

予測誤差の幾何学的関係による非定常性の特徴分類

正員 木 竜 徹[†] 正員 飯島 泰蔵^{††}

Classification for the Characteristics of Non-Stationarity by the Geometrical Relation of Prediction Error Vectors

Tohru KIRYU[†] and Taizo IJIMA^{††}, Members

あらまし 信号生成過程が時間とともに変化する場合、観測される信号は非定常となる。本論文は、この信号生成過程の時変性をARモデルの極の移動によるものと仮定し、予測誤差の幾何学的関係から、この極移動の特徴を分類する方法について述べている。具体的には、 i 次の前向き予測誤差ベクトルと、 $i-1$ 次の後向き予測誤差ベクトル相互の直交性（誤差次数直交性；FBEO）による、非定常解析法を提案している。FBEOでは、同様な特徴を示す後向き予測誤差空間よりも、数少ないパラメータで非定常性の特徴を容易に判断できる。ここで定常性からのズレを含む予測誤差は、定常区間で設計した標準パターンを用いて、任意の有限長区間の観測信号に対して求められる。本研究では、極移動モデルを極周波数（円周方向）、帯域（半径方向）および次数減少（極が原点に落ち込む）とした。これらをFBEOで解析したところ、予測誤差ベクトルの直交性は帯域および次数減少で、極端にくずれる性質を示した。さらにFBEOの実験結果から、二、三の非定常性の特徴分類パラメータを考案した。これら特徴分類パラメータで筋電図を解析した結果、ダイナミックな筋活動を推定することができた。

1. ま え が き

観測信号の統計的性質が時間につれてダイナミックに変化する場合、信号は非定常となる。非定常性の原因には、信号の物理的性質により種々の要因が考えられるが、従来対象となった非定常信号は、信号生成過程の時変性や入力信号がインパルス状であった場合に現われている。

非定常信号が重要と考えられる例としては脳波、筋電図等の生体信号および地震波、経済指標の動向等がある。これらの場合、入力信号と信号生成過程は未知であり、一般に非定常性は白色雑音を入力信号と仮定したモデルの、パラメータの時変性から評価されている⁽¹⁾。しかし非定常性の特徴が不明な場合には、仮定した時変性パラメータに関して、物理的意味づけが十分とは言えない場面が多い。以上は、システム同定問題からの考え方である。

一方、ダイナミカルシステムの故障検出のように、既知システムの非定常区間検出のみに、重点が置かれる場合もある⁽²⁾。これらは、信号を確率過程と考えた

統計的処理から非定常性を検出する問題であり、予測誤差の二乗値や白色性の検定が、評価に使われている。

本研究は、システム同定と検出の中間的な立場で、生体信号のような未知システムをパターン分類的に処理し、その非定常性の特徴分類しようとするものである。そこで生体信号の分析結果^{(3),(4)}をふまえ、自己回帰（AR）モデルの極の移動で、非定常性の特徴をモデル化して考える。この時 z 平面上の極の配置は、パワースペクトルのピークに直接関係する。観測信号の特徴がこの極配置で決定される場合、その非定常性は極が時間につれて移動するモデルで、説明づけられることになる。

本論文では、非定常性の特徴を極の円周方向（極周波数の変化）と、半径方向（極帯域とモデル次数の変化）の移動によるものとする。この非定常性を分類するにあたり、観測信号に含まれる定常区間において最小二乗推定で標準パターンを設計し、標準パターンと任意の有限長区間との相違を、予測誤差の幾何学的関係から特徴づける方法を提案する。具体的には、後向き予測誤差空間⁽⁵⁾と同様に、モデルを最小二乗推定したときに互いに直交する、 i 次の前向き予測誤差ベクトルと、 $i-1$ 次の後向き予測誤差ベクトルとの関係に注目した。すなわち、任意の区間の信号を時間不変な標準フィルタ（標準パターンと同義）に入力し、その出力となる予測誤差ベクトル相互の直交の程度を、

[†]新潟大学工学部情報工学科, 新潟市
Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi,
950-21 Japan

^{††}東京工業大学工学部情報工学科, 東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology,
Tokyo, 152 Japan

非定常性の特徴を表わす指標と考えた。

その結果、合成波形によるシミュレーション実験では、上述2種類の極移動をある程度分類することができた。さらに、非定常な筋電図を解析した結果、ダイナミックに筋活動が変化する区間を、生理的にも興味あると考えられる、次数変化区間として評価することができた。

本解析法は、非定常性を特徴分類した後、より高度な解析を進めていく上で、十分な情報を与えてくれるものとする。

2 標準パターンによる予測誤差エネルギーの性質

非定常解析では、一般に観測データを有限長区間（フレーム長）の連続とし、これを時間軸方向に連続的にシフト（ステップ長）して処理する。この解析法には、以下に示す二通りの方法が考えられる。

① 有限長区間毎にモデルのパラメータを求め、その経時変化を評価する（区間パラメータ法とする）。

② 時間不変な標準フィルタを定常区間で設計し、このフィルタで求めた任意の有限長区間の予測誤差の特徴から、非定常性を評価する（標準予測誤差法とする）。

標準予測誤差法の考え方は、パターン認識でのカテゴリ分類と同類である。前回報告した後向き予測誤差空間もこの方法の一つであるが、本論文では3で標準予測誤差法の新たな評価法を提案する。

2.1 非定常解析の準備

いま、等間隔周期でサンプリングされた、観測信号の時系列データを考える。ここで p 次の AR (p) モデルを、 n 時点の線形予測式で表わすと、 $\{\alpha_i^{(p)}\}$ を前向き線形予測係数 (LPC) として、

$$f_n^{(p)} = s_n - \sum_{i=1}^p s_{n-i} \alpha_i^{(p)} \quad (1)$$

となる。ただし、 s_n は n 時点の観測信号値、 $f_n^{(p)}$ は n 時点での p 次の前向き予測誤差である。いま式(1)を、 $N+1$ 個の信号値 (s_0, \dots, s_N) からなる任意の区間の観測信号 s_0 にあてはめ、ベクトル ($f_0^{(p)}, s_0; (N+1) \times 1, \alpha^{(p)}; p \times 1$) と行列 ($H_{1,p}; (N+1) \times p$) で表わすと

$$f_0^{(p)} = s_0 - H_{1,p} \alpha^{(p)} \quad (2)$$

となる。ここで表記等の詳しい説明は文献(5)を参照されたい。式(2)では $H_{1,p}$ は、 $s_i^T = (0, \dots, 0, s_0, \dots, s_{N-i})$ を列ベクトルとする、Hilbert空間

$$H_{1,p} = (s_{-1}, \dots, s_{-p}) \quad (3)$$

である。したがって推定値 $H_{1,p} \alpha^{(p)}$ は、 $H_{1,p}$ の列ベクトルが張る部分空間 $S(H_{1,p})$ 内に存在する。後向き予測の場合の式(1), (2)は、同じ $H_{1,p}$ を用いて

$$b_{n-1}^{(p)} = s_{n-(p+1)} - \sum_{i=1}^p s_{n-i} \beta_i^{(p)} \quad (4)$$

$$b_{-1}^{(p)} = s_{-(p+1)} - H_{1,p} \beta^{(p)} \quad (5)$$

となる。ただし、 $b_{-1}^{(p)}$ は p 次の後向き予測誤差ベクトル、 $\beta^{(p)}$ は後向き LPC である。

ここで、AR (p) モデルを決定する最適な $\alpha^{(p)}$ は、一般に予測誤差エネルギー $\|f_0^{(p)}\|^2$ に対する最小二乗推定により、次の正規方程式

$$(H_{1,p}^T H_{1,p}) \alpha^{(p)} = H_{1,p}^T s_0 \quad (6)$$

を解いて求められる。また、 $\beta^{(p)}$ の場合の正規方程式は次のようになる。

$$(H_{1,p}^T H_{1,p}) \beta^{(p)} = H_{1,p}^T s_{-(p+1)} \quad (7)$$

この時、式(6), (7)で求めた $\alpha^{(p)}, \beta^{(p)}$ に対して、式(2), (5)の $f_0^{(p)}, b_{-1}^{(p)}$ と $S(H_{1,p})$ とには、次の幾何学的直交関係が成立する。

$$f_0^{(p)} \perp S(H_{1,p}), \quad b_{-1}^{(p)} \perp S(H_{1,p}) \quad (8)$$

この直交関係と最小二乗推定とが、必要十分条件の関係にあることは、既に知られている。

パラメータを $\alpha^{(p)}, \beta^{(p)}$ とした時の区間パラメータ法では、この正規方程式を区間毎に順次解く必要がある。定常区間では、式(6), (7)に高速アルゴリズムが存在するが、非定常区間では、これらを正規方程式の行列演算で直接解くことになる。これに対し、標準予測誤差法は比較的演算が容易となる。すなわち、定常区間での標準フィルタのパラメータとして、例えば $\alpha_s^{(p)}$ をあらかじめ設計しておき、次にこの $\alpha_s^{(p)}$ で式(2)から任意の区間の予測誤差ベクトルを求め、標準パターンとの関係性を評価するだけでよい。以下、標準フィルタにより求められたベクトルには、添字 s をつけて表わすことにする。

2.2 $\|f_{0,s}^{(p)}\|^2$ による評価

区間毎に式(6)で求めた $\alpha^{(p)}$ による最適な $f_0^{(p)}$ は、AR (p) モデルの入力信号となる。 $f_{0,s}^{(p)}$ のこの性質から、 $\|f_{0,s}^{(p)}\|^2$ がインパルス入力時点の推定に利用されている。 $f_{0,s}^{(p)}$ を用いた非定常解析には、他に統計的検定による $f_{0,s}^{(p)}$ の白色性や区間内最適な $f_0^{(p)}$ との対数尤度比によるカテゴリ分類などが報告されている⁽⁴⁾。

$\|f_{0,s}^{(p)}\|^2$ の性質をさらに検討する。いま、標準フィルタを通して求めた任意の区間の $f_{0,s}^{(p)}$ は

$$f_{0,s}^{(p)} = f_0^{(p)} + H_{1,p} (\alpha^{(p)} - \alpha_s^{(p)}) \quad (9)$$

$$\equiv f_0^{(p)} + \delta^{(p)} \quad (10)$$

となり、最適 LPC $\alpha^{(p)}$ からのズレの成分 $\delta^{(p)}$ が存在する。ここで、 $\delta^{(p)} \in S(H_{1,p})$ であるから、 $\delta^{(p)}$ は $f_{0,s}^{(p)}$ の $S(H_{1,p})$ 上への正射影成分となる。式(8), (10)より、 $\|f_{0,s}^{(p)}\|$ を求めると

$$\|f_{0,s}^{(p)}\|^2 = \|f_0^{(p)}\|^2 + \|\delta^{(p)}\|^2 \quad (11)$$

となる。すなわち、 $\|f_{0,s}^{(p)}\|^2$ により入力信号エネルギーの他に、標準パターン(標準フィルタと同義)からのズレの影響を評価することができる。

また、 $f_0^{(i)}$ には $f_0^{(i-1)}$, $b_{-1}^{(i-1)}$ との間に、 i 次の前向き反射係数を $K_f^{(i)} (= \alpha^{(i)})$ として

$$f_0^{(i)} = f_0^{(i-1)} + K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)} \quad (12)$$

$$i = 1, \dots, p$$

が成立する。式(12)は予測誤差から $K_f^{(i)}$ を求める際の幾何学的な定義式である。式(12)の再帰式を $f_0^{(0)} = s_0$ まで展開すると、 $f_0^{(p)}$ は

$$f_0^{(p)} = s_0 + \sum_{i=1}^p K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)} \quad (13)$$

となる。いま、Burg 法で標準フィルタの $K_s^{(i)}$ を設計し、さらにステップアップ過程による $\{\alpha_s^{(i)}\}$ から、任意の区間での $\{f_{0,s}^{(i)}\}$ を求めたとする。この時、式(12)のような関係で、 $f_{0,s}^{(i)}$, $f_{0,s}^{(i-1)}$, $K_s^{(i)}$ から求まる後向き予測誤差ベクトル相当量を $b_{-1,s}^{(i-1)}$ とすれば

$$k_s^{(p)T} = (K_s^{(1)}, \dots, K_s^{(p)}) \quad (14)$$

$$B_s^{(p)} = (b_{-1,s}^{(0)}, \dots, b_{-1,s}^{(p-1)}) \quad (15)$$

として、 $f_{0,s}^{(p)}$ は

$$f_{0,s}^{(p)} = s_0 + B_s^{(p)} k_s^{(p)} \quad (16)$$

のように定式化される。ただし、 $B_s^{(p)}$ は $k_s^{(p)}$ から $\{f_{0,s}^{(i)}\}$ を経由して求めた $\{b_{-1,s}^{(i)}\}$ の行列であり、式(7)を解いて得られる $\{\rho_s^{(i)}\}$ によるものではない。この時、 $\|f_{0,s}^{(p)}\|^2$ は

$$\|f_{0,s}^{(p)}\|^2 = \|s_0\|^2 + 2s_0^T B_s^{(p)} k_s^{(p)} + k_s^{(p)T} B_s^{(p)T} B_s^{(p)} k_s^{(p)} \quad (17)$$

であり、右辺第3項の $B_s^{(p)T} B_s^{(p)}$ は、前回報告した後向き予測誤差空間 (BPES)⁽⁵⁾ に相当する。したがって、次数変化の影響も受ける。

式(11), (17)より $\|f_{0,s}^{(i)}\|^2$ には、非定常性の幾つかの性質が複合されていることがわかる。また、閾値の設定など物理的な意味での評価基準も明確でない。

2.3 前向き・後向き予測誤差エネルギーの関係

前回の報告により、区間内で最適な $K_f^{(i)}$ が決定された時に、 $K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)}$ は $f_0^{(i-1)}$ の $S(H_{1,i})$ 上への正射影成分(したがって、 $b_{-1}^{(i-1)} \in S(H_{1,i})$)となる。この時、

式(12)から前向き・後向き予測誤差エネルギーの再帰式は

$$\|f_0^{(i)}\|^2 = \|f_0^{(i-1)}\|^2 - K_f^{(i)2} \|b_{-1}^{(i-1)}\|^2 \quad (18)$$

となる。いま、前向き・後向き予測誤差のエネルギー比率 $\eta^{(i)}$ を、 $i = 1, \dots, p$ で

$$\eta^{(i)} = \|b_{-1}^{(i)}\|^2 / \|f_0^{(i)}\|^2 \quad (19)$$

と定義する。ここで定常区間であれば $\eta^{(i)}$ の期待値は1となるが、一般に有限長区間では非定常性を考慮して、式(18)を

$$\|f_0^{(i)}\|^2 = \|f_0^{(i-1)}\|^2 (1 - K_f^{(i)2} \eta^{(i-1)}) \quad (20)$$

と表わした方がよい。式(20)は、有限長区間における予測誤差エネルギー再帰式の一般形である。

$\|f_{0,s}^{(i)}\|^2$ に対しても同様に展開すると

$$\|f_{0,s}^{(i)}\|^2 = \|f_{0,s}^{(i-1)}\|^2 (1 + K_s^{(i)2} \eta_s^{(i-1)} - 2K_s^{(i)} f_{0,s}^{(i-1)T} b_{-1,s}^{(i-1)} / \|f_{0,s}^{(i-1)}\|^2) \quad (21)$$

となる。そこで、このような $\eta_s^{(i)}$ の特徴から、非定常性の検出を試みたが、インパルス入力時点でのみ変化し、 $\|f_{0,s}^{(i)}\|^2$ 以上の情報は得られなかった。

3. 誤差次数直交性 (FBEO)

標準予測誤差法の一つとして、前向き・後向き予測誤差ベクトルの幾何学的関係に基づいた、誤差次数直交性 (FBEO; geometrical orthogonal relations of Forward-Backward prediction Error vectors in each Order) を提案する。

3.1 $\{J_{FBED}^{(j)}\}$

3.1.1 定義

有限長区間で LPC を最小二乗推定した場合、各ベクトルに対する幾何学的関係をまとめると、 $i = 1, \dots, p$ で

$$H_{1,i} \alpha^{(i)}, \delta^{(i)}, K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)} \begin{cases} \in S(H_{1,i}) \\ \perp f_0^{(i)} \end{cases} \quad (22)$$

$$(23)$$

となる。図1では、 p 次元での関係を太線で示す。ま

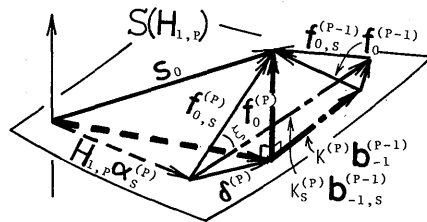


図1 最小二乗推定時の幾何学的関係と標準パターンからのズレ $\delta^{(p)}$

Fig.1 Geometrical relation at least-squares estimate and sliding $\delta^{(p)}$ from the standard pattern.

た、 $\alpha_s^{(p)}$ による標準パターンからのズレの状態も、同時に示してある。ここで $f_{0,s}^{(i)}$ 、 $b_{-1,s}^{(i-1)}$ は次式から容易に求められる。

$$f_{0,s}^{(i)} = s_0 - H_{1,i} \alpha_s^{(i)} \quad (24)$$

$$b_{-1,s}^{(i-1)} = (f_{0,s}^{(i)} - f_{0,s}^{(i-1)}) / K_s^{(i)} \quad (25)$$

これに対し、式(22)、(23)で $b_{-1}^{(i-1)}$ と同様な性質を持つ $H_{1,i} \alpha^{(i)}$ 、 $\delta^{(i)}$ の場合は、区間内で最適な $\alpha^{(i)}$ を必要とし、式(6)の行列演算を実行しなければならない。

誤差次数直交性 (FBEO) は、式(23)より、定常区間における $\{f_{0,s}^{(i)}\}$ 、 $\{b_{-1,s}^{(i-1)}\}$ 相互の直交関係に注目する考え方である。ただし、標準パターンはこの定常区間で設計されたとする。いま、任意の区間でのFBEOを評価するため、次の $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ を定義する。

$$J_{FBEO}^{(i)} = 1 - \frac{(f_{0,s}^{(i)T} b_{-1,s}^{(i-1)})^2}{\|f_{0,s}^{(i)}\|^2 \cdot \|b_{-1,s}^{(i-1)}\|^2} \quad (26)$$

$$i = 1, \dots, p$$

式(26)は、ベクトルの類似度関数を用いて定義されたパラメータである。 $J_{FBEO}^{(i)}$ は、 $0 \leq J_{FBEO}^{(i)} \leq 1$ であり、標準パターンと等しい区間で1、標準パターンからズレた区間で1より小さくなる。さらに、 $\cos^2 \varepsilon$ (図1参照) の特性を持ち、また観測信号の振幅の大小に対しては、その影響を受けない。 $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ の場合、定常区間で値の変化が少ないだけでなく、標準パターンと等しければ1になるという、明確な基準を持っている。さらに、標準パターンからのズレの特性から、各次数での非定常性を評価できる利点がある。

3.1.2 非定常性での特性

以下、 $J_{FBEO}^{(i)}$ の第2項の特性を示しておく。いま式(10)と同様に式(25)から求めた $b_{-1,s}^{(i-1)}$ を次のように考える。

$$b_{-1,s}^{(i-1)} = b_{-1}^{(i-1)} + \varepsilon^{(i-1)} \quad (27)$$

ここで、 $\varepsilon^{(i-1)}$ は $b_{-1,s}^{(i-1)}$ の $S(H_{1,i})$ 上への正射影成分である。さらに式(23)から $J_{FBEO}^{(i)}$ の第2項の分母を

$$\|f_{0,s}^{(i)}\|^2 \cdot \|b_{-1,s}^{(i-1)}\|^2 = \|f_{0,s}^{(i)}\|^2 \cdot \|b_{-1}^{(i-1)}\|^2 + \|f_{0,s}^{(i)}\|^2 \cdot \|\varepsilon^{(i-1)}\|^2 + \|b_{-1}^{(i-1)}\|^2 \cdot \|\delta^{(i)}\|^2 + \|\delta^{(i)}\|^2 \cdot \|\varepsilon^{(i-1)}\|^2 \quad (28)$$

と展開し、同様にして分子も

$$(f_{0,s}^{(i)T} b_{-1,s}^{(i-1)})^2 = \|f_{0,s}^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)}\|^2 + \|b_{-1}^{(i-1)T} \delta^{(i)}\|^2 + 2(f_{0,s}^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)})(b_{-1}^{(i-1)T} \delta^{(i)}) + 2(b_{-1}^{(i-1)T} \delta^{(i)})(\delta^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)}) + 2(f_{0,s}^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)}) \cdot (\delta^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)}) + \|\delta^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)}\|^2 \quad (29)$$

とする。ここで文献(5)の式(15)、(16)、(36)、(42)から、各ベクトルの存在する空間、直交関係にある空間を考えれば、各項の内積には直接的な直交関係はない。以下では式(28)、(29)を使用し、非定常性の特徴を同一次数での

パラメータの変化と、次数そのものの変化に大別して、 $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ の特性を検討する。

〔同一次数でのパラメータ変化〕 従来、非定常性のほとんどはこのようなパラメータの時変性を取り扱っている。同一次数の場合、標準パターンからのズレが極端に大きくなければ、 $\|\delta^{(i)}\|$ 、 $\|\varepsilon^{(i-1)}\|$ は $\|f_{0,s}^{(i)}\|$ 、 $\|b_{-1}^{(i-1)}\|$ に対して、かなり小さいと考えられる。したがって、式(28)、(29)は次のように近似できる。

$$\text{分母} \approx \|f_{0,s}^{(i)}\|^2 \cdot \|b_{-1}^{(i-1)}\|^2 + \|f_{0,s}^{(i)}\|^2 \cdot \|\varepsilon^{(i-1)}\|^2 + \|b_{-1}^{(i-1)}\|^2 \cdot \|\delta^{(i)}\|^2 \quad (30)$$

$$\text{分子} \approx 2(f_{0,s}^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)})(b_{-1}^{(i-1)T} \delta^{(i)}) + \|f_{0,s}^{(i)T} \varepsilon^{(i-1)}\|^2 + \|b_{-1}^{(i-1)T} \delta^{(i)}\|^2 \quad (31)$$

式(30)、(31)を比較すれば第2項、第3項はSchwartzの不等式の関係にある。さらに第1項では、分子にズレの成分を含むから、分子 << 分母であることがわかる。したがって、 $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ は1に近い値をとる。

〔次数変化〕 非定常過程の次数変化の重要性は、例えば生体信号の解析例(4)に現われる。一般に次数変化は、正規方程式のrank落ちとして処理されてきた。しかし、rank落ちの判断基準が明確とはいえなかった。FBEOによる解析では、標準パターンを通して直交した次数分だけ、信号生成過程の次元が存在していると考えればよく、直交性が明確な判断基準となっている。

さて、 $f_{0,s}^{(i)}$ 、 $b_{-1,s}^{(i-1)}$ は式(10)、(27)で示したように、 $f_{0,s}^{(i)}$ 、 $b_{-1}^{(i-1)}$ と直交する空間上にも成分を持つ。いま、信号生成過程の次数を q とし、標準パターンの次数を $p (> q)$ とすれば、 q 次までは〔同一次数でのパラメータ変化〕と同じことがいえる。ところが $q+1$ 次では、 $f_{0,s}^{(q+1)}$ は本来 $S(H_{1,q+1})$ と直交する成分 (AR($q+1$)モデルへの入力信号 $f_0^{(q+1)}$) をほとんど持たないことになる。そこで、 $f_0^{(q+1)} = 0$ とし、 $f_{0,s}^{(q+1)}$ のほとんどが $f_0^{(q+1)}$ になるとして、式(28)、(29)を近似すると

$$\text{分母} \approx \|b_{-1}^{(q)}\|^2 \cdot \|\delta^{(q+1)}\|^2 + \|\delta^{(q+1)}\|^2 \cdot \|\varepsilon^{(q)}\|^2 \quad (32)$$

$$\text{分子} \approx \|b_{-1}^{(q)T} \delta^{(q+1)}\|^2 + \|\delta^{(q+1)T} \varepsilon^{(q)}\|^2 + 2(b_{-1}^{(q)T} \delta^{(q+1)})(\delta^{(q+1)T} \varepsilon^{(q)}) \quad (33)$$

となる。この場合、式(30)、(31)と比較して、分母、分子は近い値となり、 $J_{FBEO}^{(q+1)}$ は0に近い値をとる。理論的には、いかなる行列変換を行なおうとも、信号生成過程の次数より上では、 $f_0^{(i)}$ と $S(H_{1,i})$ との直交関係は存在しない。この点は、この区間のパラメータを最適に選択すれば、より明確となる。

$J_{FBEO}^{(q+1)}$ の特性は、 $\|f_{0,s}^{(q+1)}\| \neq 0$ であるから、式(25)の再帰式により高次へも伝搬する。この特性は、図3の

シミュレーション実験により明らかである。しかし伝搬の形式は、極の配置や移動量と関係し、まだ十分な解は得られていない。

3.2 シミュレーション実験

ここでは、ARモデルの極移動で説明される信号生成過程の非定常性を、FBEOによって特徴分類する実験を行なった。最初、 $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ が各極移動モデルで示す特性を明らかにし、次にこの結果から、二、三の評価パラメータを提案する。

3.2.1 極移動モデルによる非定常信号

本研究では、観測信号の物理的性質が、パワースペクトルのピークで特徴づけられると考える。このピークは、ARモデルの極の配置と関係する。

いま、全極型のフィルタを $1/A(z)$ 、その極を $\{u_i, i=1, \dots, p\}$ とすると

$$A(z) = \prod_{i=1}^p (1 - u_i z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i^{(p)} z^{-i} \quad (34)$$

となる。式(34)より、極とLPCの関係には一対一の対応がある。さらに、LPCからステップダウン過程で求めた反射係数を使って、PARCOR法により波形を合成できる。したがって極の移動に対して、1ポイント毎に順次反射係数を計算すれば、それに応じた非定常信号を合成できることになる。

以下、具体的な4つの極移動モデル⁽⁴⁾を示す。

SW:F (図2(a),(b)) 単位円周上の一対の極を、円周方向(極周波数の変化)に θ (rad) $[(\theta \cdot f_s) / 2\pi$ (Hz)] だけ、一定区内で移動させた波形。ただし、 f_s (Hz) はサンプリング周波数である。

SW:B 一対の極を、半径方向(極帯域の変化)に Δr $[(|\ln \Delta r| \cdot f_s) / \pi$ (Hz)] だけ、移動させた波形。

SW:O (図3(a),(b)) 一対の極を、半径方向に原点まで移動させた波形。この場合、次数が2だけ減少することになる。

SW:RO 実軸上の極をSW:Oと同様に移動させた波形。この場合、次数は1だけ減少する。

以上の合成波形は、円周方向と半径方向の極移動に大別できる。特に、次数変化を原点との関わり合いでモデル化している点が、特徴である。次数変化は、二種類の極が一致する場合も考えられるが、急激な信号生成過程の変化を伴うので、今回は省いた。また、実際の非定常信号は、上述の現象等が混合したものと考えられる。

3.2.2 結果

図2、3は、合成波形に対するシミュレーション実

験の結果である。合成波形(図中(b))は定常 (S_1) ・非定常・定常 (S_2) の区間(総数600ポイント)からなるものとし、非定常区間を100~500ポイントの区間とした。入力信号は、 $N(0, 1)$ の白色雑音である。

ここでは、FBEOの特性を明らかにするため、SW:F、SW:Oを極移動の代表例とした。図中(a)にこの合成信号の極の移動(矢印方向)を示した。標準フィルタは、定常区間で設計したAR(5)₁である。また、分析の有限長区間を50ポイントとし、順次この区間を1ポイントずつ移動させて、 $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ の経時変化を求めた(図中(c))。なお、この分析区間の結果を中央時点て代表させたため、半区間長だけの時間のラグが、合成波形との間に生じている。

これまでのシミュレーション実験の結果、FBEOは以下の性質を持つことが明らかとなった。

① 信号生成過程の極周波数の変化(SW:F)では、 $J_{FBEO}^{(i)}$ はほとんど1に近い。しかし、極の移動量が大きくなるにつれ、いずれかの $J_{FBEO}^{(i)}$ が単独で1以下となった。

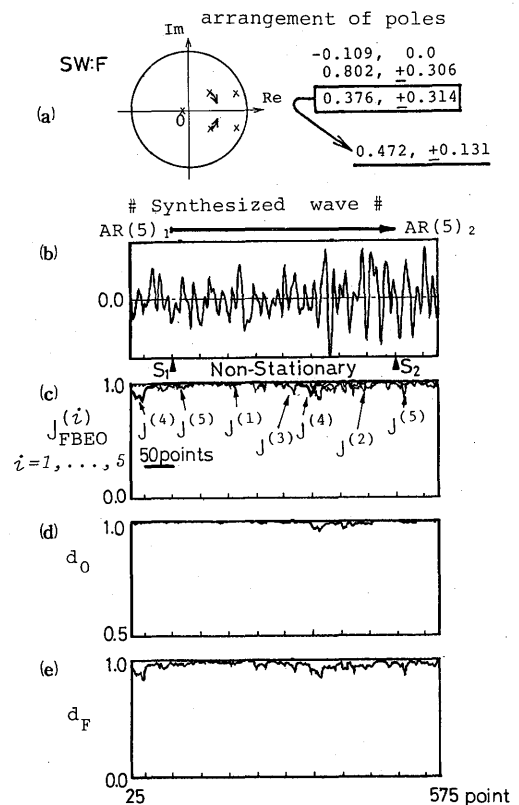


図2 SW:Fの分析結果
Fig.2 Analyzed results of SW:F.

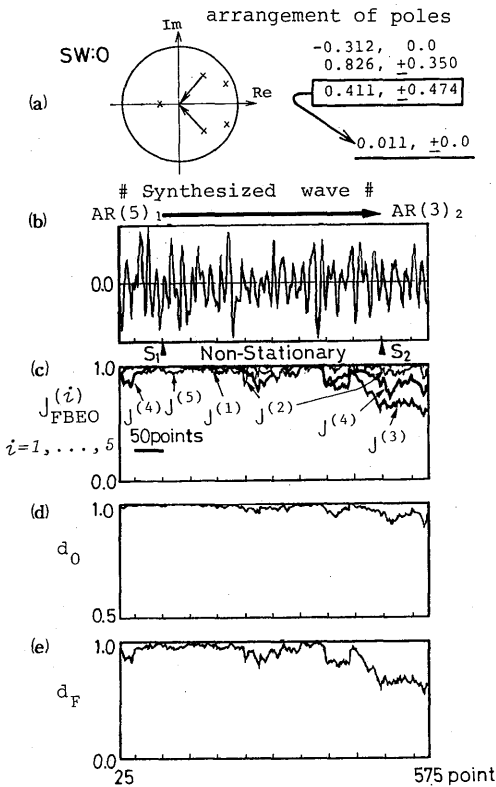


図3 SW:Oの分析結果
Fig.3 Analyzed results of SW:O.

② 信号生成過程の次数変化 (SW:O) では、最高次 ($P=5$) で標準フィルタを設計することにより、次数の減少区間 (非定常区間と $AR(3)_2$ 区間) で、 $J_{FBEO}^{(i)}$ が明らかに 0 に近づいた。すなわち、非定常区間での次数がほとんど q ($< p$) に減少した場合、 q 次までの $J_{FBEO}^{(i)}$ は 1 に近いが、 $J_{FBEO}^{(q+1)}$ では大きく減少し、 $q+1$ より高次で値が 1 に近づくものの、順序よく $J_{FBEO}^{(q+1)}$ と同様の傾向を示した (順序性)。ただし、図3では $q=3$ であるが、実根が円周からかなり離れているため、円周付近の極の強い影響をうけて、 $AR(2)$ モデルへの変化のような結果が得られている。なお極帯域変化の場合も、次数変化ほど極端ではないが、同様な傾向を示した。

3.3 評価パラメータ化

3.2.2 で明らかになった FBEO の性質を、さらに積極的に活用するため、次の二、三の評価パラメータを考案した。

① 各時刻で $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ を比較し

$$J_{FBEO}^{(l)} = \min_{i=1, \dots, p} \{J_{FBEO}^{(i)}\} \quad (35)$$

となる次数 l を求める。この l の経時変化から、具体的に次数変化の生じている次数や非定常性を評価する。

① 次数変化の評価量として

$$d_0 = 1 - |d_F - d_1| \quad (36)$$

を定義する。ただし、

$$d_1 = 1 - \frac{1}{p-1} \sum_{i=1}^p |J_{FBEO}^{(i)} - J_{FBEO}^{(l)}| \quad (37)$$

$$d_F = 1 - \max_{i=1, \dots, p-1} \{|J_{FBEO}^{(i+1)} - J_{FBEO}^{(i)}|\} \quad (38)$$

とする。ここで、 $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ の性質より SW:F では、 $d_F \approx d_1$ となるため、 d_0 は 1 となり、次数変化の生じている区間でのみ、 d_0 が 1 より小さくなることが期待される。

② d_F は、いずれかの $J_{FBEO}^{(i)}$ が単独で 1 より小となる区間 (例えば、図2で 25~50 point の $J_{FBEO}^{(4)}$) や、次数変化で $\{J_{FBEO}^{(i)}\}$ 相互の変化量が大きい区間を表わす。 d_F は d_0 と似た波形となるが、 d_0 に現れなかった SW:F の非定常性でも、 d_F には現われている。

d_0, d_F は、3.2.2 ①, ② の特徴 (単独と順序性) を分けるために、実験結果より考案されたパラメータである。

d_0, d_F の結果は、図中(d), (e)に表わされている。この結果から、上述の d_0, d_F が、非定常性の特徴分類や非定常区間の推定に、有効であることがわかる。

さらに、次数変化の判定をより明確にするため、標準パターンの極位置 $\tau e^{j\theta}$ を $\sqrt{\tau} e^{j\theta}$ で設計する方法を試みた。その結果、ある程度 d_0 による評価がしやすくなった (4.参照)。

4. 筋電図の分析結果

ダイナミックに筋活動様式が変化した時の筋電図を、FBEOで分析した。ここで筋電図は、前回の報告と同様な手法で、咀嚼筋 (咬筋) から得られた表面筋電図である。FBEOによる分析は、シミュレーション実験と同様に行なった。ただし、標準パターンは trigger 時刻を 0 ms として 50~80 ms の区間に対し、極位置を $\sqrt{\tau} e^{j\theta}$ で設計した。

図4は、一定咬みしめ状態 (定常区間) でオトガイ部をタップした後、10数msの潜時をもって現われた Silent Period (非定常区間。以下、SP) の分析結果である。前回の BPES と同様の傾向が、FBEOに現われている。すなわち、SP区間での $J_{FBEO}^{(2)}$ の値から、SPでの次数は 1 であり、SP後半から十分な筋活動に向けて、 $J_{FBEO}^{(2)}, J_{FBEO}^{(3)}$ が順に 1 に近づいて、筋活動の

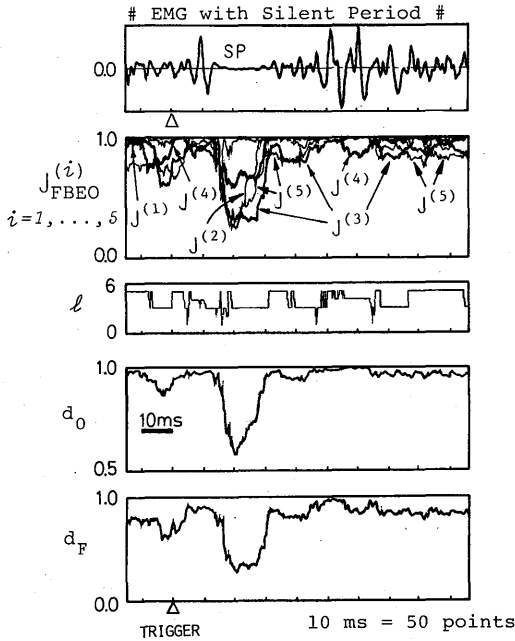


図4 Silent Periodの分析結果
Fig.4 Analyzed results of EMG with Silent Period.

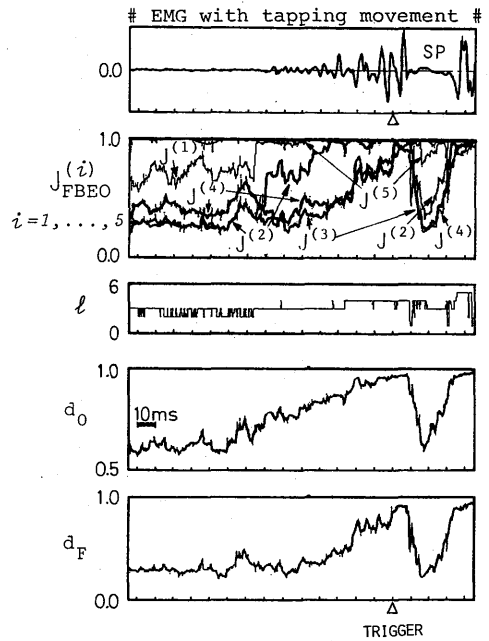


図5 タッピング運動開始時の分析結果
Fig.5 Analyzed results of EMG during tapping movement.

次数が増加していく様子がわかる。このような特徴は、 d_0 で明らかである。また、SP前後の筋活動で $J_{FBEO}^{(4)}$ 、 $J_{FBEO}^{(5)}$ が1より小となるが、 d_0 、 d_F の比較から、次数変化以外の非正常性と考えられる。

図5は、急速開閉口(タッピング)運動時の筋電図を、分析した結果である。SP後半ほど急峻ではないが、タッピング運動の開始に向けて、筋活動が徐々に発生していく様子がわかる。この現象は、 $J_{FBEO}^{(1)}$ が筋活動の開始点で1に近づき、この時点から約40ms後に $J_{FBEO}^{(2)}$ 、約70ms後に $J_{FBEO}^{(3)}$ 、 $J_{FBEO}^{(4)}$ が1に近づくことから、明らかである。このような次数の変化は、式(35)で定義した l の経時変化で簡単に判断することができる。また、 d_0 の結果から、SP区間と同様に、タッピング運動の開始区間は、次数変化が生じていることがわかる。

ARモデルの次数は、共振系の数や1次フィルタの数に関係する。一方、神経筋群の活動は共振系に近いと考えられるから、図4、5の次数増加は、神経筋群のリクルートメント⁽⁶⁾に相当すると思われる。これは、FBEOによる非正常解析が示す、物理的側面の一例である。

5. FBEOの問題点

本論文で提案したFBEOは、観測信号モデルの最小二乗推定を基本的な理論とする。したがって、FBEOは定常区間での幾何学的直交性という明確な基準があり、さらに従来あまり論じられていなかった、次数変化の非正常性に特徴的な性質を示した。この理由は、同一次数でのパラメータ変化がいわゆる同型写像の範囲であるのに対し、次数変化は各次元での直交関係を極端にくずすからと考えられる。

BPESとFBEOの関係は、式(16)で p を i とし、 $b_{-1,s}^{(i-1)}$ との内積を両辺で求めて

$$f_{0,s}^{(i)} \mathbf{b}_{-1,s}^{(i-1)} = s_0^T \mathbf{b}_{-1,s}^{(i-1)} + \mathbf{k}_s^{(p)T} \mathbf{B}_s^{(p)T} \mathbf{b}_{-1,s}^{(i-1)} \quad (39)$$

から類推できる。式(39)は左辺に $J_{FBEO}^{(i)}$ の分子、右辺第2項にBPESの一部を含む。そのため次数変化でのFBEOの特性は、BPESと似た性質を示したと推察される。

このようにFBEOは、BPESにくらべ間接的な非正常解析法であり、この影響で非正常性でのふるまいが明確さに欠けるところがある。特に極の移動の場合には、極とLPCが非線形な関係にあり、シミュレーション実験を通して、極の移動量に対するFBEOの変

化量を、明確にする必要がある。

6. む す び

観測信号をモデル化したシステムが安定性を保つのは、定常区間のみであり、非定常区間では多様な変化を示す。したがって、その非定常性の特徴をあらかじめ求めることは、確実な非定常解析を望む場合に、不可欠であると考えられる。特に、生体信号等物理的なシステムが不明な場合はなおさらである。

本論文では、標準予測誤差法の一つとして、新たに誤差次数直交性 (FBEO) を提案し、これを同一次数でのモデルのパラメータ変化と、次数変化に大別される非定常性の特徴分類に、活用した。具体的な類似度関数によるFBEOのパラメータ $\{J_{\text{FBEO}}^{(i)}\}$ は、BPESより少ない数のパラメータで、非定常性を評価できる利点がある。特に次数変化では、順序性のある特性を示し、他の非定常性と明らかに異なる。さらにシミュレーション実験の結果より、 $\{J_{\text{FBEO}}^{(i)}\}$ の関数として新たに二、三の評価パラメータを考案した。これらを筋活動のリクルートメントが現われている区間に適用した結果、次数変化として、明らかにそのような現象をとらえることができた。

本論文では、非定常性の特徴を全極型モデルの極移動で説明づけているが、これと $\{J_{\text{FBEO}}^{(i)}\}$ の関係は十分に説明されたとは言えない。しかし、前向き・後向き予測誤差の直交性に注目したFBEOは、最小二乗推定の幾何学的関係を基本的な理論とし、また計算量が少なくて済む。したがって、非定常時の特徴が問題となる分野への応用が期待されると考える。

文 献

- (1) 宮永, 三木, 永井, 羽鳥: “時変ARMAパラメータの適応的同時推定”, 信学論(D), J64-D, 4, pp. 308-315 (昭56-04).
- (2) 中溝, 秋月, 添田: “システムの統計的故障検知法”, 計測と制御, 18, pp. 471-480 (1979).
- (3) 木竜, 斉藤, 山鹿, 石岡: “非定常解析による筋活動様式の推定”, 医用電子と生体工学, 22 (特別号), pp. 384-385 (1984).
- (4) 木竜, 飯島: “非定常生体信号の特徴分類法”, 信学技報, PRL84-12 (1984-12).
- (5) 木竜, 飯島: “後向き予測誤差空間による非定常解析”, 信学論(A), J67-A, 8, pp. 767-774 (昭59-08).
- (6) 吉田, 彼末, 赤沢, 藤井: “集合筋電位処理による運動単位数の推定”, 医用電子と生体工学, 19, pp. 187-194 (1981).
(昭和59年7月3日受付, 11月7日再受付)