

論文

非定常信号の実時間復元

堀 潤一[†] 小川 英光^{††}

Real-Time Restoration of Nonstationary Signals

Jun'ichi HORI[†] and Hidemitsu OGAWA^{††}

あらまし 本論文では、非定常信号をその観測値から実時間で復元する問題を取り扱う。我々は信号を表現する方法として提案された自然観測法を、信号の観測・復元問題という別の立場からとらえ直すことにより、生体信号を復元する装置を開発してきた。しかし、理論的整備が不十分であったので、これらの装置の基礎となる非定常信号の復元のための一般論を展開することにした。最初に、非定常信号の観測過程を数学的に定式化する。次に、無限項のノイマン級数展開によって信号が完全に復元されることを示す。実際の実時間処理へ適用するため、原信号の帯域制限されたものを復元する有限項の復元フィルタを構成する。そして、低域通過型と高域通過型という2種類の高次観測系に対して、実時間復元が実現できることを示す。

キーワード 非定常信号, 実時間復元, ノイマン級数展開, 帯域制限付復元, 自然観測法

1. まえがき

本論文では、時間の関数で表される波形をその観測値から実時間で復元する問題について考える。

血圧波形や心電図などの生体信号は、心臓などの発生源の性質が時々刻々と変化するため、非定常過程となる。このような非定常過程の生体信号を経時的に観測することによって、各種疾患の診断や解析が行われている。ところが、そのような生体信号を血圧計や心電計によって計測した場合、観測系の影響によって劣化を受ける。生体信号を使って、迅速にかつ正確に診断・解析を行うためには、劣化を受けた観測信号からもとの信号を実時間で復元する必要がある。

従来から行われている信号の復元法では、対象となる信号をある定まった関数系(基底)で展開していた。そのため、非定常信号を正確に復元することは困難であった。また、そのような方法の多くは、フーリエ解析に見られるように、無限の過去から無限の未来までの情報を必要としており、信号の現在という時刻をあいまいにとらえていた。近年、ウェーブレット理論に

代表されるように信号の時間周波数解析あるいは多重解像度解析の重要性が高まってきており、さまざまな方法が提案されている[1]~[3]。これらの方法では、基底に局在性をもたせることによって、非定常信号を表現しようとしているが、現在の情報を表現するためには未来の情報も必要とするため、実時間処理には適していない。また、観測系の伝達関数がわかっている場合、アナログフィルタやデジタルフィルタを用いて逆フィルタを構成することができるが、素子数や係数の数が最小になるとは限らない[4]。

時間の関数として表される波形の構造を的確に表現する方法として、自然観測法と呼ばれる方法が提案されている[5]~[8]。それは、原波形から現在の値を強調するような観測系の系列によって波形を逐次導出し、それらの波形の総和によって原波形を表現する方法である。原波形から逐次導出された波形は基底の役割を果たし、原波形の時間による変化に追従して基底自身も変化する。また、自然観測法では、過去から現在までの原波形の情報をを用いて、波形の現在の時刻における値を表現しており、未来の値は必要としない。

波形を表現する方法として提案されたこの自然観測法を、波形の観測・復元問題という別の立場からとらえ直すことにより、我々は血圧波形や心電図などの生体信号を復元する装置を開発し、高精度の生体信号を復元してきた[9]~[12]。しかし、理論的整備がまだ不

[†] 新潟大学工学部情報工学科, 新潟市
Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21 Japan

^{††} 東京工業大学大学院情報理工学研究科, 東京都
Department of Computer Science, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

十分であった。そこで本論文では、これらの装置の基礎となる非正常信号の復元のための一般論を展開することにする。最初に、非正常信号の観測過程を数学的に定式化し、その観測信号からもとの信号を実時間で復元する方法を提案する。

2. 問題の定式化

本論文では、関数空間 $L^2(-\infty, \infty)$ に属する波形を取り扱う。つまり、すべての時間領域のエネルギーが有限の値で表される波形を取り扱う。関数空間 $L^2(-\infty, \infty)$ に属する複素数値波形 f, g に対して、内積は、

$$(f, g) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\overline{g(t)}dt \quad (1)$$

で定義され、 f のノルムは内積を用いて

$$\|f\| = \sqrt{(f, f)} \quad (2)$$

で定義される。

$L^2(-\infty, \infty)$ に属する原波形を f 、観測された波形を a_0 、観測の特性を表す作用素を A とすれば、

$$a_0 = Af \quad (3)$$

となる。 A を観測作用素と呼び、 $L^2(-\infty, \infty)$ から $L^2(-\infty, \infty)$ への有界線形作用素とする。今、現在の時刻を t とする。 f を非正常信号とすると a_0 も非正常信号となる。 a_0 は時刻 t の変化と共に実時間で得られるものとする。波形を実時間で処理したい場合、観測作用素 A は、波形の未来の情報を用いずに、過去から現在 t までの値だけを用いて、現在の時刻の波形の値を表さなければいけない。

そこで、このような特性を満たす A として、

$$\Gamma(s)f(t) = \int_0^{\infty} \frac{1}{s} e^{-\tau/s} f(t-\tau) d\tau \quad (s > 0) \quad (4)$$

を考えることにする。この $\Gamma(s)$ は、付録1.に示すように、 $L^2(-\infty, \infty)$ から $L^2(-\infty, \infty)$ への有界線形作用素になっている。一般に波形を観測する場面では、現在の情報が最も強く影響し、過去にさかのぼるに従ってその影響はうすれていく。式(4)では、その一つの表現法として、過去の情報は指数関数的に減少する場合を扱い、減衰の程度は s によって設定している。また、式(4)の $\Gamma(s)$ をフィルタとして考えると、抵抗とコンデンサで構成された1次の低域通過フィル

タになっており、実際の非正常信号を観測する場面ではしばしば見られる [9]~[12]。 s は低域通過フィルタの時間定数に相当する。以下では、式(4)の形式で表される観測フィルタ $\Gamma(s)$ を取り扱うことにする。

さて、式(3)で得られる a_0 は、観測作用素の影響でひずみを受けている。ひずみを受けた a_0 からもとの波形 f を復元する必要があるが、この際次の事項を考慮しなければいけない。

- (i) 原波形 f になるべく近い波形を求めること。
- (ii) 実時間で求めること。

(i),(ii)を満足するためには、観測波形 a_0 の過去から現在までの情報を用いて、原波形 f の現在の値を推定する必要がある。ところで、式(4)の作用素 $\Gamma(s)$ は、過去から現在までの値だけを用いた変換になっている。そこで、この $\Gamma(s)$ をいくつか組み合わせることによって、実時間で原波形を推定する復元フィルタを提案する。

3. ノイマン級数展開による波形復元

本章では、ノイマン級数を用いた波形の復元法を提案する。 I を恒等作用素とする。一般に、作用素 A に対して、 $I - A$ の作用素ノルム $\|I - A\|$ が1より小さいとき、 A は正則になり、

$$A^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} (I - A)^m \quad (5)$$

が成立する [13]。これは、ノイマン級数と呼ばれているものである。従って、

$$f = \sum_{m=0}^{\infty} (I - A)^m a_0 \quad (6)$$

によって、 a_0 から f を完全に復元することができる。

ところで、式(4)の $\Gamma(s)$ を観測作用素とし、

$$Ba_0 = f \quad (7)$$

となる復元フィルタ B を求める問題を考える。式(7)では B によって完全に f を復元することができるので、明らかに条件(i)を満足している。 $\Gamma(s)$ に対して、付録2.で示すように、 $\|I - \Gamma(s)\|$ は1より小さくなっている。従って

$$a_m = \{I - \Gamma(s)\} a_{m-1} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (8)$$

によって関数列 $\{a_m : m = 1, 2, \dots\}$ を逐次導出していけば、式(6)より、

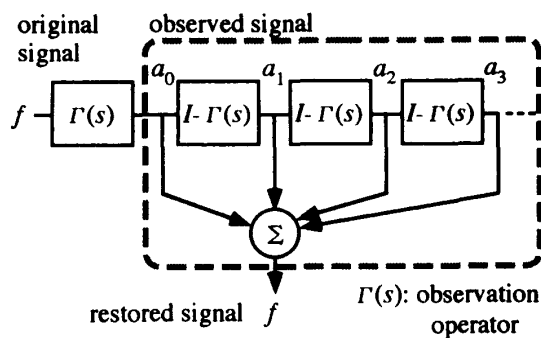


図1 ノイマン級数による信号の復元
Fig. 1 Signal restoration by Neumann series.

$$f = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \quad (9)$$

よって、 f を復元することができる。このとき、式(7)を満たす復元フィルタは

$$B = \sum_{m=0}^{\infty} \{I - \Gamma(s)\}^m \quad (10)$$

となる。このノイマン級数による復元の様子を図1に示す。

式(8),(9)による復元法は、飯島によって波形の表現法のために提案された自然観測法 [5] と同じものになっている。そこで式(8)の $\{a_m : m = 0, 1, \dots\}$ を文献 [5] にならって、基本観測波形群と呼ぶことにする。

4. 波形の帯域制限付復元

$L^2(-\infty, \infty)$ に属する任意の波形は、式(8), (9)のように無限項の基本観測波形群によって復元できた。しかし、現実には無限項を構成することは不可能である。本章では、有限項の基本観測波形群を用い、線形結合係数を導入することによって、波形を復元する問題を考える。但し、式(9)のように完全に原波形を復元するのではなく、周波数帯域の制限された波形を復元することにする。ここでいう帯域制限とは、通過帯域以外では完全に0となるのではなく、線形のフィルタによって実現できる滑らかな減衰特性を示す帯域制限である。最初に帯域制限された波形を復元する問題の定式化を行う。

4.1 帯域制限付復元問題の定式化

帯域制限を表す作用素を P とする。原波形 f に対して Pf によって得られる波形を帯域制限波形と呼ぶことにする。本節では、観測波形 a_0 から、帯域制限波形 Pf を求める問題を考える。つまり、

$$Ba_0 = Pf \quad (11)$$

を満たす復元フィルタ B を求めることにする。

f と Pf との距離を

$$\varepsilon = \|f - Pf\|^2 \quad (12)$$

で定義する。3.の条件(i)を満たすためには、 ε が十分小さくなるように P を設定する必要がある。本論文では、観測作用素 A が

$$A = \prod_{l=1}^L \Gamma(s_l) \quad (Re\{s_l\} > 0, l = 1, 2, \dots, L) \quad (13)$$

で与えられる L 次の最小位相推移系の観測系に対して、

$$P = \Gamma(s_0)^L \quad (s_0 < Re\{s_l\}, l = 1, 2, \dots, L) \quad (14)$$

なる P を用いることにする。 $Re\{\cdot\}$ は \cdot の実数部とする。条件 $s_0 < Re\{s_l\} (l = 1, 2, \dots, L)$ により

$$\|f - Pf\| < \|f - Af\| \quad (15)$$

が保証される。従って、復元フィルタにより、必ず観測波形よりも原波形に近い波形を求めることができるのである。パラメータ s_0 の具体的な決定法については、5.2で論じることにする。

観測波形 a_0 から、

$$a_m = \{I - \Gamma(s_0)\}^m a_0 \quad (m = 1, 2, \dots, M) \quad (16)$$

によって基本観測波形群 $\{a_m\}$ を導出する。 M を復元フィルタの項数と呼ぶことにする。この $\{a_m\}$ を用いて

$$Pf = \sum_{m=0}^M b_m a_m \quad (17)$$

を満たす項数 M と係数 $\{b_m\}$ を求めることを考える。式(11),(16),(17)より、復元フィルタ B は

$$B = \sum_{m=0}^M b_m \{I - \Gamma(s_0)\}^m \quad (18)$$

となる。以降の各節で観測系がそれぞれ1次の場合、2次の場合および一般の L 次の場合について論じていく。

4.2 1次の観測系の場合

本節では、観測作用素が

$$A = \Gamma(s_1) \quad (s_1 > 0) \quad (19)$$

で表される場合を考えることにする。あるパラメータ $s_0 (> 0)$ に対して帯域制限作用素 P を、4.1で述べたように、

$$P = \Gamma(s_0) \quad (s_0 < s_1) \quad (20)$$

で定義する。

式(19),(3)から a_0 が得られ、式(20)から Pf が得られる。そして、式(3),(16)から a_1 が得られる。この、 a_1 が a_0 と Pf によって張られる2次元空間に属することを示す。式(3),(16),(19)より、

$$\begin{aligned} a_1 &= \{I - \Gamma(s_0)\}a_0 \\ &= a_0 - \Gamma(s_0)\Gamma(s_1)f \end{aligned} \quad (21)$$

となる。ここで、付録3.に示すように、

$$\Gamma(s_0)\Gamma(s_1) = \frac{s_0}{s_0 - s_1}\Gamma(s_0) + \frac{s_1}{s_1 - s_0}\Gamma(s_1) \quad (22)$$

が成り立つ。式(20),(21),(22)より、

$$\begin{aligned} a_1 &= a_0 - \left\{ \frac{s_0}{s_0 - s_1}\Gamma(s_0) + \frac{s_1}{s_1 - s_0}\Gamma(s_1) \right\}f \\ &= \frac{s_0}{s_0 - s_1}a_0 - \frac{s_0}{s_0 - s_1}Pf \end{aligned} \quad (23)$$

となる。よって、 a_0 と Pf によって a_1 を表すことができる。式(23)を Pf について解くと、

$$Pf = a_0 + \frac{s_1 - s_0}{s_0}a_1 \quad (24)$$

となるので、 a_0, a_1 を用いて帯域制限波形 Pf を表すことができる。このとき、復元フィルタは

$$B = I + \frac{s_1 - s_0}{s_0}\{I - \Gamma(s_0)\} \quad (25)$$

となる。つまり、式(18)において $M = 1$ とおき、係数を

$$\begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = \frac{s_1 - s_0}{s_0} \end{cases} \quad (26)$$

と選ぶことによって、復元フィルタを構成できるのである。式(9)では、1次の観測系で観測された波形の復元を無限項の基本観測波形群によって実現していたのに対して、式(24)では2項の基本観測波形群によって実現できたことになる。

4.3 2次の観測系の場合

前節までは、基本的な1次の観測系で得られる観測

波形のみを扱ってきたが、実際的な場面では観測系の次数は1次とは限らない[9],[10]。本節では、2次の観測系を対象とした復元問題を取り扱う。観測作用素が

$$A = \Gamma(s_1)\Gamma(s_2) \quad (Re\{s_1\}, Re\{s_2\} > 0) \quad (27)$$

で表される場合を考えることにする。1次の観測系の場合 s_1 は実数のみであった。しかし、2次の観測系では、 s_1 と s_2 が複素共役の場合も考えられる。 f を式(27)で観測した波形を a_0 とする。また、2次の帯域制限作用素を

$$P = \Gamma(s_0)^2 \quad (s_0 < Re\{s_1\}, Re\{s_2\}) \quad (28)$$

と定義する。

a_2 を Pf, a_0, a_1 で表すことができることを示す。すなわち、式(17)で $M = 2$ とおき、 a_0, a_1, a_2 によって Pf を表すことができることを示す。式(3),(16),(27),(28)より、

$$\sum_{m=0}^2 b_m \{I - \Gamma(s_0)\}^m \Gamma(s_1)\Gamma(s_2) = \Gamma(s_0)^2 \quad (29)$$

となる。式(29)を満たす係数 $\{b_m\}$ を求める。4.2と同様に、式(22),(29)より、係数 $\{b_m\}$ は

$$\begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = \frac{s_1 - s_0}{s_0} + \frac{s_2 - s_0}{s_0} \\ b_2 = \frac{s_1 - s_0}{s_0} \frac{s_2 - s_0}{s_0} \end{cases} \quad (30)$$

となる。式(17),(30)より、帯域制限された波形を復元できる。

4.4 L次の観測系の場合

更に高次の観測系を対象とした場合も、4.2, 4.3と同様に、帯域制限された波形を復元できる。観測作用素が

$$A = \prod_{l=1}^L \Gamma(s_l) \quad (31)$$

で表される場合を考える。但し、 $\{s_l\}$ は固定された実数値か、複素共役の組とする。 L を、観測作用素の次数と呼ぶことにする。式(31)で表される A は L 次の低域通過フィルタに相当し、実際の観測系でしばしばみられるものである[12]。 f を式(31)で観測した波形を a_0 とする。 L 次の帯域制限作用素を

$$P = \Gamma(s_0)^L \quad (32)$$

と定義する。

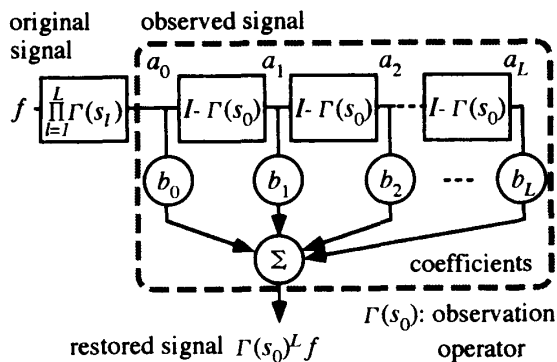


図2 信号の帯域制限付復元
Fig. 2 Band-limited restoration of signals.

a_L を $Pf, a_0, a_1, \dots, a_{L-1}$ で表すことができることを示す。すなわち、式(17)で $M = L$ とおき、式(3), (16), (31), (32) より、

$$\sum_{m=0}^L b_m \{I - \Gamma(s)\}^m \prod_{l=1}^L \Gamma(s_l) = \Gamma(s_0)^L \quad (33)$$

を満たす係数 $\{b_m\}$ を求めることにする。この $\{b_m\}$ は、付録4.に示すように $\{I - \Gamma(s)\}$ に関する方程式

$$\sum_{m=0}^L b_m \{I - \Gamma(s_0)\}^m = \prod_{l=1}^L [I + \frac{s_l - s_0}{s_0} \{I - \Gamma(s_0)\}] \quad (34)$$

を満たしている。式(34)より、係数 $\{b_m\}$ は

$$b_m = \sum_{i=1}^{LC_m} \prod_{j=1}^m \frac{s_{d_{i,j}} - s_0}{s_0} \quad (m = 0, 1, \dots, L) \quad (35)$$

となる。但し、 LC_m は相異なる L 個から m 個取り出す組合せの個数とする。また、固定された m において、 $d_{i,j}$ ($i = 1, \dots, LC_m, j = 1, \dots, m$) は、 $1 \leq d_{i,1} < \dots < d_{i,m} \leq L$ ($i = 1, \dots, LC_m$) を満たす自然数であり、かつ、 $i' \neq i''$ のとき

$$\{d_{i',1}, \dots, d_{i',m}\} \neq \{d_{i'',1}, \dots, d_{i'',m}\} \quad (36)$$

を満足するものとする。式(35)で求まる $\{b_m\}$ を式(17)に代入することによって、 L 次の帯域制限波形を復元できる。すなわち、この復元フィルタは、図2に示すように L 個の同じ作用素 $\{I - \Gamma(s_0)\}$ と L 個の係数 $\{b_m\}$ を用いて構成できるのである。

ところで、本論文で提案する復元フィルタと同じ伝達関数をもつフィルタを、別の方法で構成することも

できる[4]。しかし、他の構成法では素子数や係数の数が最小になるとは限らず、また、係数が複素数値になる場合もある。これに対して本論文で提案する復元フィルタは、 L 次の観測系を復元するために必要となる最小限の L 個の係数 $\{b_m\}$ だけを用いて、簡単に構成することができるのである。

4.5 高域通過フィルタの復元

前節までは、観測系が低域通過フィルタで表される場合のみを取り扱ってきた。ところが、心電図の場合、高域周波数のみならず、低域周波数も帯域制限されている[11]。そこで本節では、観測系が

$$A = \prod_{l=1}^L \{I - \Gamma(s_l)\} \quad (37)$$

で与えられるような高域通過フィルタの場合について考えることにする。式(37)の観測系で得られる観測波形を a_0 とする。帯域制限作用素 P を

$$P = \{I - \Gamma(s_0)\}^L \quad (38)$$

と定義する。

観測波形 a_0 から

$$a_m = \Gamma(s_0) a_{m-1} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (39)$$

によって基本観測波形群 $\{a_m\}$ を逐次導出する。復元フィルタ B は

$$B = \sum_{m=0}^L b_m \Gamma(s_0)^m \quad (40)$$

となる。この場合も、復元フィルタの係数は式(35)で与えられる。

5. パラメータの決定法

4.までで、非正常信号を実時間で復元できることを示してきた。実際に復元フィルタ B を構成するためには、次数 L 、時定数 s_0 、係数 $\{b_m\}$ の各パラメータを決定しなければならない。本章では、低域通過型の観測系を例にして、それらの決定法について述べる。

5.1 観測系の次数 L

観測系の次数 L は、その観測系の電氣的等価回路が既知であれば、求めることができる。しかし観測系の等価回路が未知の場合もある。一般に、線形の L 次の観測系の場合、振幅-周波数特性の減衰の傾きは $6L$ [dB/octave] となることが確認されている[14]。よって、正弦波応答やインパルス応答によって振幅

周波数特性を実測すれば、 L を推定することができる [11].

5.2 帯域制限作用素の時定数 s_0

帯域制限作用素の時定数 s_0 は必要な精度を決めるパラメータである。本節では s_0 の決定法を示す。式 (32) の L 次の帯域制限作用素について、(12) の距離を求めると、

$$\varepsilon = \|(I - \Gamma(s_0)^L)f\|^2 \quad (41)$$

となる。 $L = 1$ の場合、付録2.の式(A・7)で、 $s = s_0$ とおき、 s_0 を十分小さくとれば、 $\omega^2 s_0^2 / (1 + \omega^2 s_0^2)$ の項が0に近づく。従って、 $\varepsilon(s_0)$ も0に近づくことになる。 $L = L$ のときも同様に s_0 を十分小さくとれば、 $\varepsilon(s_0)$ が0に近づき、結果として Pf は f に近づく。更に、 $s_0 = 0$ と極限まで小さくすると、原波形を完全に復元するように働く。しかし、このとき復元するための係数は無限大の値となり、復元フィルタを構成することができなくなる。そこで、 $L = L$ のときの具体的な s_0 の決定法を以下に示す。

心電計の高域遮断周波数は、JIS規格によって100Hzと定められている。よって、心電計によって計測される心電図はもともと帯域制限されており、その最大角周波数は $2\pi \times 100\text{Hz}$ と考えてよい。このように、原波形のもつ周波数成分の中で最大の角周波数を ω_c とする。式(32)の帯域制限作用素 P の周波数特性を $P(\omega)$ とする。但し、 ω は角周波数である。 s_0 を決定するための目安として、 $|P(\omega_c)|$ が

$$20 \log |P(\omega_c)| \geq -3[\text{dB}] \quad (42)$$

を満たすように、復元フィルタの s_0 を決めることにする。 $P(\omega)$ の振幅特性は

$$|P(\omega)| = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 s_0^2}} \right)^L \quad (43)$$

となる。式(42)、(43)より、

$$s_0 \leq \frac{1}{\omega_c} \sqrt{2^{1/L} - 1} \quad (44)$$

となる。よって、帯域制限付復元フィルタを実現するためには、式(44)を満たすような s_0 を選べばよい。

5.3 時定数 $\{s_l\}$ が未知の場合の $\{b_m\}$ の決定法

観測作用素の $\{s_l\}$ がわかれば、式(35)より $\{b_m\}$ が求まる。しかし、一般の観測系では、 $\{s_l\}$ は未知の場合が多い。例えば、同じメーカーの同じ規格のセンサでも個体差があるため、 $\{s_l\}$ を一つに決めることはできない。また、カテーテル式血圧計などのように、

観測系の状態が時間と共に変化する場合もある [16]。 $\{s_l\}$ を直接推定する方法もあるが、ここでは、 $\{s_l\}$ を使わないで $\{b_m\}$ を求める方法を示す。それは、既知のステップ波形を原波形 f として、その帯域制限波形 Pf およびステップ応答波形 a_0 を用いる方法である [9]。復元フィルタの係数 $\{b_m\}$ は

$$Pf = \sum_{m=0}^M b_m \{I - \Gamma(s_0)\}^m a_0 \quad (45)$$

から求めることができる。この方法では、 $\{b_m\}$ が求まれば復元フィルタを実現できるので、改めて $\{s_l\}$ を求める必要はないのである。

ところで、ステップ波形をテストパルスとして考えると、この方法は通信工学における自動等化器 [15] の一種として位置づけられる。

式(45)の $\{b_m\}$ を数値計算で解く方法を述べる。関数空間 $L^2(-\infty, \infty)$ で行ってきた今までの議論を、 K 次元実ベクトル空間 R^K に置き換えると、式(45)は、

$$Pf(k) = \sum_{m=0}^M b_m a_m(k) + e(k) \quad (46)$$

$$(k = 1, 2, \dots, K)$$

と表すことができる。但し、 k はサンプリングされた離散時間を表す。 $e(k)$ は残差を表し、また、時定数 s_0 と項数 M はあらかじめ与えておくものとする。式(4)の観測作用素 $\Gamma(s)$ は、双1次元変換によるデジタルフィルタによって実現する。

$$\mathbf{P}f = (Pf(1), \dots, Pf(K))^T \quad (47)$$

$$\mathbf{a}_m = (a_m(1), \dots, a_m(K))^T \quad (48)$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{a}_0, \dots, \mathbf{a}_M) \quad (49)$$

$$\mathbf{b} = (b_0, \dots, b_M)^T \quad (50)$$

$$\mathbf{e} = (e(1), \dots, e(K))^T \quad (51)$$

と定義する。式(46)は、

$$\mathbf{P}f = \mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{e} \quad (52)$$

と表される。

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{A}^+ \mathbf{P}f \quad (53)$$

とおけば、 \mathbf{b}_0 は、評価関数

$$J[\mathbf{b}] = \|\mathbf{P}f - \mathbf{A}\mathbf{b}\|^2 \quad (54)$$

を最小とする解の一つとなる。この解 \mathbf{b}_0 を、式(35)

与えられる $\{b_m\}$ の近似として用いることにする。この方法を血圧波形や心電図などの生体信号に応用することによって、高精度に信号を復元できることを確認している [9]~[12]。

5.4 波形が帯域制限されていない場合

本論文で提案する復元フィルタは、原波形が帯域制限されているか、いないかにかかわらず適用できる方法である。原波形が帯域制限されていてその特性がわかる場合、5.2の方法を用いてパラメータ s_0 を決定することができる。一方、原波形が帯域制限されていない場合、または帯域制限されていてその特性がわからない場合は、 s_0 をなるべく小さく設定することによって、復元誤差を小さくする必要がある。本節では原波形が帯域制限されていない場合の復元能力について考察を行う。

図3(a)に帯域制限されていない原波形 f の例として用いたステップ波形を示す。図3(b)に $s_1 = 0.03 + j0.04$, $s_2 = 0.03 - j0.04$ の2次の観測系で得られた観測波形 a_0 を、図3(c)に $s_0 = 0.005$ と設定したときの2次の帯域制限波形 Pf を示す。この s_0 は、

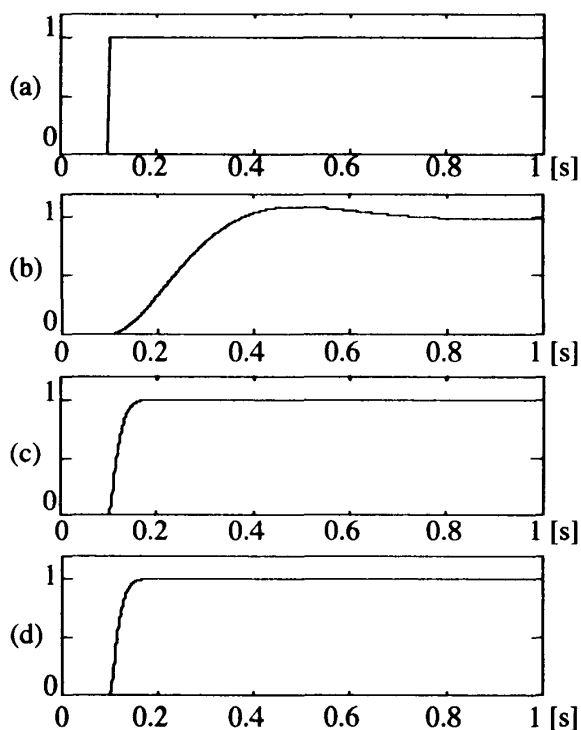


図3 ステップ波形の復元結果

Fig. 3 Restoration of a step signal. (a) Step signal f . (b) Observed signal a_0 ($L = 2$, $s_1 = 0.03 + j0.04$, $s_2 = 0.03 - j0.04$). (c) Band-limited signal Pf ($L = 2$, $s_0 = 0.005$). (d) Restored signal Ba_0 .

式(14)に示したように $s_0 < \text{Re}\{s_i\}$ を満たしている。こうして s_0 が決まったので、式(16)より $\{a_m\}$ が求まり、式(49)より \mathbf{A} が求まる。この \mathbf{A} と $\mathbf{P}f$ および式(53)によって係数 \mathbf{b} の近似値 \mathbf{b}_0 を求めれば、

$$\begin{cases} b_0 = 1.000 \\ b_1 = 10.010 \\ b_2 = 89.157 \end{cases} \quad (55)$$

となる。式(18), (55)より復元フィルタ B を構成し、図3(b)の a_0 に作用させた結果 Ba_0 を図3(d)に示す。 Ba_0 は、図3(c)の帯域制限波形 Pf を非常によく近似している。

また、このときの係数の真値は、式(35)より

$$\begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = 10 \\ b_2 = 89 \end{cases} \quad (56)$$

と与えられるので、式(55)の値は非常によい近似になっていることがわかる。

原波形が帯域制限されているがその特性がわからない場合も、同様に復元できる。

6. む す び

非定常信号をその観測値から実時間で復元する方法を求めた。まず、非定常波形の表現法として提案された自然観測法から派生した復元フィルタが、実は無限項のノイマン級数展開によって構成される復元フィルタと一致していることを示した。更に、復元波形の周波数帯域に制限を加えることによって、有限項の級数展開によって構成される復元フィルタを実現する方法を示した。この方法は、観測系が低域通過形か、高域通過形かにかかわらず適用でき、また低次観測系か高次観測系かにかかわらず適用できる方法である。

復元問題で重要な意味をもつ雑音の影響については、今後検討していく予定である。

文 献

- [1] M.J.T. Smith and T.P. Barnwell, "A new filter bank theory for time-frequency representation," IEEE Trans. ASSP, vol. 35, no.3, pp.314-327, March 1987.
- [2] M. Vetterli, "A theory of multirate filter banks," IEEE Trans. ASSP, vol.35, no.3, pp.356-372, March 1987.
- [3] I. Daubechies, "The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis," IEEE Trans. Inf. Theory, vol.36, no.5, pp.961-1005, Sept. 1992.

[4] 黒部貞一, “電子回路,” オーム社, 1980.
 [5] 飯島泰蔵, “波形の自然観測に関する基礎理論,” 信学論 (A), vol.J67-A, no.10, pp.951-958, Oct. 1984.
 [6] 飯島泰蔵, “自然観測に基づく波形解析の基礎理論,” 信学論 (A), vol.J68-A, no.3, pp.302-309, March 1985.
 [7] 飯島泰蔵, “自然観測フィルタによる波形の再構成に関する理論的考察,” 信学論 (A), vol.J74-A, no.3, pp.430-434, March 1991.
 [8] 飯島泰蔵, “概周期波形を受理する自然観測フィルタ,” 信学論 (A), vol.J74-A, no.3, pp.435-441, March 1991.
 [9] 齊藤義明, 堀潤一, 木竜徹, 牧野秀夫, 田村康二, 吉崎哲世, 飯島泰蔵, “自然観測法によるカテーテル式血圧計の圧波形補正,” ME誌, vol.26, no.3, pp.133-138, Sept 1988.
 [10] J. Hori, Y. Saitoh, T. Kiryu, and T. Iijima, “Automatic correction of left-ventricular pressure waveform using the natural observation method,” IEICE Trans. Inf. & Syst., vol.E75-D, no.6, pp.909-915, Nov. 1992.
 [11] J. Hori, Y. Saitoh, T. Kiryu, T. Asakawa, T. Tamura, and T. Iijima, “Improvement of frequency responses in an ambulatory ECG system by natural observation method,” Frontiers Med. Biol. Eng., vol.2, no.2, pp.134-145, April 1990.
 [12] J. Hori, Y. Saitoh, and T. Kiryu, “Improvement of the time-domain response of a thermodilution sensor by the natural observation method,” IEICE Trans. Fundamentals, vol.E77-A, no.5, pp.784-791, May 1994.
 [13] C.W. Groetsch, “Generalized Inverses of Linear Operator,” Marcel Dekker Inc., 1977.
 [14] 三谷政昭, “デジタルフィルタデザイン,” 昭晃堂, 1987.
 [15] 谷萩隆嗣, “デジタル信号処理の理論2,” コロナ社, 1985.
 [16] 二村良博, 橋俊世, 市江良康, 竹内省三, 安井昭二, 水野康, 久田澄夫, “左室圧波の解析およびCatheter-Manometer Systemの特性の検討,” ME誌, vol.13, no.4, pp.32-39, Aug. 1975.

付 録

1. $\Gamma(s)$ の有界性の証明

線形作用素 $\Gamma(s)$ の作用素ノルム

$$\|\Gamma(s)\| = \sup_{\|f\|=1} \|\Gamma(s)f\| \tag{A.1}$$

を求める。式(4)より,

$$\|\Gamma(s)f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_0^{\infty} \frac{1}{s} e^{-\tau/s} f(t-\tau) d\tau \right|^2 dt \tag{A.2}$$

となる。ここで,

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{s} e^{-t/s} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \tag{A.3}$$

なる関数を定義する。 $f(t)$, $g(t)$ のフーリエ変換をそれぞれ $F(\omega)$, $G(\omega)$ とすれば, 式(A.2)は,

$$\begin{aligned} \|\Gamma(s)f\|^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)F(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+\omega^2 s^2} |F(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \tag{A.4}$$

となる。 $\frac{1}{1+\omega^2 s^2} < 1$ より,

$$\begin{aligned} &< \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \\ &= \|f\|^2 \end{aligned} \tag{A.5}$$

となり, $\|\Gamma(s)f\| < \|f\|$ となる。よって, 式(A.1)より, $\|\Gamma(s)\| < 1$ となり, $\Gamma(s)$ は有界である。□

2. $\|I - \Gamma(s)\| < 1$ の証明

$\|I - \Gamma(s)\|$ を求める。式(4)より

$$\begin{aligned} &\|\{I - \Gamma(s)\}f\|^2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left| f(t) - \int_0^{\infty} \frac{1}{s} e^{-\tau/s} f(t-\tau) d\tau \right|^2 dt \end{aligned} \tag{A.6}$$

となる。式(A.3)で定義した $g(t)$ を使えば,

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \left(1 - \frac{1}{1+j\omega s}\right) F(\omega) \right|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 s^2}{1+\omega^2 s^2} |F(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \tag{A.7}$$

となる。ここで, $\frac{\omega^2 s^2}{1+\omega^2 s^2} < 1$ より,

$$\begin{aligned} &< \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \\ &= \|f\|^2 \end{aligned} \tag{A.8}$$

となり, $\|I - \Gamma(s)\| < 1$ となる。□

3. 式(22)の証明

$L^2(-\infty, \infty)$ の任意の元 f に対して

$$\begin{aligned} &\Gamma(s_0)\Gamma(s_1)f \\ &= \left\{ \frac{s_1}{s_1 - s_0} \Gamma(s_1) + \frac{s_0}{s_0 - s_1} \Gamma(s_0) \right\} f \end{aligned} \tag{A.9}$$

が成立することを示す。式(4)より,

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{s_0} e^{-\tau/s_0} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{1}{s_1} e^{-\tau_1/s_1} f(t-\tau-\tau_1) d\tau_1 \right\} d\tau \tag{A.10}$$

となる。 $\tau' = \tau + \tau_1$ とおけば

$$\begin{aligned} &= \int_0^\infty \frac{1}{s_0} e^{-\frac{\tau}{s_0}} \left\{ \int_\tau^\infty \frac{1}{s_1} e^{-\frac{\tau'-\tau}{s_1}} f(t-\tau') d\tau' \right\} d\tau \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{s_0} e^{-\left(\frac{1}{s_0} - \frac{1}{s_1}\right)\tau} \\ &\quad \cdot \left\{ \int_\tau^\infty \frac{1}{s_1} e^{-\frac{\tau'}{s_1}} f(t-\tau') d\tau' \right\} d\tau \quad (\text{A}\cdot 11) \end{aligned}$$

となる。これに、部分積分法を適用すれば

$$\begin{aligned} &= \int_0^\infty \frac{1}{s_0} e^{-\left(\frac{1}{s_0} - \frac{1}{s_1}\right)\tau} d\tau \int_0^\infty \frac{1}{s_1} e^{-\frac{\tau}{s_1}} f(t-\tau) d\tau \\ &\quad - \int_0^\infty \frac{1}{s_0} e^{-\frac{\tau}{s_1}} f(t-\tau) \\ &\quad \cdot \left\{ \int_\tau^\infty \frac{1}{s_1} e^{-\left(\frac{1}{s_0} - \frac{1}{s_1}\right)\tau'} d\tau' \right\} d\tau \quad (\text{A}\cdot 12) \end{aligned}$$

となる。 $0 < s_0 < s_1$ より、

$$= \left\{ \frac{s_1}{s_1 - s_0} \Gamma(s_1) + \frac{s_0}{s_0 - s_1} \Gamma(s_0) \right\} f \quad (\text{A}\cdot 13)$$

となり、式(A・9)が成り立つ。よって、式(22)が成り立つ。 □

4. 式(34)の証明

式(33)から式(34)を導出する。式(33)より

$$\sum_{m=0}^L b_m \{I - \Gamma(s)\}^m = \prod_{l=1}^L \Gamma(s_0) \Gamma(s_l)^{-1} \quad (\text{A}\cdot 14)$$

となる。式(22)の s_1 を s_l ($l = 1, 2, \dots, L$) とおけば、

$$\Gamma(s_0) \Gamma(s_l)^{-1} = I + \frac{s_0 - s_l}{s_0} \{I - \Gamma(s_0)\} \quad (l = 1, 2, \dots, L) \quad (\text{A}\cdot 15)$$

が成り立つ。式(A・14),(A・15)より

$$\begin{aligned} &\sum_{m=0}^L b_m \{I - \Gamma(s_0)\}^m \\ &= \prod_{l=1}^L \left[I + \frac{s_l - s_0}{s_0} \{I - \Gamma(s_0)\} \right] \quad (\text{A}\cdot 16) \end{aligned}$$

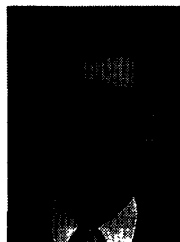
となり、式(34)が成り立つ。 □

(平成7年5月26日受付, 10月16日再受付)



堀 潤一 (正員)

昭61新潟大・工・情報工学卒。昭63同大大学院工学研究科情報工学専攻修士課程了。同年同大・工・情報工学科助手。現在に至る。生体計測, 生体信号処理の研究に従事。IEEE, 日本ME学会, 日本人工臓器学会各会員。



小川 英光 (正員)

昭40東工大・理工・電子卒。通産省電子技術総合研究所を経て、現在、東工大大学院情報理工学研究科計算工学専攻教授。平3より、東工大大学院・総合理工学研究科・知能科学専攻教授を併任。その間、昭59~60フィンランド・ヘルシンキ工科大学客員教授。ニューラルネットワーク, パターン認識, 画像処理の研究に従事。昭44年度米沢賞, 昭50, 59, 平成1,4年度および平5年度本会論文賞, 平4年度米沢ファウンダーズ・メダル受賞記念特別賞各受賞。工博。