

RHONによるチューリング機械シミュレータの構成とその簡略化について

田中 賢[†] 市川 将隆[†]

Turing Machine Simulator via RHON and a Method for Its Minimization

Ken TANAKA[†] and Masataka ICHIKAWA[†]

あらまし 有限個の連続値出力ニューロンからなる再帰型ニューラルネットワークは、任意の決定性チューリング機械を実時間でシミュレート [3], [16] できる。これまで提案されたシミュレートモデルでは、有限状態制御部の状態をニューロン出力で局所的に表現しているため、シミュレートするチューリング機械に応じてネットワーク構成と結合重みを変更する必要がある。本論文では、制御部の状態をテープと同様にニューロンの連続値出力として符号化することで、定数個のニューロンによりチューリング機械シミュレータが構成できることを示す。まず、しきい値関数、線形関数、方形関数を入力関数に用いる有限個のニューロンからなる再帰型高次結合ニューラルネットワークが、任意の決定性チューリング機械を実時間でシミュレートでき、シミュレートに要するニューロン数を有限状態制御部の状態数+4個まで削減できることを示す。この結果をもとに、読み出すテープ記号に応じた、状態遷移、シフト操作、書換え操作を入力関数で実現することで、11個のニューロンによりシミュレータを構成できることを示す。テープと有限状態制御部をニューロン出力として畳み込む方法は、連続値の演算に基づく新たな計算モデルを構成する上で有用な枠組みとなる。

キーワード：再帰型ニューラルネットワーク、チューリング機械、高次結合、連続値

1. まえがき

再帰型ニューラルネットワークは、任意の決定性チューリング機械をシミュレートできる [4], [14]。この点に着目し、近年連続出力のニューロン素子を用いて、2値的情報処理を超える新たな計算モデルを構成する試みが提案されている [4], [5]。

連続値出力のニューロン素子に基づく計算では、テープ記号列をニューロン出力として表現し、ニューロン出力間の演算により計算を実行する。計算の効率や精度を上げるためには、より少ない素子数によるシミュレータを構成する必要がある。

これまで提案されたシミュレータでは、無限長テープの内容を2個のニューロンの出力としてシミュレートしているが、有限状態制御部の状態については状態数分のニューロン出力により局所的に表現している [4]。ニューラルネットワークにより決定性チューリング機

械のシミュレータを構成する利点は、無限長の記号列を一定素子数の機械で取り扱える点にあるが、有限状態制御部に局所的な状態表現を用いることはこの特長を損なう結果となる。連続値出力の計算モデルとしての特性を生かすためには、シミュレートに要する素子数を削減すると同時に有限状態制御部の状態を定数個ニューロンの出力でシミュレートする必要がある。

高次結合を含む再帰型ニューラルネットワークは、ニューロン出力間の論理的関係を高次の結合重みにより直接表現できるという構造上の利点から、正則言語の受理系学習や組合せ最適化問題の近似解法の一つとして一般に用いられている [1], [2], [7], [8]。筆者らは、再帰型高次結合ニューラルネットワーク RHON (Recurrent Higher Order Neural Network) によるシミュレートモデルを提案し、これにより制御部の状態数 n_s のチューリング機械のシミュレートに要するニューロン数を $n_s + 6$ 個まで削減できることを示した [12]。

本論文では、しきい値関数、線形関数、方形関数を入力関数に用いる有限個のニューロンからなる RHON

[†]新潟大学工学部情報工学科, 新潟市

Faculty of Engineering, Niigata University, 8050 2-no-cho Ikarashi, Niigata-shi, 950-2102 Japan

について、無限長テープを1個のニューロン出力でシミュレートすることにより、状態数 n_s のチューリング機械のシミュレートに要するニューロン数を $n_s + 4$ 個まで削減できることを示す。また、読出しテープ記号に応じて、状態遷移、シフト操作、書換え操作を個別の入出力関数で実現することで、11個のニューロンからなる RHON が任意の決定性チューリング機械を実時間でシミュレートできることを示す。

テープ上に任意のチューリング機械の符合を与えることで、その動作をシミュレートできる万能チューリング機械が存在することが知られている [3]。結合重みのみを変化させることで任意のチューリング機械をシミュレートできるニューラルネットワークは同様の意味で万能といえるが、その存在は明らかにされていない。本論文で簡略化された定数個ニューロンによるシミュレートモデルは、このような万能ニューラルネットワークの存在を明らかにするための基礎となる。

本論文で提案した、テープと有限状態制御部をニューロン出力として畳み込む方法は、素子と結線を組み直す従来手法に比べて変更部分が局在しているため、変更が容易である。これは、将来連続値の演算に基づく新たな計算モデルを構成する際の効率的な実装法を与える。

2. 再帰型高次結合ニューラルネットワーク

RHON は、入力ユニット、状態ユニット及びそれらの出力間の積を重み付きで計算する高次結合からなる図1に示すような再帰型ニューラルネットワークモデルである。図中、 m 個の入力ユニットは異なる m 個

の入力記号にそれぞれ対応する。各時刻では、その時刻に入力される入力記号に対応する入力ユニットだけが1を出力し、他の入力ユニットは0を出力する。離散化された各時刻 t における第 k 入力ユニットの出力を $x_k^{(t)}$ で表す。第 i 状態ユニットの出力を $O_i^{(t)}$ で表し、 n 個の状態ユニットの出力により RHON の状態を表す。

高次結合は、 n 個の状態ユニットのすべての部分集合と入力ユニットとの間に存在し、状態の更新はこれら2次から $n+1$ 次までのすべての高次結合を計算することで進行する。 $2 \leq p \leq n+1$ とし、状態ユニット j_1, j_2, \dots, j_{p-1} と入力ユニット k から状態ユニット i への p 次の結合を $w_{ij_1j_2 \dots j_{p-1}k}$ と表す。図中の小さい黒丸は高次の結合構造を表すものとする。このニューラルネットワークの状態ユニット i の時刻 $t+1$ における状態 $I_i^{(t+1)}$ を次のように定義する。

$$\begin{aligned}
 I_i^{(t+1)} = & \sum_{j_1=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{m-1} w_{ij_1k} O_{j_1}^{(t)} x_k^{(t)} \\
 & + \sum_{j_1=0}^{n-1} \sum_{j_2=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{m-1} w_{ij_1j_2k} O_{j_1}^{(t)} O_{j_2}^{(t)} x_k^{(t)} \\
 & + \dots \\
 & + \sum_{j_1=0}^{n-1} \sum_{j_2=0}^{n-1} \dots \sum_{j_n=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{m-1} w_{ij_1j_2 \dots j_nk} O_{j_1}^{(t)} O_{j_2}^{(t)} \dots O_{j_n}^{(t)} x_k^{(t)}
 \end{aligned}$$

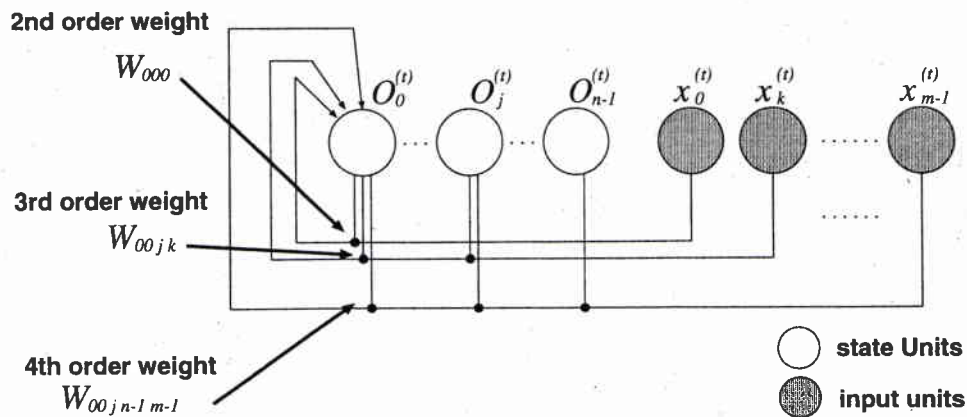


図1 RHON の構造
Fig. 1 The structure of RHON.

時刻 $t+1$ における状態ユニット i の出力 $O_i^{(t+1)}$ を、次のように定義する。

$$O_i^{(t+1)} = g(I_i^{(t+1)}) \quad (1)$$

ここで g は状態ユニット i の入出力関数を表す。

RHON に含まれる高次結合の最大次数が $2 \leq p \leq n+1$ なる整数 p であるとき、RHON の次数は p であるといい、この RHON を p 次の RHON と呼ぶ。

高次の結合は、ニューロン出力間の論理的関係から状態遷移を直接導けることから、実時間でのチューリング機械シミュレートを行うのに適した構造をもつ。このことに基づき、次章では、RHON によるチューリング機械シミュレータの構成を示す。

3. RHON によるチューリング機械のシミュレート

本章では、[12] で提案したシミュレートモデルについて、その無限長テープを 1 個のニューロン出力でシミュレートできることを示す。また、任意のチューリング機械に対し、これをシミュレートできる 11 個のニューロンからなる RHON が存在することを構成的に示す。

3.1 無限長テープの構成法

チューリング機械 M は、状態集合 Q 、入力記号 Σ 、テープ記号 Γ 、初期状態 $q_0 \in Q$ 、空白記号 $B \in \Gamma$ 、最終状態の集合 $F \subset Q$ 、遷移写像 $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ からなる 7 項組 $\{Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, B, F\}$ で定義される。任意のチューリング機械はテープ記号を $\{A, B\}$ としたチューリング機械 M' によってシミュレートできる。そこで、以下では任意の M' についてそれをシミュレートできる RHON が存在することを示すこととする。

M' の無限長テープは、線形関数を入出力関数として用いる 1 個のニューロンの出力値として実現できる。まず、空白記号を B としてこれを 0 と対応づけ、他の Γ の要素と 10 進符号記号集合の 0 以外の要素を対応づける。ここでは、 $5 \rightarrow A$ と対応づける。次に、有限状態制御部の読み込みヘッド位置を整数部の 1 の位と定義し、テープの値を 10 進符号記号列として表現する。例えば、テープ記号 $AABA$ について読み込みヘッドがテープ記号 B 上にあるとすると、これを $AABA \rightarrow 550.5$ と対応づける。これにより、無限長テープの任意の値を状態ユニットの出力として 1 対 1 に対応づけることができる。

3.2 チューリング機械シミュレータの構成法

メモリをもつ受理系の動作をシミュレートする場合、メモリからの読出し記号と有限状態制御部の状態に基づき、メモリ値を書き換える仕組みが必要となる。チューリング機械を実時間でシミュレートするには、読出し操作と書換え動作を 1 ステップで行う必要がある。時刻 t のテープ部の出力の出力を読出し部に与えることで、時刻 $t+1$ の書換えに必要な読出し操作を同時に実現する。

3.1 の符号化法に基づき、以下では状態数 n_s のチューリング機械をシミュレートできる $n_s + 4$ 個のニューロンからなる 4 次の RHON が存在することを示す。

[定理 1] 任意のチューリング機械 $M' = \{Q, \{A, B\}, \{A, B\}, \delta, q_0, B, F\}$ に対し、それをシミュレートできる $n_s + 4$ 個のニューロンからなる 4 次の RHON が存在する。

(証明) M' の状態数を $n_s = |Q|$ とする。1 個の入力ユニットと $n_s + 3$ 個の状態ユニットからなる RHON を考える。チューリング機械のシミュレートを行うために、状態ユニットを三つの部分に分けて考える。状態ユニット 0 から $n_s - 1$ はチューリング機械の状態を表す状態部、 n_s はテープの値を表すテープ部、 $n_s + 1$ と $n_s + 2$ はテープヘッドの読み出す記号を表す読出し部である。状態ユニットのうち、テープ部は線形入出力関数、状態部には (2) のしきい値入出力関数、読出し部には (3)、(4) の 2 種類の方関数を用いる。

$$g(x) = \begin{cases} 1 & : x \geq \theta \\ 0 & : x < \theta \end{cases} \quad (2)$$

$$r_1(x) = \begin{cases} 1 & : 10i < x \leq 10i + 5 \\ 0 & : 10i + 5 < x \leq 10i + 10 \\ & i = 0 \pm 1 \pm 2 \dots \end{cases} \quad (3)$$

$$r_2(x) = r_1(x - 5) \quad (4)$$

入力記号列は、あらかじめチューリング機械のテープ上に与える必要があるため、符号化された記号列をテープ部の状態ユニットの初期出力値として与えることとする。入力ユニットは RHON の動作を保持するため常に 1 を出力する。以上のように構成した RHON を図 2 に表す。図中、小さい白丸は出力の分岐を表す。状態ユニットの通し番号を各ユニットの右下に示す。

時刻 $t = 1, 2, 3, \dots$ において状態部のただ一つの状

態ユニットが1を出力するものとする、状態部の出力により M' の n_s 個の状態を表すことができる。以下では、このような状態表現に基づき、テープの書換えを実現する結合重みを決定する。

チューリング機械の遷移写像 δ の定義域における値を特定するために、また後述するヘッドの移動のために、テープ部の出力から読み出しヘッドの記号に対応する符号を読み出す必要がある。(3) の方形入出力関数は、ユニットの状態の1の位が5ならば1を、0ならば0を出力する。ユニット n_s+1 の状態 I_{n_s+1} を(3)により、同様にユニット n_s+2 の状態 I_{n_s+2} を(4)により写像することで、 n_s+1 はAに、 n_s+2 はBに対応する符号を1回の状態更新で読み出すことができる。このために、定数入力ユニットとテープ部から読み出し部への2次の結合を用い、その値を1とする。

テープヘッドの移動のシミュレートには、定数入力ユニット、テープ部、状態部、読み出し部を結ぶ4次の結合構造を用いる。ヘッドの移動は、テープ部の出力を状態と読み出し記号に応じて10倍、若しくは0.1倍することによってシミュレートする。このために、 δ の定義に従い、4次結合重みの値を10若しくは0.1とする。

テープの書換え操作は、定数入力ユニット、状態部、読み出し部を結ぶ3次の結合構造を用いる。テープヘッドが右に移動した際は10の位の符号、左に移動した際は小数第1位の符号について、0から5若しくは5から0へと変更する。読み出し部のうち、1を出力して

いるユニットが書換え対象となる記号を表すことを利用して、0から5へ書き換える場合は3次結合重みを50若しくは、0.5、5から0へ書き換える場合は-50若しくは-0.5とする。これらの重みをまとめて表1に示す。

例えば、テープ記号列 $AABABA$ が与えられヘッドが左から4番目を読んでいるとする。テープ記号をBに書き換えてヘッドが左へ移動するとすると、テープ部の出力を5505.05から550.005とする必要がある。この操作をシミュレートするための結合重みを図3に示す。

状態部の遷移は、定数入力ユニット、状態部、読み出し部を結ぶ3次の結合構造を用いる。現在の状態に対応する状態部のユニットから遷移先となる状態部のユニットへの重みを1とし、遷移先とならない状態部のユニットへの重みを0とする。

以上より、任意の M' をシミュレートできる、 n_s+4 個のニューロンからなる4次のRHONが存在することが示された。 □

[12] で示したシミュレートモデルでは、実時間で二つのスタックの書換えを実現するために、1ステップでそれぞれのスタックの最上位の記号を削除する操作が必要となった。ここで示したシミュレートモデルでは、スタックを用いずにテープを直接連続値としてシ

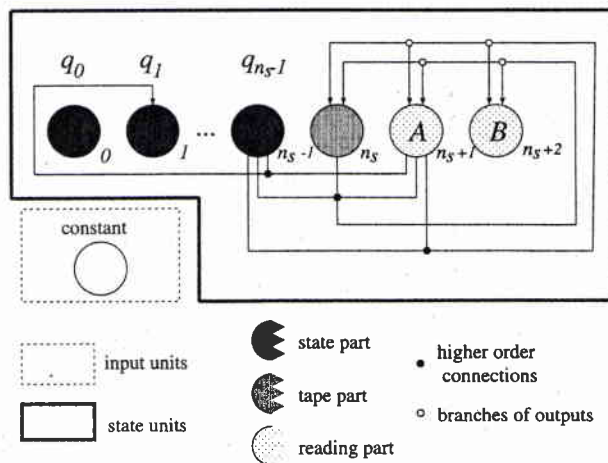


図2 $n_s + 4$ 個のニューロンからなるチューリング機械シミュレータ
Fig. 2 TM simulator with $n_s + 4$ neurons.

表1 ヘッドの移動と書換えを行う重み
Table 1 The weights for head moving and rewriting.

	ヘッドの指す記号	右へ移動	左へ移動
ヘッド移動	A, Bとも	10	0.1
書換えあり	A	-50	-0.5
	B	50	0.5
書換えなし	A, Bとも	0	0

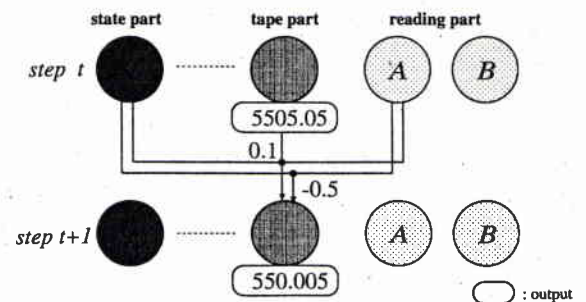


図3 書換え動作例
Fig. 3 Rewriting example.

ミュレートし、読み出した記号を直接書き換えることにより、削除操作を省略している。定理 1 は、制御部の状態と読出し記号を局所的に表現する最小のシミュレートモデルとなる。

4. 定数個ニューロンからなるシミュレータの構成法

チューリング機械の動作のシミュレートには、現在の制御部の状態と読出し記号を特定する仕組みが必要となる。3. で示したシミュレートモデルでは、制御部の状態と読出し記号を局所的に表現することで、特定された状態と読出し記号の場合に応じた書換え操作や状態遷移を重みの値に対応づけ、1 ステップでの遷移のシミュレートを実現している。本章では、 n_s に依存しないシミュレータを構成することを目的とし、記号の読出し部については 2 個のニューロンの出力により局所的に表現することを許すこととする。

4.1 制御部の構成法

制御部の状態をテープと同様にニューロンの連続値出力として符号化する場合、状態を表す連続値と読出し部の出力から任意の連続値への写像を、高次結合重みと入出力関数の組合せにより実現する必要がある。読出し部のニューロンは 0, 1 いずれかの値に限定されるため、写像には寄与しない。一方、シグモイド関数や線形関数などの単調関数を用いる限り状態部の出力と重みの積から任意の写像を実現することは不可能である。そこで、ここでは入力を現在の状態、出力を遷移後の状態とする入出力関数を用いて遷移を実現する。

任意の状態からの遷移先は、A を読んだときと B を読んだときの 2 通りが存在するため、入力が正のとき A を、負のとき B をそれぞれ読んだときの遷移先として出力を定義する。例えば、状態集合 $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{n_s-1}\}$ が与えられたとき、状態部のニューロンの出力 $\{\frac{1}{n_s}, \frac{2}{n_s}, \dots, 1\}$ が Q の要素と対応するように状態を割り当てる場合を考える。 $M = \{\{q_0, q_1, q_2\}, \{A, B\}, \{A, B\}, \delta, q_0, B, F\}$ の δ が (5) で与えられると、入出力関数 s は (6) のように定義される。

$$\begin{aligned} \delta(q_0, A) &= (q_1, B, R), & \delta(q_0, B) &= (q_2, A, L) \\ \delta(q_1, A) &= (q_2, B, L), & \delta(q_1, B) &= (q_0, B, R) \\ \delta(q_2, A) &= (q_0, A, R), & \delta(q_2, B) &= (q_1, A, L) \end{aligned} \quad (5)$$

$$s(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} & : x = -1 \\ \frac{1}{3} & : x = -\frac{2}{3} \\ 1 & : x = -\frac{1}{3} \\ 0 & : x = 0 \\ \frac{2}{3} & : x = \frac{1}{3} \\ 1 & : x = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & : x = 1 \end{cases} \quad (6)$$

4.2 シミュレータの構成法

制御部の状態をニューロンの連続値出力として符号化する場合、テープ部に対するシフト操作や書換え操作を重みとして直接実現することはできない。ここでは、これらの操作を新たに設ける状態ユニットの出力として実現する。以下では状態数 n_s のチューリング機械をシミュレートできる 11 個のニューロンからなる 4 次の RHON が存在することを示す。

[定理 2] 任意のチューリング機械 $M' = \{Q, \{A, B\}, \{A, B\}, \delta, q_0, B, F\}$ に対し、それをシミュレートできる 11 個のニューロンからなる 4 次の RHON が存在する。

(証明) シフト操作や書換え操作をニューロンの出力として実現するために、状態ユニットを図 4 のような六つの部分に分けて考える。図では、A を読んだ際の動作に関与する高次の結合重みのみを黒丸で示している。状態ユニット 0 は制御部の状態を表す状態部、1 はテープ部、2, 3 は読出し部、4, 5 はシフト操作を実現するシフト部、6, 7 はテープの書換えを実現する書換え部、8, 9 はあらかじめ遷移先を特定する遷移先決定部である。

テープ部は、3. 1 と同様の方法でテープ記号をシミュレートする。読出し記号の判別も、読出し部に (3) 及び (4) の入出力関数を用いて実行する。

制御部の状態遷移には、状態部と読出し部から状態部へ向かう 2 次の結合重みを用いる。状態ユニット 2 からの結合重みを正、状態ユニット 3 からの結合重みを負とすることで、読出し記号に応じて遷移先を個別に割り当てることができる。

ヘッドの左右の移動を実現するために、状態からシフト方向を決定する 2 個のユニットからなるシフト操作部を設ける。状態ユニット 4 はテープ記号 A を読んだときのシフト操作を、状態ユニット 5 はテープ記号 B を読んだときのシフト操作をそれぞれ連続値として出力する。それぞれの入力には、後述する遷移先決定部と等しい連続値が入り、その状態でのヘッドの移動

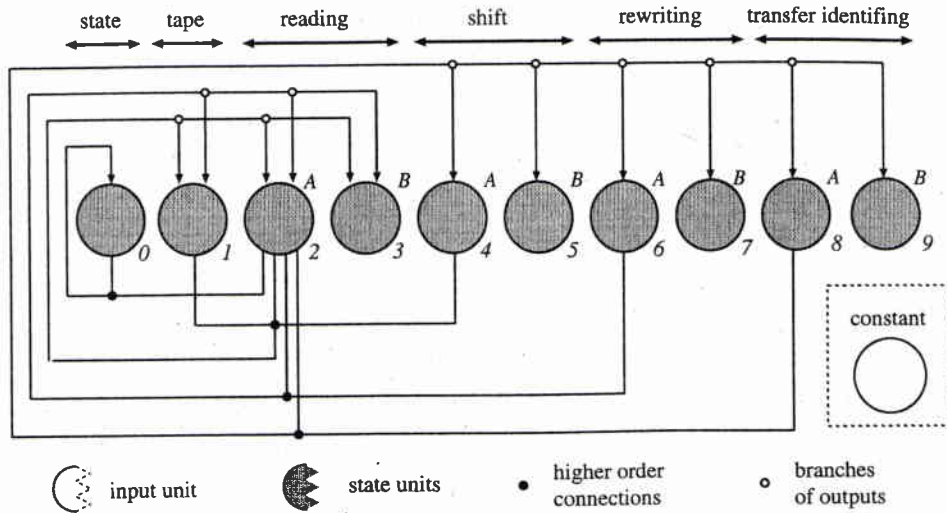


図4 11個のニューロンからなるチューリング機械シミュレータ
Fig.4 TM simulator with 11 neurons.

を入出力関数により決定する。

(5) のような遷移関係が与えられるとき，入出力関数は例えば以下に定義する関数 t_1 , t_2 で実現できる。シフトに相当する演算はシフト部，読出し部，テープ部，定数入力ユニットからテープ部への4次の結合重みの値を1とすることで行う。2個の読出し部では，読出し記号に相当するいずれか一方のユニットのみが1を出力し他方は0を出力する。このため，4次の結合重みのうち読出し記号と異なるシフト操作の計算結果は常に0となり，テープ記号の重ね書きは生じない。

$$t_1(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 0 \\ 10 & : 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ 0.1 & : \frac{1}{3} < x < 1 \\ 10 & : 1 \leq x \end{cases} \quad (7)$$

$$t_2(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 0 \\ 0.1 & : 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ 10 & : \frac{1}{3} < x < 1 \\ 0.1 & : 1 \leq x \end{cases} \quad (8)$$

シフト部と同様，局所的状態部による書換えの代替として書換え部を用いる。状態ユニット6はテープ記号Aを読んだときの，状態ユニット7はテープ記号Bを読んだときの書換え記号に相当する値を出力する。それぞれ入力には状態を表す連続値が入り，その状態のときの書換え操作に相当する連続値を入出力関数により決定する。(5)の遷移関係が与えられるとき，入出力関数は例えば以下に定義する関数 w_1 , w_2 で実現

できる。書換えに相当する演算は，読出し部，書換え部，定数入力ユニットからテープ部への3次の結合重みの値を1とすることで行う。シフト部同様，読出し部の効果により3次の結合重みのうち読出し記号と異なる書換え操作の計算結果は常に0となり，テープ記号の重ね書きは生じない。

$$w_1(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 0 \\ -50 & : 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ -0.5 & : \frac{1}{3} < x < 1 \\ 0 & : 1 \leq x \end{cases} \quad (9)$$

$$w_2(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 0 \\ 0.5 & : 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ 0 & : \frac{1}{3} < x < 1 \\ 0.5 & : 1 \leq x \end{cases} \quad (10)$$

時刻 t においてテープ部の更新を行うにあたっては，テープ記号としてA, Bいずれかが読まれた場合のシフト操作に相当する連続値が同時にシフト部に出力される必要がある。書換え部についても同様である。この連続値は，時刻 t における制御部の状態によって変化する。ところが，この状態を表す状態部の出力値は，テープ部の出力と同様，時刻 t において初めて現れるため，シフト部や書換え操作部でこの値を用いることはできない。このため，状態部の先読みを行うユニットが必要となる。状態ユニット8はAを読んだ場合の，状態ユニット9はBを読んだ場合の遷移先を先読みすることに用いる。時刻 t において記号Aを読み込

むか B を読み込むかは先読みの時点で特定できないため、A, B それぞれの記号を読み込んだ場合の遷移先状態を別々のユニットの出力としてそれぞれ求め、時刻 t で読出し記号が特定された際にいずれか一方の出力を選択的に用いる。

状態ユニット 8 の入出力関数は、状態部入出力関数のうち正の定義域の関数をそのまま用いるが、状態ユニット 9 の入出力関数は状態部入出力関数の負の定義域の関数を $x = 0$ を中心として反転した関数を用いる。これは、状態部の入出力関数で、読出し記号が B の場合の遷移に負の定義域を用いているためである。

以上より、任意の M' をシミュレートできる、11 個のニューロンからなる 4 次の RHON が存在することが示された。□

定理 2 のシミュレータの動作例を付録に示す。

5. RHON による万能チューリング機械シミュレータの構成

万能チューリング機械シミュレータは、任意のチューリング機械をシミュレートできる万能な計算モデルである。万能チューリング機械シミュレータの構成に要する資源に着目することで、様々な計算モデルを統一的に評価することができる。本章では、ニューロン数と結合次数の点から RHON と Siegelmann らの高次結合モデル^(注 1) [6] を比較する。

定理 1, 定理 2 で提案したモデルは、いずれも入出力関数の工夫によりニューロン数の削減を実現しており、Siegelmann らのモデルと直接比較することはできない。ここでは、Siegelmann らと同等の入出力関数のみを用いた文献 [12] のシミュレートモデルについて比較を行う。

高次結合の利用を許す場合、Siegelmann らは万能チューリング機械をシミュレートできるタグシステム [9] を実時間でシミュレートできる 9 個のニューロンからなる 5 次結合ニューラルネットワークが存在することを示している [6]。Shannon は、2 記号 63 状態の万能チューリング機械が存在することを示した [10]。この結果を RHON に適用すると、ニューロン数 69 個の 4 次の RHON が得られる。シミュレートに直接関与しない入力ユニットとの結合を無視すれば、RHON の結合次数は 3 次となる。ニューロン数では Siegelmann らのモデルが、結合次数では RHON がそれぞれ有利といえる。一方、タグシステムによる万能チューリング機械のシミュレートには常に減速が伴うが、RHON は

万能チューリング機械を実時間でシミュレートできる。シミュレート速度の点でも、RHON は Siegelmann らのモデルより有利となる。

6. むすび

本論文では、再帰型ニューラルネットワークによりチューリング機械をシミュレートする際のニューロン数の削減法を明らかにした。[12] で提案したスタックのシミュレート法をもとに、テープを一つの実数値でシミュレートすることで $n_s + 4$ 個のニューロンからなる RHON が任意のチューリング機械をシミュレートできることを示した。また、チューリング機械の状態数に依存せず、11 個のニューロンからなる RHON で任意のチューリング機械をシミュレートできることを構成的に示した。

有限精度のニューロンから構成されるニューラルネットワークは有限オートマトンの能力を超えない [15]。このことは、有限長テープをもつ決定性チューリング機械が有限オートマトンの能力を超えないという事実と対応する。無限の資源は構成できないが、決定性チューリング機械が有限オートマトンとは異なる有用な計算モデルと認められている理由は、問題のサイズに応じてテープを追加することが一般に容易であるという点にある。本論文で検討したニューラルネットワークは、精度の確保が容易な素子を用いる場合のより簡潔な計算機の構成手段として、また素子の集積が困難になった場合の新たな記憶領域の拡張手段、及びその際の計算の実行法を与える理論的枠組みとして有用である。

単調関数を入出力関数として用いる場合、状態から状態への任意の写像は 1 ステップの遷移では実現できない。RHON により実時間でのシミュレートを行うためには、入出力関数を複雑化する以外の方法はない。一方、状態から連続値への割当て法を工夫することで、より単純な入出力関数により任意の遷移関数が実現できる可能性がある。シフト部や状態部の入出力関数と併せて、今後簡略化法を考案する必要がある。

11 個のニューロンのうち、1 個の出力はチューリング機械の有限状態制御部の状態を、1 個の出力はチューリング機械のテープを表す。他の 8 個のニューロンは読出し記号の特定や動作の調整に用いられており、状態機械の本質的な計算能力には寄与しない。今後、8

(注 1) : スイッチアフィンニューロンモデル。

個のニューロンの削減法を明らかにし、シミュレートに要するニューロン数の下限を求める必要がある。

RHON による万能チューリング機械シミュレータが Siegelmann らのモデルに比べより多くのニューロンを要するのは、記号数を 2 に限定し、実時間シミュレートを実現していることに起因する。今後、RHON により最小のシミュレータを構成するための記号数と状態数を明らかにする必要がある。

文 献

- [1] A. Cleeremans, D. Servan-Schreiber, and J. McClelland, "Finite state automata and simple recurrent networks," *Neural Computation*, vol.1, no.3, pp.372-381, 1989.
- [2] C. Giles, C. Miller, D. Chen, H. Chen, G. Sun, and Y. Lee, "Learning and extracting finite state automata with second-order recurrent neural networks," *Neural Computation*, vol.4, no.4, pp.393-405, 1992.
- [3] J.E. Hopcroft and J.D. Ullman, オートマトン 言語理論 計算論 I, サイエンス社, 1984.
- [4] H.T. Siegelmann and E.D. Sontag, "On the computational power of neural nets," *J. Computer and System Sciences*, vol.50, pp.132-150, 1995.
- [5] H.T. Siegelmann, "Neural networks & analog computation: Beyond the turing limit.," Birkhäuser, ISBN 3764339497, 1998.
- [6] H.T. Siegelmann and M. Margernstern, "Nine switch-affine neurons suffice for turing universality," *Neural Networks*, vol.12, pp.593-600, 1999.
- [7] G. Sun, H. Chen, C. Giles, and Y. Lee, "Connectionist pushdown automata that learn context-free grammars," *Proc. IJCNN'90*, vol.1, pp.577-580, 1990.
- [8] C.L.P. Chen, "Neural computation for planning AND/OR precedence-constraint robot assembly sequences," *Proc. IJCNN'90*, vol.1, pp.127-142, 1990.
- [9] M.L. Minsky, *Computation: Finite and Infinite Machines*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1967.
- [10] G.E. Shannon, "A universal turing machine with two internal states," in *Automata Studies*, ed. C. Shannon and J. McCarthy, pp.156-165, Princeton University, 1956.
- [11] K. Tanaka and I. Kumazawa, "Learning regular languages via recurrent higher-order neural networks," *Proc. IJCNN'96 at Washington D.C.*, vol.3, pp.899-907, 1996.
- [12] 田中 賢, 長谷川大剛, "再帰型高次結合ニューラルネットワークの計算能力について," *信学論 (D-II)*, vol.J83-D-II, no.2, pp.703-710, Feb. 2000.
- [13] 田中 賢, 熊沢逸夫, 小川英光, "再帰型高次結合ニューラルネットワークによる正規言語の学習," *信学論 (D-II)*, vol.J79-D-II, no.5, pp.899-907, May 1996.
- [14] 林原香織, 山下雅史, 阿江 忠, "シグモイド関数の連続性/離散性とニューラルネットワークのマシン能力につい

て," *信学論 (D-II)*, vol.J73-D-II, no.8, pp.1220-1226, Aug. 1990.

- [15] 守屋純之介, 西野哲朗, "単純回帰ネットワークを模倣する Mealy 機械の構成法," *信学技報*, COMP98-27, July 1998.
- [16] 長尾 真 他 (編), *岩波情報科学辞典*, p.752, 岩波書店, 1990.

付 録

RHON のシミュレート動作を、状態ユニットの出力により確認する。シミュレートするチューリング機械を以下に示す。

$$M' = \{\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{A, B\}, \{A, B\}, \emptyset, q_0, B, \{q_3\}\} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, A) &= (q_1, A, R), & \delta(q_0, B) &= (q_2, A, L) \\ \delta(q_1, A) &= (q_2, B, L), & \delta(q_1, B) &= (q_0, B, R) \\ \delta(q_2, A) &= (q_3, B, R), & \delta(q_2, B) &= (q_1, A, L) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

以下のように状態を割り当てる。

$$q_0 \rightarrow 1, q_1 \rightarrow 2, q_2 \rightarrow 3, q_3 \rightarrow 4 \quad (\text{A.3})$$

状態ユニット 0 から 9 までの状態更新式を以下に示す。ただし、 $x_0(t) = 1 (t = 1, 2, \dots)$ としている。

$$\begin{aligned} O_0^{(t+1)} &= s(O_0^{(t)} O_2^{(t)} - O_0^{(t)} O_3^{(t)}) \\ O_1^{(t+1)} &= l(O_1^{(t)} O_2^{(t)} O_4^{(t)} + O_1^{(t)} O_3^{(t)} O_5^{(t)} \\ &\quad + O_2^{(t)} O_6^{(t)} + O_3^{(t)} O_7^{(t)}) \\ O_2^{(t+1)} &= r_1(O_2^{(t)} O_6^{(t)} + O_1^{(t)} O_2^{(t)} O_4^{(t)} + O_3^{(t)} O_7^{(t)} \\ &\quad + O_1^{(t)} O_3^{(t)} O_5^{(t)}) \\ O_3^{(t+1)} &= r_2(O_2^{(t)} O_6^{(t)} + O_1^{(t)} O_2^{(t)} O_4^{(t)} + O_3^{(t)} O_7^{(t)} \\ &\quad + O_1^{(t)} O_3^{(t)} O_5^{(t)}) \\ O_4^{(t+1)} &= t_1(O_2^{(t)} O_8^{(t)} + O_3^{(t)} O_9^{(t)}) \\ O_5^{(t+1)} &= t_2(O_2^{(t)} O_8^{(t)} + O_3^{(t)} O_9^{(t)}) \\ O_6^{(t+1)} &= w_1(O_2^{(t)} O_8^{(t)} + O_3^{(t)} O_9^{(t)}) \\ O_7^{(t+1)} &= w_2(O_2^{(t)} O_8^{(t)} + O_3^{(t)} O_9^{(t)}) \\ O_8^{(t+1)} &= s_p(O_2^{(t)} O_8^{(t)} + O_3^{(t)} O_9^{(t)}) \\ O_9^{(t+1)} &= s_n(O_2^{(t)} O_8^{(t)} + O_3^{(t)} O_9^{(t)}) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

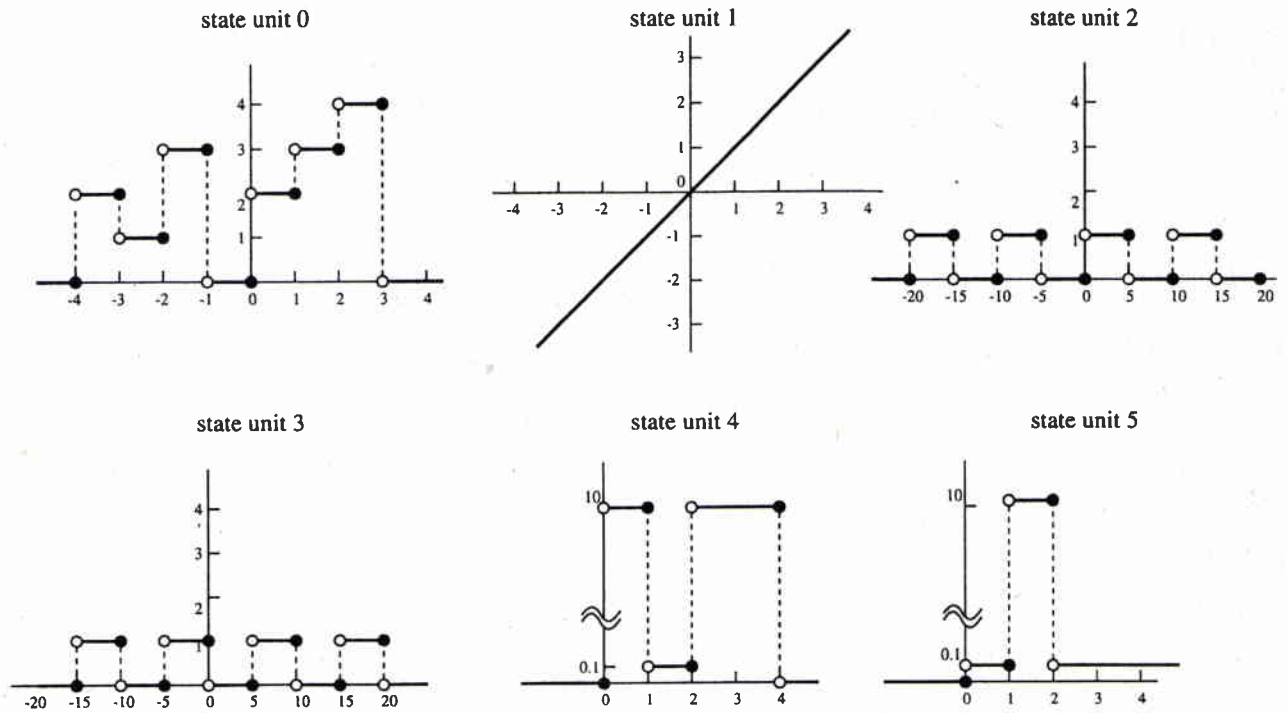


図 A.1 状態ユニット 0 から 5 の入出力関数
Fig. A.1 Input-output functions for state units 0...5.

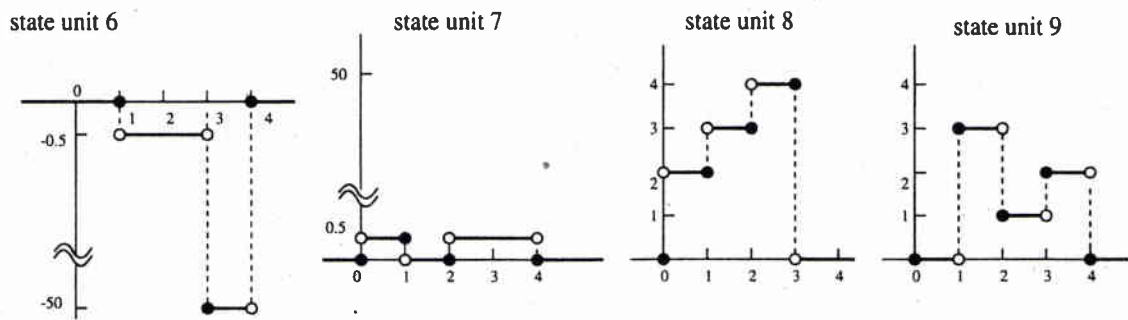


図 A.2 状態ユニット 6 から 9 の入出力関数
Fig. A.2 Input-output functions for state units 6...9.

表 A.1 状態ユニットの出力値の変化
Table A.1 The outputs of state units.

時刻	状態部	テープ部	読出し部		シフト部		書換え部		遷移先決定部	
			A	B	A	B	A	B	A	B
0	1	5.0555	1	0	10.0	0.1	0.0	0.5	2	3
1	2	50.555	0	1	0.1	10.0	-0.5	0.0	3	1
2	1	505.55	1	0	10.0	0.1	0.0	0.5	2	3
3	2	5055.5	1	0	0.1	10.0	-0.5	0.0	3	1
4	3	505.05	1	0	10.0	0.1	-50.0	0.5	4	2
5 (停止)	4	5000.5	0	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0

状態ユニット 0 から 5 までの入出力関数 s, l, r_1, r_2, t_1, t_2 を図 A.1 に示す. 状態ユニット 6 から 9 までの入出力関数 w_1, w_2, s_p, s_n を図 A.2 に示す. 初期入力記号列 ABAAA が与えられ, ヘッドが左端

の A にあるとき, 停止に至るまでの各状態ユニットの出力値を表 A.1 に示す.

(平成 11 年 3 月 8 日受付, 11 月 19 日再受付)



田中 賢 (正員)

平1早大・理工・電気卒。平3東工大・総合理工・システム科学修士課程了。平7東工大・理工・情報工学博士課程単位取得。同年新潟大学大工学部情報工学科助手。ニューラルネットワークの研究に従事。



市川 将隆 (学生員)

平11新潟大・工・情報卒。同大大学院修士課程在学中。ニューラルネットワークの計算論に関する研究に従事。