試験において試料は線形的な応力-ひずみ特性を示した。同試料より、 $6 \times 10$  mm の長方形断面を有する帯板状試験片を作成した。ひずみ波形の検出のために衝撃面より順にゲージ 1 からゲージ 6 までの 6 個のひずみゲージを衝撃面から 200 mm の位置を原点 ( $x=0$  mm) として、 $x=0, 110, 165, 220, 330, 732$  mm の 6 箇所に貼付した。

**2.2 実験方法** 図 1 に本研究で使用した縦衝撃圧縮試験装置の概略を示す。コンプレッサによる圧縮空気を利用してストライカを発射させ、試験片の一端を打撃しひずみ波を発生させた。発生した圧縮波形信号は各ひずみゲージで測定し、プリアンプ [(株)共和電業: CDV-230C] で増幅した後 6 ch トランジェン

Table 1 Main mechanical properties of diallyl phthalate (DAP) polymer

Density $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Static Young's modulus $E$ (GPa)	Poisson's ratio $\nu$
1210	3.09	0.37

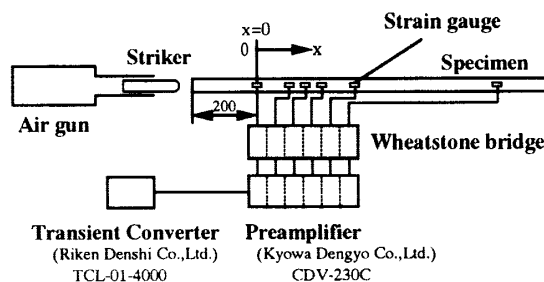


Fig. 1 Experimental set-up for longitudinal impact test

トコンバータ [(株)理研電子: TCL-01-4000] に記録した。なお、ストライカは、直径 4.5 mm のアクリル樹脂製であり、長さを 4 種類に変えて波形の持続時間が試料の減衰特性に及ぼす影響を調べることにした。本研究では  $x=0$  mm での波形の持続時間  $T$  が  $T=45, 60, 90, 150$   $\mu$ s となるようにストライカ長さを決定した。

## 3. 結果および考察

**3.1 ひずみ波形の測定** 図 2 に持続時間が 90  $\mu$ s のひずみ波形の測定例を示す。図 2 で、ひずみ波形には伝ばに伴うピーク値の減少と持続時間の増加が認められ、伝ばに伴う減衰と分散の影響が現れていることがわかる。また、図 2 より求められるひずみ波の伝ば速度の実測値  $c=1830$  m/s に基づいて動的弾性係数  $E_d$  を求めてみると  $E_d=\rho c^2=4.05$  GPa となり、表 1 に示した静的弾性係数の約 1.3 倍となる。

**3.2 ひずみ波形の補正** 本研究ではひずみ波形のフーリエ周波数解析から粘弾性モデルを決定する方法<sup>(7)</sup>を利用して試料の材料特性を推定した。以下では代表例として持続時間が 90  $\mu$ s のひずみ波形に対する解析例を示すことにする。

図 2 の各ゲージ位置で測定されたひずみ波形をフー

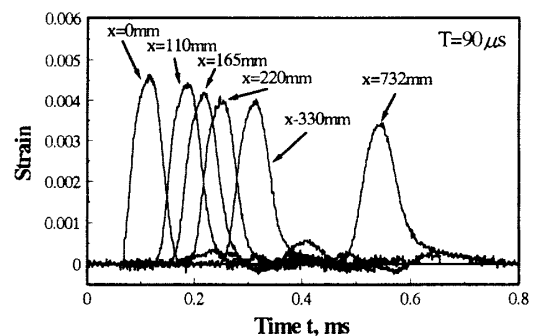


Fig. 2 Typical records of strain pulses for the duration of  $T=90$   $\mu$ s

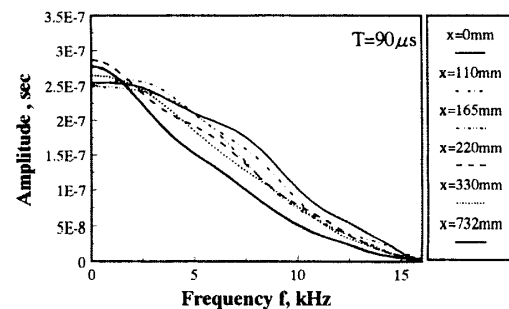


Fig. 3 Amplitude spectra of strain pulses for the duration of  $T=90$   $\mu$ s

リエ変換し、振幅ならびに位相スペクトルを求め複素コンプライアンスの実数部(動的コンプライアンス) $J_1$ と虚数部(損失コンプライアンス) $J_2$ を算出した結果を図3, 4, 5に各々示す。図3において、周波数 $f$ が約2 kHz以上の振幅スペクトルの各周波数成分は距離の増加に伴って減少する傾向が見られるが、2 kHz以下では逆に距離の増加に伴って増加する場合もあり物理的に不合理な結果が得られている。この理由として、図2のひずみの0レベル付近で特に顕著に見られるようなノイズ成分の影響が考えられる。そして、図3, 4の結果に基づいて複素コンプライアンスを求めると図5に示すように損失コンプライアンス $J_2$ は $f$ が2 kHz以下で負の値となり、物理的に不合理である。そこで本研究ではノイズ成分の影響を取り除いたスペクトルを得るために以下のようにしてひずみ波形を補正した。まず、図5において2 kHz以上の $J_1$ と $J_2$ の周波数特性を見ると、適用できる線形粘弾性モデルとして三要素固体モデルと四要素モデルが考えられる。本研究では取扱いの容易さからDAP樹脂に対して三要素固体モデルが適用できるものと仮定し、同モデルの特性に基づく波形補正を試みることにした。衝撃面から最も離れたゲージ位置( $x=732$  mm)の観測波形に注目し、ひずみの0レベル付近でのノイズを除去するために必要な最小のひずみ値を決定し、その値を原波形から差し引いた。次にこのノイズを除去した $x=$

732 mmにおける波形を基準波形とし、他のゲージ位置における観測波形に対しては各波形の振幅スペクトルが周波数 $f=0$  kHzで等しくなるようにそれぞれ原波形からあるひずみ量をオフセット値として差し引いた。この操作はひずみ波形の面積を一定に保つことに相当し、試料を三要素線形粘弾性固体として同定するための処理である。続いて、位相スペクトルを得る必要上、波の伝ば速度の実測値から各ゲージ間を伝ばするのに必要な時間を算出し、オフセット後の各波形を $x=0$  mmの波形を基準としてその時間分だけ時間軸に沿って移動させた。以上の波形の処理手順を図6にフローチャートとして示す。本研究では振幅スペクトルを得るために、原波形からあるひずみ量をオフセット値として差し引いているので図6のひずみ波形補正法をオフセット法と呼ぶことにする。

### 3・3 粘弾性定数の決定

3・2節で示したオフセット法より図2の各ひずみ波形を補正した結果を図7に示す。また図8, 9に図7の波形の振幅および位相スペクトルを、図10に図8, 9から算出された複素コ

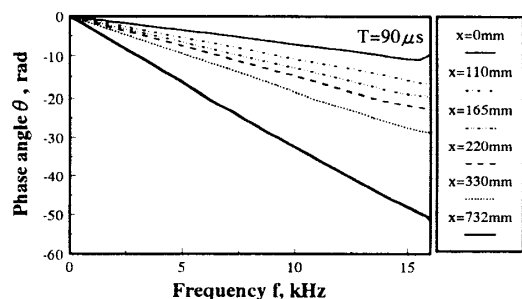


Fig. 4 Phase angle spectra of strain pulses for the duration of  $T=90\mu\text{s}$

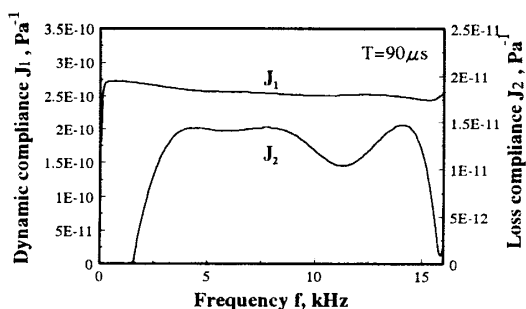


Fig. 5 Complex compliances evaluated from strain pulses with the duration of  $T=90\mu\text{s}$

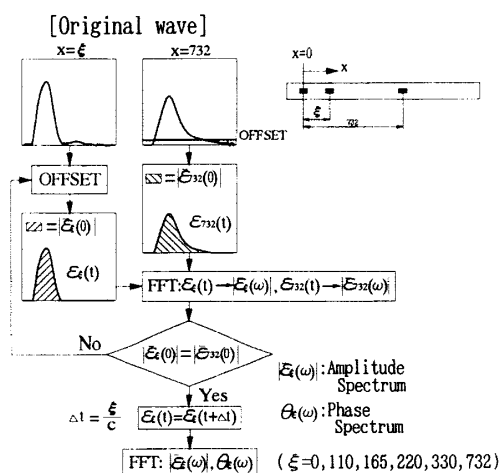


Fig. 6 Flowchart of the methodology (offset method)

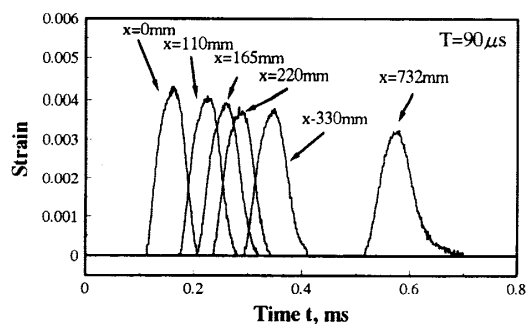


Fig. 7 Corrected strain pulse profiles for the duration of  $T=90\mu\text{s}$ . Corrections were made by subtracting certain minimum offset strain values from each original strain pulse profile

ンプライアンスを示す。動的コンプライアンス  $J_1$  は周波数の増加に伴い単調に減少している。損失コンプライアンス  $J_2$  は  $f=8$  kHz まで増加しその後はほぼ一定となり、 $f=15$  kHz 以上では急激に減少している。この  $J_2$  の急激な減少は対応する振幅スペクトル (図 8) に 15 kHz 以上の成分がほとんど含まれていないためである。なお、この  $J_2$  の急激に減少する周波数は波形の持続時間  $T$  に依存する。ところで、図 10 中に示した三要素固体モデルの各粘弾性定数  $E_1, E_2, \eta$  と  $J_1, J_2$  の関係は式 (1), (2) で与えられる。

$$J_1(\omega) = \frac{1}{E_1} + \frac{E_2}{E_2^2 + (\omega\eta)^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$J_2(\omega) = \frac{\omega\eta}{E_2^2 + (\omega\eta)^2} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\omega$  は角周波数  $\omega=2\pi f$  である。図 10 の周波数 0-15 kHz のデータをもとに Bland-Lee 法<sup>(10)</sup> を用いて粘弾性定数を求めた結果、以下の値が得られた。

$$E_1=4.04 \text{ GPa}, E_2=36.7 \text{ GPa}, \eta=0.508 \text{ MPa}\cdot\text{s}$$

これらの値と式 (1), (2) による粘弾性モデルの予測値を図 10 中に実線で示した。  $J_1, J_2$  ともに実験値と予測値とは 15 kHz 以下の全周波数領域でほぼ一致している。また、同モデルによる粘弾性波の伝ば速度は  $\sqrt{E_1/\rho}=1827 \text{ m/s}$  となり、実測値  $1830 \text{ m/s}$  とほぼ等しい。一方、同モデルにより試料の静的弾性係数を求めてみると  $E_1E_2/(E_1+E_2)=3.64 \text{ GPa}$  となり、表 1

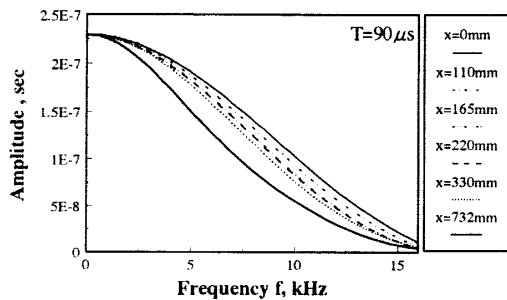


Fig. 8 Amplitude spectra of corrected strain pulse profiles for the duration of  $T=90 \mu\text{s}$

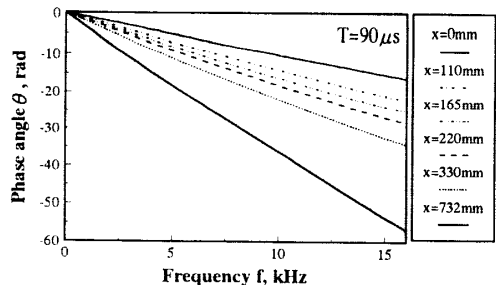


Fig. 9 Phase angle spectra of corrected strain pulse profiles for the duration of  $T=90 \mu\text{s}$

に示した実験値 3.09 GPa に比べ約 18% 大きな値が得られる。

**3.4 ひずみ波の減衰特性** 3.3 節で述べた方法により算出した粘弾性定数と一次元波動伝ば理論に基づいて衝撃応答解析を行い、伝ば距離とひずみ波形の最大値との関係を予測する。解析にはラプラス変換法と FFT を利用した数値ラプラス逆変換法を組合わせた解法を用いることにする<sup>(9)</sup>。

**3.4.1 粘弾性棒内の一次元波動伝ば** 本研究の実験で用いた帯板はひずみパルスの波長に比べて十分長く、したがって観測時間内では対象とするひずみパルスと自由端からのそのひずみパルスの反射波とが干渉することはない。そこで解析では半無限長の粘弾性帯板を考える。一次元縦波の運動方程式および線形粘弾性体の構成方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial^2 \sigma(x, t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 \varepsilon(x, t)}{\partial t^2} \dots\dots\dots (3)$$

$$P(D)\sigma(x, t) = Q(D)\varepsilon(x, t) \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。ここで、 $\sigma, \varepsilon, t$  はそれぞれ応力、ひずみ、時間である。また  $P, Q$  は時間に関する微分演算子  $D \equiv \partial/\partial t$  の多項式である。式 (3), (4) を時間  $t$  についてラプラス変換、

$$\bar{f}(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt,$$

をすると

$$\frac{\partial^2 \bar{\sigma}(x, s)}{\partial x^2} = \rho s^2 \bar{\varepsilon}(x, s) \dots\dots\dots (5)$$

$$\bar{\sigma}(x, s) = \bar{E}(s)\bar{\varepsilon}(x, s) \dots\dots\dots (6)$$

を得る。ここで  $\bar{E}(s) = \bar{Q}(s)/\bar{P}(s)$  である。式 (5), (6) から

$$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}(x, s)}{\partial x^2} = \frac{\rho s^2}{\bar{E}(s)} \bar{\varepsilon}(x, s) \dots\dots\dots (7)$$

が得られ、式 (7) の一般解は式 (8) で与えられる。

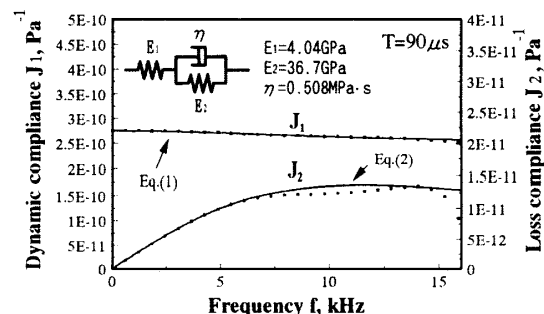


Fig. 10 Experimental (■) and theoretical (—) complex compliances for corrected strain pulse profiles with the duration of  $T=90 \mu\text{s}$ . Theoretical curves were calculated using Equations (1) and (2) with parameter values:  $E_1=4.04 \text{ GPa}, E_2=36.7 \text{ GPa}$  and  $\eta=0.508 \text{ MPa}\cdot\text{s}$

$$\bar{\varepsilon}(x, s) = C_1 e^{\Omega(s)x} + C_2 e^{-\Omega(s)x} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで  $C_1, C_2$  は積分定数, また  $\Omega(s) = \sqrt{\rho s^2 / \bar{E}(s)}$  である. 無限遠方でひずみが消失することを考慮すると  $C_1 = 0$  となり, したがって

$$\bar{\varepsilon}(x, s) = C_2 e^{-\Omega(s)x} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる. ゲージ 1 の位置を  $x=0$  とすれば,  $\bar{\varepsilon}(0, s) = C_2$  であるから, 式(9)は式(10)のようになる.

$$\bar{\varepsilon}(x, s) = \bar{\varepsilon}(0, s) e^{-\Omega(s)x} \quad \dots\dots\dots (10)$$

すなわちゲージ 1 で測定されたひずみ波形のラプラス変換を境界条件として与えれば, 式(10)から任意の位置 ( $x=\xi$ ) でのひずみのラプラス変換が

$$\bar{\varepsilon}(\xi, s) = \bar{\varepsilon}(0, s) e^{-\Omega(s)\xi} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で与えられることになる. 本研究では試料に対して三要素固体モデルを仮定しており, その構成方程式は

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{E_2}{\eta} \varepsilon = \frac{1}{E_1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{E_2}{\eta} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \sigma \quad \dots\dots\dots (12)$$

で与えられるので, 式(6)中の  $\bar{E}(s)$  の具体形は

$$\bar{E}(s) = \frac{E_1 E_2 + E_1 \eta s}{E_1 + E_2 + \eta s} \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる. 式(11)を逆変換すれば任意の位置のひずみ波形が得られることになる. その演算は 3・4・2 項に述べる方法により数値的に行った.

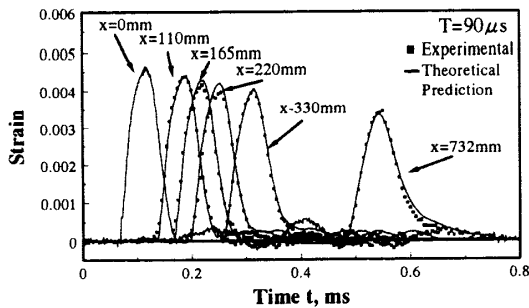


Fig. 11 Experimental strain pulses and the corresponding predictions for the duration of  $T = 90 \mu s$

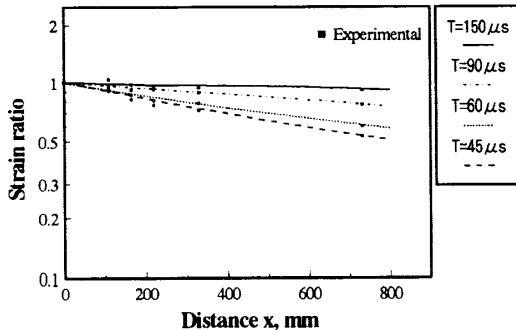


Fig. 12 Theoretical peak value of strain pulse as a function of travelling distance with respect to the pulse duration. Each value is normalised by the value at  $x=0$  mm. Experimental peak values are also plotted

3・4・2 FFTによる数値ラプラス逆変換法<sup>(11)</sup>

逆変換はその定義式を離散フーリエ変換形に書き換えた次式に高速フーリエ変換(FFT)を適用して行った.

$$f(k\Delta t) = \frac{e^{\gamma k \Delta t}}{T^*} \sum_{n=0}^{N-1} \bar{f}_n e^{i2\pi n k / N} \quad (k=0, \dots, N-1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\bar{f}_n = \bar{f}(\gamma + in\Delta\omega), \quad \gamma = \text{const.}, \quad i = \sqrt{-1}$$

$$\Delta t = T^*/N, \quad \Delta\omega = 2\pi/T^*$$

ここで,  $T^*$  は求める時間範囲である. 本研究では  $\gamma = 6/T^*$ , データ数は  $N = 2^{13}$  とした. 計算精度については既知の動弾性問題に本演算法を適用して検討した. その結果, 得られた数値解と厳密解とは有効数字約 3 けたが一致することを確認した<sup>(12)</sup>.

3・4・3 ひずみ波形の最大値の減衰特性

ゲージ 1 の位置 ( $x=0$  mm) で観測されたひずみ波形を境界条件とし, 前述の方法に従って各ゲージ位置におけるひずみを計算した結果を実測値とともに図 11 に示す. すべてのゲージ位置において実測値と予測値は良く一致しているのがわかる. 次に, 予測波形に基づいて伝ば距離 0~800 mm における最大ひずみと伝ば距離の関係を各持続時間に対して求めてみると図 12 のようになる. なお図 12 の算出にあたっては, 各持続時間ごとに 3 回の実験を行って粘弾性定数を推定している. また, 図 12 では予測された最大ひずみをゲージ 1 の位置 ( $x=0$  mm) における最大ひずみにより基準化して示している. 持続時間が短いほど伝ば距離に伴う波形の最大値の減衰が大きいたることがわかる. また, 各ゲージ位置における予測値の実測値に対する誤差を表 2 に示す. 持続時間が短いほど誤差が大きい傾向にあるが, 最大でも 5.8%, すべての持続時間を含めた場

Table 2 Discrepancy between experimental and theoretical peak values of strain pulses:  $Err[\%]$

T(μs) x(mm)	45	60	90	150
110	0.5	1.7	0.5	5.3
165	4.1	1.6	3.3	0.6
220	5.8	4.5	0.8	2.2
330	1.5	0.7	0.4	3.2
732	0.3	1.5	0.3	1.2
avg.	2.5	2.0	1.1	2.5
avg <sub>total</sub>	2.0			

$$Err = \frac{\varepsilon_{TH} - \varepsilon_{EX}}{\varepsilon_{EX}} \times 100(\%),$$

$\varepsilon_{EX}, \varepsilon_{TH}$  = experimental and theoretical peak strain values.

合の誤差の平均は2.0%となっており、高精度でひずみ波の最大値の減衰特性が推定できていると言える。

#### 4. 結 言

DAP 樹脂に対して縦衝撃試験を行い、樹脂内を伝ばする圧縮ひずみ波の減衰特性について調べた。伝ばに伴う波形の最大値の減衰を波形の持続時間と関連させて調べるとともに、この減衰特性を理論的に予測することを目的として一次元波動伝ば理論に基づく衝撃応答解析を行った。主な結果を要約すると次のようになる。

(1) 衝撃応答解析に必要な材料特性(構成関係式)をひずみ波形のフーリエ解析から得られる複素コンプレックスに基づいて決定した。その際、ひずみ波形に重畳するノイズ成分が同定精度を低下させるためノイズの影響を除去するひずみ波形補正法(オフセット法)を新たに考案した。

(2) ひずみ波形の最大値の伝ばに伴う減衰は持続時間の短い波形ほど大きかった。また、ひずみ波形の最大値の減衰について実測値と予測値を比較した結果、両者は最大で約6%の誤差の範囲内で一致した。

#### 文 献

- (1) 武石洋征・林和男・安本義正, 不連続断面を有する帯板中の応力パルスの伝搬特性, 日本音響学会誌, 41-9(1985), 593-597.
- (2) 武石洋征・櫻井好正・安本義正, 3層帯板中の応力パルスの伝搬特性, 日本音響学会誌, 47-1(1991), 21-26.
- (3) 中山昇・武石洋征・安本義正, 急激な断面変化を有する帯板中の応力波の動的挙動, 非破壊検査, 44-8(1995), 644-648.
- (4) 中山昇・大橋浩二郎・福島学・武石洋征・安本義正, フィレットを有する帯板中を伝ばする応力パルスの反射特性, 応力・ひずみ測定分科会講演資料, 日本破壊検査協会, No. 4965(1995).
- (5) 中山昇・伊藤公一・大橋雅彦・武石洋征, フィレットを有する帯板の動的挙動, 日本光弾性学会第18回研究発表講演会講演論文集, 18(1996-6), 87-90.
- (6) 大橋雅彦・中山昇・武石洋征, フィレットを有する帯板中を伝ばする矩形応力波による応力集中, 第28回応力・ひずみ測定シンポジウム講演論文集, (1997-1), 75-80.
- (7) 曾我部雄次・岸田敬三・中川憲治, 応力波伝ばによる高減衰能合金の減衰特性の研究, 機論, 47-419, A(1981), 748-756.
- (8) 曾我部雄次・都築正之, 波動伝ばによる線形粘弾性体の材料特性の同定, 機論, 51-472, A(1985), 2738-2746.
- (9) Tanabe, Y., Kobayashi, K., Sakamoto, M., Hara, T. and Takahashi, H., Identification of the Dynamic Properties of Bone Using the Split-Hopkinson Pressure-Bar Technique, Biomaterials' Mechanical Properties, ASTM STP, 1173(1994), 127-141.
- (10) Bland, D. R., *The Theory of Linear Viscoelasticity*, (1960), 113, Pergamon Press.
- (11) Krings, W. and Waller, H., Contribution to Numerical Treatment of Partial Differential Equations with the Laplace Transformation: An Application of the Algorithm of the Fast Fourier Transformation, *Int. J. Num. Methods. Eng.*, 14(1979), 1183-1196.
- (12) 田辺裕治・前川一郎・半田晋一・原利昭, 粘弾性丸棒内のねじり波の伝ば, 機論, 55-520, A(1989), 2452-2457.