

## 用語解説

## DC 計画法 (DC Programming Method)

DC 計画法とは目的関数または制約関数に DC 関数が存在する DC 計画問題に対するアルゴリズムの研究をする数理計画の一分野であり、DC 関数 (difference of two convex function) とは二つの凸関数の差で表される関数である。多くの DC 計画問題は次の等価な標準 DC 計画問題 (canonical DC programming problem) に変形することができる (ここで、二つの問題が等価であるとは、どちらか一方の問題を解くことにより他方の問題も解くことができることを意味する)。

$$\text{目的関数: } f(x) \rightarrow \text{最小 (最大)} \quad (1)$$

$$\text{制約条件: } g(x) \leq 0 \quad (2)$$

$$h(x) \geq 0 \quad (3)$$

ここで、変数  $x$  は  $n$  次元実ベクトル、目的関数  $f$  は線形関数、制約関数  $g, h$  は凸関数である。一般に、DC 計画問題の大域的最適解を求めるためには、等価な標準 DC 計画問題が解かれている。DC 計画問題においては、局所的最適解が大域的最適解であるという保証が与えられないため、逐次近似解法により大域的最適解が求められている。代表的な解法としては、制約集合を凸多面集合で外部より逐次的に近似する外部近似法や  $h(x) \geq 0$  の領域を凸多面集合で内部より逐次的に近似する内部近似法がある。しかしながら、これらのアルゴリズムは問題に対してある条件が仮定されていたり、高次の問題に対して計算機で実行するのが困難であるため、今後の解法の研究の進展が切望されている。

(富山短期大学 経営情報学科 山田 修司)

## MPEC (Mathematical Program with Equilibrium Constraints)

MPEC は制約に均衡条件をもつ数理計画問題であり、均衡制約計画問題と呼ばれることもある。均衡条件とは経済などの均衡状態を表す条件であり、変分不等式問題 (VIP) と呼ばれる問題に定式化できる。そのため、MPEC は制約条件 (下位レベル) に VIP を持つ数理計画問題 (上位レベル) となり、2 段階の構造を持つ問題と考えることができる。このような構造をもつ MPEC は様々な応用分野を持つ (文献参照)。例えば、政府が税率等を決めることによって景気を制御する問題は MPEC として定式化できる。この問題の下位レベルの問題は、税率にあわせて経済活動を行う民間企業全体の均衡問題である。また、MPEC の重要な応用のひとつに逆問題がある。ここで逆問題とは、ある未知のパラメータの元で均衡が成り立ち、現在の均衡状態が観測されているとき、その均衡状態から“逆に”未知のパラメータを推定する問題である。MPEC は 2 段階の問題となっているため、数理計画問題のなかでも非常に難しい問題である。最近、小規模な問題に対しては、効率的に解を求めることができる手法が提案されている。そのような解法に、均衡条件を等価な方程式に置き換える再定式化法、大域的最適化の手法を MPEC に適用した手法、MPEC を組み合わせ最適化問題として捉えた分枝限定法などがある。しかしながら、中大規模な問題に対しては、現在のところ、実用に耐えうるアルゴリズムは構築されておらず、メタヒューリスティクスなどと組み合わせた現実的な解法が求められている。

文献 : Z.Q. Luo, J.S. Pang and D. Ralph, Mathematical Programs with Equilibrium Constraints, Cambridge University Press, Cambridge, 1996

(京都大学 大学院情報学研究科 山下 信雄)