

2層損失媒質で囲まれた中空円筒内の伝搬定数

正員 山口 芳雄[†] 正員 阿部 武雄[†] 准員 土田 学^{††}

Propagation Constant in Hollow Circular Cylinder Surrounded by Two Lossy Layers

Yoshio YAMAGUCHI[†], Takeo ABE[†], *Regular Members and*
Manabu TSUCHIDA^{††}, *Associate Member*

あらまし この論文は、トンネルや地下街などにおける無線通信に対する電波伝搬特性を調べるために、トンネルなどを2層の損失媒質で囲まれた中空円筒でモデル化し、実用上最も重要な基本モード HE_{11} 、減衰量の最も少ない TE_{01} モードについて伝搬特性を検討したものである。トンネルや地下街は一般に多層構造を有しており、コンクリートの厚さに比べてそのSkin depthが無視できない場合は、この構造を考慮して解析する必要がある。

ここでは、まず損失ある同心円筒線路の電波伝搬に対する特性方程式を導き、次にそれを数値計算で解くことにより厳密解を得、減衰定数の周波数特性、断面内の電界分布、Skin depthと減衰定数の関係などを求めている。又、中間層の厚さがSkin depthの約2倍までの範囲で、減衰定数は周波数の変化に対して波を打つように変化することを示し、この現象の定性的な説明を加えている。

1. ま え が き

陸上移動通信においてトンネル内の電界強度の低下が問題となっており、その不感知対策の一つとして漏れ同軸ケーブル方式が採用されている。しかし、トンネルや地下街で、火災など緊急の災害時を考慮した場合、有線方式は信頼性に問題があり、通信系を確保するためには無線通信方式が望まれる。今まで、このような観点からトンネル内の電波伝搬に関する研究が数多く行われてきた^{(1)~(4)}。

一般にトンネルや地下街は鉄筋コンクリートで囲まれており、その外に土や岩が取り巻く多層構造を有している。ここで、コンクリート部分の厚さが、そのSkin depthに比べて十分大きいならば、トンネルは一層の均一な損失媒質で囲まれた筒と等価になる。

しかし、周波数500~1,000 MHzにおいてコンクリートの導電率は $5 \times 10^{-3} \sim 10^{-1} \text{ S/m}$ 程度⁽⁵⁾であり、比誘電率は5.5とすれば、Skin depthは10~

170 cmとなる。それ故、コンクリートの厚さに比べてSkin depthが無視できない場合は外部媒質も考慮しなければならない。

この論文は、前回⁽¹⁾の一層の損失媒質で囲まれたモデルに引き続き、トンネルを2層の損失媒質で囲まれた中空円筒でモデル化し、その中における電波伝搬特性を厳密に調べたものである。

まず、3層構造の同心円筒線路を境界値問題としてとらえ、各領域に媒質定数の制限を課さないでその中における電波伝搬に対する特性方程式を導いた。次にトンネルを想定し、実用上最も重要な基本 HE_{11} モード、及び減衰量の最も少ない TE_{01} モードに着目して特性方程式を数値計算によって解き、伝搬定数の厳密解を得た。なお、1層の損失媒質で囲まれた場合の伝搬定数とも比較、検討している。

数値計算結果から、中間層の厚さがSkin depthの約2倍までの範囲で、2層損失媒質で囲まれた中空円筒内の各モードの減衰定数は、周波数に対し一層の場合の減衰定数値と比較し波を打つように変化することを示す。この波打ち現象は、誘電体チューブなどのLeaky waveguide mode^{(6)~(7)}にも報告されており、程度の差はあるが、多層媒質中の電波伝搬には付随的な現象と思われる。ここでは、その一般性を示す意味で断面内の電界分布を例にとり、この現象の定性的な説

†新潟大学工学部情報工学科, 新潟市

Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21 Japan

††東京工業大学工学部電子物理工学科, 東京都

Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

論文番号: 昭 56-181[B-51]

明を加えている。

なお、特性方程式を評価することにより、トンネルのほかに準ミリ波伝送路としての誘電体内装導波管や金属導波管のさびへの問題にも適用可能である。

2 特性方程式

図1に示されるような内径 $2a$ 、外径 $2b$ の二つの境界で囲まれた同心円筒を考える。中心の領域をⅠ、中間部をⅡ、外側をⅢとする。媒質定数は領域ごとにそれぞれ1, 2, 3を添えることとし、誘電率を ϵ_i ($i=1, 2, 3$)、透磁率を μ_i 、導電率を σ_i とする。

電気形、および磁気形のヘルツベクトルを π_z, π_z^* とし、円筒座標 (ρ, φ, z) を用いてヘルムホルツの波動方程式の解を次のように展開する。

領域Ⅰ ($0 < \rho < a$)

$$\pi_z^1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^1 J_n \left(u \frac{\rho}{a} \right) F_n$$

$$\pi_z^{1*} = \sum_n B_n^1 J_n \left(u \frac{\rho}{a} \right) F_n$$

領域Ⅱ ($a < \rho < b$)

$$\pi_z^2 = \sum_n \left[A_n^2 J_n \left(v \frac{\rho}{a} \right) + C_n^2 H_n \left(v \frac{\rho}{a} \right) \right] F_n$$

$$\pi_z^{2*} = \sum_n \left[B_n^2 J_n \left(v \frac{\rho}{a} \right) + D_n^2 H_n \left(v \frac{\rho}{a} \right) \right] F_n$$

領域Ⅲ ($b < \rho$)

$$\pi_z^3 = \sum_n A_n^3 H_n \left(\eta \frac{\rho}{b} \right) F_n$$

$$\pi_z^{3*} = \sum_n B_n^3 H_n \left(\eta \frac{\rho}{b} \right) F_n$$

$$F_n = \exp [j(\omega t - n\varphi - hz)]$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} u^2 &= (k_1^2 - h^2) a^2, & v^2 &= (k_2^2 - h^2) a^2 \\ \xi^2 &= (k_2^2 - h^2) b^2, & \eta^2 &= (k_3^2 - h^2) b^2 \\ h &= \beta - j\alpha, & k_i^2 &= \omega^2 \epsilon_i \mu_i - j\omega \mu_i \sigma_i \\ \omega &= 2\pi f, & f &: \text{周波数 (Frequency)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

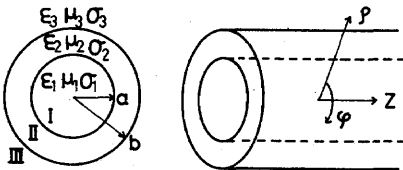


図1 同心円筒と座標系

Fig.1-Coaxial cylinder and coordinate system.

h : 伝搬定数

β : 位相定数 (Phase constant)

α : 減衰定数 (Attenuation constant)

$J_n(u)$: n 次ベッセル関数

$H_n(v)$: 第2種 n 次ハンケル関数

$A_n^i, B_n^i, C_n^i, D_n^i$: 振幅係数

式(1)から電磁界成分を求め、 $\rho = a, b$ で $E_z, E_\varphi, H_z, H_\varphi$ の連続条件を用いることにより伝搬定数の満たすべき特性方程式(3)が得られる。

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{k_1^2}{\mu_1} J_n[u] - \frac{k_2^2}{\mu_2} H_n[v] \right) \left(\frac{k_2^2}{\mu_2} J_n[\xi] - \frac{k_3^2}{\mu_3} H_n[\eta] \right) \right. \\ & \quad \left. - G_n \left(\frac{k_1^2}{\mu_1} J_n[u] - \frac{k_2^2}{\mu_2} J_n[v] \right) \left(\frac{k_2^2}{\mu_2} H_n[\xi] - \frac{k_3^2}{\mu_3} H_n[\eta] \right) \right] \\ & \quad \cdot \left[(\mu_1 J_n[u] - \mu_2 H_n[v]) (\mu_2 J_n[\xi] - \mu_3 H_n[\eta]) \right. \\ & \quad \left. - G_n (\mu_1 J_n[u] - \mu_2 J_n[v]) (\mu_2 H_n[\xi] - \mu_3 H_n[\eta]) \right] \\ & = n^2 h^2 \left(\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v^2} \right)^2 \left[\left(\frac{k_2^2}{\mu_2} J_n[\xi] - \frac{k_3^2}{\mu_3} H_n[\eta] \right) \right. \\ & \quad \left. - G_n \left(\frac{k_2^2}{\mu_2} H_n[\xi] - \frac{k_3^2}{\mu_3} H_n[\eta] \right) \right] \left[(\mu_2 J_n[\xi] - \mu_3 H_n[\eta]) \right. \\ & \quad \left. - G_n (\mu_2 H_n[\xi] - \mu_3 H_n[\eta]) \right] \\ & \quad + n^2 h^2 \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\eta^2} \right)^2 \left[\left(\frac{k_1^2}{\mu_1} J_n[u] - \frac{k_2^2}{\mu_2} H_n[v] \right) \right. \\ & \quad \left. - G_n \left(\frac{k_1^2}{\mu_1} J_n[u] - \frac{k_2^2}{\mu_2} J_n[v] \right) \right] \left[(\mu_1 J_n[u] - \mu_2 H_n[v]) \right. \\ & \quad \left. - G_n (\mu_1 J_n[u] - \mu_2 J_n[v]) \right] + 2n^2 h^2 k_2^2 G_n (J_n[v] \\ & \quad - H_n[v]) (J_n[\xi] - H_n[\xi]) \left(\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v^2} \right) \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\eta^2} \right) \\ & \quad - n^4 h^4 \left(\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\eta^2} \right)^2 (1 - G_n)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

但し、式(3)において次式を用いた。

$$J_n[x] = \frac{J'_n(x)}{x J_n(x)}, \quad H_n[x] = \frac{H'_n(x)}{x H_n(x)} \quad (4)$$

($x = u, v, \xi, \eta$)

: 変数での微分

$$G_n = \frac{J_n(v) H_n(\xi)}{J_n(\xi) H_n(v)} \quad (5)$$

軸対称 ($n=0$) のとき特性方程式(3)は TM_{0m} モードと TE_{0m} モードに分離できる。

TM_{0m} モード

$$\begin{aligned} & \left(\frac{k_1^2}{\mu_1} J_0[u] - \frac{k_2^2}{\mu_2} H_0[v] \right) \left(\frac{k_2^2}{\mu_2} J_0[\xi] - \frac{k_3^2}{\mu_3} H_0[\eta] \right) \\ & = G_0 \left(\frac{k_1^2}{\mu_1} J_0[u] - \frac{k_2^2}{\mu_2} J_0[v] \right) \left(\frac{k_2^2}{\mu_2} H_0[\xi] - \frac{k_3^2}{\mu_3} H_0[\eta] \right) \end{aligned} \quad (6)$$

TE_{0m} モード

$$\begin{aligned} & (\mu_1 J_0[u] - \mu_2 H_0[v]) (\mu_2 J_0[\xi] - \mu_3 H_0[\eta]) \\ & = G_0 (\mu_1 J_0[u] - \mu_2 J_0[v]) (\mu_2 H_0[\xi] - \mu_3 H_0[\eta]) \end{aligned} \quad (7)$$

これらの特性方程式は複雑な式となっているが、例えば二つの隣接した領域が同じ媒質ならば、境界が一つの特性方程式となり、Stratton⁽⁸⁾により導かれたものと一致する。又、領域Ⅲが完全導体ならば、誘電体内装導波管の特性方程式⁽⁹⁾と一致する。

3. 数値計算

特性方程式(3), (6), (7)は伝搬定数*h*に関する複素超越方程式であり、これを解けば厳密解が得られる。ここでは、*u*を複素変数として特性方程式を

$$F(u) = 0 \quad (8)$$

の形に変形し、ニュートン法により根を求め、式(2)の関係から伝搬定数を得た。ニュートン法における収束

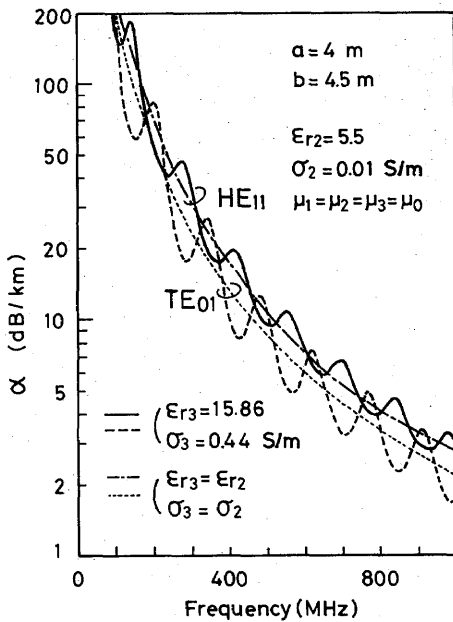


図2 減衰定数の周波数特性

Fig.2-Frequency characteristics of attenuation constant.

判定条件は、絶対値が 10^{-6} 、且つ、虚数部が 10^{-8} 以下としている。

数値計算の一例として、領域Ⅰが空気、領域Ⅱがコンクリート、領域Ⅲが土であるトンネルを想定し、

$$a = 4 \text{ m}, \quad b = 4.5 \text{ m}$$

比誘電率 (Relative dielectric constant) を ϵ_{r2} ($= \epsilon_i / \epsilon_0$) として、コンクリートの媒質定数を

$$\epsilon_{r2} = 5.5, \quad \sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$$

土の媒質定数を

$$\epsilon_{r3} = 15.86, \quad \sigma_3 = 0.44 \text{ S/m}$$

とした場合、減衰量の最も少ないTE₀₁モード、実用

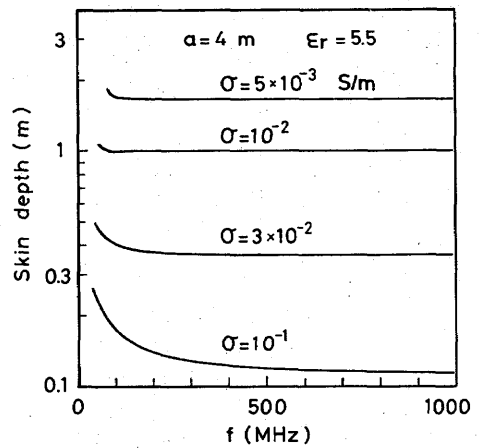


図3 領域Ⅱの Skin depth

Fig.3-Skin depth of second region.

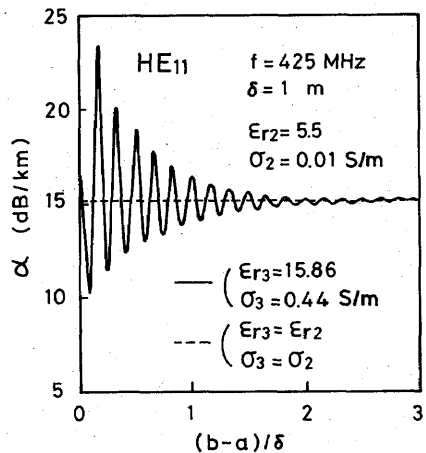


図4 領域Ⅱの厚さと減衰定数の関係

Fig.4-Thickness of second region versus attenuation.

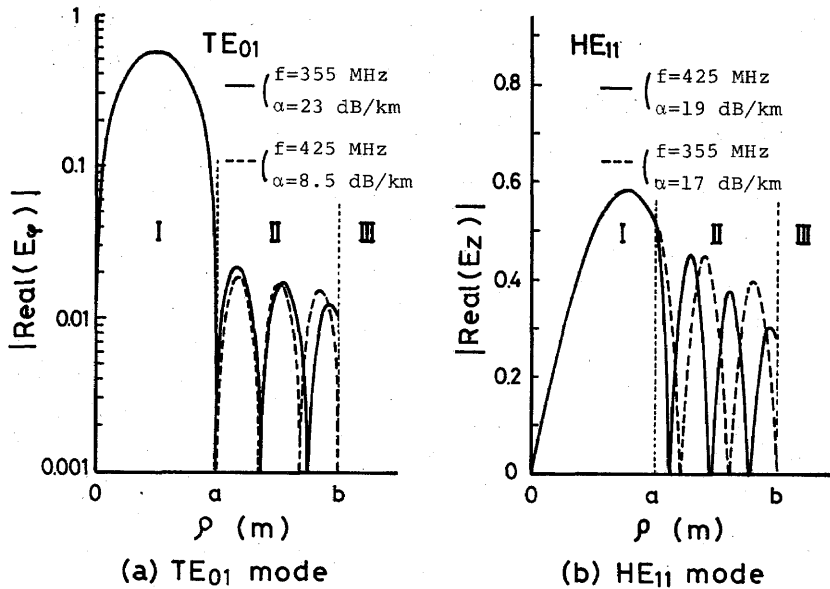


図5 半径方向に対する電界分布
Fig.5-Electric field distribution in radial direction.

上重要なHE₁₁モードについて伝搬定数を求めた。

ここで、コンクリートの媒質定数は文献(5)における平均的な値として採用し、土の媒質定数は定在波法を用いて湿った土(水分重量比約25%)を周波数1~2GHzで実測した値である。

図2に減衰定数の周波数特性を示す。図に示されるように各モードとも、異なった媒質($\epsilon_{r2} \neq \epsilon_{r3}$, $\sigma_2 \neq \sigma_3$)で囲まれた場合の減衰定数は、同じ媒質($\epsilon_{r2} = \epsilon_{r3}$, $\sigma_2 = \sigma_3$)で囲まれた場合の減衰定数と比較して、周波数に対し波を打つように変化している[†]。この減衰定数の波打ち現象は、誘電体チューブのLeaky waveguide mode^{(6),(7)}にも報告されており、多層媒質中における電波伝搬には付随的な現象と思われる。

なお、領域IIの厚さがSkin depthに比べて十分大きいならば波打ち現象は消失し、領域IIのみで囲まれた場合の減衰特性と同じ結果となる。そこでSkin depthを用いて領域IIの厚さと減衰定数の波打ち現象の関係を調べれば、これらの間の定性的な関係を知る一応の目安を与えると思われる。

領域IIのSkin depthを求める場合、領域IIのみで囲まれた中空円筒を考えればよく、そのとき領域IIの電磁界はハンケル関数で表示できるので、次式を満たす δ がSkin depthを与える。

[†] この現象を波打ち現象と呼ぶこととする。

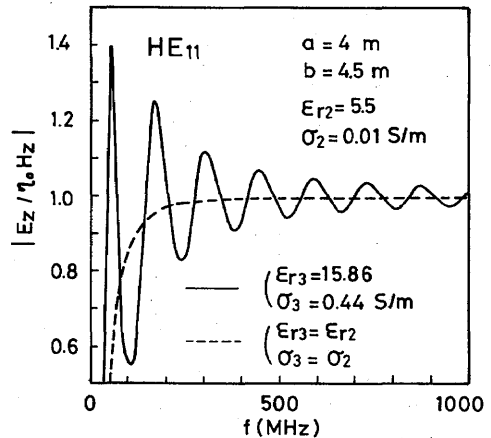


図6 振幅比の周波数特性
Fig.6-Amplitude ratio versus frequency.

$$\left| \frac{H_n(v(1+\delta/a))}{H_n(v)} \right| = \frac{1}{e} \quad (9)$$

図3に比誘電率を5.5とした場合の領域IIのSkin depthを示す。導電率によってその値はかなり異なる。

図2の減衰定数の周波数特性において、 $f = 425$ MHz, HE₁₁モードを例にとり、図3で得られたSkin depthを用いて領域IIの厚さに対する減衰定数の変化の様子を調べた結果を図4に示す。領域IIの厚さ

が Skin depth の約 2 倍までの範囲で減衰定数が変動していることが分かる。

次に周波数の変化に対する減衰定数の波打ち現象の原因を明らかにするために、円筒断面内の電界分布を調べた。図 2 の減衰定数の周波数特性において、 $f = 425, 355 \text{ MHz}$ を例にとり計算した結果を図 5 に示す。これらの周波数を選んだ理由は、局部的に減衰定数が最大、あるいは最小となっており、電界分布の違いが最も大きいと予想されるためである。なお、ほかにも同様の周波数が数多く存在する。

図 5 において、各モードとも減衰の少ない周波数では、 $\rho = b$ において電界強度は非常に小さいが、減衰の大きい周波数では電界が比較的大きく、この電界が領域 II において抵抗損となって減衰に寄与すると考えられる。又、別の観点から、領域 II で電界の波の数が整数倍のとき減衰が少なく、非整数倍のときには減衰が大きくなっていることが分かる。周波数の変化と共に領域 II での電界の波の数が変わるので、上述のことより減衰定数は周波数の変化に対して周期的に波を打つように変化するものと思われる。

HE モードと EH モードの区別について、領域 II、III の導電率が高ければ ($\sigma > 10^3$)、モードを決定する根は

$$\text{HE}_{11} \text{ モード} \cdots \cdots \text{Real}(u) \approx 1.84$$

$$\text{EH}_{11} \text{ モード} \cdots \cdots \text{Real}(u) \approx 3.83$$

付近に収束するので分離可能であるが、コンクリートのような導電率では、基本モードの収束根は周波数が高い場合

$$\text{Real}(u) \approx 2.4 \quad (10)$$

付近に収束する。そのため、厳密にこのモードを区別することは困難であるが、一つの方法として、円筒の中心における電界と磁界の z 成分の振幅比を調べる方法がある。

$$Q = |E_z / \eta_0 H_z| \quad (11)$$

但し、 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ であり

$$Q > 1 \text{ に対して EH モード}$$

$$Q < 1 \text{ に対して HE モード}$$

図 2 のパラメータで振幅比を計算した結果を図 6 に示す。図 6 から分かるように周波数が高い場合、振幅比は 1 を中心に変動するが、周波数が低くなると全体的に磁界成分が強くなるので、ここでは式(10)に対応するモードを HE₁₁ モードと呼ぶことにする。

図 7 に HE₁₁, TE₀₁ モードの分散特性を示す。ka が

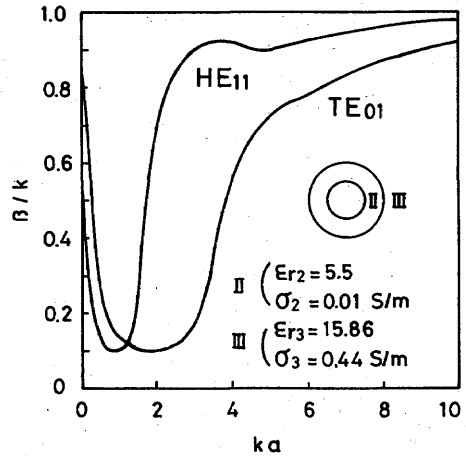


図 7 分散特性
Fig.7-Dispersion relation.

3~5 のとき、HE₁₁ で凹が見られるが、これは上述の特性方程式の収束根が周波数の低下に伴い、2.4 付近から 1.8 付近に移行するためである。又、 β が零にならないのは、損失媒質では完全なるカットオフ周波数がないことによる。

4 むすび

トンネルを 2 層の損失媒質で囲まれた中空円筒でモデル化し、まず、この構造における電波伝搬の特性方程式を導き、次に、実用上最も重要な HE₁₁ モードと減衰量の少ない TE₀₁ モードに着目して伝搬特性を調べた。その結果、領域 II の厚さがその Skin depth の約 2 倍までの範囲で、各モードの減衰定数は、領域 II のみで囲まれた場合の減衰定数と比較し、周波数に対して波を打つように変換することが明らかとなり、周波数の依存性が大きいという特徴が得られた。

なお、領域 II の厚さが Skin depth より十分大きくなれば波打ち現象は消失し、領域 II のみで囲まれた場合の伝搬特性と一致する。

今後、減衰定数の波打ち現象を積極的に利用できる誘電体内装導波管での実験や、励振系を含めた解析を行う必要がある。

文 献

- (1) 山口, 関口: "損失媒質で囲まれた中空円筒内のモードの伝搬特性", 信学論 (B), J62-B, 4, pp. 368-373 (昭 54-04).
- (2) 山口, 阿部, 土田: "2 層損失媒質で囲まれた中空

- 円筒内の電波伝搬特性”, 信学技報, A・P80-42 (1980-07).
- (3) Chiba, Inaba, Kuwamoto, Banno and Sato: “Radio communication in tunnels”, IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-26, 6, pp.439-443 (June 1978).
- (4) 小園, 鈴木, 花沢: “方形断面トンネル内における電波伝搬特性の実験的検討”, 信学論 (B), J62-B, 6, pp.565-572 (昭54-06).
- (5) 秋田慶一: “コンクリートの電気定数とテレビ電波反射特性”, 信学技報, EMCJ78-38 (1978-11).
- (6) Miyagi and Nishida: “A proposal of low-loss leaky waveguide for submillimeter waves transmission”, IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-28, 4, pp.398-401 (April 1980).
- (7) Miyagi and Nishida: “Transmission characteristics of dielectric tube leaky waveguide”, IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-28, 6, pp.536-541 (June 1980).
- (8) Stratton, J. A.: “Electromagnetic Theory”, p.524, McGraw-Hill (1941).
- (9) Unger, H. G.: “Circular electric wave transmission in a dielectric-coated waveguide”, Bell Syst. Tech. J., 36, 5, pp.1253-1278 (1957).
- (昭和55年8月11日受付, 11月11日再受付)
-