

531.44 : 534.015

# 摩擦振動について\*

(第3報, 最大静止摩擦力が孤立点となる場合)

高野 英資\*\*, 石橋 達弥\*\*

## 1. 緒言

運動摩擦力が相対速度によって変化する場合の摩擦による振動については理論的にも, 実験的にもかなりの解析がすすみ, 現象の説明も種々あたえられている<sup>(1)</sup>. 一般に摩擦面は不安定であり, そのため実験によりえられる運動摩擦力速度特性曲線も研究者により異なる場合が多く, 未解決の部分を多く残しているといえよう. 著者のひとりはいままで実験でえられた運動摩擦力速度特性曲線をいくつかの折れ線で近似した場合, 生ずるリミットサイクルなどが折れ線のもつ特性によっていかに変化するかを線形方程式の解のつなぎ合わせの方法を用いて理論的にしらべ, 図にしめた<sup>(2)\*\*\*</sup>.

本報では2本の折れ線近似からえられる解の総合的なしめくりとして, これらの特性曲線が相対速度零のときの運動摩擦力と最大静止摩擦力とのあいだに不連続性を有し, また相対速度が小さいときに正の傾斜, 大きいときに負の傾斜となる場合もふくめて電子計算機を利用し, 線形方程式の解のつなぎ合わせの方法を用い, これまでと同じように発生するリミットサイクルの種類, 成立範囲, ベルト速度による振幅変化のようすなどをもとめたので報告する.

## 2. 運動摩擦力速度特性曲線と運動方程式

前報にしめされたベルト・振動子系(図1)において, 走行しているベルト上の物体がうける固体摩擦力が図2のように相対速度零のときの運動摩擦力  $\varphi(0)$  と最大静止摩擦力  $\varphi_s$  とのあいだに不連続性を有する場合には, すなわち最大静止摩擦力が孤立点となる場合には, 運動方程式ならびにその理論解はいっそう複雑となり, 位相面上での周期解もいろいろな様相を呈する.

ばね力と運動摩擦力とがつりあう点からの物体の位置を  $x$  とし,  $y = x' = dx/d\tau$ ,  $x'' = d^2x/d\tau^2$ ,  $\tau = t\sqrt{k/m}$  において前報と同様の記号を用い, 物体の運動をあらわす式をもとめてみよう. 運動摩擦力速度特性曲線を図3のように五つの変数  $X, X_0, Y, B_1, B_2$  でしめすと, 座標原点の位置ならびに特性折れ線の有する速度の大きさによって支配される運動の方程式はつぎのようになる.

[I] 座標原点が  $H'-II'$  直線上にあるベルト速度範囲 ( $Y/Y_0 \geq 1$ ) のとき

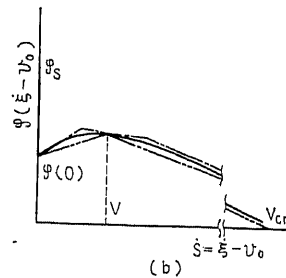
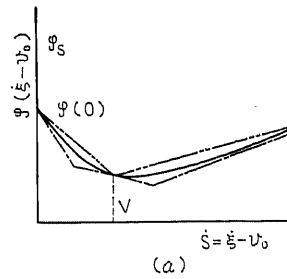
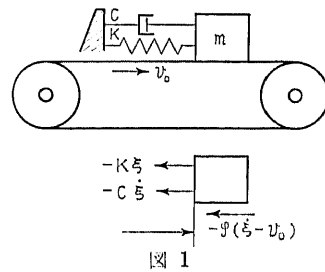


図2

\* 昭和44年8月30日 第47期東京秋期講演大会において講演, 原稿受付 昭和46年8月21日.

\*\* 正員, 新潟大学工学部(長岡市学校町1).

\*\*\* 前報<sup>(2)</sup>の1366ページ下5行め右辺「0」を「 $2(B_1 - B_2)$ 」に, 1367ページ式(14)および1370ページ式(34)の右辺「0」を「 $2(B_1 - B_2)\sin\sqrt{1 - B_1^2 r_2}$ 」に訂正する.

$$x'' + 2Cx' + 2B_1x' + x = 0 \quad (y_{II} \leq y \leq y_I) \dots\dots (1)$$

$$x'' + 2Cx' + 2B_2x' + x + 2(B_2 - B_1)(Y - Y_0) = 0 \quad (y < y_{II}) \dots\dots (2)$$

$$x'' + 2Cx' + 2B_1x' + x + X_v = 0 \quad (y_I < y < y_V) \dots\dots (3)$$

$$x'' + 2Cx' + 2B_2x' + x + X_v - 2(B_2 - B_1) \times (Y + Y_0) = 0 \quad (y_V < y) \dots\dots (4)$$

【II】 座標原点が II'-III' 直線上にあるベルト速度範囲 ( $0 < Y/Y_0 < 1$ ) のとき

$$x'' + 2Cx' + 2B_1x' + x + 2(B_2 - B_1)(Y_0 - Y) = 0 \quad (y_{II} \leq y \leq y_I) \dots\dots (5)$$

$$x'' + 2Cx' + 2B_2x' + x = 0 \quad (y < y_{II}) \dots\dots (6)$$

$$x'' + 2Cx' + 2B_1x' + x + X_v + 2(B_2 - B_1) \times (Y_0 - Y) = 0 \quad (y_I < y \leq y_V) \dots\dots (7)$$

$$x'' + 2Cx' + 2B_2x' + x + X_v - 4(B_2 - B_1)Y = 0 \quad (y_V < y) \dots\dots (8)$$

【III】 物体がベルトとともに移動するとき

$$x' = Y_0 \dots\dots (9)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{2\varphi_2}{k}, & X_v &= \frac{2\varphi(0)}{k}, & Y &= \sqrt{\frac{m}{k}} V, \\ Y_0 &= \sqrt{\frac{m}{k}} v_0, \\ B_1 &= \frac{A_1}{2\sqrt{km}}, & B_2 &= \frac{A_2}{2\sqrt{km}}, & C &= \frac{c}{2\sqrt{km}} \\ y_I &= Y_0, & y_{II} &= Y_0 - Y, & y_V &= Y_0 + Y \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

このとき  $(X - X_v)/2$  は  $\varphi(0)$  と  $\varphi_2$  との不連続性をしめす量となる。ここでは解析の対象を  $|B_1| < 1$ ,  $|B_2| < 1$  とし、特性折れ線に対しては

$0 < B_1 < 1$  のとき

$$\frac{2\varphi(0)}{k} = x_H - x_G = X_v \geq 0 \dots\dots (11)$$

$-1 < B_1 \leq 0$  のとき

$$x_H - x_V = 4B_1Y + X_v \geq 0 \dots\dots (12)$$

なる関係が与えられているものとする。

また第 2 の折れ線 II-III が負の傾斜をとる場合、すなわち  $-1 < B_2 < 0$  の場合には、さらに運動摩擦力が大きい相対速度範囲で負となることがないよう  $x-y$  平面において

$$y_{II} \leq y \leq y_{VI} \dots\dots (13)$$

なる範囲内だけで負の傾斜を有する第 2 の特性折れ線が有効であるものとする。ただし

$$\left. \begin{aligned} y_{II} &= Y_0 - Y_{cr}, & y_{VI} &= Y_0 + Y_{cr} \\ Y_{cr} &= Y - \frac{1}{4B_2}(4B_1Y + X_v) \equiv \sqrt{\frac{m}{k}} V_{cr} \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

しかし、物体が式 (13) の条件速度範囲をこえる運動をおこなうようになった場合には、解析を簡単にするために運動摩擦力はその条件速度外では相対速度に無関係に一定 (便宜的に零とする) であるとして扱うものとする。式 (13) の条件速度をこえる範囲では物体の運動の方程式はつぎのようになる。

【I】 座標原点が H'-II' 直線上にあるベルト速度範囲 ( $Y/Y_0 \geq 1$ ) のとき

$$\left. \begin{aligned} x'' + 2Cx' + x + \frac{X_v}{2} + 2B_1Y_0 &= 0 \\ (y \leq y_{II} \text{ および } y_{VI} \leq y) \end{aligned} \right\} \dots\dots (15)$$

【II】 座標原点が II'-III' 直線上にあるベルト速度範囲 ( $Y/Y_{cr} \leq Y/Y_0 < 1$ ) のとき

$$\left. \begin{aligned} x'' + 2Cx' + x + \frac{X_v}{2} + 2B_1Y + 2B_2(Y_0 - Y) &= 0 \\ (y \leq y_{II} \text{ および } y_{VI} \leq y) \end{aligned} \right\} \dots\dots (16)$$

【III】 座標原点が III' 点以下の速度の第 3 の特性折れ線上 ( $0 < Y/Y_0 < Y/Y_{cr}$ ) にある場合

$$\left. \begin{aligned} x'' + 2Cx' + x = 0 \\ (y \leq y_{II} \text{ および } y_{VI} \leq y) \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

なお  $-1 < B_2 < 0$  の場合の III 点, IV 点は第 2 の特性折れ線と第 3 の特性折れ線の交点に対応する点であり,  $V_{cr}$  は図 2 (b) において運動摩擦力速度特性折れ線が相対速度の大きいところで  $\varphi(s) = 0$  となる  $s$  の値をしめす。

特性折れ線の例が表 5 にしめされている。

### 3. リミットサイクルの種類と形状

運動摩擦力速度特性曲線が  $\varphi(0) \neq \varphi_2$  なる性質をもつ場合、どのようなリミットサイクルが生ずるだろうか。再びここでも簡単のため粘性減衰の影響をのぞいて考え、前述の諸式 (1)~(9) および (15)~(17) において  $C = 0$  とおく。このとき特性曲線は  $x-y$  平面において折れ線 III-II-H-I-IV-G-V-VI となる。

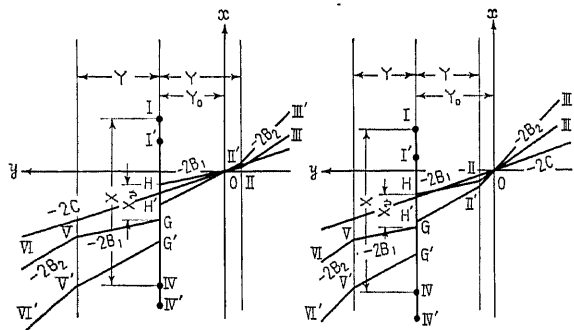


図 3

つぎに発生するリミットサイクルについて分類しよう。前報までに用いられた手法を一部修正して適用し、 $x-y$  平面における座標原点の位置、ならびにリミットサイクルをあらわす軌道の最大速度  $v_{max}$ 、最小速度  $v_{min}$  と  $y_I, y_{II}$  との大小関係などから、主として I 点をとおる安定なリミットサイクルによって分類しよう。表1はこれらを整理し、それぞれの形に名前をつけてまとめたものである。また図4は  $\phi(0) \neq \phi_0$  のとき、運動摩擦力速度特性曲線の第1、第2の折れ線がいろいろな傾斜を有し、また最大静止摩擦力が異なる大きさをもつ場合に生ずるリミットサイクルのいくつかの例をしめしている。図中、実線の閉曲線は両側または片側に安定なリミットサイクルであり、点線でえがかれている閉曲線は不安定なリミットサイクル

である。なお図4(G)のように安定なリミットサイクルが同じベルト速度で2個発生する場合には、より外側の安定なリミットサイクルによってリミットサイクルの形を分類した。表中 (m)-(n) 形とあるが m は座標原点の位置をしめし、n はこれらの発生する周期解の種類、または周期解の存在しない場合をしめしている。不安定なリミットサイクルについては図4(A)や(G)の中で点線でしめされているように I-H 線上の  $I_u$  点や  $I_u''$  点から出発し、時間の経過に対してちょうど折れ点 H をとおる、I-H 線上を移動してもとの出発点  $I_u$  点や  $I_u''$  点にかえって閉じたサイクルを形成するものと、同図(C)中の点線でしめされた閉曲線のように I-IV 直線の内側に原点を囲む閉曲線として生ずる2種類の場合がある。

表 1

座標原点の位置		H-II 直線上		II-III 直線上	
		$v_{min} \geq v_{II}$	$v_{min} < v_{II}$		
有	I-IV 直線が閉曲線の一部である	$v_{max} = v_I$	(i)-(イ)形	(ii)-(イ)形	(iii)-(イ)形
		$v_{max} > v_I$	(i)-(ロ)形	(ii)-(ロ)形	(iii)-(ロ)形
	I-IV 直線が閉曲線の内側か外側にある	$v_{max} > v_I$	—	(ii)-(ハ)形	(iii)-(ハ)形
		$v_{max} < v_I$	—	(ii)-(ニ)形	(iii)-(ニ)形
無		(i)-(ホ)形	(ii)-(ホ)形	(iii)-(ホ)形	

4. リミットサイクルをあらわす曲線

つぎに粘性減衰が存在しない  $C=0$  の場合について、発生するリミットサイクルの軌道の式を求めてみよう。運動摩擦力速度特性曲線をいくつかの折れ線で近似しているため支配する運動方程式はベルト上の物体の有する速度によって前述の式(1)~(9)あるいは(15)~(17)において  $C=0$  とおいたものとなり、速度の境界点で線形方程式の解のつなぎ合わせの方法が必要となる。

まず I 点をとおる解曲線についてそれぞれの速度範囲における運動方程式にしたがい形成される安定なリミットサイクルの軌道の式を考えよう。表2は定常振動解が(イ)形ならびに(ロ)形となる場合のすべり時の運動について、それぞれの特性折れ線のもつ適用速度範囲の運動方程式の解をもとめたものである。 $x_C, x_D, x_A, x_B$  などとあるのはそれぞれ  $x-y$  平面での C, D, A, B の各点における  $x$  の値であり、解のつなぎ合わせによって順に決定されていくものである。(a)は走行するベルト上の物体の変位、および速度をしめす無次元表示の式であり、(b)は運動方程式の接続点において満足されるべき超越方程式をあらわす。たとえば座標原点が II-III 直線上にあり、(イ)形となる場合の I 点から C 点までのリミットサイクルの軌道の式は  $\tau=0$  において  $x=x_I, y=y_I$  なる初期条件のもとで、式(a)中の B, P, Q, U をそれぞれ右欄の

$$B=B_1, \quad P=\{(X-X_0)/2Y\}(Y/Y_0)-2B_1$$

$$Q=1, \quad U=-2(B_2-B_1)(1-Y/Y_0)$$

とおくことによりえられる。また C 点に達したときの超越方程式は式(b)において  $S=1-Y/Y_0$  とおき、超越方程式の解が  $\phi_{CH}=\phi_C=\sqrt{1-B_1^2}\tau_C$  となること

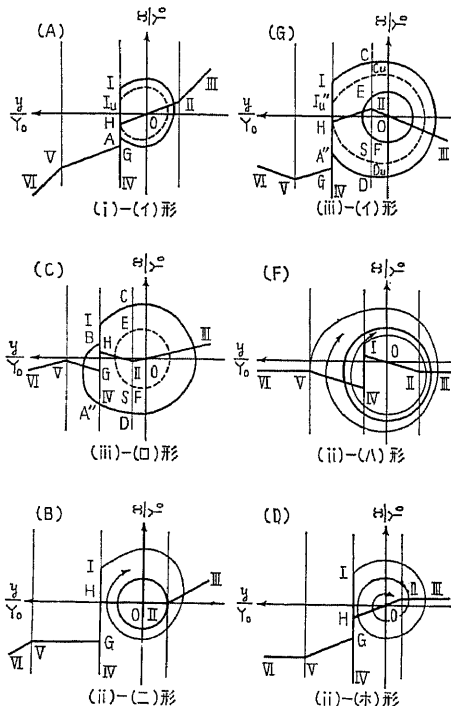


図 4

をしめしている。この  $\phi_c$  を式 (a) に代入すれば左  
 辺は  $x_c/Y_0, y_c/Y_0$  となり、つぎの運動方程式をとく  
 場合の初期条件(時間の原点を改めて  $x=x_c, y=y_c=$   
 $y_H$  において  $\tau=0$  としている)となる。このように  
 順次軌道の式および D, A'', B などの各点の変位、  
 速度を得ることができるが、下線をひいてある (i)  
 形の  $\phi_A$  および (iii) 形の  $\phi_D$  は  $\pi$  と  $2\pi$  との間で、  
 またそれ以外の下線のない  $\phi_c, \phi_D, \phi_A, \phi_B$  などは 0  
 から  $\pi$  までの範囲で根が決定される。物体が A, A',

A'' の各点および B 点に達した後、ベルトと一体の運  
 動をするときの運動方程式の解は

$$\begin{aligned} x &= Y_0\tau + x_i & i &= A, A', A'' & (i \sim I) \\ x &= Y_0\tau + x_B & & & (B \sim I) \end{aligned}$$

である。

いま次章で定義される  $Y_{11}/Y_0$  を用い、

$$X_A = x_I - x_A = (X - X_0)/2 - 2B_1 Y_0 - x_A,$$

$$X_{A'} = x_I - x_{A'}, \quad X_{A''} = x_I - x_{A''}, \quad x_B = x_I - x_B$$

とおき、さらに式 (11), (12) において等号の成り立

表 2

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{Y_0} &= U + \exp\left(-\frac{B}{\sqrt{1-B^2}}\phi\right) \frac{1}{\sqrt{1-B^2}} \sqrt{P^2+2BPQ+Q^2} \sin(\phi+R_x) \\ \frac{y}{Y_0} &= \exp\left(-\frac{B}{\sqrt{1-B^2}}\phi\right) \frac{1}{\sqrt{1-B^2}} \sqrt{P^2+2BPQ+Q^2} \sin(\phi+R_y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (a)$$

ここで  $\phi = \sqrt{1-B^2}\tau$   
 $\tan R_x = \frac{\sqrt{1-B^2}P}{BP+Q}, \quad \tan R_y = \frac{-\sqrt{1-B^2}Q}{P+BQ}$

$$\exp\left(-\frac{B}{\sqrt{1-B^2}}\phi_{cH}\right) \frac{1}{\sqrt{1-B^2}} \sqrt{P^2+2BPQ+Q^2} \sin(\phi_{cH}+R_x) = S \dots\dots\dots (b)$$

形	適用範囲	B	P	Q	U	$\phi_{cH}$	S
(i)	I ~ A	$B_1$	$\frac{X-X_0}{2Y} \frac{Y}{Y_0} - 2B_1$	1	0	$\phi_A$	1
	A ~ B	$B_1$	$\frac{x_A + X_0}{Y_0}$	1	$-\frac{X_0}{Y_0}$	$\phi_B$	1
(ii)	I ~ C	$B_1$	$\frac{X-X_0}{2Y} \frac{Y}{Y_0} - 2B_1$	1	0	$\phi_c$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$
	C ~ D	$B_2$	$\frac{x_c}{Y_0} - 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	$2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$\phi_D$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$
	C ~ M	$B_2$	$\frac{x_c}{Y_0} - 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	$2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$\phi_M$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$
	M ~ N	0	$\frac{x_M}{Y_0} + \frac{1}{2} \frac{X_0}{Y_0} + 2B_1$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$	$-\frac{1}{2} \frac{X_0}{Y_0} - 2B_1$	$\phi_N$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$
	N ~ D	$B_2$	$\frac{x_N}{Y_0} - 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$	$2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$\phi_D$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$
	D ~ A'	$B_1$	$\frac{x_D}{Y_0}$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	0		$\phi_{A'}$
A' ~ B	$B_1$	$\frac{x_{A'} + X_0}{Y_0}$	1	$\frac{X_0}{Y_0}$		$\phi_B$	1
(iii)	I ~ C	$B_1$	$\frac{X-X_0}{2Y} \frac{Y}{Y_0} - 2B_1$	1	$-2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$\phi_c$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$
	C ~ D	$B_2$	$\frac{x_c}{Y_0}$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	0	$\phi_D$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$
	C ~ M	$B_2$	$\frac{x_c}{Y_0}$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	0	$\phi_M$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$
	M ~ N	0	$\frac{x_M}{Y_0} + \frac{1}{2} \frac{X_0}{Y_0} + 2B_1 + 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$	$-\frac{1}{2} \frac{X_0}{Y_0} - 2B_1 - 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$\phi_N$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$
	N ~ D	$B_2$	$\frac{x_N}{Y_0}$	$1 - \frac{Y_{cr}}{Y_0}$	0	$\phi_D$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$
	D ~ A''	$B_1$	$\frac{x_D}{Y_0} + 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	$-2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$\phi_{A''}$	1
A'' ~ B	$B_1$	$\frac{x_{A''} + X_0}{Y_0} + 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	1	$-\frac{X_0}{Y_0} - 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$\phi_B$	1	

$$\frac{Y}{Y_0} = K \left\{ 1 + \exp\left(-\frac{B_1}{\sqrt{1-B_1^2}}\pi\right) \right\}, \quad \frac{Y_{cr}}{Y_0} = \frac{Y}{Y_0} - \frac{1}{4B_2} \left( 4B_1 \frac{Y}{Y_0} + X_0 \right)$$

つ  $X_0$  を  $X_{v0}$  とすると I 点をとおる各種 (イ) 形, (ロ) 形のリミットサイクルはつぎの式を満足する.

- (i) 形:  $Y_{11}/Y_0 \leq Y/Y_0$  を満足し  
 (イ) 形 ( $I \rightarrow A \rightarrow I$ ) では  $X \geq X_A$   
 (ロ) 形 ( $I \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow I$ ) では  $X_A > X \geq X_{v0}$  かつ  $X_B \geq 0$
- (ii) 形:  $1 \leq Y/Y_0 < Y_{11}/Y_0$  を満足し  
 (イ) 形 ( $I \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A' \rightarrow I$ ) では  $X \geq X_{A'}$   
 (ロ) 形 ( $I \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A' \rightarrow B \rightarrow I$ ) では  $X_{A'} > X \geq X_{v0}$  かつ  $X_B \geq 0$
- (iii) 形:  $0 < Y/Y_0 < 1$  を満足し  
 (イ) 形 ( $I \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A'' \rightarrow I$ ) では  $X \geq X_{A''}$   
 (ロ) 形 ( $I \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A'' \rightarrow B \rightarrow I$ ) では  $X_{A''} > X \geq X_{v0}$  かつ  $X_B \geq 0$

つぎに不安定なりミットサイクルのうち H 点をとおるものについてその軌道を表わす式を考えよう. 不安定なりミットサイクルは H 点を出発点として  $\tau$  の負の方向に時間をさかのぼるときに得られる閉曲線とも考えることができるので (i) 形では  $H \rightarrow I_u \rightarrow H$ , (ii) 形では  $H \rightarrow I_u \rightarrow H$  または  $H \rightarrow D_u \rightarrow C_u \rightarrow I_u \rightarrow H$ , (iii) 形では  $H \rightarrow D_u \rightarrow C_u \rightarrow I_u \rightarrow H$  の閉曲線として各適用速度範囲におけるリミットサイクルの軌道の式をもとめてよい. 表 2 のなかで  $A \sim B, A' \sim B, A'' \sim B$  に対する式を除き, 変換表 (表 3) による記号ならびに式の変換を利用するとほとんどそのままの形で不安定なりミットサイクルの軌道の式がもとまる. たとえば (i) 形 ( $H \rightarrow I_u \rightarrow H$ ) および (ii) 形のうち  $H \rightarrow I_u \rightarrow H$  形の不安定なりミットサイクルについては表 2 の (i) 形 ( $I \sim A$ ) の式を, また (ii) 形のうち  $H \rightarrow D_u \rightarrow C_u \rightarrow I_u \rightarrow H$  形については (ii) 形 ( $I \sim C \sim D \sim A' \sim I$ ) の式を用いればよい. 物体がベルトと一体の運動をするときの運動方程式の解は  $I_u, I_u', I_u''$  の各点を  $i$  でしめすと

$$x = Y_0 \tau + x_i, \quad \tau < 0 \quad (i \sim H)$$

である. ただし H 点をとおる不安定なりミットサイク

表 3

表 2 の記号・式 (左)		U.L.C. 用変換 (右)			
$P = \frac{X - X_0}{2Y} \frac{Y}{Y_0} - 2B_1$		$P = -2B_1$			
I 点	H 点				
C 点	D <sub>u</sub> 点	$x_C$	$x_{Du}$	$\phi_C$	$-\phi_{Du}$
M 点	N <sub>u</sub> 点	$x_M$	$x_{Nu}$	$\phi_M$	$-\phi_{Nu}$
N 点	M <sub>u</sub> 点	$x_N$	$x_{Mu}$	$\phi_N$	$-\phi_{Mu}$
D 点	C <sub>u</sub> 点	$x_D$	$x_{Cu}$	$\phi_D$	$-\phi_{Cu}$
A 点	I <sub>u</sub> 点	$x_A$	$x_{Iu}$	$\phi_A$	$-\phi_{Iu}$
A' 点	I <sub>u'</sub> 点	$x_{A'}$	$x_{Iu'}$	$\phi_{A'}$	$-\phi_{Iu'}$
A'' 点	I <sub>u''</sub> 点	$x_{A''}$	$x_{Iu''}$	$\phi_{A''}$	$-\phi_{Iu''}$

ルが存在するためには  $I_u, I_u', I_u''$  の存在が必要であることはいうまでもないが,

$$X_H = x_{I_u} - x_H, \quad X_{H'} = x_{I_u'} - x_H, \\ X_{H''} = x_{I_u''} - x_H$$

とおくとき, その存在範囲はつぎの条件を満足していなければならない.

$$0 \leq X_H, X_{H'}, X_{H''} < (X - X_v)/2$$

つぎに I-IV 直線の内側にできる原点を囲むリミットサイクルについて軌道の式を与えよう. これらのリミットサイクルは表 5 中にしめされている (B), (C), (D), (F), (G) の運動摩擦特性曲線の場合に生じうるが, そのうち (B) については  $Y_0 < Y$  のとき, (D), (F) については  $Y_0 > Y$  のとき, それぞれ  $x-y$  平面において原点 O を中心とし, 半径が  $O\Pi = |Y - Y_0|$  となる円形のリミットサイクル [軌道の式は  $x^2 + y^2 = (Y - Y_0)^2$ ] となるため, ここでは (C), (G) の場合について生ずるリミットサイクルの軌道の式を与える. 前報と同様  $\tau = -\tau_s (\tau_s > 0)$  において  $y = y_H$  上の  $x = x_s < 0$  なる S 点から出発し,  $\tau = 0$  のとき  $y = y_H$  上の E 点 ( $x = x_E > 0$ ) に達し, さらに  $\tau_E (> 0)$  時間後に再び  $y = y_H$  となる F 点 ( $x = x_F \equiv x_S$ ) に達して閉じた曲線を形成するものとする [図 4 (C), (G) 参照]. 表 2 の式 (a) は I-IV 直線の内側に生ずる (ii) 形, (iii) 形のリミットサイクルの軌道の式をもしめすが, それぞれの適用範囲における  $B, P, Q, U$  の値は表 4 にあたえられている. 式 (c) は S 点から E 点までに要する時間  $\phi_S = \sqrt{1 - B_1^2} \tau_s$  を求める式であり,  $\phi_S$  は  $B_1$  と  $B_2$  の値のみによって定まる. 式 (c) を満足する  $\phi_S$  は  $0 \leq \phi_S \leq 2\pi$  の間の値であり, 式 (c) にはただ一つの根が存在するが,  $B_1$  と  $B_2$  が与えられたとき  $\pi \leq \phi_S \leq 2\pi$  の場合には (ii) 形において, また  $0 \leq \phi_S \leq \pi$  のときには (iii) 形において I-IV 直線の内側に安定なりミットサイクルか不安定なりミットサイクルが発生する. 式 (c) の根  $\phi_S$  をそれぞれの  $x_E/Y_0$  式に代入して P 欄の値を決定すれば表 2 (a) からリミットサイクルの軌道の式をもとめることができる. しかし (ii) 形, (iii) 形とも  $x_E/Y_0$  が正となるような  $\phi_S$  の値をえらばねばならない. またリミットサイクルの軌道のしめす速度の最大値  $y_{max}$  が  $y_I = Y_0$  より小であることが必要である. I-IV 直線の内側に生ずるリミットサイクルは  $B_1 > 0, B_2 < 0$  のとき, (ii) 形では不安定なりミットサイクルであり, (iii) 形では安定なりミットサイクルとなる.  $B_1 < 0, B_2 > 0$  の場合にはその逆に (ii) 形では安定, (iii) 形では不安定なりミットサイクルとなる.

しかし, 以上述べてきたリミットサイクルのほか

は、図 4 (F) のように I-IV 直線を内部に有する安定なリミットサイクル(ii)-(ハ)形や(iii)-(ハ)形が存在しうが、前報同様それらの軌道をしめす式はもてななかった。

5. リミットサイクルの成立範囲

つぎにこれらのリミットサイクルが  $\varphi(0) \neq \varphi_s$  の場合どのような条件下で生ずるだろうか。五つの特性値  $B_1, B_2, X, X_v, Y$  と  $Y_0$  に前報と同様な変換を与え、リミットサイクルの成立範囲を図示することを考えよう。前報で述べた  $B_1, B_2, K=Y/Y_1, n=X/X_{A0}$  のほかに新しく  $\varphi(0)$  と  $\varphi_s$  との不連続性をしめす量として  $(X-X_v)/2Y$  を導入する。ここで

$$Y_1 = Y_0 \left\{ 1 + \exp\left(-\frac{B_1}{\sqrt{1-B_1^2}}\pi\right) \right\}$$

であり、 $X_{A0}$  は負の  $B_1$  に対して  $X_{A0}/Y_0 = \overline{A_0H}$  を、

表 4

軌道の式は表 2 式 (a) と同じ

$$\sqrt{1-B_1^2} \left\{ \exp\left(\frac{B_1}{\sqrt{1-B_1^2}}\phi_s\right) - \exp\left(-\frac{B_1}{\sqrt{1-B_1^2}}\phi_s\right) \right\} - \sqrt{1-B_2^2} \left\{ \exp\left(-\frac{B_2}{\sqrt{1-B_2^2}}(2\pi-\phi_s)\right) - \exp\left(\frac{B_2}{\sqrt{1-B_2^2}}(2\pi-\phi_s)\right) \right\} = 2(B_1-B_2) \sin \phi_s \dots \dots \dots (c)$$

形	適用範囲	B	P	Q	U
(ii)	S~E	$B_1$	$\frac{X_E}{Y_0}$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	0
	E~F	$B_2$	$\frac{X_E}{Y_0} - 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	$2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$
$\frac{X_E}{Y_0} = \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right) \left[ \frac{\sqrt{1-B_1^2}}{\sin \phi_s} \left\{ \exp\left(-\frac{B_1}{\sqrt{1-B_1^2}}\phi_s\right) - \cos \phi_s \right\} - B_1 \right]$					
(iii)	S~E	$B_1$	$\frac{X_E}{Y_0} + 2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	$-2(B_2 - B_1) \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right)$
	E~F	$B_2$	$\frac{X_E}{Y_0}$	$1 - \frac{Y}{Y_0}$	0
$\frac{X_E}{Y_0} = \left(1 - \frac{Y}{Y_0}\right) \left[ \frac{\sqrt{1-B_1^2}}{\sin \phi_s} \left\{ \exp\left(-\frac{B_1}{\sqrt{1-B_1^2}}\phi_s\right) - \cos \phi_s \right\} - (2B_2 - B_1) \right]$					

正の  $B_1$  に対して  $X_{A0}/Y_0=1$  をしめすものとする。 $A_0$  は  $X=X_v$  のとき I 点 (H 点と一致) を出発する解曲線 ( $\tau > 0$ ) が  $y_{\min} > y_{\pi}$  のもとで再び  $y=y_{\pi}$  となる点 A をしめす。図 5 はこれらのリミットサイクルが (i) 形となるか、(ii) 形あるいは (iii) 形となるかをしめしたものであり、(i) 形と (ii) 形の境界をしめす曲線は  $(X-X_v)/2Y$  の値によって異なる曲線となるが、(ii) 形と (iii) 形の境界は 1 本の実線の曲線となる。図中の一点鎖線は (ii) 形において H 点をとる不安定なリミットサイクルが  $H \rightarrow I_u \rightarrow H$  形 ( $K$  の値の大きい側) となるか、 $H \rightarrow D_u \rightarrow C_u \rightarrow I_u \rightarrow H$  形 ( $K$  の値の小さい側) となるかの境界である。各形における  $K$  の範囲は次式で与えられる。

(i) 形:  $[1/[1+\exp\{-(B_1/\sqrt{1-B_1^2})\pi\}]] \times (Y_{11}/Y_0) \leq K$   
(ii) 形:  $1/[1+\exp\{-(B_1/\sqrt{1-B_1^2})\pi\}] \leq K < [1/[1+\exp\{-(B_1/\sqrt{1-B_1^2})\pi\}]](Y_{11}/Y_0)$   
(iii) 形:  $0 < K < 1/[1+\exp\{-(B_1/\sqrt{1-B_1^2})\pi\}]$

$1/[1+\exp\{-(B_1/\sqrt{1-B_1^2})\pi\}]$

$H \rightarrow I_u \rightarrow H$  形と  $H \rightarrow D_u \rightarrow C_u \rightarrow I_u \rightarrow H$  形との境界:

$K = \exp\{B_1/\sqrt{1-B_1^2}\pi\}$

ここで  $Y_{11}/Y_0$  は I 点を出発する解曲線の速度の最小値  $y_{\min}$  がちょうど折れ点 II をとおるような  $Y/Y_0$  の値である。また  $-1 < B_2 < 0$  のとき I 点をとるリミットサイクルの軌道の最小速度が  $y_{\pi} > y_{\min}$  となる (iii) 形 (図 8 で M, N 点が存在) の  $K$  の値の範囲は

$[1/[1+\exp\{-(B_1/\sqrt{1-B_1^2})\pi\}]]$

$\times (Y_{cr}/Y_0) < K < 1/[1+\exp\{-(B_1/\sqrt{1-B_1^2})\pi\}]$

である。

つぎにこれらのリミットサイクルの成立する範囲を図示してみよう。図 6, 7 は  $(X-X_v)/2Y$  ならびに  $B_2$  を副変数とする  $K$ —一定の平面において横軸を第 1 の特性折れ線の傾斜、縦軸を  $n$  として二次元的に定性的な各種リミットサイクルの発生範囲をしめしたものである。  $-1 < B_1 \leq 0$  のとき横軸の目盛は等間隔であり (図 6),  $0 < B_1 < 1$  のとき対数的にとられている (図 7)。  $X_0$  は式 (11), (12) において等号の成立するときの  $X$  の値をしめし、  $X=X_0$  曲線より下側の斜線部分はリミットサイクルの発生に無関係な領域である。また  $X_A, X_{A'}, X_{A''}$  を  $X_{A^{(n)}}$  であらわすとき曲線  $X=X_{A^{(n)}}$  は (イ) 形 ( $n$  の値の大きい側) と (ロ) 形

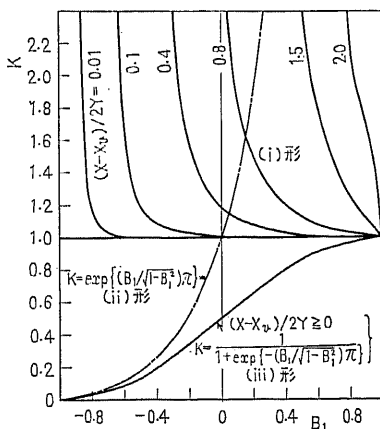
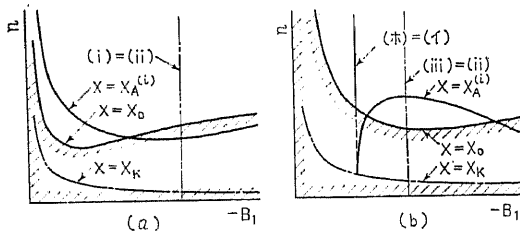


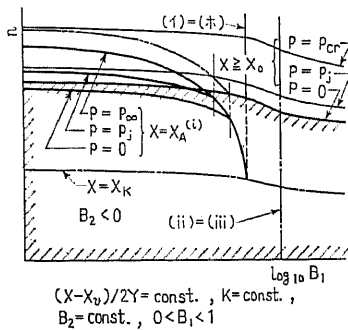
図 5

( $n$ の値の小さい側で  $X=X_0$  曲線より上側)の境界をしめす。図6(a)は(i)形と(ii)形が共存し、(b)は(ii)形と(iii)形が共存する場合の一例であるが、 $n$ 軸に平行な一点鎖線はそれらの境界をしめす。(b)において  $n$ 軸に平行な実線は  $X_A^{(i)}=(X-X_0)/2$  となる  $B_1$  の値の位置を与え、これによって(i)形と(ホ)形の境界 [(ii)形と(iii)形の境界線の位置によっては(=)形と(ホ)形の境界となる] が区別される。ここで  $(X-X_0)/2$  はI点とH点との不連続性をしめす量であり、 $X_A^{(i)}$ の最小値が  $(X-X_0)/2 \equiv X_K$  より小となることはない。図中、境界線は  $(m)=(n)$  のようにしめされているが、これは左側が  $m$ 形、右側が  $n$ 形である境界線をあらわすものとする。図6には(ハ)形の発生する場合はしめされていないが、その発生範囲はきわめてせまく、前報同様  $X=X_0$  と  $X=X_A^{(i)}$  両曲線に囲まれた  $|B_1|$  の小さい部分でわずかに生ずるにすぎない。

図7は  $B_1$  が正であるが  $B_2$  が負の場合であり、生ずるリミットサイクルの軌道の  $y_{min}$  が  $y_m$  より小となることがある場合の一例である。 $B_2 \geq 0$  のとき  $X=X_A^{(i)}$  曲線は  $X=X_0$  曲線の上側に出ることはないが(図10参照)、 $B_2 < 0$  のときにはIII点を前述のように定義しているため図8のM点、N点の存在によって  $X=X_A^{(i)}$  曲線が  $X_0$  の大小関係により途中から枝分かれしてくる。同時に(i)形や(ロ)形の存在領域もそれぞれの  $X_0$  に対応する  $X$  曲線(細い実線)と  $X_A^{(i)}$



(a) (b)  $(X-X_0)/2Y = \text{const.} = \text{const.}, 0 \leq B_2 < 1, -1 < B_1 < 0$   
図 6



$(X-X_0)/2Y = \text{const.}, K = \text{const.}, B_2 = \text{const.}, 0 < B_1 < 1$

図 7

曲線との比較から決定しなければならない。図7において  $p = \Delta X/Y_0 = (X-X_0)/Y_0 = (X_0-X_{v0})/Y_0 = 0$  は  $X_0$  が最小値  $X_{v0}$  ( $B_1$  が正のときは0)をとる場合をしめし、 $p = p_\infty$  は  $X$  あるいは  $X_0$  が十分大きい値をとるときであって、 $X_A^{(i)}$  曲線はM、N点が存在しないため1本の曲線となる。 $p$ がいろいろな値をとるとき  $X_A^{(i)}$  曲線が枝分かれする  $X$  曲線(細い実線)上の各点を連ねたものが二点鎖線でしめされた曲線で、これがM、N点の発生する限界線をあらわす。これより上側はリミットサイクルが  $y_{min} > y_m$  となる  $X$  の値の側である。(ii)形と(iii)形が共存する図7の場合には任意の  $p = p_j (0 < p_j < p_{cr})$  のときの  $X_A^{(i)}$  曲線と  $X$  曲線とを比較すると  $X_A^{(i)}$  曲線より  $X$  曲線が上側にあるため(ロ)形が生じない。 $p = p_{cr}$  は与えられた  $B_1, B_2$  の値に対してM、N両点が折れ点IIIに一致し、これより大きい  $p$  の値では  $y_{min} > y_m$  となってM、N点をもたない限界の  $p$  の値をしめす。なお  $K=0.9, (X-X_0)/2Y=0.8, B_2=-0.10$  のときは図7の例となり、 $K=0.3, (X-X_0)/2Y=0.4, B_2=-0.10$  は  $p=0, p=p_j$  のときの  $X_A^{(i)}$  曲線が一部  $X$  曲線の上にあるため(ロ)形や(ハ)形が発生する例となる。

図9, 10はそれぞれ  $B_1$  が負ならびに正の値をとる場合のリミットサイクルの発生範囲をしめした一例である。

6. ベルト速度とリミットサイクル

運動摩擦力が相対すべり速度の関数として一義的に定まる場合、一定の運動摩擦力速度特性曲線に対してベルト速度を変化させたときの振動解がどのような影響をうけるかについては興味があるろう。特性曲線の形が定まると  $B_1, B_2, X, Y$  ならびに  $(X-X_0)/2$  は一定となり、前報同様  $B_1, B_2, (X-X_0)/2Y$  を副変数とした  $K-n$  平面からリミットサイクルの変化のようすを知ることができる。 $K = Y/Y_1, n = X/X_{A0}$  はともに  $Y_0$  に逆比例し、ベルト速度  $v_0$  とともに変化するので、 $K-n$  平面においてリミットサイクルは  $B_1$  の正負に応じそれぞれ

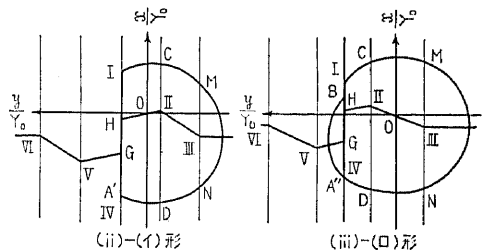


図 8

$$\frac{n}{K} = f_n(B_1) \frac{X}{Y_0} / f_K(B_1) \frac{Y}{Y_0} = f(B_1)q \quad (-1 < B_1 \leq 0)$$

$$\frac{n}{K} = \frac{X}{Y_0} / f_K(B_1) \frac{Y}{Y_0} = \frac{1}{f_K(B_1)} q \quad (0 < B_1 < 1)$$

なる傾斜を有し、原点をとる直線上を原点のほうへと移動しながらその形状をかえていく。ここで  $f(B_1)$ ,  $f_K(B_1)$  は  $B_1$  のみの関数,  $q = X/Y$  である。

図 11 は横軸を  $K$ , 縦軸を  $n$  とし、両軸とも対数目盛を用いて表現してある。したがって  $(X-X_0)/2Y$ ,  $B_1, B_2$  が一定であるとき上述の傾斜を有する  $q$  = 一定の直線(細い実線)は  $q = X_0/Y (\equiv q_0)$  なる直線と平行となり、リミットサイクルはこの直線上を矢印の方向に移動しながらその形状を変えていく。 $q = q_0$  の直線はいうまでもなく  $p=0$  の直線でもある。図 11(a) は  $B_1 < 0, B_2 > 0$  のときを、また(b)は  $B_1 > 0, B_2 < 0$  で  $M$  点,  $N$  点が生ずることのある場合の例をしめしている。(a), (b)から  $X$  の値が小さいほど、したがって  $q$  の値の小さい特性曲線ほどリミットサイクルは形状変化を多くうけやすいことがわかる。また(a)ではベルト速度が大きくなるとリミットサイクルが消失して原点に退化してしまうのに対して  $B_1 > 0, B_2 < 0$  である(b)の場合にはベルト速度の大きいところでもリミットサイクルが存在する。そして与えられた  $B_1, B_2$  の

値と  $(X-X_0)/2Y$  の値によって後述するように一般に小さい  $(X-X_0)/2Y$  の値のとき (b) のように I 点をとるリミットサイクルがベルト速度の増大とともに一時消失して大きいベルト速度のところでも再び発生することがあることをしめしている。これは前述の  $X_A^{(c)}$  が途中のベルト速度で  $X_K$  に等しくなることがあるからで  $p=0$  に平行な一点鎖線はこの  $X=X_K$  直線をしめしている。 $(X-X_0)/2Y=0.01, B_1=-0.025, B_2=0.01$  は図(a)の場合の例であり,  $(X-X_0)/2Y=0.8, B_1=0.30, B_2=-0.10$  は (b) の例となる。

さてリミットサイクルの有する変位振幅, 速度振幅, 周期などがベルト速度によってどのように変化するかはもっとも興味のある問題の一つであろう。図 12~14 はこれらの関係をしめし、横軸に  $1/K$  (対数目盛), 縦軸に無次元化した変位振幅  $A_x = (x_{max} - x_{min})/Y$ , 速度振幅  $A_v = (v_{max} - v_{min})/Y$ , 周期  $T/2\pi\sqrt{m/k}$  を用いている。 $1/K$  は  $v_0$  に比例する。図 12, 13 はいろいろな特性曲線における  $A_x$  のようすを定性的にしめしているが、2本の折れ線であらわした特性曲線は横軸を対数目盛でしめすとその特徴が不明となるので第1の特性折れ線と第2のそれとの交点 II に対応する速度の位置が振幅速度曲線の速度の位置と一致するよう表現してある。すなわち折れ点を通る縦軸に平行な一点鎖線は振幅速度曲線において (ii) 形と (iii) 形との境界をしめす速度の位置である。なお、特性曲線は簡単にするため(=)形や(ハ)形が生ずるほど  $X$  の値が

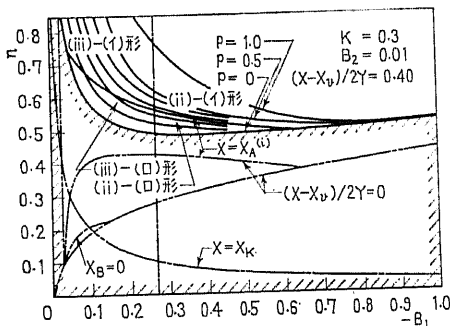


図 9

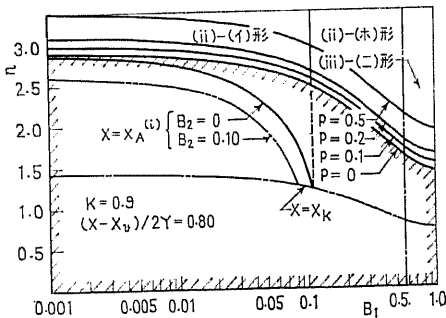
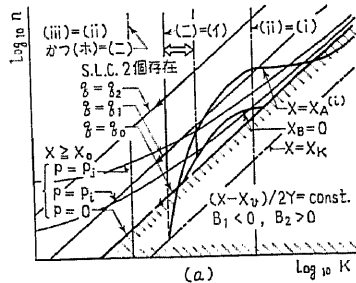


図 10



(a)

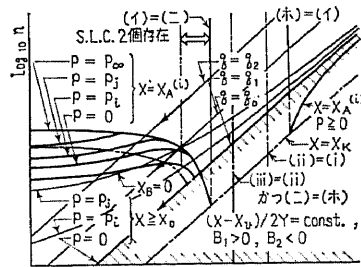


図 11



小さくない場合を考えている。 図中、実線の曲線は安定なリミットサイクル (S. L. C.), 点線でしめされた曲線は不安定なリミットサイクル (U. L. C.) をあらわすが、横軸上には原点の性質がともにしめされている。 すなわち、S.F.P. は安定な焦点、U.F.P. は不安定な焦点、V.P. はうず心点をしめす。 そして原点がうず心点となる場合には原点を囲む最内側のリミットサイクルは同時に分離枝 Separatrix でもある。 図 12 は  $B_2 \geq 0$  のときを、図 13 は  $B_2 < 0$  のときをしめしているが、これらのことから特性曲線が  $\varphi(0) \neq \varphi_0$  の

とき (B), (C), (D), (G) の場合には同じベルト速度において安定なリミットサイクルが2個発生するベルト速度範囲がありうるということがわかる。 また図 13 (G<sub>1</sub>), (G<sub>3</sub>) から  $B_2 < 0$  のとき X の値の大小により途中でリミットサイクルが発生しない場合のあることも理解されよう。

図 14 は  $(X-X_0)/2Y = 0.8, B_1 = 0.30$  のとき  $B_2 = 0, 0.10, -0.10$  となる場合の  $A_y, T$  のベルト速度に対する曲線をあらわしたものである。 ベルト速度の小さいところではわずかに減少することもあるが、リミットサイクルの振幅は一般に不連続性  $\varphi(0) \neq \varphi_0$  の存在によって零ではなく、不連続性の大きいほど大きなある有限値から徐々に増大していく。 これは最大静止摩擦力が孤立点となる場合の一つの特徴である。 速度振幅についてもだいたい変位振幅の変化と類似であるが周期についてはやはり、ベルト速度の増大とともに系の固有振動数に近づいていくが、ベルト速度の小さいところでは不連続性の強いものほど大きな値から急激に減少し固有振動数に近づく。

表 5 は各種特性曲線において生ずるリミットサイクルを表にまとめたものである。

7. 粘性減衰の影響

以上式 (1)~(9) ならびに (15)~(17) において  $C=0$  として線形方程式の解のつなぎ合わせの方法を用い発生する定常振動解のようすを解析した。 しかし

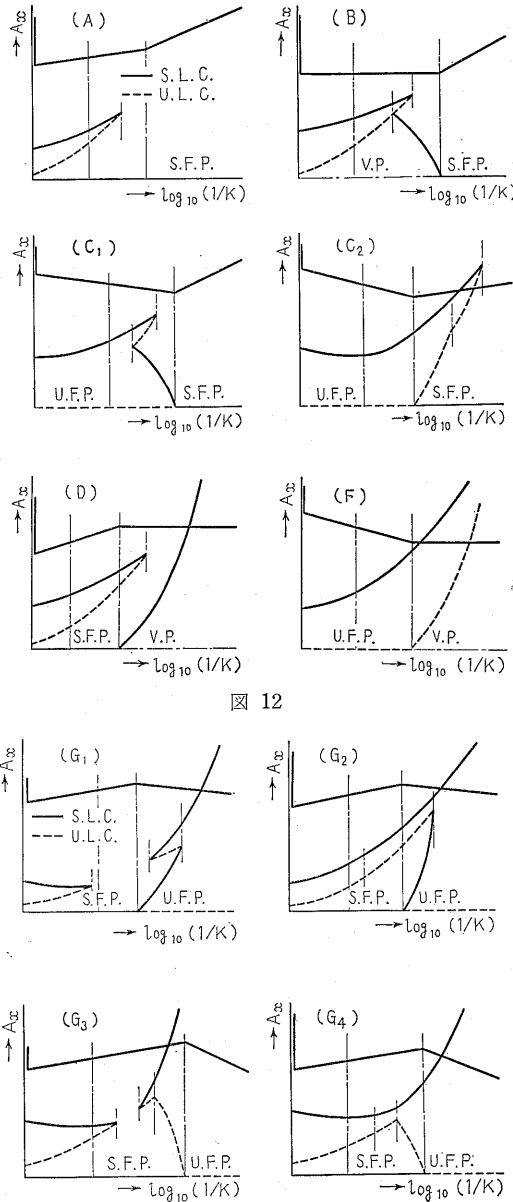


図 12

図 13

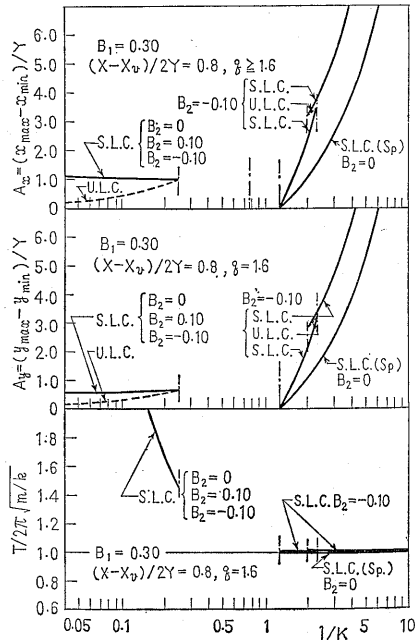


図 14

表 5

最大静摩擦係数 $\mu_0$ と運動摩擦係数 $\mu$ の速度特性曲線	ベルト速度範囲		
	座標原点 $H-II$ ( $Y/Y_0 \geq 1$ )	$III$ ( $0 < Y/Y_0 < 1$ )	
$\varphi(0) = \varphi_0$ のとき	原 点 リミットサイクル	原 点 リミットサイクル	原 点 リミットサイクル
(a)	S.F.P. —	S.F.P. —	S.F.P. —
(b)	V.P. S.L.C(Sp)	V.P. S.L.C(Sp)	S.F.P. —
(c)	U.F.P. S.L.C.	U.F.P. S.L.C.	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. } or —
(d)	S.F.P. —	S.F.P. —	V.P. S.L.C(Sp)
(e)	V.P. S.L.C(Sp)	V.P. S.L.C(Sp)	V.P. S.L.C(Sp)
(f)	U.F.P. S.L.C.	U.F.P. S.L.C.	V.P. S.L.C. } U.L.C. }
$\varphi(0) = \varphi_0$ のとき			
(A)	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }
(B)	V.P. S.L.C. } U.L.C(Sp) }	V.P. S.L.C. } S.L.C(Sp) } U.L.C } or S.L.C(Sp)	S.F.P. —
(C)	U.F.P. S.L.C.	U.F.P. S.L.C. } U.L.C. }	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }
(D)	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }	V.P. S.L.C. } S.L.C(Sp) } U.L.C. } or S.L.C(Sp)
(E)	V.P. S.L.C. } U.L.C(Sp) }	V.P. S.L.C. } U.L.C(Sp) }	V.P. S.L.C. } U.L.C(Sp) }
(F)	U.F.P. S.L.C.	U.F.P. S.L.C.	V.P. S.L.C. } U.L.C(Sp) }
(G)	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }	S.F.P. S.L.C. } U.L.C. }	U.F.P. S.L.C. } S.L.C. } U.L.C. } or S.L.C.

ながら粘性減衰の存在によって特性折れ線が影響を受けるのは第1, 第2の折れ線の傾斜のみであり, 他の特性値はそのままで合成された特性折れ線 III'-II'-H'-I'-IV'-G'-V'-VI' はやはり表5中にしめされた折れ線 (A)~(G) のいずれかの形状に属することになる。したがって  $C \neq 0$  の定常振動解は  $C = 0$  のときの対応する特性曲線を特性折れ線とする場合の定常振動解の性質をもつことになり, 粘性減衰の存在によ

る影響を容易に推測することができる。減衰作用がない場合の結果を利用して定量的に  $C \neq 0$  のときの定常振動解の成立範囲などを知る場合には前報<sup>(2)</sup> (1373ページ参照) で述べた方法を準用できるのでここではふれない。

8. 結 言

運動摩擦力速度特性曲線を2本の折れ線で近似し, 最大静摩擦係数が孤立点となる場合について発生するリミットサイクルを分類し, それらの発生範囲を特性折れ線のもつ五つの特性値とベルト速度を用いてあらわした。またベルト速度によるリミットサイクルの振幅変化のようすなどもしめした。これによれば特性曲線の形状によって振幅は非常に複雑に変化し, 最大静摩擦係数の不連続性の程度により定常振動解の未発生速度領域が存在したり, 同じベルト速度で2種類の安定なりミットサイクルが存在しうる場合があることが明らかにされた。

なお, 本研究にあたり名古屋大学 山本敏男教授, 太田 博助教授, 本学下田 茂教授にご指導と激励を賜わった。心から感謝申し上げる次第です。また本研究の一部は昭和 43 年度科学研究費補助金の交付を受けておこなわれたものであることを付記する。

文 献

(1) Stoker, J.J., *Nonlinear Vibrations*, (1950), 125, Intersci. Publ.; 互理・杉本, 機論, 29-200 (昭 38-4), 769 ほか。  
 (2) 高野, 機論, 33-253 (昭 42-9), 1352, 1363.

討 論

[質問] 前沢成一郎 (山梨大学工学部)

(1) 3148~3149ページの [I], [II] および [III] の分類はむしろ [I], [II] だけとし, [III] は [I], [II] の中に運動方程式の一つ

$$x' = Y_0 (y_I = y_{IV}) \dots (2)' \text{ または } (6)'$$

として加えるべきと思われる。[I] ( $Y/Y_0 \geq 1$ ) の場合も [II] ( $0 < Y/Y_0 < 1$ ) の場合も振動の経過中にこの運動方程式を含むのであるから。

(2) 不安定なりミットサイクルがH点から出発するのはH点で軌道が縦線 I-IV に接するからと考えてよいか。図4の(A), (G)ではこの点がめいりょうでないが。

[回答] (1) ご指摘いただいた点についてはごもっとものご主張かと思う。[I], [II] はベルト上

を物体がすべるときに支配される運動方程式をあらわしたものであり, [III] は [I] ( $Y/Y_0 \geq 1$ ) および [II] ( $0 < Y/Y_0 < 1$ ) の場合に物体がベルトと一体の運動をするときのそれを表現したつもりであった。ご教示ありがとうございました。

(2)  $x-y$  平面において解曲線が運動摩擦力速度特性曲線の H-II-III, または G-V-VI 部分を横切の場合には, 解曲線がこの特性曲線と交わる点において解曲線にひいた接線は  $x$  軸と平行になる。したがってH点を通る不安定なりミットサイクルもH点において軌道が縦線 I-IV に接することになる。この点, 図4の(A), (G)では不めいりょうな表現になっていたこととおわびする。