

重み付け中点図面を用いただ円抽出アルゴリズム

正 員 大和 淳二[†] 正 員 入澤 和義^{††}
 正 員 石井 郁夫[†] 正 員 牧野 秀夫[†]

Algorithm for Extracting Ellipses Using Weighted Center Points Map

Junji YAMATO[†], Kazuyoshi IRISAWA^{††}, Ikuo ISHII[†] and Hideo MAKINO[†], *Members*

あらまし だ円と平行線群の交点の中点は、そのだ円の中心を通る1本の直線上に並ぶ。またその交点間の距離と中点の2座標値のいずれか一方の関係を平面上にプロットすると、だ円になる。この二つの性質を利用することによって、多くのだ円を含む複雑な図面からだ円を抽出することが可能となる。具体的にはまず原図面から中点図面を作ってだ円を線分に変換し、これをハフ変換によって検出する。次に検出した線分から被検出だ円のパラメータの概略値を求め、それをもとにだ円画素の標本を抽出する。最後にその標本画素の座標値から、最小2乗法によってだ円パラメータを決定する。種々のパターンによって実験を行い、このだ円抽出アルゴリズムの有効性を確認した。

1. ま え が き

工業・医療・ロボティクスなどの領域で、自然物体画像または人工物体画像を取り扱う新しい分野における重要な研究課題として、画像に現れる直線・円・だ円等の基本図形の効率的な抽出が挙げられる。

既発表のだ円抽出アルゴリズムには高次元ハフ変換を用いる方法があるが⁽¹⁾、使用メモリ量と処理コストの面に大きな問題がある。まただ円上の画素の選出にはハフ変換を用い、その画素によるだ円パラメータの決定には最小2乗法を用いる方法も提案されているが⁽²⁾、複雑な線図形中の多数のだ円を抽出することは困難と思われる。

これにかんがみ、著者らは円の抽出に当りまず原図面を中点図面に変換することによって円を線分に変え、これに変形ハフ変換を施して円の抽出を容易に行うアルゴリズムを先に提案した⁽³⁾。

今回このアルゴリズムに改良を加えてだ円の抽出も可能とし、プログラム発生したテストパターンなどによりその有効性を確かめたので報告する。

2. だ円抽出アルゴリズムに用いるだ円の性質

本アルゴリズムでは、だ円に関する次の二つの性質を使用する。

[性質1] だ円と平行線群の交点の中点は、だ円の中心を通過する1本の直線上に並ぶ。

(証明) 座標の原点(0,0)に中心を置く図1のようなだ円を

$$ax^2 + 2hxy + y^2 + c = 0 \tag{1}$$

但し

$$a > h^2, \quad 0 > c$$

で表すと、その上の1点 $P(x_p, y_p)$ における接線の方向係数は、

$$m = -(ax_p + hy_p) / (hx_p + y_p) \tag{2}$$

で与えられる。他方この接線に平行する直線

$$y = mx + c_s \tag{3}$$

とだ円の交点 Q, R の中点 S の座標 (x_s, y_s) は

$$x_s = -q/p \tag{4}$$

[†] 新潟大学工学部情報工学科, 新潟市
 Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21 Japan

^{††} 大日本印刷株式会社, 東京都
 Dainippon Printing Co., Tokyo, 162-01 Japan

$$y_s = c_s(a + hm)/p \quad (5)$$

但し

$$p = a + 2hm + m^2$$

$$q = (h + m)c_s$$

となり、点 S が直線 PO 、すなわち

$$y = (y_p/x_p)x \quad (6)$$

の上にあることから、この性質は証明される。

[性質 2] 2 交点の midpoint の座標値 x_s (または y_s) と交点間の長さ d_s の関係を平面上にプロットすると、だ円になる。

(証明) 点 Q, R の座標値から d_s を求めると、

$$d_s = 2\sqrt{c_s^2(h^2 - a) - pc \cdot \sqrt{1 + m^2}}/p \quad (7)$$

となる。これを変形すると

$$d_s^2 p^2 + 4c_s^2(a - h^2)(1 + m^2) + 4pc(1 + m^2) = 0 \quad (8)$$

が得られる。

一方点 c_s は式(5)から

$$c_s = py_s / (a + hm) \quad (9)$$

となる。この式の y_s を一般変数 t と置き換えて式(8)に代入し、更に d_s を一般変数 d と置き換えると、だ円方程式

$$\frac{d^2}{-4c(1+m^2)/p} + \frac{t^2}{-c(a+hm)^2/p(a-h^2)} = 1 \quad (10)$$

が得られるので、この性質は証明された。

なお、このだ円の径の長さは

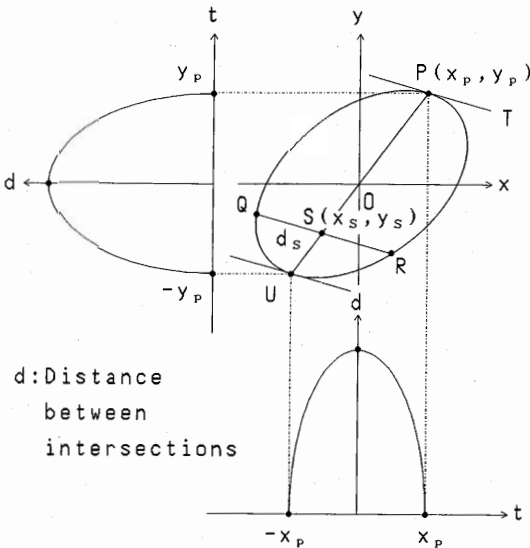


図1 だ円の性質

Fig. 1 Characteristics of an ellipse.

d 軸方向では

$$4\sqrt{-c(1+m^2)}/p, \quad (11)$$

t 軸方向では

$$2(a+hm)\sqrt{-c/\{p(a-h^2)\}} \quad (=2y_p) \quad (12)$$

となる。

同様に x_s の値を変数 t と置くと、 d 軸方向の径の長さは式(11)と同一であるが、 t 軸方向のそれは $2x_p$ となる。

なお本論文のだ円検出アルゴリズムでは、 $m = -1, 0, 1, \infty$ の四つの場合を使用する。

3. だ円抽出アルゴリズムの概略

前章のだ円の性質を使用しただ円抽出アルゴリズムの概略を、図2の流れ図によって説明する。

(a) 処理対象図面 (以下これを原図面と呼ぶ) 中の図1の S 点のような画素のみに着目し、これと同じ座標の画素をプロットして作った別の図 (以下これを中点図面、その点を中点画素と呼ぶ) を作成する。その際その中点画素には、その座標の算出に用いた原図面の図形上の画素間隔 (2. の d_s のような値で、以下これを重みと呼ぶ) を書き込む (4.1)。

(b) 中点図面にハフ変換を適用することによって、中点図面中の線分 (以下これを中点線分と呼ぶ) を抽出

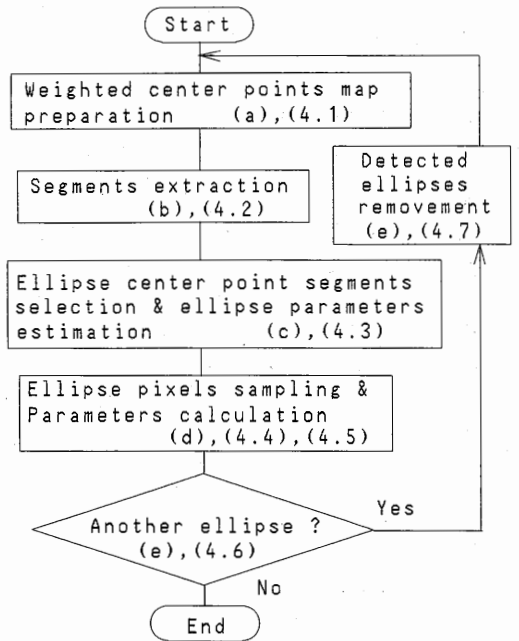


図2 だ円抽出アルゴリズムの流れ図

Fig. 2 A flow of ellipse extracting algorithm.

する(4.2).

(c) 中点線分上の画素の重みを参照することによって、抽出した線分の中から図1 PUのような一つのだ円によって作られた線分(以下これをだ円中点線分と呼ぶ)のみを選択し、これによって被検出だ円のパラメータ(中心座標と式(10))の概略値を得る(4.3).

(d) 上で得たパラメータの概略値を用いて原図面からだ円上の画素を標本化し(4.4), その座標値から最小2乗法によりいっそう精度の高いだ円パラメータを求める(4.5).

(e) 抽出しただ円の存在を原図面上で確認(4.6)後、これを原図面から除去して(a)に戻る(4.7), そして原図面内に新たなだ円を抽出できなくなるまで、この処理を反覆する.

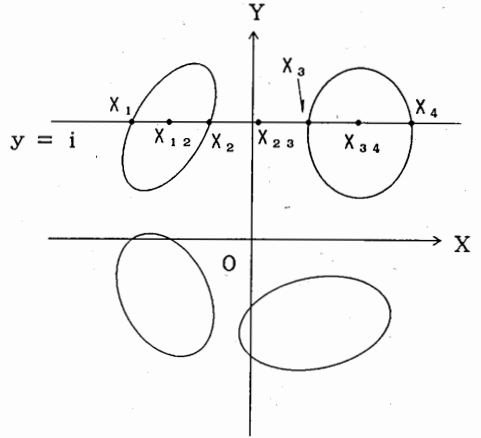


図3 原図面
Fig. 3 Original image plane.

4. だ円抽出アルゴリズムの詳細

次に上述の処理アルゴリズムの詳細を説明するが、説明の便宜上処理対象図形は256×256画素の原図面(X-Y座標系を使用し、各画素2ビットとする)に背景画素を“0”, 図形画素を“1”として描かれており、抽出済みのだ円画素は“3”の書き込みによって除去するものとする。また中点図面は256×256画素(P-Q座標系を使用し、各画素8ビットとする)で構成するものとする。

更に抽出対象だ円の長径中最大のものの概略値 R_{max} をあらかじめ入力しておき、処理の効率化を図ることとする。

4.1 重み付け中点図面の作成

図3に示す4個のだ円を含む原図面を例として、重み付け中点図面の作り方を説明する。

X-Y平面上の直線 $y=i$ とだ円の交点のx座標値を x_1, x_2, x_3, x_4 とし、これらのすべての組合せ (x_j, x_k) (但し $j < k$) についてその平均値 $x_{jk} = [(x_j + x_k)/2]$, (但し [] はガウス記号) を求め、P-Q平面上の点

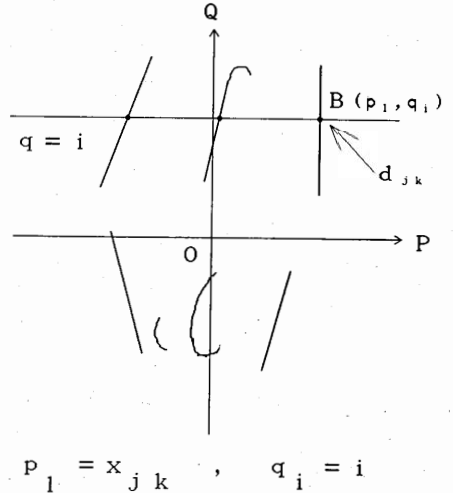


図4 中点図面
Fig. 4 Center points map.

$B(p_i, q_i)$, 但し $p_i = x_{jk}, q_i = i$ に $d_{jk} (= x_k - x_j)$ の値を書き込む(画素 (p_i, q_i) が3.の中点画素であり, d_{jk} がその重みである). 但し, $d_{jk} > R_{max}$ となる場合には, 点 (x_j, i) と (x_k, i) の組合せは同一のだ円上にあることは明らかであるので, 中点画素の書き込みを行わない. これによって中点図面に現れる不要な中点画素の数を減らし, 後の処理の容易・高速化が可能になる. 上述の操作を $i = -128 \sim 127$ について行くと, 図4のような d_{jk} で重みづけられた中点図面が得られる. そしてその中には, 原図面のだ円によ

て作られた4本のだ円中点線分(図1の線分PUに当たる)が含まれている。

なお以下の説明中に現れる i は, すべて $-128 \sim 127$ の全整数を表すものとする。

原図面中にだ円以外の図形が含まれている場合にも, 全くこれと同じ方法で中点図面の作成を行う. 但しその場合には, 中点図面中にだ円中点線分以外にも直線状または曲線状に並んだ, だ円の抽出には無用な多数の画素列が出現する(図11(b), 12(b), 13(b)参照).

4.2 中点線分の抽出

前節で得た中点図面の中で、直線状をなしているすべての中点線分をハフ変換により抽出するが⁽⁴⁾、これは中点画素の重みを無視して行う。

図4または図11(b)の例からもわかるように、原図面のだ円中点線分はP軸よりはむしろQ軸の方向を向くものが多い。従ってハフ変換の角度パラメータを図5-Iのごとく $(90 \pm \alpha)^\circ$ と $(270 \pm \alpha)^\circ$ の間に制限することにより、その抽出を容易・高速化する。

後に4.7で述べる理由により、 $X=i$, $X+Y=2i$, $X-Y=2i$ などの平行線群と原図形の交点から中点図面を作ることも必要となる。平行線群 $X=i$ を使用する場合には $\pm \alpha^\circ$ と $(180 \pm \alpha)^\circ$ の間に、また平行線群 $X+Y=2i$, $X-Y=2i$ を使用する場合には、それぞれ $(45 \pm \alpha)^\circ$ と $(225 \pm \alpha)^\circ$ および $(135 \pm \alpha)^\circ$ と $(315 \pm \alpha)^\circ$ の間に角度パラメータを制限する(図5-II, III, IV参照)。ここで α の値は、上記四つの場合によって $x-y$ 平面全域のカバーを可能とするため、 23° にするのが適当である。

4.3 重みによるだ円中点線分の選択

だ円による中点線分の重みは両端で最小、中央で最大となる。従ってこの性質を用いれば、抽出された多数の中点線分の中からだ円中点線分のみを選択することができる。

具体的には、図6のように中点線分に沿って 3×3 画素のウィンドウを、中点線分の傾斜が1より大きいか小さいかに応じてYまたはX軸方向に1画素ずつ移動させる。そして各ウィンドウ中に得られる9個の画素の重み中最大のものをもって、そのウィンドウの中心位置における画素の重みとする。

次にこのようにして得られた重みのデータ列に移動平均法を適用してこれを平滑化し、その両端の10%の値の平均値 W_a , W_b と、中央の10%の値の平均値 W_c を求める。そして W_a/W_c および W_b/W_c の双方がともにある一定のしきい値(例えば0.15)以下である場合にはその線分はだ円中点線分であると判断し、 p_a , p_b , q_a , q_b および w_c の値から次のだ円方程式

$$d^2/w_c^2 + t^2/u^2 = 1 \tag{13}$$

但しだ円中点線分の方角係数を m_e として、

$|m_e| < 1$ の場合には

$$u = (p_b - p_a) / 2$$

$$t = [p - (p_a + p_b) / 2],$$

$|m_e| \geq 1$ の場合には

$$u = (q_b - q_a) / 2$$

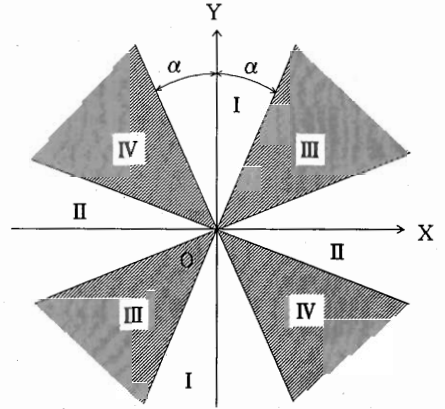


図5 ハフ変換の角度制限
Fig. 5 Hough transform angle extent.

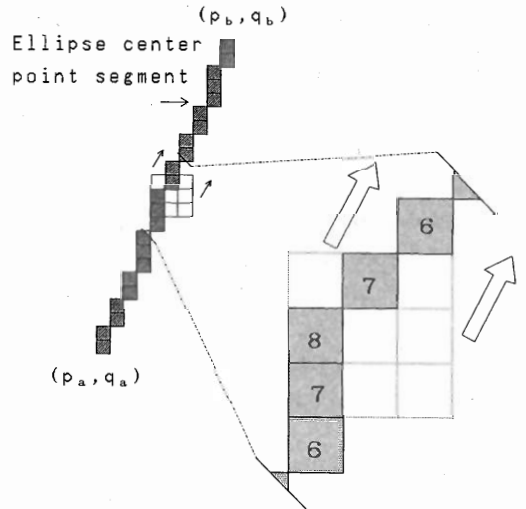


図6 重みのサーチ
Fig. 6 Searching for the weights allotted on center point pixels.

$$t = [q - (q_a + q_b) / 2]$$

とする。 $|m_e|$ の大きさによって変えるのは、 u をなるべく大きくすることによってだ円の t 軸方向の径を大きくし、その精度を高く保つためである。

を作る。式(10)は $|m_e| \geq 1$ の場合に当たる。また図7はその場合のプロット例であって、このようなだ円を重み曲線と呼ぶことにする。

一方だ円ではないと判断した中点線分については、それ以後の処理を行わない。

この判断には中点線分の両端と中央の重みしか考慮されていないので、中点線分の中にはだ円中点線分と誤判断されるものもあり得る。しかしそのような中点

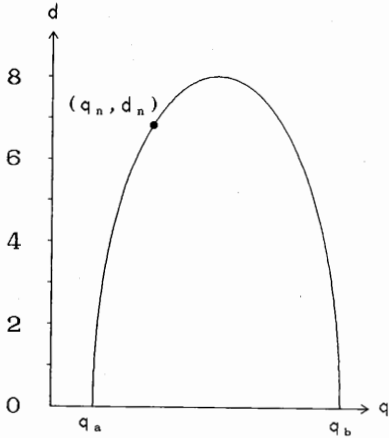


図7 だ円の重み曲線

Fig. 7 Weighting curve of the examining ellipse.

線分があっても、後に述べる 4.6 の処理で真のだ円中点線分ではないことがわかるので、差し支えはない。

4.4 だ円画素の標本化

原理的には求めるだ円の中心はだ円中点線分の中心位置にあり、またその両端の画素もこのだ円の上にある。従ってだ円上にほかにもう一つの画素を見出してその座標を知れば、だ円パラメータは確定するはずである。しかしハフ変換によって求めた中心と両端点の座標は、だ円にノイズが乗っている一般の場合などにはあまり高い精度のものでなく、得られるだ円パラメータの精度も十分ではない。従ってこの方法で得られた座標 $([(p_a+p_b)/2], [(q_a+q_b)/2])$ を求めるだ円の仮の中心とし、このだ円の重み曲線を用いてだ円画素から数 10 の標本画素を抽出し、最小 2 乗法によっていっそう精度の高いだ円パラメータを算出することにする。次にその具体的な方法を示す。

まずだ円中点線分上の各画素 (p_n, q_n) 、(但し $p_n = p_a \sim p_b, q_n = q_a \sim q_b$) の重みを式(13)から

$$d_n = [\sqrt{w_c^2 - (tw_c/u)^2}] \quad (14)$$

として求め、対応する原図面上の画素 $((x_n, y_n))$ 、但し $x_n = p_n, y_n = q_n$ から X 軸の正および負の方向にそれぞれ d_n だけ離れた 2 点 $(x_n + d_n, y_n), (x_n - d_n, y_n)$ を中心に、 3×3 のウィンドウを設ける (図 8 参照)。そしてこれらの各ウィンドウ中に見つかった画素“1” (4.7 で述べる再抽出の場合には、画素“3”をもこれに含める) の座標の平均値をとり、それをだ円の標本画素の座標とする。またウィンドウ中にこのような画素が見つからない場合には、これを無視する。このようにして、だ円画素から 30 個程度の標本を抽出する。

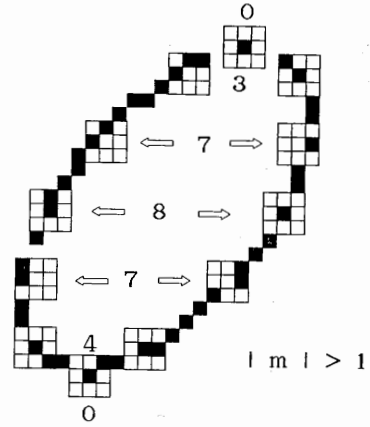


図8 だ円周画素の標本化

Fig. 8 Sample pixel extraction from the examining ellipse.

以上は平行線群 $y=i$ を用いた場合についての説明であるが、平行線群 $x=i, x+y=2i, x-y=2i$ を用いる場合には、それぞれ $(x_n, y_n + d_n)$ と $(x_n, y_n - d_n)$ 、 $(x_n - g, y_n + g)$ と $(x_n + g, y_n - g)$ および $(x_n - g, y_n - g)$ と $(x_n + g, y_n + g)$ (但し $g = d_n/\sqrt{2}$) の位置にウィンドウを設ける。

4.5 だ円近似式の導出

上記の方法で得ただ円の標本画素点の近傍を通過する近似方程式を求める。それにはこの近似式を

$$ax^2 + 2hxy + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad (15)$$

と表し、

$$P = \sum_{n=1}^N (ax_n^2 + 2hx_ny_n + y_n^2 + 2gx_n + 2fy_n + c)^2 \quad (16)$$

但し N はだ円上の標本画素数、

$(X_n, Y_n), n=1 \sim N$ はその座標値

を最小にする係数 a, h, g, f, c を

$$\begin{aligned} \partial P / \partial a &= \partial P / \partial h = \partial P / \partial g = \partial P / \partial f \\ &= \partial P / \partial c = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

から求めればよい。

4.6 近似式の確認

得られただ円の近似式(15)が真に原図面中のだ円に対応するものであるか否かを確かめるため、まずこれを媒介変数 θ を用いる下記のだ円方程式に変換して、その描画を容易にする。

$$x = [A \sin(\theta) + x_0] \quad (18)$$

$$y = [B \cos(\theta + \theta_0) + y_0] \quad (19)$$

但し

$$\theta_0 = -\tan^{-1}(k/\sqrt{1-k^2})$$

$$x_0 = (fh-g)/(a-h^2)$$

$$y_0 = (gh-af)/(a-h^2)$$

$$A = \sqrt{c_0/\{a(k^2-1)\}}$$

$$B = \sqrt{c_0/(k^2-1)}$$

$$c_0 = gx_0 + fy_0 + c, \quad k = h/\sqrt{a}$$

である。

次に原図面上において式(18), (19)の θ を0度から360度まで1度ずつ変化させながら、それに対応する x, y 座標位置に 3×3 画素のウィンドウを設ける。そしてその中に現れる画素を調べ、90%以上のウィンドウで画素“1”(または“3”)が見つかった場合、だ円は正しく抽出されたものと判断してその中心座標(x_0, y_0), 長径 $2A$, 短径 $2B$ および偏角 θ_0 を確定する。

全ウィンドウの90%以下でしか“1”(または“3”)が見つからなかった場合には、この近似式は原図面中のだ円を表すものではないとみなし、これを捨てる。

4.7 抽出済みだ円の除去と抽出漏れだ円の再抽出

前節までの処理によって原図面中の全だ円を抽出できるとは限らない。それはだ円相互の関係位置の如何によって、だ円中点線分を正しく求め得ない場合があるからである(図9参照)。

このような抽出漏れのだ円は、次のような処理によって再抽出を行う。すなわちまず抽出済みのだ円の上に式(18), (19)を用いて“3”を書き込むことにより、これを除去する。次に中点図面を作るための平行線群の方向を変更し、4.1からの抽出処理を再度繰り返す。すなわち図9の例の場合には、平行線群 $X=i$ とだ円の交点から中点図面を作り直すと図10のように正しいだ円中点線分を得ることができるようになるので、抽出漏れのだ円の抽出が可能となるわけである。

次章に示す実験例では最初に平行線群 $Y=i$ で中点図面を作り、抽出漏れのだ円がある場合には、平行線群を $X=i, X+Y=2i, X-Y=2i$ の順序に順次循環的に換えて用いることとした。

なおだ円の除去を“3”の書き込みによって行う理由は次のとおりである。すなわち、複数のだ円が重なっている場合に先に抽出されただ円の除去を“0”で行うと、そのだ円と交わる部分で抽出漏れのだ円の画素が背景画素と同一となって消され、抽出が困難となる。しかしこの除去を“3”で行い、4.4以降の処理を“3”

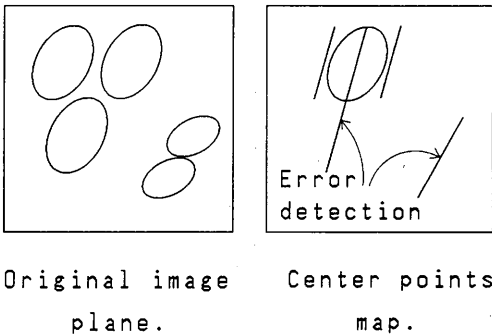


図9 $y=i$ による変換
Fig. 9 Transform from original image plane to center points map by $y=i$.

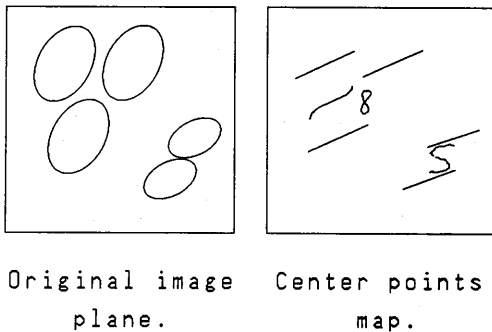
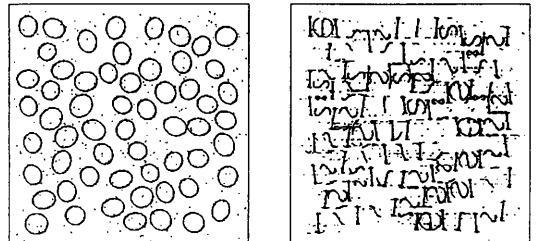
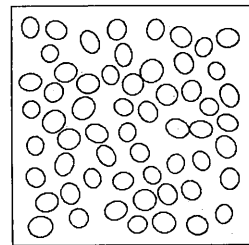


図10 $x=i$ による変換
Fig. 10 Transform from original image plane to center points map by $x=i$.

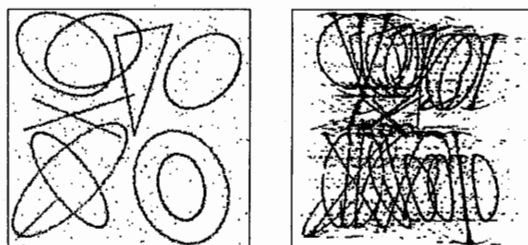


(a) Original image plane. (b) Center points map.

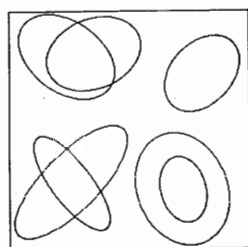


(c) Result plane.

図11 だ円の抽出例(I)
Fig. 11 Example of ellipse extraction.



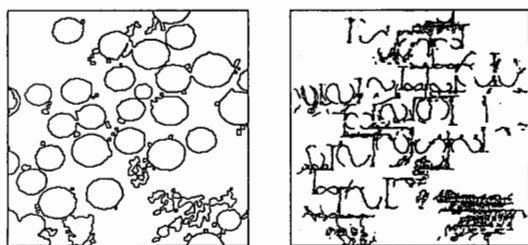
(a) Original image plane. (b) Center points map.



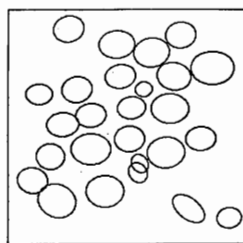
(c) Result plane.

図12 だ円の抽出例(II)

Fig. 12 Example of ellipse extraction.



(a) Original image plane. (b) Center points map.



(c) Result plane.

図13 ラットの腺房細胞の抽出例

Fig. 13 Example of rat cell extraction.

を“1”と同等に扱って行くと、抽出漏れのだ円の一部分が消されなかったのと同じことになるので、除去が後のだ円の抽出の妨げにはならなくなるからである。

5. 実験結果

重み付け中点図面によるだ円抽出アルゴリズムの有効性を確かめるため、種々のパターンで実験を行った。

図11(c)はプログラム発生した多数のだ円を含むノイズのある原図面(a)からだ円を抽出した例で、(b)はその際の中点図面である。また、図12(c)は種々の図形が含まれている複合図形(a)からノイズが乗っただ円を抽出した例で、(b)はその際の中点図面である。いずれの場合にも、プログラム発生に用いただ円方程式から直接得られるだ円に対して、誤差1画素以下の高い精度で抽出が行われている。

図13(b)はテレビカメラから取り入れ、エッジ検出したラットの腺房細胞の2値化図面(a)からの抽出例である。

ここに示した中点図面は、いずれも平行線 $y=i$ を使用した場合の例である。

なお原図面中の被検出だ円の大きさに著しい差がある場合には、まず小さいだ円を抽出してこれを除去後、大きなだ円を抽出するように R_{max} を数段階にわたって段階的に変える。この方法により中点図面中の中点画

素数が減少するので、だ円抽出の容易化と高速化に有効であった。

また多少ひずんだだ円に対しては、4.2の中点線分の抽出時および4.3、4.4の処理の際に使用するウィンドウの大きさを増すことにより、これを近似だ円として抽出することができた。

いずれの方法を用いた場合にも、ハフ変換と線分抽出が全処理時間中に占める割合は、3/4以上の大きいものであった。

6. むすび

原図面を重み付けした中点図面に変換してだ円を線分に変え、これをハフ変換で抽出して、複雑な図面から高い精度でだ円を抽出し得ることを示した。この方法は部分的に隠れているだ円の抽出には向かないが、その高いだ円抽出能力を生かし得る領域が工学、医学などの分野に存在するものと思われる。

重み付け中点図面は平行線や方形などの抽出にも有効と考えられるので、画像処理における新しい手法の一つとして、今後の詳細な検討に値するものと思われる。

文 献

- (1) D. H. Ballard: "Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes", Pattern Recognition, 13, 2, pp.

111-122 (Feb. 1981).

- (2) S. Tsuji and F. Matsumoto: "Detection of ellipses by a modified Hough transformation", IEEE Trans. Comput., C-27, 8, pp. 777-781 (Aug. 1978).
- (3) 大和淳二, 大橋靖弘, 石井郁夫, 牧野秀夫: "中点図形を用いる円検出アルゴリズム", 信学技報, PRU88-49 (1988-09).
- (4) 大和淳二, 稲葉稔智, 石井郁夫, 牧野秀夫: "Hough 変換を用いた線分検出の高精度化", 信学論 (D-II), J72-D-II, 1, pp. 85-92 (昭 64-01).
- (5) 大和淳二, 入澤和義, 石井郁夫, 牧野秀夫: "重み付け中点図形をもちいる楕円抽出アルゴリズム", 信学技報, PRU88-95 (1988-12).

(平成元年 1 月 30 日 受付)

大和 淳二



昭 22 東北大・工・電気卒, 同年通信省入省, 昭 56 新潟大・工・情報・教授, 工博, この間, 電子交換方式, 画像処理, 3次元情報入出力などの研究に従事, 日本 ME 学会, 画像電子学会, 日本医療情報学会各会員.

入澤 和義



昭 62 新潟大・工・情報卒, 平成元年同修士課程了, この間, 3次元情報入力およびパターン認識に関する研究に従事, 同年大日本印刷入社.

石井 郁夫



昭 38 新潟大・工・電気卒, 昭 39 新潟大・工・電子助手, 昭 42 同講師, 昭 46 同助教授, 現在同情報助教授, 立体画像の表示・入力, 音声・画像・図形の符号化などの研究に従事, 工博(東工大), 情報処理学会会員.

牧野 秀夫



昭 51 新潟大・工・電子卒, 昭 53 同大学院修士課程了, 昭 54 新潟大・工・情報・助手, 現在に至る, この間昭 58 より 1 年間に, 情報処理関係内地研究員として北大・応電研・生体制御部門においてマイクロプロセッサを中心とした心臓ペースメーカーおよび植込み型除細動器の研究に従事, 工博, 情報処理学会, 日本 ME 学会, 日本医療情報学会, 日本人工臓器学会, IEEE 各会員.