

## トンネル内の基本モードの伝搬特性

正員 山口 芳雄<sup>†</sup>      正員 阿部 武雄<sup>†</sup>      正員 関口 利男<sup>††</sup>

### Propagation Characteristics of the Dominant Mode in Tunnels

Yoshio YAMAGUCHI<sup>†</sup>, Takeo ABE<sup>†</sup> and Toshio SEKIGUCHI<sup>††</sup>,  
Regular Members

あらまし この論文は、トンネル内の無線通信に対する基礎資料を得る目的で、具体的な断面形状をもつトンネルを対象に、その中で存在可能であり、減衰の少ない実用上最も重要な基本モードの伝搬特性を調べたものである。解析にはポイントマッチング法を用い、数値計算によって伝搬定数を得ている。

トンネル内には、水平、垂直偏波で励振した場合に相当する  $E_{11}^H$ ,  $E_{11}^V$  モードの2種類の基本モードが存在するが、両モードの減衰定数はほぼ周波数の2乗に反比例すること、又、 $E_{11}^H$  モードの方が減衰が少く、断面形状の変化(円形から半円形への変化)に対しても減衰特性の変化が小さいことを示した。これらの解析結果を確認するためにモデル実験によって減衰特性を実測したが、計算値と非常によい一致が得られている。

#### 1. ま え が き

陸上移動通信においてトンネル内の電界強度の低下が大きな問題となっている。又、トンネルの他に地下街や炭鉱でも、火災などの緊急時に無線による通信系を確保することは非常に重要であり、このような観点から、トンネル内などでの電波伝搬に関する研究が数多く行われてきた<sup>(1)~(5)</sup>。

トンネルはコンクリートや岩で囲まれているが、これらの媒質は損失をもつ誘電体として作用するので、トンネル自身は損失誘電体で囲まれた一種の導波路として働くことが知られている。一方、トンネルの断面形状は、方形の場合を除いて、一般に円を直線で切ったような形(図1)をしている。従来の研究では、この断面を円形<sup>(1),(2)</sup> やだ円形<sup>(3)</sup> でモデル化して電波伝搬特性を求めている例が多く、このような具体的な断面形状を考慮した伝搬特性の解析は、実験式<sup>(5)</sup>を除いてほとんど行われていないように思われる。

この論文は、具体的な断面形状をもつトンネルを対象として、その中に存在可能であり、最も伝搬しやすく、且つ減衰の少ない基本モードについて調べたものである。解析は、ポイントマッチング法により伝搬定数の満たすべき特性方程式(行列式)を作り、それを数値計算で解くことによって伝搬定数を得ている。

トンネル内には水平、垂直偏波で電波を励振した場合に対応する  $E_{11}^H$ ,  $E_{11}^V$  モードの2種類の基本モードが存在するが、以下に、両モードの減衰定数はほぼ周波数の2乗に反比例すること、 $E_{11}^H$  モードの方が減衰が少く、断面形状の変化(図1に示す  $\theta$  の変化)に対しても減衰特性の変化が小さいことを示す。

次に、モデル実験によって減衰特性を実測し、解析

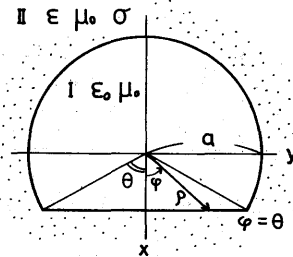


図1 トンネル断面と座標系  
Fig.1-Cross section of the tunnel and coordinate systems.

<sup>†</sup>新潟大学工学部情報工学科, 新潟市  
Faculty of Engineering, Niigata University,  
Niigata-shi, 950-21 Japan

<sup>††</sup>東京工業大学電気・電子工学科, 東京都  
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of  
Technology, Tokyo, 152 Japan  
論文番号: 昭 57-論175[B-55]

結果とよく一致することを確認している。

2. 理 論

図1に示すような断面をもつ無限に長い直線状のトンネルを考える。トンネルの内部Iは自由空間、外部IIは誘電率  $\epsilon$ 、透磁率  $\mu_0$ 、導電率 (Conductivity)  $\sigma$  をもつ媒質で満たされているものとする。但し、 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  であり、 $\epsilon_0$  は自由空間の誘電率、 $\epsilon_r$  比誘電率 (Relative dielectric constant) である。

この断面は  $x$  軸について対称であるため、電界  $E$  が  $x$  軸について対称なモードと、磁界  $H$  が対称な2種類の基本モードが存在する。円形断面トンネルからの類推、及び後に示す実測データから、いま対象としている基本モードの電磁界分布の概略図は図2のような形態であり、垂直偏波で励振した場合にできる図2(a)の形を  $E_{11}^0$  モード、水平偏波で励振した場合にできる(b)を  $E_{11}^1$  モードと呼ぶことにする。

2.1  $E_{11}^0$  モード

図2(a)に示す電磁界分布を考慮して、トンネル内部と外部の電界と磁界の  $z$  成分を円筒関数系を用いて次のように展開する。但し、時間因子は  $e^{j\omega t}$  を仮定し以下省略する。

内部 I

$$\left. \begin{aligned} E_z &= \sum_{n=0} A_n J_n \left( u \frac{\rho}{a} \right) \cos n\varphi e^{-jhz} \\ H_z &= \sum_n B_n J_n \left( u \frac{\rho}{a} \right) \sin n\varphi e^{-jhz} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

外部 II

$$\left. \begin{aligned} E_z &= \sum_n C_n H_n^{(2)} \left( v \frac{\rho}{a} \right) \cos n\varphi e^{-jhz} \\ H_z &= \sum_n D_n H_n^{(2)} \left( v \frac{\rho}{a} \right) \sin n\varphi e^{-jhz} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

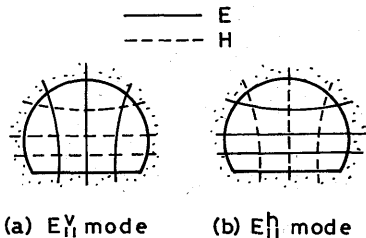


図2 基本モードの断面内電磁界分布  
Fig.2-Field distribution of the dominant mode in cross section of the tunnel.

ここで、 $A_n \sim D_n$  は未定係数であり、 $J_n(\cdot)$  はベッセル関数、 $H_n^{(2)}(\cdot)$  は第2種ハンケル関数を表わすものとし、他の記号については次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} u^2 &= (k_1^2 - h^2) a^2, & v^2 &= (k_2^2 - h^2) a^2 \\ k_1^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0, & k_2^2 &= \omega^2 \epsilon \mu_0 - j \omega \mu_0 \sigma \\ \omega &= 2\pi f, & \epsilon &= \epsilon_0 \epsilon_r, & h &= \beta - j\alpha \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$f$ : 周波数 (Frequency),  $h$ : 伝搬定数  
 $\beta$ : 位相定数 (Phase constant)  
 $\alpha$ : 減衰定数 (Attenuation constant)

他の電磁界成分  $E_\rho, E_\varphi, H_\rho, H_\varphi$  はマックスウェルの方程式より求めることができ、トンネルの境界に沿った接線成分は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} 0 < |\varphi| < \theta \\ E_z, E_\varphi &= E_\rho \sin\varphi + H_\varphi \cos\varphi \\ H_z, H_\varphi &= H_\rho \sin\varphi + E_\varphi \cos\varphi \\ \theta < |\varphi| < \pi \\ E_z, E_\varphi, E_\rho, H_\varphi \end{aligned} \right\}$$

さて、境界条件は電界、及び磁界の接線成分を連続にすることが、ここではポイントマッチング法を適用する。すなわち、 $\varphi$  方向の空間高調波の数だけ境界上にサンプリング点を選び、各点で境界条件を満足させる方法である。

トンネルの境界は、図1から分かるように次式で与えられる  $\varphi$  の関数として表わせる。

$$\rho = \begin{cases} a \frac{\cos\theta}{\cos\varphi} & (0 < |\varphi| < \theta) \\ a & (\theta < |\varphi| < \pi) \end{cases} \quad (4)$$

又、トンネルの断面は  $x$  軸について対称であるため、考察する境界は  $0 < \varphi < \pi$  のみを考え、サンプリング点は次に示すような等角度間隔<sup>(6)</sup> にとった。

$$\varphi_i = \frac{i-1/2}{N} \cdot \pi \quad (5)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, N$

$N$ : サンプリング点数 (=空間高調波の数)

$N$  個のサンプリング点に対して、 $4N$  本の方程式が得られるが、式(1)、(2)から分かるように  $n=0$  に対する未定係数  $B_0, D_0$  は意味をもたないので、未定係数の数は  $4N-2$  個となる。そのため2本の方程式を削除して  $4N-2$  本の連立方程式を作る。削除する方程式は、図2(a)の電磁界分布を考慮して、界強度の小さな  $i=1, N$  に対する  $H_z$  の式を選んだ。

これらの方程式をまとめると、形式的に次のような行列式となる。

$$\begin{bmatrix} Q \\ A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

未定係数が自明でない解をもつためには、式(6)の係数行列式が零となる必要がある。それゆえ、伝搬定数の満たすべき特性方程式は次の行列式で与えられる。

$$\det[Q]=0 \quad (7)$$

### 2.2 E<sub>11</sub><sup>h</sup>モード

前節と全く同様な方法で特性方程式を作ることができるが、このモードの場合、電界と磁界に対するz成分の式(1)、(2)の sin nφ と cos nφ を互いに入れかえるものとする。又、削除する2本の方程式は i = 1, N に対する E<sub>z</sub> の式とした。

### 3. 数値計算

伝搬定数は、行列式で与えられる特性方程式の零点を求めることによって得られる。ここでは、特性方程式の根を u (複素変数) としてニュートン法を用いて計算を行った。行列式の計算においては、根軸対策を考慮して行列を三角化する方法をとり、ニュートン法に現われる微分については数値微分とした。又、収束判定条件は収束根 u の相対誤差の絶対値が 10<sup>-6</sup>、虚数部が 10<sup>-3</sup> 以下である。

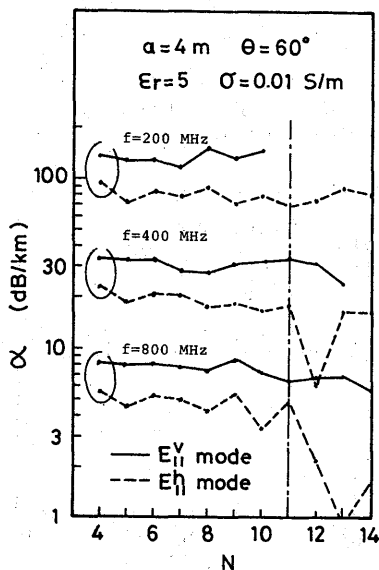


図3 サンプリング点数 N と減衰定数の計算例  
Fig.3-Numerical example of attenuation constant vs sampling point N.

計算を行うにあたり、サンプリング点をどのくらいとるかが問題となるが、ここでは実際のトンネルを想定し、パラメータを

$$a = 4 \text{ m}, \quad \theta = 60^\circ$$

$$\epsilon_r = 5, \quad \sigma = 0.01 \text{ S/m}$$

とした場合のサンプリング点数と収束根による減衰定数の計算例を図3に示す。Nを4~14点とり計算を行ったが、図3から分かるように減衰定数はNを増しても (N > 11) 必ずしもよく収束するとは限らない。この原因は、行列式の計算においてNを増すと要素間の大小関係が著しくなり、それと共に丸め誤差が生ずるためである<sup>†</sup>。伝搬定数の収束状況はパラメータにも依存するため、最適なサンプリング点数を一律に決定することはできないが、上記のパラメータでは、各周波数で減衰定数がNに対して平均的な値を示しているN=6をサンプリング点数として選んだ。N=6は後に述べる実験でも実測値とよく一致している。

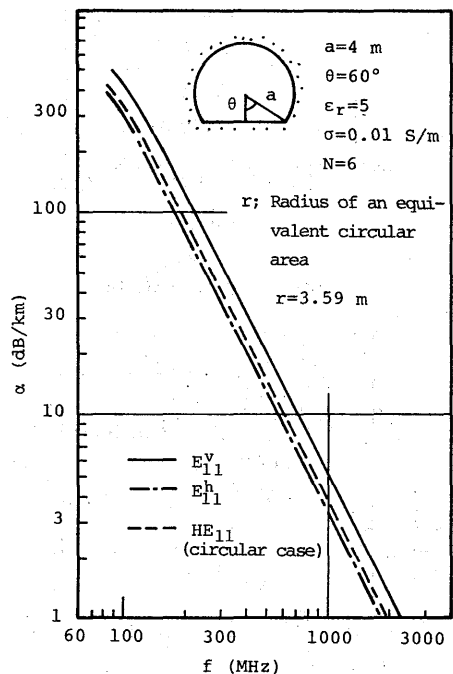


図4 減衰定数の周波数特性  
Fig.4-Frequency characteristics of attenuation constant.

<sup>†</sup> このような性質はパラメータの選び方によっても起り、各種のパラメータで計算した結果、式(3)における u の虚数部が次式の範囲にあるときに著しくなる。

$$|\text{Im}(u)| > 10$$

なお、本文の計算例では10以下である。

図4に減衰定数の周波数特性を示す。E<sub>11</sub><sup>v</sup>モードに比べ、E<sub>11</sub><sup>h</sup>モードの方が減衰が少く、又、両モードの減衰定数はほぼ周波数の2乗に反比例している。この周波数特性に関しては、円形<sup>(1),(2)</sup>やだ円形<sup>(3)</sup>断面のトンネルで得られた結果と同様である。なお、比較のために、いま考えている断面形状と等しい面積をもつ円形トンネル(半径3.59m)における基本モードの減衰特性を求めると両モードの間に入る。又、この図から周波数が同じならば、電界に対する断面寸法が大きい

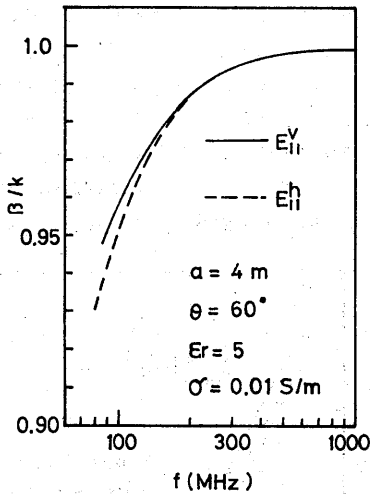


図5 分散特性  
Fig.5-Dispersion relation.

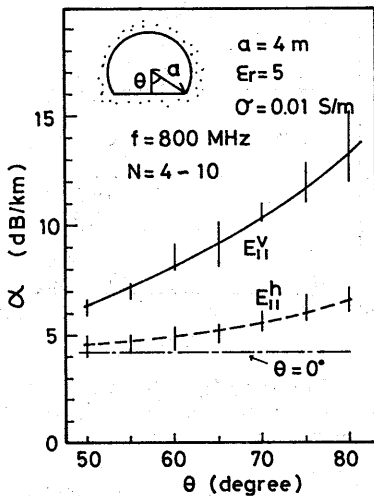


図6 角度 $\theta$ と減衰定数の関係  
Fig.6-Relation between angle  $\theta$  and attenuation constant.

ほど減衰が少いことも分かる。

図5に分散特性を示す。図6には周波数800 MHzを例にとり、角度 $\theta$ を変数とした場合の減衰定数を示した。 $\theta$ の変化によってとるべきサンプリング点数も変わるので、図6では $N$ を4~10点選んで計算した値を示してある。この図からも減衰定数は電界に対する断面寸法に大きく依存していることが分かる。

次に、媒質定数に対する減衰特性の変化を調べるために、比誘電率 $\epsilon_r$ を変数として計算した結果を図7に、導電率 $\sigma$ を変数とした場合を図8に示す。図7、図8で変数にとった $\epsilon_r$ や $\sigma$ は、トンネルを取り囲むコンクリートや岩などの代表的な値である。これらの図から $\sigma < 0.05$  S/mでは、減衰定数は導電率よりも比誘電率に大きく依存していることが分かり、比誘電

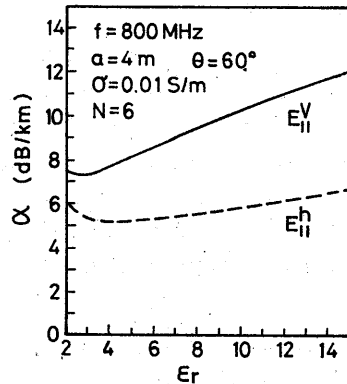


図7 減衰定数の比誘電率に対する依存性  
Fig.7-Dependency of attenuation constant on relative dielectric constant.

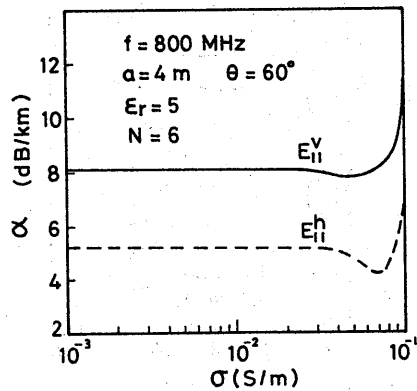


図8 減衰定数の導電率に対する依存性  
Fig.8-Dependency of attenuation constant on conductivity.

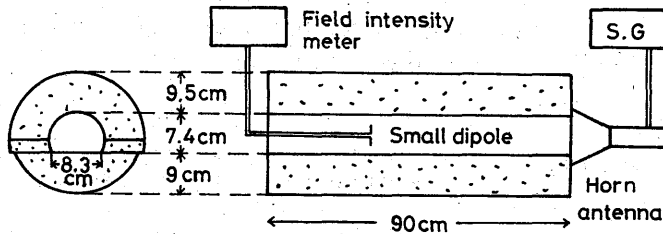


図9 測定装置  
Fig.9-Measurement step.

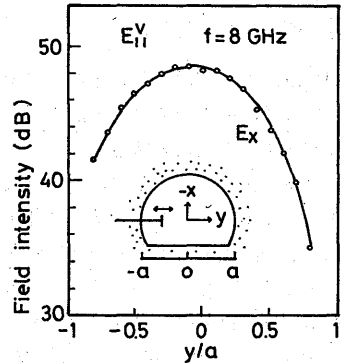


図10 断面内の電界強度分布  
Fig.10-Field distribution in the cross section.

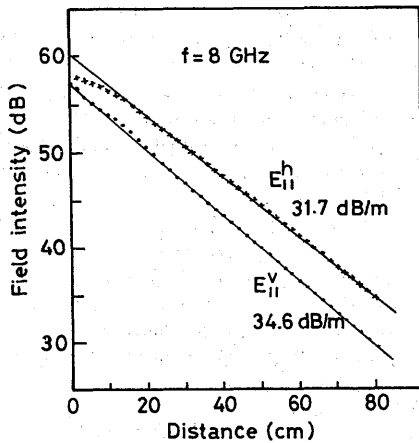


図11 管軸方向に対する電界強度  
Fig.11-Field intensity in axial direction.

率が大きいほど減衰も大きくなる傾向にある。このことは、トンネルがわずかな損失をもつ誘電体で囲まれた導波路として作用することを意味している。

#### 4. モデル実験

解析結果を確かめるために、10 g/lのカーボンを含んだ発ぼうスチロールから成る長さ90 cmのトンネルのモデルを作り、減衰特性を測定した。図9に測定装置の概略図を示す。このトンネルの断面寸法は

$$a = 4.86 \text{ cm}, \quad \theta = 58.5^\circ$$

であり、媒質定数は9 GHz帯で定在波比法により実測した結果

$$\epsilon_r = 1.3, \quad \sigma = 0.17 \text{ S/m}$$

である。測定周波数帯において発ぼうスチロールの厚さは、スキンドプス(2 cm以下)に比べて十分厚いので無限大と仮定でき、又、実験的にもこれを確認している。

測定では、ホーンアンテナを用いて水平、垂直偏波でトンネル内に基本モードを励振し、微小ダイポール

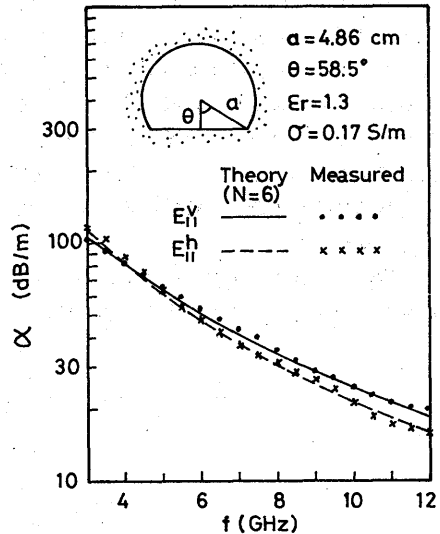


図12 減衰定数の周波数特性  
Fig.12-Frequency characteristics of attenuation constant.

で距離に対する電界強度を調べた。

図10に、周波数8 GHzにおける  $E_{II}^V$  モードの断面内電界分布の実測値を示す。図2(a)のような基本モードの分布をしている。なお、実測結果から、 $E_x$ 成分は  $E_x$  に比べて17 dB程度少なかった。

図11に減衰特性の一例を示す。この傾きから減衰定数を求めることができ、その周波数特性を求めると図12のようになる。図12の理論値は、サンプリング点を6点選んで計算したものであるが、実測値と非常によく一致している。

## 5. む す び

円を直線で切り取ったような断面形状をもつトンネルを対称に、その中で存在可能であり、実用上最も重要な基本モードの伝搬特性を調べた。

トンネル内には、水平偏波、垂直偏波で励振した場合にできる  $E_{11}^A$ ,  $E_{11}^B$  モードの2種類の基本モードが存在するが、両モードとも周波数の2乗に反比例して減衰すること、及び、 $E_{11}^A$  モードの方が減衰が少いことを示した。例えば、移動通信に使われる周波数800 MHzにおいて、比誘電率5、導電率0.01 S/mの媒質で囲まれた半径4 m、角度 $\theta$ が60°のトンネルでは、 $E_{11}^A$  モードが5.2 dB/km、 $E_{11}^B$  モードが8.2 dB/kmである。又、円から半円に変わるような断面の変化に対しても  $E_{11}^A$  モードの方が減衰特性の変化が少い。このことは、減衰量が電界に対する断面寸法に大きく依存することを示しており、実際のトンネルなどで通信を行う場合、断面の長径方向に偏波するように電波を励振した方が減衰が少いことを意味している。

次にモデル実験により、3～12 GHzの周波数帯にわたって減衰特性を実測し、解析結果とよく一致していることを確認した。

なお、励振系を含めた伝搬特性の解析や、トンネル内に車両などの散乱体がある場合の伝搬特性について

での説明は今後の課題である。

謝辞 実験材料の加工に御協力頂いた長岡技術科学大学・穂刈治英技官に感謝致します。

## 文 献

- (1) 山口, 関口: "損失媒質で囲まれた中空円筒内のモードの伝搬特性", 信学論(B), J62-B, 4, pp.368-373 (昭54-04).
- (2) Chiba, Inaba, Kuwamoto, Banno and Sato: "Radio communication in tunnels", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-26, 6, pp.439-443 (June 1978).
- (3) 山口, 清水, 阿部: "だ円断面をもつトンネル内の基本波の伝搬特性", 信学論(B), J64-B, 9, pp.1032-1038 (昭56-09).
- (4) Alfred, G.E., Robert, L.L. and Peter, F.S.: "Theory of the propagation of UHF radio waves in coal mine tunnels", IEEE Trans. Antennas & Propag., AP-23, 2, pp.192-205 (March 1975).
- (5) 稲葉, 桑本, 坂野, 千葉, 佐藤: "円形コンクリートトンネルの減衰定数の実験式", 信学論(B), J62-B, 1, pp.85-86 (昭54-01).
- (6) Goell, J.E.: "A circular-harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguides", Bell Syst. Tech. J., 48, pp.2133-2160 (Sept. 1969).

(昭和56年10月22日受付)