

デジタル位同期系を用いた スタッフジッタの抑圧

正 員 小川 恭孝[†] 正 員 仙石 正和[†]
正 員 松本 正[†]

Stuffing Jitter Suppression Using a Digital Phase-Locked Loop

Yasutaka OGAWA[†], Masakazu SENGOKU[†] and
Tadashi MATSUMOTO[†], *Regular Members*

あらまし 本論文では、スタッフ多重変換系のジッタ抑圧装置として、デジタル位同期系を用いることについて報告している。まず初めに、スタッフジッタ抑圧装置に適したデジタル位同期系の構成について述べ、その同期引込み周波数範囲を求めている。次に、デジタル位同期系の出力位相が入力位相にこう配過負荷しない場合について、出力ジッタを時間関数として表し、その $p-p$ 値の上限と交流電力値を理論的に計算している。更に、出力位相が入力位相にこう配過負荷する場合について、計算機シミュレーションを行い、得られた数値結果をもとに、スタッフ率とジッタ抑圧特性との関係、および、デジタル位同期系のパラメータとジッタ抑圧効果との関係について考察している。最後に、本論文で提案したデジタル位同期系が、これまで用いられてきたリニア位同期系との互換性に富んでいることを論じている。

1. まえがき

スタッフ同期方式は、信頼度の高いデジタルハイアラキを容易に構成できる、極めて有効な同期技術である。しかし、その反面、この同期方式に特有なスタッフジッタを平滑するため、ジッタ抑圧装置が必要であり、大規模なデジタル通信網において、その数は膨大なものとなる。その結果、経済性に富み、調整の容易なジッタ抑圧装置が不可欠である。PCM 通信系における多くの装置がデジタル化されつつある一般的傾向にもかかわらず、スタッフジッタ抑圧装置については、電圧制御発振器(VCO)を含むアナログ回路(リニア位同期系)を用いることが、これまで一般的であった⁽¹⁾。

本論文では、スタッフジッタ抑圧装置としてデジタル位同期系^{(3)~(5)}(以後DPLLと略す)を用いる

ことについて報告している。DPLLは発振周波数固定のパルス発振器と論理回路によって構成されているため、デジタルIC化が可能であり、信頼性の高い回路を容易に製作することができる。又、DPLLはリニア位同期系(LPPLLと略す)に比べ、調整はるかに簡単である。更に、発振器を始め、回路の一部を複数のチャンネル間で共有できるため、経済的である。このようにDPLLはLPPLLに見られない多くの利点を持っている。

しかしながら、スタッフジッタ抑圧装置のデジタル化については、畔柳が量子化レートディスタッフ方式⁽²⁾を提案している以外には報告例がなく、この方式も量子化雑音が大きいため、良好なジッタ抑圧効果は期待できない。又、スタッフジッタに対する、特性の定量的考察も行われていない。

このような状況からDPLLを用いたスタッフジッタの抑圧については、これまで、ほとんど研究されていなかったといえる。

本論文においては、まず初めに、スタッフジッタ抑圧装置に適したDPLLの提案を行い、次に理論的考察

[†]北海道大学工学部電子工学科, 札幌市
Faculty of Engineering, the University of Hokkaido, Sapporo-shi, 060 Japan
論文番号: 昭 52-316[B-77]

と計算機シミュレーションにより、スタッフジッタの抑圧特性を求めている。その結果、DPLLのパラメータとスタッフ率を適当な値に定めることにより、ジッタは十分、抑圧されることが分かった。更に、重要な点として、スタッフ率と出力ジッタの関係から、DPLLはLPLLとの互換性に富んでいることが明らかになった。

2 系の構成

図1にスタッフジッタ抑圧用DPLLの構成を示す。ディスタッフイング(図1のdest.)直後のパルス(図1のC)と、それに対応するDPLL出力パルスとの位相比较を行い、

- (i) 出力が入力より遅れているとき、可逆カウンタに1を加算する。
- (ii) 出力が入力よりΔタイムスロット以上進んでいるとき、可逆カウンタから1を引算する。
- (iii) 入出力の位相状態が上記の(i), (ii)以外のとき、可逆カウンタの状態を変化させない。

(スタッフ可能時点の情報を伝達するSパルスを監視することにより、位相比较すべき入力パルス(図1のC)の検出が可能である。)

可逆カウンタは内部状態がN(又は-N)になったとき、Δ移相器に制御パルスを送り、出力パルスをΔタイムスロット進め(遅らせ)0にリセットされる。このように、フィードバックループを通して行われる

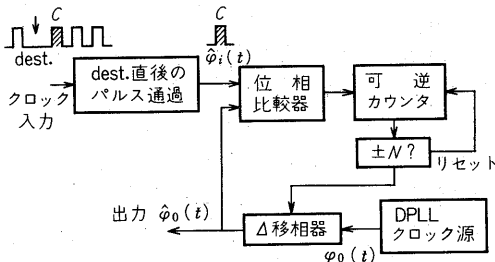


図1 系の構成
Fig.1-Configuration of the system.

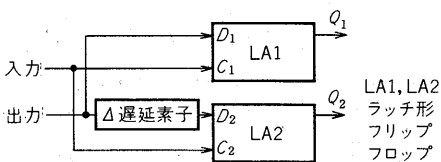


図2 位相比较器
Fig.2-Phase detector.

位相制御により、出力位相は入力位相に同期する。

Δ移相器は、これまで報告されているもの^{(3)~(5)}のほかに、シフトレジスタ、又は、リングカウンタを用いて、各タップごとにΔタイムスロットずつ位相のずれた、多相のパルス列を発生し、出力を取出すタップ位置を切替えることによっても実現できる。

一方、位相比较器は図2に示したように、2個のラッチ形フリップフロップによって構成できる。つまり、入・出力パルスをラッチLA1に加え、入力パルスの立下がり時刻における、出力パルスの状態を出力Q₁に取出すことにより、両パルスの進み/遅れが判定できる。又、出力をΔタイムスロット遅延させたパルスと、入力パルスを別のラッチLA2に加え、その出力Q₂を観測することによって、出力が入力よりΔタイムスロット以上、進んでいるか否かの判定が可能である。

3 DPLLの同期引込み周波数範囲

図1で示したDPLLの同期引込み周波数範囲の上限、下限を求める。初めに、必要となる記号を以下のよう

f_0 : DPLLクロック源の周波数

f_f : フレーム周波数

f_h, f_l : DPLL同期引込み周波数範囲の上限、および、下限

p_{max} : 1秒間当りに、Δ移相器を通して行うことのできる最大の位相制御量

(単位を1タイムスロットとする)

S_r : スタッフ率

すべての位相比较時点において、出力位相が入力より遅れていると判定しているときのDPLL出力周波数が f_h であるから

$$f_h = f_0 + p_{max} \quad (1)$$

同じく

$$f_l = f_0 - p_{max} \quad (2)$$

が得られる。このDPLLは平均 $1/S_r$ フレームに1回の位相比较が行われるから、 N/S_r フレームごとにΔタイムスロットの位相制御が可能である。フレーム周波数が f_f であるから

$$p_{max} = \frac{\Delta f_f S_r}{N} \quad (3)$$

以上の結果から

$$f_h = f_0 + \frac{\Delta f_f S_r}{N} \quad (4)$$

$$f'_i = f'_0 - \frac{\Delta f_f S_r}{N} \quad (5)$$

が求められる。

4 スタッフジッタの抑圧特性

本章では、DPLLによるスタッフジッタ抑圧特性について述べる。図1に示したDPLLでは位相比較の行われる間隔はフレーム周期の整数倍であるため、フレームごとに繰返す周期的な入力ジッタは固定遅延に関係するのみであり、出力特性を悪化させない。フレーム長固定形のフレーム構成の場合、高次群フレーム同期用のFパルス、スタッフ可能時点における情報を伝えるSパルス、対局警報用のAパルスその入によるジッタは、フレーム周波数で繰返されるため、DPLLの出力側に悪影響を与えない。この理由により、これらサービス符号によるジッタについては考慮しなくてよい。

4.1 こう配過負荷しない場合についての考察

本節では、可逆カウンタを含まないDPLLについて(図1で $N=1$ の場合に相当する)出力が入力にこう配過負荷しない場合の出力ジッタを解析的に求め、その数値計算結果に対する考察を行う。初めに、本節で必要となる記号の定義を行う。以下の議論において、周波数および時間はすべて、フレーム周波数、フレーム周期で正規化されている。又、位相の単位を1タイムスロットとする(入力側のクロックとDPLLクロック源は、ほぼ等しい周期を持っているので、位相の単位とすべきクロックとしては適宜、計算しやすい方を選び、特に位相の換算を行っていない。)

f_i : DPLL入力周波数(低次群クロックの周波数)

f_0 : DPLLクロック源の周波数

$\hat{\phi}_i(t)$: DPLL入力位相

$\hat{\phi}_0(t)$: DPLL出力位相

$\phi_0(t)$: DPLLクロック源の出力位相

$\varphi_i(t)$: DPLL入力の規單位相(低次群クロックの位相)

$\theta_i(t)$: DPLLへの入力ジッタ

$$\theta_i(t) = \hat{\phi}_i(t) - \varphi_i(t) \quad (6)$$

考察しているDPLLは、ディスタッフィングの行われた直後のパルスと位相比較しているため、 $\theta_i(t)$ はスタッフジッタの1次低周波成分である⁽⁷⁾。その結果

$$0 \leq \theta_i(t) < S_r \quad (7)$$

$\phi_0(t)$: DPLL出力ジッタ

$$\phi_0(t) = \hat{\phi}_0(t) - \varphi_0(t) \quad (8)$$

$\phi_d(t)$: DPLLの入出力位相の差

$$\phi_d(t) = \hat{\phi}_0(t) - \hat{\phi}_i(t) \quad (9)$$

ε : 低次群クロックとDPLLクロック源の周波数差

$$\varepsilon = f_i - f_0 = \dot{\hat{\phi}}_i(t) - \dot{\hat{\phi}}_0(t) \quad (10)$$

$\tau(t)^-$: t に最も近くで行われた位相比較時点

$$\tau(t)^- \leq t \quad (11)$$

スタッフニングが行われた時刻として、スタッフパルスと、その直後のパルスとの境界の時刻をとり、DPLLの位相比較もこの時刻で行われていると考えても理論上、全く問題はない。そのため、 $\tau(t)^-$ は t に最も近くで行われたスタッフニング時刻でもある。

$\tau(t)^+$: 出力位相の変化可能時点

$\tau(t)^-$ における位相比較の結果、出力に Δ タイムスロットの位相制御が行われる場合には、時刻 $\tau(t)^+$ において出力位相が変化する。ここで、解析を進めるうえでの便宜上

$$\tau(t)^+ = \tau(t)^- \quad (12)$$

と置く。実際の回路でも、 $\tau(t)^+$ と $\tau(t)^-$ は、ほぼ、等しい値をとるので、式(12)を仮定し理論計算を行ってよい。

$n(t)$: 初期時刻から、時刻 t までの間に行われた位相制御回数の代数和。初期時刻において0をとり

・出力位相を Δ 進めるとき、その時刻直前の $n(t)$ に1を加算する。

・出力位相を Δ 遅らせるとき、その時刻直前の $n(t)$ から1を引算する。

初期時刻として $\tau(0)^+$ を選び、以後、 $\tau(0)^+ \leq t$ について考察する。スタッフニングが行われる間隔は $[1/S_r]$ 、又は、 $[1/S_r + 1]$ フレームであることと⁽⁷⁾、式(11)、(12)より

$$- [1/S_r + 1] < \tau(0)^+ \leq 0 \quad (13)$$

ここで $[\cdot]$ はガウス記号を表す。

式を簡単にするため、 $\varphi_0(t)$ の初期位相は $\hat{\phi}_0(t)$ のそれと等しいと定義する。すなわち

$$\varphi_0(\tau(0)^+) = \hat{\phi}_0(\tau(0)^+) \quad (14)$$

その結果、次式が成立する。

$$\hat{\phi}_0(t) = \varphi_0(t) + \Delta n(t) \quad (15)$$

可逆カウンタを含まないDPLLの動作を要約すると次のようになる。

ディスタッフィングの行われた直後のパルス(図1のC、位相 $\hat{\phi}_i(\tau(t)^-)$)と、それに対応するDPLL出力パルス(位相 $\hat{\phi}_0(\tau(t)^-)$)の位相比較を行い

(i) 出力が入力より遅れているとき、出力位相を Δ 進める。すなわち

$$\hat{\phi}_i(\tau(t)^-) \geq \hat{\phi}_0(\tau(t)^-)$$

$$\longrightarrow \hat{\phi}_0(\tau(t)^+) = \hat{\phi}_0(\tau(t)^-) + \Delta \quad (16)$$

(ii) 出力が入力より Δ 以上、進んでいるとき、出力位相を Δ 遅らせる。

$$\hat{\phi}_i(\tau(t)^-) > \hat{\phi}_0(\tau(t)^-) + \Delta$$

$$\longrightarrow \hat{\phi}_0(\tau(t)^+) = \hat{\phi}_0(\tau(t)^-) - \Delta \quad (17)$$

(iii) 上記(i), (ii)以外するとき、出力位相を変化させない。

$$\hat{\phi}_i(\tau(t)^-) + \Delta \geq \hat{\phi}_0(\tau(t)^-) > \hat{\phi}_i(\tau(t)^-)$$

$$\longrightarrow \hat{\phi}_0(\tau(t)^+) = \hat{\phi}_0(\tau(t)^-) \quad (18)$$

式(6), (9), (10), (15)より

$$\phi_d(t) = \varphi_0(t) + \Delta n(t) - \varphi_i(t) - \theta_i(t)$$

$$= \phi_d(\tau(0)^+) - \int_{\tau(0)^+}^t (\varepsilon + \dot{\theta}_i(s)) ds + \Delta n(t) \quad (19)$$

S_r , ε が

$$[1/S_r + 1] \cdot |\varepsilon| + S_r < \Delta \quad (20)$$

の条件を満たしているとき、出力位相は入力位相にこう配過負荷せず

$$-\Delta < \hat{\phi}_0(\tau(t)^-) - \hat{\phi}_i(\tau(t)^-) < 2\Delta \quad (21)$$

$$0 < \hat{\phi}_0(\tau(t)^+) - \hat{\phi}_i(\tau(t)^+) \leq \Delta \quad (22)$$

が成立する。任意の位相比較時点から、次の位相比較時点までの間に、入力と出力の間に生ずる位相差は、高々、式(20)の左辺で示される量である。この値が DP LL の位相制御量 Δ 以内であることは、出力が入力に常に追従している(こう配過負荷しない)ことになり、式(21), (22)が成立する。ここで、式(20)をこう配過負荷しない条件と呼び、本節では、この条件が成立つ場合について考察を進める。初期時刻 $\tau(0)^+$ において同期状態にあるとすると、式(9), (22)より

$$0 < \phi_d(\tau(0)^+) \leq \Delta \quad (23)$$

よって

$$\phi_d(\tau(0)^+) = \Delta - \zeta$$

$$\text{但し, } 0 \leq \zeta < \Delta \quad (24)$$

とおくことができる。式(19), (24)より

$$\phi_d(t) = \Delta - \zeta - \int_{\tau(0)^+}^t (\varepsilon + \dot{\theta}_i(s)) ds + \Delta n(t) \quad (25)$$

次に $n(t)$ を計算する。時刻 $\tau(t_k)^-$ が $\tau(0)^+$ の後、第 k 番目の位相比較時点であるとする。新たな記号 a_l を用いると $n(t_k)$ は次式のように表すことができる。

$$n(t_k) = \sum_{l=1}^k a_l \quad (26)$$

ここで、 a_l は第 l 番目の位相比較により、出力位相を

Δ 進めるときには 1, Δ 遅らせるときには -1 , 出力位相を変化させないときには 0 の各値をとるものとする。式(15), (26)より

$$\hat{\phi}_0(\tau(t_k)^-) = \varphi_0(\tau(t_k)^-) + \Delta \sum_{l=1}^{k-1} a_l \quad (27)$$

式(21)より $\hat{\phi}_i(\tau(t_k)^-)$ と $\hat{\phi}_0(\tau(t_k)^-)$ の間には、次の 3 とおりの関係があり、それぞれの場合について a_k は以下に示した値をとる。

(i) $\Delta > \hat{\phi}_i(\tau(t_k)^-) - \hat{\phi}_0(\tau(t_k)^-) \geq 0$ のとき、式(16)より

$$a_k = 1 \quad (28)$$

(ii) $0 > \hat{\phi}_i(\tau(t_k)^-) - \hat{\phi}_0(\tau(t_k)^-) \geq -\Delta$ のとき、式(17)より

$$a_k = 0 \quad (29)$$

(iii) $-\Delta > \hat{\phi}_i(\tau(t_k)^-) - \hat{\phi}_0(\tau(t_k)^-) > -2\Delta$ のとき、式(17)より

$$a_k = -1 \quad (30)$$

式(27)を用いて、式(26)を計算する。(i)~(iii)のいずれの場合についても次式が成立つ。

$$n(t) = \left[\frac{\Delta + \hat{\phi}_i(\tau(t)^-) - \varphi_0(\tau(t)^-)}{\Delta} \right] \quad (31)$$

式(31)において、 $\tau(t)^-$ には第 k 番目の位相比較時点という表示をする必要がないので、添字 k を省いてある。式(6), (9), (10), (12), (14)を用いて、式(31)を変形する。

$$n(t) = \left[\frac{\Delta - \phi_d(\tau(0)^+) + \int_{\tau(0)^+}^{\tau(t)^-} (\varepsilon + \dot{\theta}_i(s)) ds}{\Delta} \right] \quad (32)$$

更に式(24)を用いて式(32)を変形し式(25)に代入する。

$$\phi_d(t) = \Delta - \zeta - \int_{\tau(0)^+}^t (\varepsilon + \dot{\theta}_i(s)) ds$$

$$+ \Delta \left[\frac{\zeta + \int_{\tau(0)^+}^{\tau(t)^-} (\varepsilon + \dot{\theta}_i(s)) ds}{\Delta} \right] \quad (33)$$

式(6), (8), (9), (33)より

$$\phi_0(t) = \phi_d(t) + \theta_i(t)$$

$$= \Delta - \varepsilon(t - \tau(t)^+) + \theta_i(\tau(t)^+) - \Delta(Y - Y) \quad (34)$$

但し、

$$Y = \frac{\zeta + \varepsilon(\tau(t)^+ - \tau(0)^+) + \theta_i(\tau(t)^+) - \theta_i(\tau(0)^+)}{\Delta}$$

(i) スタッフ率 S_r のとき、スタッフニングの行われる間隔は、 $[1/S_r]$, 又は、 $[1/S_r + 1]$ フレームだから、式(34)右辺第 2 項の $p - p$ 値は

$$\{\varepsilon(t - \tau(t)^+)\}_{p-p} = \left[\frac{1}{S_r} + 1 \right] \cdot |\varepsilon| \quad (35)$$

(ii) 式(7)より、式(34)右辺第 3 項の $p - p$ 値は

$$\{\theta_i(\tau(t)^+)\}_{p-p} = S_r \quad (36)$$

(iii) ガウス記号の定義より、式(34)右辺第4項の $p-p$ 値は

$$\{A(Y-(Y))\}_{p-p} = A \quad (37)$$

出力ジッタの $p-p$ 値を ϕ_{0p-p} 、その上限を $\tilde{\phi}_{0p-p}$ とすると、式(34)~(37)より

$$\phi_{0p-p} \leq \tilde{\phi}_{0p-p} \quad (38)$$

$$\tilde{\phi}_{0p-p} = A + \left[\frac{1}{S_r} + 1 \right] \cdot |\varepsilon| + S_r \quad (39)$$

式(39)右辺の第1項は出力位相の制御がステップ関数的に行われるために生ずる量子化雑音成分である。第2項は入力とDPLLクロック源の間に周波数差が存在するため、現れる成分である。更に、第3項は入力位相に含まれるスタッフジッタに出力位相が追従する結果、生ずる成分である。ここで、第1項と第2項はLPLLにはみられない、DPLL固有のジッタ要素である。又、式(20)から明らかなように、第2項と第3項の影響は A を超えることはない。その結果、こう配過負荷しないときの出力ジッタの $p-p$ 値は $2A$ 以下であり、 A を小さくすることにより、ジッタ抑圧度を良好なものにすることができる。

次にDPLL出力ジッタの交流電力値 $\phi_{0,rms}$ を計算する。スタッフ率 S_r 及び周波数差 ε が一定のとき、初期状態 ζ 、 $\tau(0)^+$ 、 $\theta_i(\tau(0)^+)$ が決まると、出力ジッタ波形は一意的に定まる。ここで、これら初期状態を確率変数と考えることにより、出力ジッタ $\phi_0(t)$ は確率過程とみなすことができる。しかも、ある特定の初期状態を持った出力ジッタの見本信号¹⁰⁾がほかの見本信号より生じしやすい、又は、生じにくいとは考えられないから、すべての出力ジッタの見本信号には等しい生起確率密度が定義されていると仮定してよい。その結果、任意の出力ジッタ見本信号と、それを任意時間だけ平行移動して得られる見本信号とは、等しい生起確率密度を持っており、この確率過程は定常であるとみなすことができる。よって、時刻0における出力ジッタ $\phi_0(0)$ の分散を計算することにより $\phi_{0,rms}$ を求めることができる(ウィーナー-キンチンの定理¹⁰⁾による)。そのために、まず、確率変数 ζ 、 $\tau(0)^+$ 、 $\theta_i(\tau(0)^+)$ の変域と確率密度を求める。 $\tau(0)^+$ と $\theta_i(\tau(0)^+)$ は独立に分布するのではなく、それらの変域には以下に示すような関係がある。

(i) $\theta_i(\tau(0)^+) + [1/S_r] S_r \leq 1$ のとき

$\tau(t)^+$ の定義と式(12)から明らかなように、 $\tau(0)^+$ は時刻0に最も近くで行われたスタッフフィンク時

点である。 $\theta_i(\tau(0)^+)$ が(i)の条件を満たしているとき、 $\tau(0)^+$ の $[1/S_r]$ フレーム後では、スタッフフィンクが行われず、 $[1/S_r] + 1$ フレーム後で、スタッフフィンクが行われる⁷⁾。その結果

$$-([1/S_r] + 1) < \tau(0)^+ \quad (40)$$

(ii) $\theta_i(\tau(0)^+) + [1/S_r] S_r > 1$ のとき

このとき、 $\tau(0)^+$ の $[1/S_r]$ フレーム後で、スタッフフィンクが行われるから

$$-[1/S_r] < \tau(0)^+ \quad (41)$$

記号を簡単にするため、次のような置換を行う。

$$\left. \begin{aligned} \tau(0)^+ &= -\nu \\ \theta_i(\tau(0)^+) &= \theta \\ [1/S_r] &= i \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

ζ が $\tau(0)^+$ 、 $\theta_i(\tau(0)^+)$ と全く独立な変数であること、又、式(7)、(13)、(24)、(40)、(41)を用いることにより、変数 ζ 、 ν 、 θ の変域 V は、式(43)で与えられる。

変域 V

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \zeta < A \\ 0 \leq \theta \leq 1 - i S_r \text{ のとき} & \quad 0 \leq \nu < i + 1 \\ 1 - i S_r < \theta < S_r \text{ のとき} & \quad 0 \leq \nu < i \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

変数 ζ 、 ν 、 θ の確率密度関数を $p(\zeta, \nu, \theta)$ とする。確率密度関数の定義から

$$\iiint_V p(\zeta, \nu, \theta) d\zeta d\nu d\theta = 1 \quad (44)$$

出力ジッタの各見本信号は、等確率密度で生起すると仮定しているから、確率変数は V 内で一様分布している。よって

$$\left. \begin{aligned} p(\zeta, \nu, \theta) &= 1/A \\ \text{但し } \zeta, \nu, \theta &\in V \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

一方、式(34)より

$$\phi_0(0) = A - \zeta - \varepsilon\nu + \theta \quad (46)$$

式(45)、(46)を用いて $\phi_0(0)$ のアンサンブル平均 $E\{\phi_0(0)\}$ を求める。

$$\begin{aligned} E\{\phi_0(0)\} &= \iiint_V \phi_0(0) p(\zeta, \nu, \theta) d\zeta d\nu d\theta \\ &= A/2 - \varepsilon x + y \end{aligned} \quad (47)$$

ここで、数式を簡単にするため、 ν 、 θ のアンサンブル平均を、 x 、 y で表した。すなわち

$$\left. \begin{aligned} x &= E\{\nu\} \\ &= \{2i + 1 - i(i+1)S_r\} / 2 \\ y &= E\{\theta\} \\ &= \{(1 - iS_r)^2 + iS_r^2\} / 2 \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

次に、 $\phi_0(0)$ の分散を計算し、 $\phi_{0,rms}$ を求める。

$$\begin{aligned} \phi_{0,rms}^2 &= E\{(\phi_0(0) - E\{\phi_0(0)\})^2\} \\ &= E\{(\zeta - A/2)^2\} + \varepsilon^2 \cdot E\{(\nu - x)^2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+E\{(\theta-y)^2\}-2\epsilon E\{(\nu-x)(\theta-y)\} \\
 &+2\epsilon E\{(\zeta-\Delta/2)(\nu-x)\} \\
 &-2E\{(\zeta-\Delta/2)(\theta-y)\}
 \end{aligned} \tag{49}$$

式(45)を用いて、式(49)の各項を計算する。その結果

$$\phi_{0rms} = \sqrt{\frac{\Delta^2}{12} + \epsilon^2 u + v - 2\epsilon w} \tag{50}$$

但し、 u, v, w は式(51)で定義されている。

$$\begin{aligned}
 u &= E\{(\nu-x)^2\} \\
 &= \{(3i^2+3i+1)(1-iS_r) \\
 &\quad + i^3 S_r\} / 3-x^2 \\
 v &= E\{(\theta-y)^2\} \\
 &= \{(1-iS_r)^3 + i S_r^3\} / 3-y^2 \\
 w &= E\{(\nu-x)(\theta-y)\} \\
 &= \{i^2 S_r^2 + (2i+1)(1-iS_r)^2\} / 4 \\
 &\quad - xy
 \end{aligned} \tag{51}$$

$S_r \ll 1$ のとき、次の近似ができる。

$$i \approx 1/S_r \tag{52}$$

式(52)を用いて、式(50)を簡単化すると

$$\phi_{0rms} \approx \sqrt{\frac{1}{12} \left(\Delta^2 + \frac{\epsilon^2}{S_r^2} + S_r^2 \right)} \tag{53}$$

式(53)の平方根内の各項は、それぞれ、式(39)右辺の各項に対応しており、それらの発生原因も、先に説明したとおりである。

図3に $\Delta=1/4, 1/8$ の場合について、理論計算により得られた出力ジッタ $\tilde{\phi}_{0p-p}$ と ϕ_{0rms} を示す。ここで行った理論解析が正しいことを確認するため、出力ジッタの $p-p$ 値 ϕ_{0p-p} を求めるため、計算機シミュレーションを行い、その結果を同図にプロットした(シミュレーションの方法については、次節で説明する)。理論値とシミュレーション値が極めてよく一致していることから、本節で行った理論計算の正しいことが確認され、更に、式(39)で与えられる $\tilde{\phi}_{0p-p}$ は、 $p-p$ 値 ϕ_{0p-p} とほぼ同じ値をとることが分かる。又、 Δ を小さくすることにより、DPLLのジッタ抑圧効果を改善できることが確かめられた。一方、同図から明らかなように、スタッフ率に対し、出力ジッタは大きな変化をしていない。これは、式(20)が成立しているとき、スタッフ率によって変化しない量子化雑音成分(式(39)の右辺第1項、および、式(50)の平方根内の第1項)が、出力ジッタの大きな割合を占めているためである。そこで、スタッフ率をこう配過負荷しない領域に定めると、スタッフ率のわずかな変動に対し、出力ジッタが急激に悪化することがなく、スタッフ率のゆらぎに対し、比較的強い系が得られる。このことは、

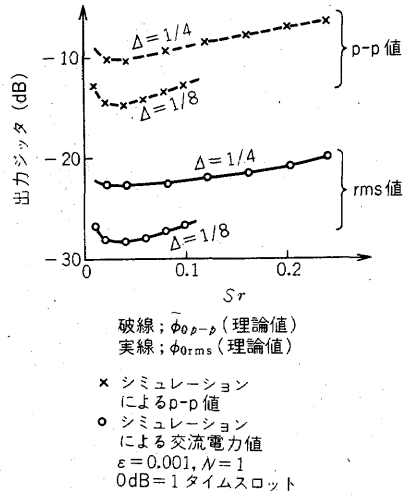


図3 こう配過負荷しないときのDPLL出力ジッタ
Fig.3-Output jitter of DPLL as a function of S_r , which does not exist in the slope overload region.

通常のLPLLには見られない特徴であり、本論文で提案したDPLLが持っている利点の1つである。

4.2 こう配過負荷する場合についての考察

本節では、スタッフ率が式(20)を満足しない場合(以後、スタッフ率がこう配過負荷領域にあると呼ぶことにする)、及び、DPLLの中に可逆カウンタを含む場合についての検討を行う。このとき、DPLLの出力ジッタを時間関数として陽に表現できないため、厳密な理論解析を行うことは困難である。そこで、この場合の検討を行うために、計算機シミュレーションを行い、得られた数値結果を基に、ジッタ抑圧特性の考察を行うことにする。

初めに、計算機シミュレーションの方法を説明する。初期状態、および、各パラメータを具体的に数値で与えると、スタッフジッタを含む入力位相 $\hat{\varphi}_i(t)$ が定まり、その結果、DPLL出力位相 $\hat{\varphi}_o(t)$ を、初期時刻から、逐次的に決定することができる。この過程をフローチャート(図4)で示したように、計算機を用いて模擬し、出力ジッタを求めた。ここで、初めの約1,000フレームは過渡状態にあるとして、出力ジッタの計算から除外し、その後の、約5,000フレームについて、出力ジッタの $p-p$ 値 ϕ_{0p-p} と交流電力値 ϕ_{0rms} を求めた。

図5に、スタッフ率が式(20)を満足する範囲における、可逆カウンタを含むDPLLの出力ジッタ特性を示す。ここで、 $\Delta=1/4$ 、可逆カウンタの段数 N は4であ

る。図3に示した、可逆カウンタを含まない系の特性と比較すると、ジッタ抑圧特性はあまり改善されていない。これは出力ジッタの大きな割合を占めている量子化雑音成分(式(39)右辺第1項、および、式(50)の平方根内の第1項)に対し、可逆カウンタには全く抑圧作用がないからである。又、このことから、 N をより大きくしても、ジッタ抑圧効果はそれほど良好にならないことが分かる。一方、出力ジッタにはピークが現れるが、いずれのピークも、その振幅はさほど大きくない。そのため、スタフ率のわずかな変動に対し、出力ジッタが大きく変化することはない。

次に、スタフ率が大きな値をとり、こう配過負荷領域にある場合についての検討を行う。図6に、このようなスタフ率に対する、可逆カウンタを含まないDPLL ($\Delta=1/16$, 及び、 $\Delta=1/32$)の出力ジッタ特性を示す。又、可逆カウンタによる抑圧効果を調べるため、可逆カウンタを含む系 ($\Delta=1/32$, $N=4$)と、それを含まない系 ($\Delta=1/32$, $N=1$)の特性を求め、図7に示している。図7では、グラフを見やすくするため、スタフ率0.21付近の数値結果について、横軸を拡大して画いている。これらの図から分かるように、DPLLの出力ジッタには、大きなピークが現れ、スタフ率の値によって、ジッタ抑圧効果は著しく異なっている。その結果、スタフ率を適当な値に定めることが、ジッタを抑圧するうえで、極めて重要なことになる。一方、出力ジッタに大きなピークを生ずるスタフ率においては、スタフジッタの低周波成分⁽⁷⁾の中に、振幅が Δ に比べ、かなり大きく、周期が極めて長い三角波成分が存在している。例えば、スタフ率0.5付近において、出力ジッタには大きなピークが現れているが(図6)、ここでは、スタフジッタの一次低周波成分の振幅が、ほぼ0.5タイムスロットをとり、その周期はスタフ率が0.5に近づくにつれて無限に長くなる。このような、振幅が大きく、且つ、周期の長い三角波成分(時間的にゆっくり変化する成分)がDPLLによって抑圧されないことが、出力ジッタにピークを生ずる理由であると考えられる。このことから、DPLLをジッタ抑圧装置として用いるスタフ多重変換系において、スタフ率の値を決定するときには、スタフジッタの低周波成分の中に、このような振幅が大きく、且つ、周期の極めて長い三角波成分が存在しない区間に、その値を定める必要がある。

更に、LPLLのスタフジッタ抑圧特性^{(6),(8)}と比較

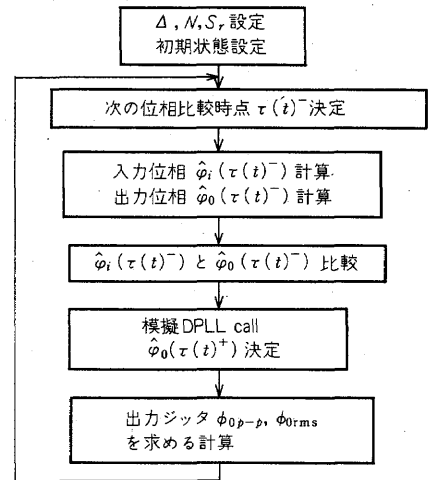


図4 計算機シミュレーションのフローチャート
Fig.4- Flow chart of the computer simulation.

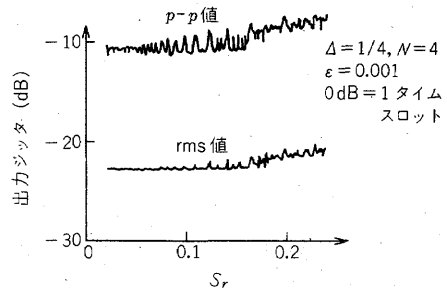


図5 スタフ率が式(20)を満足する範囲における、可逆カウンタを含むDPLLの出力ジッタ(シミュレーション値)

Fig.5-Output jitter of DPLL which contains a reversible counter where S_r satisfies the inequation(20) (simulation values).

することにより、次のことが分かる。DPLLの出力ジッタ特性が、スタフ率0.5について対称でないことは、LPLLの特性と異なっている。しかし、DPLLの出力ジッタに大きなピークを生ずるスタフ率においては、LPLLも大きなピークを生ずる。又、同じことであるが、LPLLが良好なジッタ抑圧特性を示すスタフ率では、DPLLも良好な特性を示している。DPLLとLPLLで出力ジッタのピーク位置が一致するのは、スタフジッタの中に含まれている、振幅が大きく、且つ、周期の長い低周波成分が、いずれのPLLによっても抑圧されないためと思われる。

又、図6、7から明らかなように、スタフ率がこう配過負荷領域にある場合、出力ジッタにピークを生

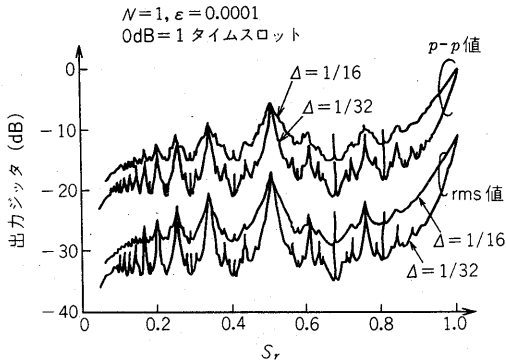


図6 スタッフ率がこう配過負荷領域にあるときのDPLL出力ジッタ(1) (シミュレーション値)
Fig.6-Output jitter of DPLL as a function of S_r which exists in the slope overload region (1) (simulation values).

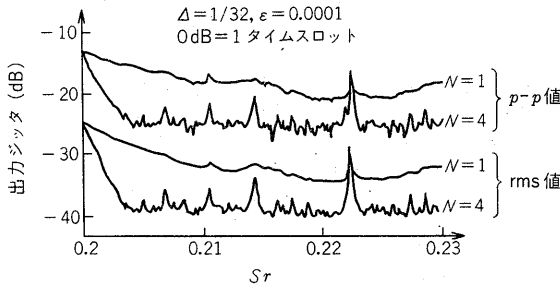


図7 スタッフ率がこう配過負荷領域にあるときのDPLL出力ジッタ(2) (シミュレーション値)
Fig.7-Output jitter of DPLL as a function of S_r which exists in the slope overload region (2) (simulation values).

じないスタッフ率においては、 Δ を小さくするだけでなく、 N を大きくすることによってもジッタ抑圧効果を、かなり改善することができる。

一方、 $|\epsilon|$ を $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 程度の、幾つかの値に定め、シミュレーションを行った。本論文では、その数値結果を省略したが、ジッタ抑圧効果に対する ϵ の影響はそれほど大きくないことが分かった。

5. むすび

スタッフジッタ抑圧装置に適したDPLLを提案し、その同期引込み周波数範囲を求めた。次に、理論計算と計算機シミュレーションを行い、スタッフジッタの抑圧特性について検討した。その結果、次のような結論が得られた。

- (1) DPLLのパラメータ (Δ, N)、及び、スタッフ

率を適当な値に選ぶことにより、大きなジッタ抑圧効果が得られる。

(2) スタッフ率が小さな値をとり、4.1で述べた式(20)を満足する領域にあるとき、出力ジッタはスタッフ率に対し、急激な変化をしない。その結果、最適スタッフ率の決定には、かなり自由性がある。

(3) スタッフ率が大きく、こう配過負荷領域にあるとき、出力ジッタには鋭いピークが現れる。しかし、LPLLが良好なジッタ抑圧特性を示すスタッフ率においては、DPLLも同様に良好な特性を示している。

(4) そのため、スタッフ多重変換系のジッタ抑圧装置を、LPLLからDPLLに置換する場合にも、スタッフ率の変更を必要としない。これらの結果から、DPLLはLPLLとの互換性に富んでいると結論することができる。

以上、本論文で明らかになったことを要約したが、今後に残された問題としては、スタッフジッタの多段累積についての検討があげられる。

謝辞 本研究に関して御討論を頂いた横須賀電気通信研究所の大竹孝平氏、ならびに、高正博氏に感謝する。

文 献

- (1) J.S.Mayo: "Experimental 224 Mb/s PCM terminals", Bell Syst.tech.J., 44, 9, p.1813 (Nov. 1965).
- (2) 畔柳功芳: "パルス挿入による交換網同期の方式", 信学会交換研資, SE70-45 (1971-02).
- (3) J.R.Cessna and D.M.Levy: "Phase noise and transient times for a binary quantized digital phase-locked loop in white Gaussian noise", IEEE Trans. COM-20, 2, p.94 (April 1972).
- (4) 尾佐竹, 小川: "量子化同期方式", 信学論(A), 56-A, 8, p.468 (昭48-08).
- (5) 湯川, 森: "二値量子化全ディジタル位同期系", 信学論(A), 56-A, 12, p.751 (昭48-12).
- (6) D.L.Duttweiler: "Waiting time jitter", Bell Syst.tech.J., 51, 1, p.165 (Jan.1972).
- (7) 近藤昭治: "パルススタッフ同期方式におけるジッタ", 信学論(A), 56-A, 9, p.481 (昭48-09).
- (8) 大竹孝平: "スタッフ同期多重変換系のジッタ特性", 信学論(A), 58-A, 8, p.538 (昭50-08).
- (9) 小川, 仙石, 松本: "ディジタル位同期系を用いたスタッフジッタの抑圧", 昭51信学総全大, 1594.
- (10) 小川, 仙石, 松本: "ディジタル位同期系を用いたスタッフジッタの抑圧", 信学技報, CS75-200 (1976-03).
- (11) 宮川, 佐藤, 芽: "不規則信号論と動特性推定", コロナ社 (昭44).

(昭和51年6月8日受付)