

## 後向き予測誤差空間による非定常解析

正員 木竜 徹<sup>†</sup> 正員 飯島 泰蔵<sup>††</sup>

## Non-Stationary Analysis by the BPES (Backward Prediction Error Space)

Tohru KIRYU<sup>†</sup> and Taizo IJIMA<sup>††</sup>, Regular Members

あらまし 線形予測モデルを最小二乗推定した時の、幾何学的正射影関係に基礎をおいた非定常解析について述べている。従来、この分野では局所定常解析やモデルのパラメータを逐次推定するアダプティブな方法等がある。しかし、生体信号等での非定常性に適用する場合、パラメータの持つ物理的意味づけが困難な欠点がある。そこで、本論文では各次元の後向き予測誤差ベクトルからなる後向き予測誤差空間 (BPES) を定義し、非定常性を各次元の直交状態に展開して処理することを提案する。この後向き予測誤差ベクトルは、最小二乗推定時に直交系を構成し、反射係数はこれに直接関係するパラメータとなる。しかも、この直交性は物理的機能の独立性と対応づけて考えることができる。ここでは非定常性の評価量として、BPESでのベクトル相互の角度を採用する。この角度は、定常区間で最適であったパラメータを任意の区間にあてはめた時、非定常性によって生じるズレを適確に表わす量となる。生体信号の分析例では、特に次数変化を原因とする非定常性の評価に役立つことが確かめられた。このように BPES による確定的な非定常解析は、新たな情報を与えてくれるものと思われる。

## 1. ま え が き

デジタル信号処理では定常エルゴード性が仮定されることが多く、そのことは各種の分野でスペクトル解析を盛んなものとした。しかし、脳波や筋電図に代表される生体信号等、本来非定常性のある信号ではこの仮定は成立せず、時間平均による統計処理に代って、確定的な解析法が必要である。

従来非定常信号解析では、対象となる有限長区間内の局所定常性を仮定する解析法<sup>(1)</sup>や、逐次的にモデルを同定させていくアダプティブな方法<sup>(2)</sup>等が報告されている。これらは、仮定したモデルのパラメータを非定常区間で変化させ、信号生成過程の時変性を説明づけようとするものである。しかし、これらのパラメータは必ずしも簡単に生体信号に適用できるわけではなく、この点に関する物理的検討が未だ不十分である。

方野ら<sup>(3)</sup>は、睡眠脳波の解析に自己回帰 (AR; Auto Regressive) モデルを導入し、その線形予測係数 (LPC と略す) から、各睡眠ステージを分類で

きたと報告している。AR モデルはパワースペクトルのピークを重視したモデルであり、本研究でも、生体信号にこれを導入することにする。しかし、前述の脳波解析で用いた LPC は、その物理的性質が不明確であり、十分な非定常性評価パラメータとはいえない。

本研究では、信号の非定常性を解析する方法として、観測信号に支配的かつ時間的にみて十分定常な区間において、AR モデルを最小二乗推定した時の幾何学的正射影関係に注目する。すなわち定常区間で、幾何学的正射影関係を満足する標準パターンのパラメータを求め、これを任意の区間にあてはめた時の正射影関係のズレから、非定常性の特徴を評価する。

そこでこの幾何学的関係を考慮するため、後向き予測誤差空間 (BPES; Backward Prediction Error Space) を新たに定義する。これは、任意の区間の信号が標準パターンと等しい時、その区間で得られた各次元の後向き予測誤差ベクトルが、互いに直交する性質を利用するものである。具体的には非定常性の評価量を、ベクトルのノルムの影響をさけるため、後向き予測誤差ベクトル相互の角度とする。

以上の幾何学的関係において、反射係数は直接的なパラメータとなっている。したがって、BPES の直交性を信号生成過程における物理的機能の独立性と対応づけた場合、反射係数は LPC よりも物理的意味が

<sup>†</sup>新潟大学工学部情報工学科, 新潟市

Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi,  
950-21 Japan

<sup>††</sup>東京工業大学工学部情報工学科, 東京都

Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology,  
Tokyo, 152 Japan

強いと考えられる。

本論文では、AR モデルを最小二乗推定時の幾何学的立場から論ずるとともに、新たに前向き・後向き予測誤差ベクトルの関係を明らかにし、BPES による非定常解析について述べる。また生体信号の解析例として、咀嚼筋筋電図を対象とする。この例では、生理的解明が不十分であった現象に対して、次数変化に相当する機能の変化を推定することができた。

## 2. 最小二乗推定の幾何学的関係

本章では、従来知られてきた AR モデル<sup>(4)</sup>に対する幾何学的関係を明らかにする。

### 2.1 推定値と予測誤差

任意の有限長区間において、等間隔時点での標準化観測信号の AR モデルを、最小二乗推定により求めることを考える。いま、区間内の  $N+1$  個からなる信号  $\{s_n, n=0, 1, \dots, N\}$  を、ベクトル  $s_0$  として Hilbert 空間で次のように表わす。

$$s_0 = (s_0, s_1, \dots, s_N)^T \quad (1)$$

さらに、内積およびノルムを

$$(f, s) = s^T f = \sum_{n=0}^N s_n f_n \quad (2)$$

$$\|s\|^2 = s^T s \quad (3)$$

と表記することにする。

さて、 $p$  次元の AR ( $p$ ) モデルの前向き予測 (図 1 (a)) は、時刻  $n$  の信号  $s_n$  を次式から予測するものである。

$$s_n = \sum_{j=1}^p \alpha_j^{(p)} s_{n-j} + f_n^{(p)} \quad (4)$$

ここで、 $\{\alpha_j^{(p)}, j=1, \dots, p\}$  は  $p$  次元の前向き LPC、 $f_n^{(p)}$  はその時の前向き予測誤差である。これを、有限長区間内のデータにあてはめれば

$$\begin{pmatrix} f_0^{(p)} \\ \vdots \\ f_p^{(p)} \\ \vdots \\ f_N^{(p)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_0 \\ \vdots \\ s_p \\ \vdots \\ s_N \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ s_0 & & \vdots \\ s_{p-1} & \dots & s_0 \\ \vdots & & \vdots \\ s_{N-1} & \dots & s_{N-p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^{(p)} \\ \vdots \\ \alpha_p^{(p)} \end{pmatrix} \quad (5)$$

となる。式(5)をこれ以後、Hilbert 空間内のベクトルで、

$$f_0^{(p)} = s_0 - H_{1,p} \alpha^{(p)} \quad (6)$$

と記す。ただし、 $H_{n,i}$  は

$$s_{-n} = (0, \dots, 0, s_0, \dots, s_{N-n})^T \quad (7)$$

とした時

$$H_{n,i} = (s_{-n}, s_{-(n+1)}, \dots, s_{-i}) \quad (8)$$

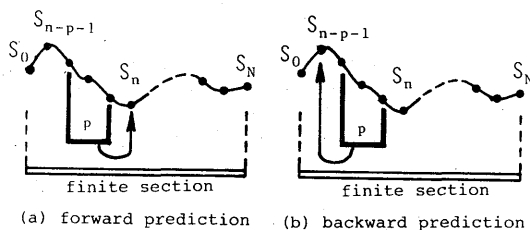


図1 前向き(a), 後向き(b)予測の時間関係

Fig. 1- Forward (a)- and backward (b) prediction sequences.

で与えられる、 $(N+1) \times (i-n+1)$  の信号ベクトルからなる行列である。

ここで、式(6)の予測誤差エネルギー  $\|f_0\|^2$  を最小とする最小二乗推定の結果、次の正規方程式が得られる。

$$H_{1,p}^T H_{1,p} \alpha^{(p)} = H_{1,p}^T s_0 \quad (9)$$

$H_{1,p}^T H_{1,p}$  が正則であれば逆行列が存在し、有限長区間内の観測データに対する  $\alpha^{(p)}$  が次式から求まる。

$$\alpha^{(p)} = (H_{1,p}^T H_{1,p})^{-1} H_{1,p}^T s_0 \quad (10)$$

この時、 $H_{1,p} \alpha^{(p)}$  は次の正射影行列により

$$P_{1,p} = H_{1,p} (H_{1,p}^T H_{1,p})^{-1} H_{1,p}^T \quad (11)$$

$$H_{1,p} \alpha^{(p)} = P_{1,p} s_0 \quad (12)$$

となつて、 $s_0$  を  $H_{1,p}$  の作る部分空間  $S(H_{1,p})$  に正射影したもとなる。すなわち、信号ベクトル  $s_0$  をそれ以前の信号ベクトルからなる、低次元の部分空間上に正射影することに相当する。逆に、 $f_0^{(p)}$  は  $S(H_{1,p})$  の直交補空間に含まれる。すなわち

$$f_0^{(p)} = (I^{(N+1)} - P_{1,p}) s_0 = P_{1,p}^\perp s_0 \quad (13)$$

ただし、 $I^{(N+1)}$  は  $(N+1)$  次元の単位行列である。

次に、時間軸上の予測方向をこれまでと逆転した、後向き予測 (図 1 (b)) を考える。後向き予測誤差ベクトル  $b_{-1}^{(p)}$  を、前向き予測と同一の  $p$  個のデータから推定すると

$$b_{-1}^{(p)} = s_{-(p+1)} - H_{1,p} \beta^{(p)} \quad (14)$$

と表わされる。ただし、 $\beta^{(p)}$  は後向き予測の LPC である。さらに、最小二乗推定を行なった時の正射影関係も、同様な操作で成立する。

### 2.2 前向き・後向き予測誤差の関係

ここでは、最小二乗推定を行なった時に、前向き・後向き予測誤差ベクトルの存在する空間およびその直交補空間から、これらのベクトルの幾何学的関係を明らかにする。各予測誤差ベクトルは、式(6)、(14)と式(11)の正射影行列  $P_{1,p}$  より

$$f_{-n}^{(i)} \in S(H_{n,n+i}), \quad f_{-n}^{(i)} \perp S(H_{n+1,n+i}) \quad (15)$$

$$b_{-n}^{(i)} \in S(H_{n,n+i}), \quad b_{-n}^{(i)} \perp S(H_{n,n+i-1}) \quad (16)$$

となる。この関係より、前向き・後向き予測誤差ベクトルの次数更新時の関係が成立する。すなわち、 $i-1$  次の  $f_0^{(i-1)} \in S(H_{0,i-1})$ ,  $\perp S(H_{1,i-1})$  と  $b_{-1}^{(i-1)} \in S(H_{1,i})$ ,  $\perp S(H_{1,i-1})$  から次元を  $i$  に拡張した  $f_0^{(i)} \in S(H_{0,i})$ ,  $\perp S(H_{1,i})$  は、 $K_f^{(i)}$  を定数として

$$f_0^{(i)} = f_0^{(i-1)} + K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)} \quad (17)$$

で求めることができる。この  $f_0^{(i)}$  を含む空間は、 $f_0^{(i)}$  と  $b_{-1}^{(i-1)}$  を含む空間との直和

$$S(H_{0,i}) = f_0^{(i)} \oplus S(H_{1,i}) \quad (18)$$

である。さらに、 $K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)}$  は  $H_{1,i} \alpha^{(i)}$  と同一空間に含まれる。このことは、 $f_0^{(i-1)}$  と  $K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)}$  に次の正射影関係が成立することを意味している。

$$K_f^{(i)} b_{-1}^{(i-1)} = P_{1,p} f_0^{(i-1)} \quad (19)$$

$$f_0^{(i)} = P_{1,p}^\perp f_0^{(i-1)} \quad (20)$$

後向き予測の場合も同様にして、次の関係式が成立する。

$$b_{-1}^{(i)} = b_{-2}^{(i-1)} + K_b^{(i)} f_{-1}^{(i-1)} \quad (21)$$

$$K_b^{(i)} f_{-1}^{(i-1)} = P_{1,p} b_{-2}^{(i-1)} \quad (22)$$

$$b_{-1}^{(i)} = P_{1,p}^\perp b_{-2}^{(i-1)} \quad (23)$$

以上の幾何学的関係を図2に示す。

最小二乗推定と幾何学的正射影関係とが必要十分条件の関係にあることはすでに報告されている<sup>(4)</sup>。本節では、さらに前向き・後向き予測誤差ベクトルの正射影関係まで、新たに拡張した理論となっている。このようにして構成された各次元の予測誤差ベクトルの内積は、式(15)、(16)の空間の関係より

$$(f_0^{(i)}, f_0^{(j)}) \neq 0 \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} (b_{-1}^{(i)}, b_{-1}^{(j)}) &= 0 & i \neq j \\ &\neq 0 & i = j \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$i, j = 1, \dots, p$$

となる。ここで、各次元の後向き予測誤差ベクトルは直交系を形成している。そこで、この特徴を標準パターンの区間で成立させておけば、任意の有限長区間が標準パターンと類似しているか否かを、この直交性か

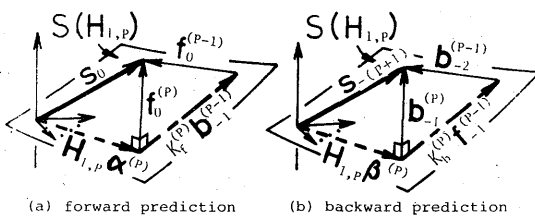


図2 最小二乗推定による正射影関係  
Fig.2-Vectors relation of geometrical orthogonal projection by the least squares estimate.

ら適確に判断できることになる。式(24)から明らかのように、このような特徴は前向き予測では成立しない。

### 2.3 反射係数

式(17)、(21)の前向き・後向き予測誤差ベクトルの関係で、正射影関係に関わる定数  $K_f^{(i)}$ ,  $K_b^{(i)}$  を考える。いま式(17)の両辺に、左から  $f_0^{(i)}$  と直交する  $S(H_{1,i})$  上のベクトル  $b_{-1}^{(i-1)}$  をかけ、 $\|b_{-1}^{(i-1)}\| \neq 0$  とすれば、

$$K_f^{(i)} = -(b_{-1}^{(i-1)}, f_0^{(i-1)}) / \|b_{-1}^{(i-1)}\|^2 \quad (26)$$

となる。また、式(21)に同様の操作をほどこせば、

$$K_b^{(i)} = -(f_{-1}^{(i-1)}, b_{-2}^{(i-1)}) / \|f_{-1}^{(i-1)}\|^2 \quad (27)$$

と求められる。このような  $K_f^{(i)}$ ,  $K_b^{(i)}$  の物理的特徴をARモデルの他のパラメータ、例えばLPCや極<sup>(5)</sup>と比較して考えてみる。

音声の分野では、 $K_f^{(i)}$ ,  $K_b^{(i)}$  はWebsterのホーン方程式により、進行波と後退波を関係づけるものであり、物理的な声道断面積を決定する定数として、反射係数とよばれる。定常信号の場合、 $K_f^{(i)}$ ,  $K_b^{(i)}$  は明らかに等しくなり、本研究では、Burg法<sup>(6)</sup>による反射係数  $K^{(i)}$  を用いることにする。

次に、 $K^{(i)}$  とAR(p)モデルの作る各スペクトルピークの帯域の総和との関係を示そう。AR(p)モデルは  $1/A(z)$  の全極型フィルタで

$$A(z) = 1 + \sum_{j=1}^p \alpha_j^{(p)} z^{-j} = \prod_{j=1}^p (1 - u_j z^{-1}) \quad (28)$$

と表わすことができる。ここで、極  $\{u_i; i=1, \dots, p\}$  はLPCを係数とする高次代数方程式の解となり、一意的に関係づけられる。さらに、反射係数とLPCを関係づけるステップアップ過程<sup>(4)</sup>より、 $K^{(p)}$  は  $\alpha_p^{(p)}$  と等しいことから、 $p$ 個の極の積として

$$\alpha_p^{(p)} = \prod_{j=1}^p u_j = K^{(p)} \quad (29)$$

となる。一方、パワースペクトルのピークを形成する  $1/A(z)$  の共役な極に対して、その中心周波数  $F_C^{(i)}$  と帯域  $B_W^{(i)}$  が求められる<sup>(4)</sup>。  $B_W^{(i)}$ のみ記すと

$$B_W^{(i)} = -\frac{f_s}{\pi} \ln |u_i| \quad (30)$$

ただし、 $f_s$  はサンプリング周波数(単位: Hz)である。したがって、式(29)、(30)より、帯域の総和  $\Sigma B_W$  と  $K^{(p)}$  は次のように関係づけられる。

$$\sum_{j=1}^p B_W^{(j)} = -\frac{f_s}{\pi} \sum_{j=1}^p \ln |u_j| = -\frac{f_s}{\pi} \ln |K^{(p)}| \quad (31)$$

すなわち、スペクトルパターンに現われる帯域の変化を  $K^{(p)}$  から推定できる可能性がある。

以上の結果、 $K^{(i)}$  は幾何学的正射影関係に関わる定

数であるばかりでなく、新たに帯域の総和との関係が明らかになる等、LPCよりも物理的意味の強いパラメータである。しかもこのような性質は、物理的機能と対応づける場合、都合がよいと考えられる。

2.4 後向き予測による解析の特徴

式(17)の次数更新時の関係を低次元まで展開すると、次式となる。

$$f_0^{(p)} = s_0 + \sum_{j=1}^p K^{(j)} b_{-1}^{(j-1)} \quad (32)$$

ただし、 $s_0 = f_0^{(0)}$ である。式(6)と比較すると

$$-H_{1,p} \alpha^{(p)} = \sum_{j=1}^p K^{(j-1)} b_{-1}^{(j-1)} \equiv B^{(p)} k^{(p)} \quad (33)$$

ここで、 $B^{(p)}$ は $\{b_{-1}^{(i)}, i=0, 1, \dots, p-1\}$ を列ベクトルとする $(N+1) \times p$ 行列、 $k^{(p)}$ は $\{K^{(i)}, i=1, \dots, p\}$ を要素とする列ベクトルである。このように、推定値を $B^{(p)}$ と $k^{(p)}$ に展開して考えることの利点を、以下に列記する。

- (1) 幾何学的正射影関係を、各次元毎に後向き予測誤差ベクトルの直交性から判断できる。
- (2)  $B^{(p)}$ は直交行列であり、この特徴を定常区間の標準パターンとすれば、非定常性に対する基準が明確である。
- (3)  $k^{(p)}$ は $\alpha^{(p)}$ と異なり、物理的意味がある。
- (4)  $p$ 個の $K^{(i)}$ から、局所定常を仮定した時の各次元の $\alpha^{(i)}$ を求めることができる。

3. 非定常区間の解析

3.1 標準パターンからのズレ

本研究では、観測データの中から時間的にみて十分定常な区間で、標準パターンをあらかじめ作り、任意の時点における有限長区間の非定常性を、その標準パターンからのズレとして解析する。有限長区間のデータ数はARモデルの次数 $p$ の10倍以上とし、この区間を順次移動させて、観測データの時変性を求める。

ここでは、標準パターンを最小二乗推定時の正射影関係(図2参照)とし、そのパラメータを $k^{(p)}$ とする。また、各次元のLPCは、区間内の局所定常性を仮定するため、 $k^{(p)}$ からステップアップ過程で求められる。以下、標準パターンのパラメータを使い、任意の区間で求めたベクトルを添字 $s$ をつけて表わす。

いま、標準パターンからのズレがみられる有限長区間で、 $\alpha_s^{(p)}$ による幾何学的関係を、区間内で最適な $\alpha^{(p)}$ による正射影関係と比較して考える。これを図3に示す。

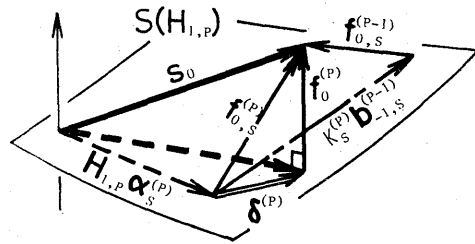


図3 区間内で最適な正射影関係からのズレ $\delta^{(p)}$   
Fig.3- Sliding  $\delta^{(p)}$  from the optimum orthogonal projection.

ARモデルの次数変化がないとしたとき、この区間内の最小二乗誤差 $f_{0,s}^{(p)}$ は、 $\alpha_s^{(p)}$ による $f_{0,s}^{(p)}$ とズレ $\delta^{(p)}$ から

$$f_{0,s}^{(p)} = f_{0,s}^{(p)} - \delta^{(p)} \quad (34)$$

と表わすことができる。ここで、 $\delta^{(p)}$ はLPCから

$$\delta^{(p)} = H_{1,p}(\alpha^{(p)} - \alpha_s^{(p)}) \quad (35)$$

となり、その幾何学的関係は

$$\delta^{(p)} = P_{1,p} f_{0,s}^{(p)} \in S(H_{1,p}) \quad (36)$$

である。一方、式(33)の関係を使うと

$$\delta^{(p)} = B_s^{(p)} k_s^{(p)} - B^{(p)} k^{(p)} \quad (37)$$

となり、 $\delta^{(p)}$ を各次元での後向き予測誤差ベクトルと反射係数でのズレとしても、とらえることができる。

予測誤差エネルギーは、式(34)、(36)から

$$f_{0,s}^{(p)T} f_{0,s}^{(p)} = f_{0,s}^{(p)T} f_{0,s}^{(p)} + \delta^{(p)T} \delta^{(p)} \quad (38)$$

ここで、 $f_{0,s}^{(p)T} f_{0,s}^{(p)}$ はこの区間内の最小予測誤差エネルギーである。式(38)の $\delta^{(p)T} \delta^{(p)}$ は、式(35)から

$$\delta^{(p)T} \delta^{(p)} = (\alpha^{(p)} - \alpha_s^{(p)})^T H_{1,p}^T H_{1,p} (\alpha^{(p)} - \alpha_s^{(p)}) \quad (39)$$

あるいは、式(37)より

$$\begin{aligned} \delta^{(p)T} \delta^{(p)} &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p K_s^{(i)} K^{(j)} b_{-1,s}^{(i-1)T} b_{-1,s}^{(j-1)} \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p K_s^{(i)} K^{(j)} b_{-1,s}^{(i-1)T} b_{-1}^{(j-1)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^p (K^{(i)})^2 b_{-1}^{(i-1)T} b_{-1}^{(i-1)} \end{aligned} \quad (40)$$

となる。これは、ズレを後向き予測誤差ベクトルの各次元の内積に展開している。このことは、標準パターンのパラメータを任意の区間にあてはめた時、非定常性によるズレが、式(25)から、直交性という基準で解析できることを示唆している。

一方、後向き予測誤差ベクトルについても

$$b_{-1}^{(p)} = b_{-1,s}^{(p)} - \epsilon^{(p)} \quad (41)$$

$$\epsilon^{(p)} = P_{1,p} b_{-1,s}^{(p)} \in S(H_{1,p}) \quad (42)$$

で表わされるズレ $\epsilon^{(p)}$ を導入することができる。次数

更新時の関係から  $\delta^{(i)}$  と  $\epsilon^{(i-1)}$  の関係を求める。添字  $s$  をつけた式(17)に、式(34)、(41)を代入すると

$$f_{0,s}^{(i)} = (f_{0,s}^{(i-1)} + \delta^{(i-1)}) + K_s^{(i)} (b_{-1,s}^{(i-1)} + \epsilon^{(i-1)}) \quad (43)$$

さらに、 $K_s^{(i)}$  を

$$K_s^{(i)} = K^{(i)} + \Delta K^{(i)} \quad (44)$$

とすれば

$$f_{0,s}^{(i)} = (f_{0,s}^{(i-1)} + K^{(i)} b_{-1,s}^{(i-1)}) + (\delta^{(i-1)} + K_s^{(i)} \epsilon^{(i-1)} + \Delta K^{(i)} b_{-1,s}^{(i-1)}) \quad (45)$$

となる。したがって、漸化式で比較すれば

$$\delta^{(i)} = \delta^{(i-1)} + K_s^{(i)} \epsilon^{(i-1)} + \Delta K^{(i)} b_{-1,s}^{(i-1)} \quad (46)$$

と表わすことができる。

### 3.2 後向き予測誤差空間による非定常解析

任意の有限長区間での非定常性を  $B_s^{(p)}$  の座標系から評価することを試みる。以後、 $B_s^{(p)}$  や  $B_s^{(p)T} B_s^{(p)}$  によって特徴づけられる空間を、後向き予測誤差空間 (BPES) と名づける。BPES は標準パターンで直交系を構成する。

本研究では、BPES による非定常解析を具体的に示すため、任意の区間で式(17)より

$$\lambda_s^{(i-1)} \equiv K_s^{(i)} b_{-1,s}^{(i-1)} = f_{0,s}^{(i)} - f_{0,s}^{(i-1)} \quad (47)$$

なる量を求め、これを列ベクトルとする  $(N+1) \times p$  行列を、次のように定義する。

$$A_s^{(p)} = (\lambda_s^{(0)}, \lambda_s^{(1)}, \dots, \lambda_s^{(p-1)}) \quad (48)$$

ここで、 $A_s^{(p)}$  も  $B_s^{(p)}$  と同様に、区間内の信号が標準パターンと等しい時、列ベクトルが直交する。

$A_s^{(p)}$  のベクトル相互の関係は、その共分散行列の  $k, l$  成分

$$(A_s^{(p)T} A_s^{(p)})_{k,l} = K_s^{(k)} K_s^{(l)} b_{-1,s}^{(k-1)T} b_{-1,s}^{(l-1)} \quad (49)$$

を考え、さらに  $(A_s^{(p)T} A_s^{(p)})_{k,l}$  を各対角成分で規格化した、次の角度  $\theta_{k,l}$  の絶対値で求める。

$$\theta_{k,l} = \cos^{-1} \left[ \frac{\lambda_s^{(k-1)T} \lambda_s^{(l-1)}}{K_s^{(k)} K_s^{(l)} \|b_{-1,s}^{(k-1)}\| \|b_{-1,s}^{(l-1)}\|} \right] \quad (50)$$

この角度  $|\theta_{k,l}|$  を成分に持つ  $p \times p$  行列を、新たに  $\Theta_{ABV}$  と定義する。 $\Theta_{ABV}$  は、予測誤差のノルムの影響をうけない。また、対称行列となるため、 $k=1, \dots, p, 1 \leq l \leq k-1$  で決めることができる。

任意の区間の信号が標準パターンと等しい場合には、 $\Theta_{ABV}$  の対角成分は  $0^\circ$ 、他は  $90^\circ$  となる。このように、ベクトル相互の角度で非定常性を評価するやり方は、文字・音声認識での類似度<sup>(7)</sup>と似ている。

## 4. 結果

### 4.1 シミュレーション結果<sup>(8)</sup>

あらかじめ非定常性の原因が明らかな信号に対し、

定常区間を標準パターンとした時の、 $\Theta_{ABV}$  の経時変化を求めた。この信号は、PARCOR法による合成波形であり、その非定常性は反射係数の変化で生成される。なお、非定常性の原因としては、次節の生体信号を考慮し、モデル次数の変化と極の移動(すなわち、中心周波数や帯域の変化)を考えた。ここではその結果のみ以下に述べるが、詳しくは文献(8)を参照されたい。

- (1) 合成波形の  $k^{(p)}$  を  $k^{(q)}$  ( $1 \leq q < p$ ) に減少させた、いわゆる次数変化の区間では、それまで直交していた  $\{\theta_{kl}; k=l+1, l=q, \dots, p-1\}$  が順に最低の角度(斜交性)となり、 $\Theta_{ABV}$  の経時変化を端的に示した。
- (2) 合成波形の  $k^{(p)}$  の値を、極の移動に基づいて変化させた時では、 $\Theta_{ABV}$  の経時変化に特徴はなく、斜交の程度も小さかった。
- (3) 有限長区間毎の分析法のため、必然的に分析結果に、実際の現象との時間のラグが半区間長だけ生じている。

### 4.2 Silent Period 誘発区間の解析

咀嚼筋筋電図の Silent Period (SPと略す)は、一種の誘発筋電図であり、顎口腔系機能を神経筋機構から解明する際の重要なパラメータである<sup>(9)</sup>。このSPを含む筋活動信号は、咬みしめ時の定常な筋活動を背景として、頤部タップ等の外来刺激により、筋活動の無いSP付近の非定常区間が現われ、数10ms後に再び定常な筋活動に回復していく特徴がある。SPの生理的発現機序は完全には解明されていないが、その持続時間の長短が機能異常に関係しているとの報告が多い。特に、SP後半の不完全な筋活動(depressed activity)区間は、この持続時間に強く関係しながらも非定常区間であるため、この機構について解析した報告はない。

咀嚼筋筋電図は側頭筋筋腹、咬筋中央部の左右合計4筋から双極表面電極(直径9mm、電極間距離25mm)で導出し、時定数3msの増幅器を通して記録する。このうち、外来刺激前後を含む500msの筋電図データを12ビットのADコンバータを用い、 $f_s=5$  kHzで収集した。BPESの次元は、従来報告されているパワースペクトルパターンより、5次とした。さらに、一定の強さで咬みしめ状態を維持している50~80msでの区間を定常区間の代表と考え、ここから標準パターンをあらかじめ設計しておいた。分析では、有限長区間を10ms(データ数=50ポイント)とし、これを0.2msずつ進めて、各時点の $\Theta_{ABV}$ を求めた。

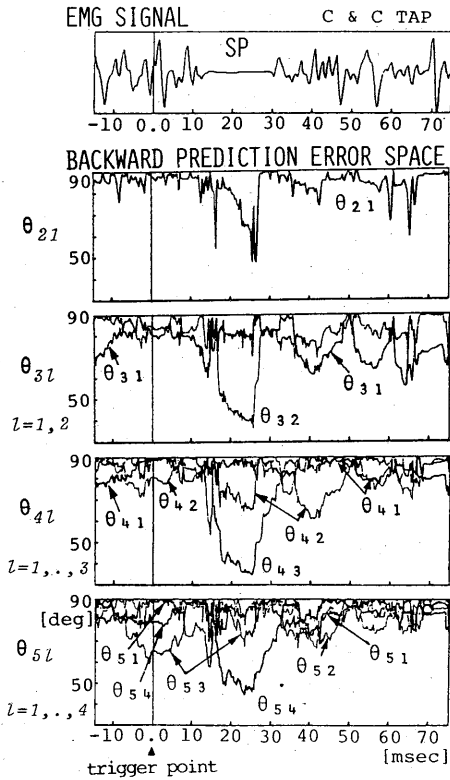


図4 正常有歯顎者の分析例  
Fig.4-BPES result of EMG (normal).

図4は正常有歯顎者の分析例、図5はSP後半に不十分な筋活動を持つ被検者の分析例である。ここで非正常性は $\theta_{ABV}$ の総合的な特徴から判断できる。すなわち、標準パターンに類似した筋活動区間では、 $\theta_{ABV}$ の各成分は約 $80^\circ \sim 90^\circ$ である。これに対し、SP付近では $50^\circ$ 以下まで減少するものがあり、しかも最低になる値は順に $\theta_{32}$ 、 $\theta_{43}$ 、 $\theta_{54}$ である。これは、次数の減少による非正常区間の特徴を示している。約15波形の分析を行なった結果、 $\theta_{ABV}$ の経時変化に以下のような特徴がみられた。

両者に共通な点として、

- (1) SP区間で次数の減少とみられる非正常性が存在する。
- (2) SP前後は、ほぼ標準パターンと同一の筋活動である。
- (3) SP直前の誘発波付近で $\theta_{ABV}$ はスパイク状に変化し、インパルス状の入力による影響が現われている<sup>†</sup>。

<sup>†</sup> 外来刺激から筋電図の誘発波までのおくれ時間(潜時)は、神経伝達経路中の中継点(シナプス)により必然的に生じる。

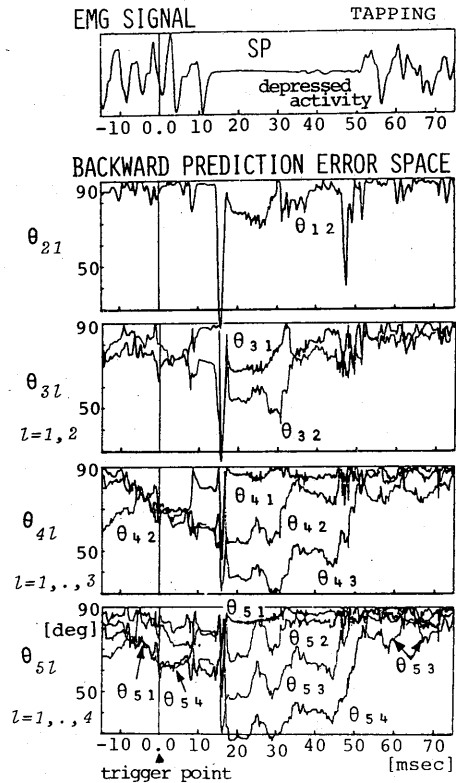


図5 depressed activityに対する分析例  
Fig.5-BPES result of EMG with depressed activity.

相異点はSP後半のdepressed activityによるものであった。この区間はSPと同じ性質の非正常ながらも、次数がSPより高い分だけ筋活動の存在が認められ、SP後の完全な筋活動に向けて徐々に次数が増加していく区間と推察される。すなわち、 $\theta_{32} \rightarrow \theta_{43} \rightarrow \theta_{54}$ の直交時点が順に後半へ移動している。一方、正常者では直交時点の移動が少なく、この変化が短時間で終了している。

以上の分析結果は、従来予想されていたSP後半の筋活動様式の変化を、初めて解析的に示し得たものである。

## 5. 考 察

これまで、後向き予測誤差による解析例としては、Strube<sup>10)</sup>による声門閉鎖の推定に関する報告があるにすぎない。これは、音声信号の共分散行列 $H_{1,p}^T H_{1,p}$ の行列式の対数を $B^{(p)T} B^{(p)}$ から求め、声門での励振波形を推定するものであった。

本研究の特色は、 $B_s^{(p)}$ の座標系を非正常解析に利用

した点にある。この方法は、2.4で示したように、LPCの変化によるものとする従来の非定常性の取り扱いにくらべ、数々の長所を持っている。

本章では非定常性の原因として、モデルの次数が変化しない時、すなわち同一次数での極の移動<sup>(6)</sup>と、次数変化で説明づけられる場合とを分けて考察する。4.の結果から $\Theta_{ABV}$ は、前者よりも後者による非定常性に対して、特徴的な変化を示した。なお、極の移動とする考え方は、式(8)の全極型フィルタでの非定常性を特徴づけるものである。

非定常区間における $\lambda_s^{(i)}$ の成分は、BPESでのズレを考慮すれば、式(41)、(44)より

$$\lambda_s^{(i)} = K_s^{(i+1)} \mathbf{b}_{-1,s}^{(i)} = K^{(i+1)} \mathbf{b}_{-1}^{(i)} + (K_s^{(i+1)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} + \Delta K^{(i+1)} \mathbf{b}_{-1}^{(i)}) \quad (51)$$

となる。ここで、右辺第2項は $\lambda_s^{(i)}$ と区間内最適ベクトル $K^{(i+1)} \mathbf{b}_{-1}^{(i)}$ とのズレであり、非定常性はこの成分に分解され得る。このズレのうち、反射係数の変化 $\Delta K^{(i+1)}$ は、最適ベクトル $\mathbf{b}_{-1}^{(i)}$ が求まった後、そのノルムの伸縮に関するだけである。しかも、 $\Theta_{ABV}$ ではこのノルムを規格化している。以上の理由から、これ以後 $(A_s^{(p)T} A_s^{(p)})$ の代りに $(B_s^{(p)T} B_s^{(p)})$ で考察を進めていく。

同一次数で極が移動した場合、 $(B_s^{(p)T} B_s^{(p)})_{kl}$ を式(41)をもちいて展開すると

$$\mathbf{b}_{-1,s}^{(k-1)T} \mathbf{b}_{-1,s}^{(l-1)} = \mathbf{b}_{-1}^{(k-1)T} \mathbf{b}_{-1}^{(l-1)} + \mathbf{b}_{-1}^{(k-1)T} \boldsymbol{\varepsilon}^{(l-1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(k-1)T} \mathbf{b}_{-1}^{(l-1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(k-1)T} \boldsymbol{\varepsilon}^{(l-1)} \quad (52)$$

となる。この時、各ベクトルと空間の関係は

$$\mathbf{b}_{-1}^{(k-1)} \in S(\mathbf{H}_{1,k}), \perp S(\mathbf{H}_{1,k-1}) \ni \boldsymbol{\varepsilon}^{(k-1)} \quad (53)$$

$$\mathbf{b}_{-1}^{(l-1)} \in S(\mathbf{H}_{1,l}), \perp S(\mathbf{H}_{1,l-1}) \ni \boldsymbol{\varepsilon}^{(l-1)} \quad (54)$$

である。ただし、このことは区間内で最小二乗推定を行なった結果として得られるものである。したがって、最適ベクトルにおける内積の関係(式(52))、および式(53)、(54)より、式(52)右辺の第1項、第4項は零となる。また第2項、第3項はそれぞれ $l=k+1$ 、 $l=k-1$ の時に $\mathbf{b}_{-1}^{(i)}$ と $\boldsymbol{\varepsilon}^{(i)}$ が同一空間上のベクトルとなり、それ以外では同様にして零となる。ここで、 $k=1, \dots, p$ 、 $1 \leq l \leq k-1$ であるから、結局、第3項が $l=k-1$ の時のみ内積が零になるとはかぎらない。したがって、 $\theta_{kl}$ は

$$\theta_{kl} = \cos^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{(k-1)T} \mathbf{b}_{-1}^{(k-2)}}{\|\mathbf{b}_{-1,s}^{(k-1)}\| \cdot \|\mathbf{b}_{-1,s}^{(k-2)}\|} ; l=k-1 \\ 90^\circ ; l \neq k-1 \end{array} \right\} \quad (55)$$

となる。ここで、同一次数における極の移動が小さければ、 $\|\boldsymbol{\varepsilon}^{(k-1)}\| \ll \|\mathbf{b}_{-1,s}^{(k-1)}\|$ と考えられ、 $l=k-1$ の

時の $\theta_{kl}$ も $90^\circ$ に近い値をとることが予想できる。

さて本研究で導入した空間は、式(8)で定義されるように、信号ベクトル $\{\mathbf{s}_{-n}, n=0, \dots, p\}$ から構成されるものである。例えば、AR(i)モデルの推定値は、 $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ 、 $\boldsymbol{\alpha}_s^{(i)}$ の区別なく、 $S(\mathbf{H}_{1,i})$ 内に存在する。前向き・後向き予測誤差ベクトルも同様である。ただし、BPESで重要な直交関係(式(15)、(16))は、最小二乗推定によるベクトルに対してのみ成立している。したがって、ズレの成分を持つ式(34)の $\mathbf{f}_{0,s}^{(i)}$ も $S(\mathbf{H}_{0,i})$ に存在するが、 $\mathbf{f}_{0,s}^{(i)}$ と異なり $S(\mathbf{H}_{1,i})$ と斜交する。これと同じことは、 $\mathbf{b}_{-1,s}^{(i)}$ についてもいえる。しかもこの斜交性は、次数変化の場合に極端に生じると考えることができる。

次数変化が生じている区間での $(B_s^{(p)T} B_s^{(p)})_{kl}$ の特徴を、図3を用いて説明する。いま、 $q (1 \leq q < p)$ 次まででモデルの次数が最適であるとすれば、 $q$ 次以上の各次元における $\mathbf{f}_{0,s}^{(i)}$ の最適値は

$$\|\mathbf{f}_{0,s}^{(q)}\| = \|\mathbf{f}_{0,s}^{(q+1)}\| = \dots = \|\mathbf{f}_{0,s}^{(p)}\| \quad (56)$$

となる。いま自由振動区間では、 $q$ 次以上の $\mathbf{f}_{0,s}^{(i)}$ が零ベクトル $\mathbf{0}$ となるから、図3で $p$ を $i$ に置き換えると $\mathbf{f}_{0,s}^{(i)} = \mathbf{0}$ より、 $\mathbf{f}_{0,s}^{(i)} \in S(\mathbf{H}_{0,i})$ は完全に $S(\mathbf{H}_{1,i})$ 内のベクトルとなる。すなわち、 $S(\mathbf{H}_{0,i})$ と $S(\mathbf{H}_{1,i})$ は同一空間として斜交する。一方、次数更新時の関係から、 $\mathbf{f}_{0,s}^{(i-1)} \in S(\mathbf{H}_{0,i-1})$ も $\mathbf{b}_{-1,s}^{(i-1)}$ の存在する $S(\mathbf{H}_{1,i})$ に斜交する。 $i$ 次での斜交する空間をまとめると、

$$\{S(\mathbf{H}_{0,i-1}), S(\mathbf{H}_{1,i}), S(\mathbf{H}_{0,i})\} \quad (57)$$

次に、 $i+1$ 次も同様にして

$$\{S(\mathbf{H}_{0,i}), S(\mathbf{H}_{1,i+1}), S(\mathbf{H}_{0,i+1})\} \quad (58)$$

となる。ここで、 $\mathbf{b}_{-1,s}^{(i)}$ の存在する空間の定義より、 $q$ 次以上の $\mathbf{b}_{-1,s}^{(i)}$ は互いに同一空間上のベクトルとなって斜交することが、式(57)、(58)からわかる。

また、式(56)が $\mathbf{0}$ でない場合は、最適値が僅かではあるが存在するため、式(55)の極の移動と同様なことがいえる。しかし、次数変化における斜交性の強さから推察して、 $\|\boldsymbol{\varepsilon}^{(k-1)}\|$ は $\|\mathbf{b}_{-1,s}^{(k-1)}\|$ に近い値をとり、 $\theta_{k,k-1}$ に斜交状態を作り出していると考えられる。

4.の結果に示された斜交の順序性は、この理由によると思われる。実際には、本方法で区間内の局所定常性を仮定しているため、区間内での非定常性、例えばインパルス入力時点とか、区間内で徐々に変化していく場合の影響が分析結果に現われており、理論どおりにはない部分がある。しかし、本方法により初めて次数変化の非定常性を特徴づけることが可能となった。

以上の $\Theta_{ABV}$ の特徴は、 $\mathbf{b}_{-1,s}^{(i)}$ に対してそのズレの成

分をも直交系をなす空間上に射影できるために他ならず、 $f_s^{(i)}$ からではこのような展開は不可能である。

## 6. むすび

本研究では、最小二乗推定の幾何学的立場から、任意の区間での非正常性を解析するための基礎理論について報告した。従来、非正常性の評価量はほとんどが一次量であったのに対して、本方法では各次元の後向き予測誤差ベクトルからなる後向き予測誤差空間 (BPES) を新たに定義し、非正常性をモデルの各次元に展開した多次元処理となっている。具体的には、定常区間のパラメータ (反射係数) で、任意の区間での後向き予測誤差ベクトルの共分散行列  $B_s^{(p)T} B_s^{(p)}$  を作り、ベクトル相互のなす角度  $\theta_{ABV}$  を求めた。最小二乗推定の幾何学的関係より、定常区間での  $\theta_{ABV}$  は対角成分が  $0^\circ$ 、他は  $90^\circ$  となり、その結果、任意の区間での非正常性を明確な基準の下に評価でき得た。

本方法の特徴は、スペクトルピークの数の変化といった、従来ほとんど考慮されていなかった次数変化の非正常性を、確定的に解析できるようにした点にある。特に生体信号では、神経系の興奮や抑制がそれぞれの閾値を境にして発生するため、次数の変化する状態を考える必要性が高い。また、音声における母音、子音間の調音結合の場合にも、次数変化が問題となる。従来、次数の決定問題については確率論的立場から数多く報告されているが、非定常区間に対しては、本研究のような確定的解析法の重要性が増すものと考えられる。

本方法の欠点は、評価量  $\theta_{ki}$  の数が多く、また区間内の局所定常を仮定しているため、時として非正常性の判断があいまいとなる点にある。したがって、非正常性をより良く分類し、各々の原因をふまえた評価法を考案することが、今後の課題となろう。

本論文では、生体信号の例として咀嚼筋筋電図の非定常区間を分析した。他への応用としては、誘発脳波の非定常区間を背景脳波を標準パターンとして分析する場合や、音声の調音結合区間等が考えられる。

謝辞 本研究のために筋電図データを提供していただいた新潟大学歯学部石岡靖教授、山鹿卓郎講師、ならびに御助言いただきました新潟大学工学部齊藤義明教授に感謝いたします。なお本研究の一部は、文部省科学研究費補助金 (課題番号 58750276) の援助の下に行なわれたものである。

## 文 献

- (1) 尾崎: "局所定常時系列のスペクトル解析", 応用物理, 46, pp.61-69 (1977).
- (2) Bohlin, T.: "Four cases of identification of changing systems", System Identification, pp.442-518, Academic Press (1976).
- (3) 方野, 石井, 岩田, 鈴木, 寺島: "脳波の自己回帰モデルを用いた睡眠ステージの自動判定", 医用電子と生体工学, 20, pp.73-79 (1982).
- (4) 鈴木訳: "音声の線形予測", コロナ社 (1980).
- (5) 赤木, 飯島: "極性誤差識別法による音声認識 (POLPEC法)", 信学論 (A), J65-A, 8, pp.759-766 (昭57-08).
- (6) Burg, J.: "Maximum Entropy Spectral Analysis", Ph. D. Dissertation, Dept. of Geophysics, Stanford University (1975).
- (7) 飯島: "パターン認識", コロナ社 (1973).
- (8) 木竜, 飯島: "線形予測モデルによる非定常区間の後向き予測誤差解析", 信学技報, PRL83-17 (1983).
- (9) 木竜, 齊藤, 山鹿, 石岡: "Silent Period 分析による咀嚼筋筋電図自動解析システム", 医用電子と生体工学, 21, pp.93-99 (1983).
- (10) Strube, H.: "Determination of the Instant of Glottal Closure from the Speech Wave", J. Acoust. Soc. Am., 56, pp.1625-1629 (1974). (昭和58年10月27日受付, 59年2月17日再受付)